

ДВОВИМІРНА ДИСКРЕТНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ СУПЕРПОЗИЦІЯМИ КООРДИНАТ ТРЬОХ ТОЧОК

Воронцов О.В., Воронцова І.В.

*Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія
Кондратюка».*

*Полтавський коледж нафти і газу Національного університету
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».*

Твердження. Координати довільної точки будь-якої двовимірної числової послідовності можна визначити як суперпозицію координат трьох довільних точок даної послідовності при відомій величині рекурентної залежності.

Запишемо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} \sum_{s=1}^3 k_s = 1 \\ \sum_{s=1}^3 k_s V_s = V \\ \sum_{s=1}^3 k_s W_s = W \\ \sum_{s=1}^3 k_s T_s + P = T \end{cases}, \quad (1)$$

де невідомими величинами будуть k_1, k_2, k_3, T .

Дана система містить чотири рівняння і чотири невідомі величини, тому повинна мати розв'язок.

Визначники Δ системи (1) матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \Delta &= -V_2 W_3 + V_1 W_3 + V_3 W_2 - V_1 W_2 - V_3 W_1 + V_2 W_1; \\ \Delta_1 &= -V_2 W_3 + V W_3 + V_3 W_2 - V W_2 - V_3 W + V_2 W; \\ \Delta_2 &= V_1 W_3 - V W_3 - V_3 W_1 + V W_1 + V_3 W - V_1 W; \\ \Delta_3 &= -V_1 W_2 + V W_2 + V_2 W_1 - V W_1 - V_2 W + V_1 W \\ \Delta_4 &= -V_1 (T_3 W_2 - T_2 W_3) + V (T_3 W_2 - T_2 W_3) + V_2 (T_3 W_1 - T_1 W_3) - \\ &\quad - V (T_3 W_1 - T_1 W_3) + V_2 (-P W_3 - T_3 W) - V_1 (-P W_3 - T_3 W) - \\ &\quad - V_3 (T_2 W_1 - T_1 W_2) + V (T_2 W_1 - T_1 W_2) - V_3 (-P W_2 - T_2 W) + \\ &\quad + V_1 (-P W_2 - T_2 W) + V_3 (-P W_1 - T_1 W) - V_2 (-P W_1 - T_1 W). \end{aligned}$$

Коефіцієнти суперпозиції будуть обчислені за формулами:

$$k_s = \frac{\Delta_s}{\Delta}; s = \overline{1; 3}.$$

Якщо невідомими величинами будуть k_1, k_2, k_3, T , то вирази для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції заданих вузлових точок дискретного каркаса та аплікати шуканої точки T матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-V_2 W_3 + V W_3 + V_3 W_2 - V W_2 - V_3 W + V_2 W}{-V_2 W_3 + V_1 W_3 + V_3 W_2 - V_1 W_2 - V_3 W_1 + V_2 W_1}; \\ k_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{V_1 W_3 - V W_3 - V_3 W_1 + V W_1 + V_3 W - V_1 W}{-V_2 W_3 + V_1 W_3 + V_3 W_2 - V_1 W_2 - V_3 W_1 + V_2 W_1}; \\ k_3 &= \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-V_1 W_2 + V W_2 + V_2 W_1 - V W_1 - V_2 W + V_1 W}{-V_2 W_3 + V_1 W_3 + V_3 W_2 - V_1 W_2 - V_3 W_1 + V_2 W_1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \Delta_4 / \Delta = \\ &= -V_1 (T_3 W_2 - T_2 W_3) + V (T_3 W_2 - T_2 W_3) + V_2 (T_3 W_1 - T_1 W_3) - \\ &\quad - V (T_3 W_1 - T_1 W_3) + V_2 (-P W_3 - T_3 W) - V_1 (-P W_3 - T_3 W) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -V_3(T_2W_1 - T_1W_2) + V(T_2W_1 - T_1W_2) - V_3(-PW_2 - T_2W) + \\ & + V_1(-PW_2 - T_2W) + V_3(-PW_1 - T_1W) - V_2(-PW_1 - T_1W) / \\ & / -V_2W_3 + V_1W_3 + V_3W_2 - V_1W_2 - V_3W_1 + V_2W_1 . \end{aligned}$$

Таким чином, система рівнянь (1) має розв'язок, що доводить вірність Твердження.

Розглянемо другу постановку, де невідомими будуть k_1, k_2, k_3, P , а T вважається заданим.

Тоді величина рекурентної залежності визначиться із виразу:

$$\begin{aligned} P = \Delta_4 / \Delta = & ((T - T_1) \times (V_2 \times W_3 - V_3 \times W_2) + (T - T_2) \times (V_3 \times W_1 - V_1 \times W_3) + \\ & + (T - T_3) \times (V_1 \times W_2 - V_2 \times W_1) + (T_1 - T_2) \times (V \times W_3 - V_3 \times W) + \\ & + (T_1 - T_3) \times (V_2 \times W - V \times W_2) + (T_2 - T_3) \times (V \times W_1 - V_1 \times W)) / \\ & / ((V_2 - V_1) \times W_3 + (V_1 - V_3) \times W_2 + (V_3 - V_2) \times W_1) . \end{aligned}$$

Або, безпосередньо, із системи (1):

$$P = T - (k_1T_1 + k_2T_2 + k_3T_3) .$$

Результати даних досліджень можуть бути використані для проведення суцільної інтерполяції числовими послідовностями двох змінних складовими яких є будь-які одновимірні числові послідовності, що представляють нескінченні дискретні форми певних аналітичних функцій, із врахуванням заданої величини рекурентної залежності P , що тотожна величині зовнішнього формоутворюючого навантаження KP статико-геометричного методу.

Один і той самий дискретний каркас, будь-якої, двовимірної числової послідовності може бути сформований формулами (1) при різних величинах рекурентної залежності.

Література

1. Воронцов О.В., Усенко В.Г., Воронцова І.В. Визначення коефіцієнтів суперпозиції для дискретного формування поліноміальних функціональних залежностей / О.В. Воронцов, В.Г. Усенко, І.В. Воронцова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 107. – С. 42-53. Категорія Б.

<https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.107>

2. Воронцов О.В., Воронцова І.В. Вплив коефіцієнтів суперпозиції на дискретне формування елементарних функціональних залежностей // О.В. Воронцов, І.В. Воронцова // Сучасні проблеми моделювання. Збірник наукових праць Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Мелітополь: – МДПУ. Випуск 28. 2025. С. 44.— 53.

<https://doi.org/10.33842/2313-125X-2025-30>

3 Воронцов, О.В., Воронцова І.В. Визначення величин коефіцієнтів суперпозиції координат чотирьох точок на прикладі поліномів двох змінних / О.В. Воронцов, І.В. Воронцова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 106. – С. 67-81.

DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106>