

УДК 624.012

РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ КОЛОН ПРИ ЇХ КОСОМУ ДЕФОРМУВАННІ У СКЛАДІ БЕЗКАПІТЕЛЬНО-БЕЗКОНСОЛЬНО-БЕЗБАЛКОВОЇ КОНСТРУКТИВНОЇ СИСТЕМИ БУДІВЕЛЬ

РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОЛОН ПРИ ИХ КОСОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ В СОСТАВЕ БЕЗКАПИТЕЛЬНО-БЕСКОНСОЛЬНО-БЕЗБАЛОЧНОЙ КОНСТРУКТИВНОЙ СИСТЕМЫ ЗДАНИЙ

CALCULATION OF BEARING CAPACITY OF COLUMNS OF UNCAPITAL UNCONSOLE UNGIRDER FRAME STRUCTURE UNDER BIAXIAL DEFORMATION

Павліков А.М., д.т.н., професор, Гарькава О.В., к.т.н., доцент
(Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, м. Полтава)

Павликов А.Н., д.т.н., профессор, Гарькавая О.В., к.т.н., доцент
(Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, г. Полтава)

Pavlikov A.M., ScD, Professor, Garkava O., PhD, Associate Professor
(Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Poltava)

В статті викладена практична методика розрахунку несучої здатності косостиснутих залізобетонних колон безкапітельно-безбалкового каркасу будівлі, розроблена на основі використання дволінійних діаграм деформування матеріалів та деформаційного критерію міцності.

В статье изложена практическая методика расчета несущей способности кососжатых железобетонных колон бескапитально-безбалочного каркаса здания, разработанная на основе использования двухлинейных диаграмм деформирования материалов и деформационного критерия прочности.

The practical method of bearing capacity calculation of biaxial compressed reinforced concrete columns of Uncapital Ungirder Frame Structure is developed. The method is based on the using of the bi-linear stress-strain relations for materials and deformative criterion of strength.

Ключові слова:

каркас, стиск, колона, міцність.
каркас, сжатие, колона, прочность.
frame, compression, column, strength.

Вступ. Безкапітельно-безконсольно-безбалкова конструктивна система (БББКС) будівель набула широкого розповсюдження в будівельній галузі України, зокрема на Полтавщині [1]. Ця система характеризується широкими можливостями планувальних рішень, які не впливають на стійкість та теплоємність будівлі [2].

Каркас БББКС будівлі складається з двох основних несучих елементів: колон і перекриття. При цьому перекриття одночасно виконує функції як плити, так і ригеля. На колонах відсутні консолі та капітелі, що разом зі зменшеною товщиною перекриття сприяє зменшенню будівельного об'єму [3].

Одним з основних напрямів вдосконалення БББКС будівель є уточнення методик розрахунку її несучих елементів і зменшення на цій основі витрат матеріалів, зниження вартості будівництва та підвищення доступності житла. Удосконалення розрахунків міцності колон є актуальним з огляду на те, що колони БББКС через особливості передачі навантаження з плит [4] працюють в умовах складного деформування, тобто зазнають косоного стиску [5].

Аналіз останніх досліджень. Існує значна кількість досліджень, присвячених розробці методик розрахунку косодеформованих елементів. Аналіз останніх публікацій [6–10] показує, що найбільш доцільно вдосконалювати існуючі пропозиції з розрахунків несучої здатності шляхом застосування нелінійної деформаційної моделі, деформаційного критерію міцності та діаграм фізичного стану матеріалів, серед яких уваги заслуговують дволінійні апроксимації діаграм деформування бетону й арматури [7]. На сьогодні конструкції, що явно працюють за умов складних деформацій, дуже часто розраховують на прості види деформування в ортогональних головних площинах інерції. Проектувальники змушені вдаватися до такого спрощення, оскільки досконалих і одночасно досить простих методик розрахунку міцності косодеформованих залізобетонних конструкцій поки що немає. А це, звичайно, призводить до викривлення дійсної картини роботи конструкції і, як наслідок, до перевитрати матеріалів і навіть до аварій.

Постановка мети і задач досліджень. У статті ставиться за мету вдосконалити розрахунок міцності залізобетонних конструкцій БББКС будівель до зручної інженерної методики, котра б враховувала реальний напружено-деформований стан елементів.

Методика досліджень. В основу теоретичних досліджень напружено-деформованого стану косодеформованих залізобетонних колон БББКС покладені передумови за [11].

Для описання дволінійної діаграми стану бетону прийняті такі залежності:

$$\text{при } 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,cd} \quad \sigma_c = E_{cd} \varepsilon_c; \quad (1)$$

$$\text{при } \varepsilon_{c3,cd} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3,cd} \quad \sigma_c = f_{cd}, \quad (2)$$

де $\varepsilon_{c3,cd} = 0,48 \dots 0,97 \text{ ‰}$ – значення деформацій бетону, що відповідають межі його умовно пружної роботи (табл. 3.1 [11]);

$E_{cd} = f_{cd} / \epsilon_{c3,cd}$ – розрахункове значення модуля пружності бетону;
 $\epsilon_{cu3,cd} = 3,38 \dots 2,06$ ‰ – максимальні значення деформацій бетону, що відповідають межі умовно пластичної ділянки діаграми (табл. 3.1 [11]).

Зв'язок між напруженнями і деформаціями в арматурі описується залежностями:

$$\text{при } 0 < \epsilon_s \leq \epsilon_{s0} \quad \sigma_s = E_s \epsilon_s; \quad (3)$$

$$\text{при } \epsilon_{s0} < \epsilon_s \leq \epsilon_{ud} \quad \sigma_s = f_{yd}; \quad (4)$$

де $\epsilon_{s0} = f_{yd} / E_s$ – значення деформацій арматурної сталі, що визначають межу пружної ділянки діаграми;

E_s – модуль пружності арматурної сталі (табл. 3.4 [12]);

$\epsilon_{ud} = 25 \dots 12$ ‰ – максимальні значення деформацій арматурної сталі, що відповідають межі пластичної ділянки діаграми (табл. 3.4 [12]).

З урахуванням прийнятих передумов розрахункова схема напружено-деформованого стану нормального перерізу косостиснутої залізобетонної колони квадратного перерізу набуває вигляду, наведеного на рисунку 1.

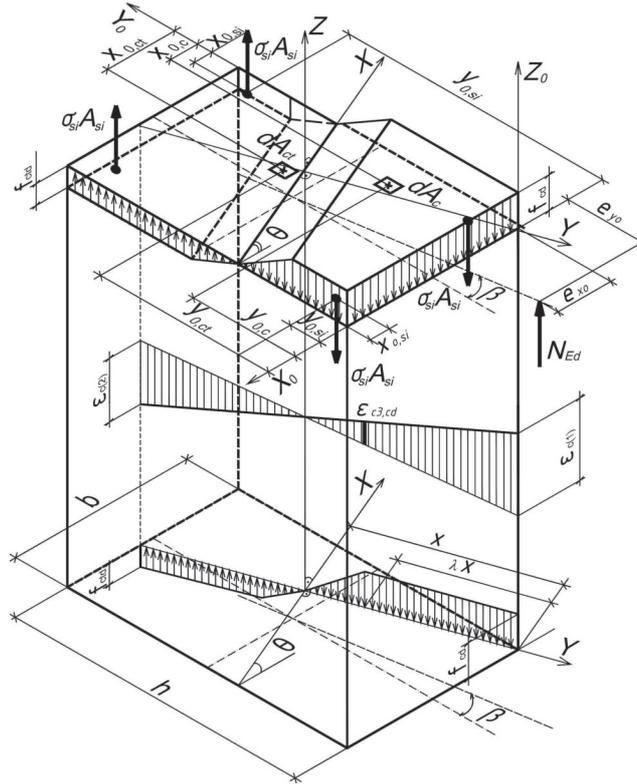


Рис. 1. Загальний вигляд розрахункової схеми напружено-деформованого стану нормального перерізу косостиснутої залізобетонної колони

Відповідно до розрахункової схеми (рис. 1) загальна система рівнянь рівноваги в системі координат $X_0Y_0Z_0$ матиме такий вигляд:

$$\sum Z_0 = -\iint_{A_c} \sigma_c dx_{0,c} dy_{0,c} + \iint_{A_{ct}} \sigma_{ct} dx_{0,ct} dy_{0,ct} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} - N_{Ed} = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{X_0} = \iint_{A_c} \sigma_c y_{0,c} dx_{0,c} dy_{0,c} - \iint_{A_{ct}} \sigma_{ct} y_{0,ct} dx_{0,ct} dy_{0,ct} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{0,si} + N_{Ed} e_{y0} = 0; \quad (6)$$

$$\sum M_{Y_0} = \iint_{A_c} \sigma_c x_{0,c} dx_{0,c} dy_{0,c} - \iint_{A_{ct}} \sigma_{ct} x_{0,ct} dx_{0,ct} dy_{0,ct} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{0,si} + N_{Ed} e_{x0} = 0, \quad (7)$$

де $\sigma_c = f(x_{0,c}, y_{0,c})$; $\sigma_{ct} = f(x_{0,ct}, y_{0,ct})$ – закони розподілу напружень по перерізу відповідно стиснутої та розтягнутої зон бетону;

$dx_{0,c} \cdot dy_{0,c} = dA_c$; $dx_{0,ct} \cdot dy_{0,ct} = dA_{ct}$ – елементарні значення площі відповідно A_c стиснутої та A_{ct} розтягнутої зон перерізу колони;

$x_{0,c}$; $y_{0,c}$; $x_{0,ct}$; $y_{0,ct}$ – координати точок прикладання рівнодійних напружень в елементарних ділянках dA_c та dA_{ct} відповідно стиснутої та розтягнутої зон бетону на рівні центрів їх ваги;

n – кількість арматурних стержнів у перерізі;

$\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}$ – алгебраїчна сума зусиль в n арматурних стержнях;

$\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{0,si}$, $\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{0,si}$ – алгебраїчні суми моментів зусиль у кожному

із n стержнів відносно осей Y_0 і X_0 відповідно;

N_{Ed} – поздовжня сила від зовнішнього навантаження;

e_{x0} , e_{y0} – ексцентриситети прикладання сили N_{Ed} відносно осей Y_0 і X_0 відповідно.

Як показує аналіз системи (5 – 7), кількість невідомих в її рівняннях перевищує кількість рівнянь, тому потрібно застосувати додаткові залежності для визначення всіх невідомих параметрів.

Як свідчать експериментальні дані, робота бетону розтягнутої зони при рівнях завантаження, близьких до руйнівних, практично не впливає на міцність поперечного перерізу, тому при визначенні міцності косостиснутої колони впливом розтягнутого бетону можна знехтувати.

З аналітичних виразів (1 – 2) закону фізичного стану стиснутого бетону з використанням гіпотези плоских перерізів (рис. 1) одержано закон $\sigma_c = f(y_c)$ розподілу напружень в стиснутій зоні бетону в площині YOZ :

$$\text{при } 0 < y_c \leq X - \lambda X \quad \sigma_c = \frac{f_{cd} y_c}{X - \lambda X}; \quad (8)$$

$$\text{при } X - \lambda X < y_c \leq X \quad \sigma_c = f_{cd}, \quad (9)$$

де X – висота стиснутої зони;
 λ – рівень пластичності бетону.

Параметри X та λ (рис. 1) функціонально залежать від фібрових деформацій бетону та арматури:

$$X = \varepsilon_{c(1)} y_{sm} / \varepsilon_{sm}, \quad (10)$$

$$\lambda = 1 - \varepsilon_{c3,cd} / \varepsilon_{c(1)}, \quad (11)$$

де $\varepsilon_{c(1)}$ – відносні деформації бетону найбільш стиснутого ребра колони (фіброві деформації бетону);

y_{sm} – координата точки прикладання рівнодійної зусиль в найбільш розтягнутому арматурному стержні;

ε_{sm} – відносні деформації найбільш розтягнутого арматурного стержня (фіброві деформації арматури);

$\varepsilon_{c3,cd}$ – відносні деформації бетону, що відповідають межі трикутної ділянки епюри напружень у стиснутій зоні.

Для визначення фібрових відносних деформацій бетону $\varepsilon_{c(1)}$ та арматури ε_{sm} у момент руйнування використовується деформаційний критерій міцності. Згідно з цим критерієм руйнування залізобетонного елемента в нормальному перерізі настає тоді, коли деформації в бетоні або арматурі у найвіддаленішій від нейтральної лінії точці досягають граничного значення. Отже, міцність косостиснутої залізобетонної колони в нормальному перерізі перевіряється за таких умов деформування бетону й арматури:

$$\varepsilon_{c(1)} \leq \varepsilon_{cu3,cd}; \quad (12)$$

$$\varepsilon_{sm} \leq \varepsilon_{ud}. \quad (13)$$

В статті розглядається методика розрахунку міцності нормального перерізу косостиснутих залізобетонних колон квадратного профілю на прикладі трапецієподібної форми стиснутої зони бетону, і тому розрахункова схема має вигляд, представлений на рисунку 2. Для виведення розрахункових формул використані загальні рівняння рівноваги (5 – 7), котрі в площині координатної осі Y , перпендикулярної до нейтральної лінії, набувають вигляду:

$$\sum Z = 0: N_{Ed} - N_c + N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} + N_{s4} = 0; \quad (14)$$

$$\sum M_A = 0: N_c(y_{N_{Ed}} - y_{N_c}) - N_{s1}(y_{N_{Ed}} + y_{s1}) + N_{s2}(y_{N_{Ed}} - y_{s2}) + N_{s3}(y_{N_{Ed}} - y_{s3}) - N_{s4}(y_{N_{Ed}} + y_{s4}) = 0; \quad (15)$$

де N_{Ed} – поздовжня сила від зовнішнього навантаження;

N_c – рівнодійна напружень в бетоні стиснутої зони;

$N_{s1}, N_{s2}, N_{s3}, N_{s4}$ – зусилля в арматурних стержнях 1, 2, 3, 4 відповідно;

$y_{N_{Ed}}$ – відстань від нейтральної лінії до точки прикладання сили N_{Ed} ;

y_{N_c} – відстань від нейтральної лінії до точки прикладання зусилля N_c ;

$y_{s1}, y_{s2}, y_{s3}, y_{s4}$ – відстані від нейтральної лінії до точок прикладання зусиль $N_{s1}, N_{s2}, N_{s3}, N_{s4}$ відповідно.

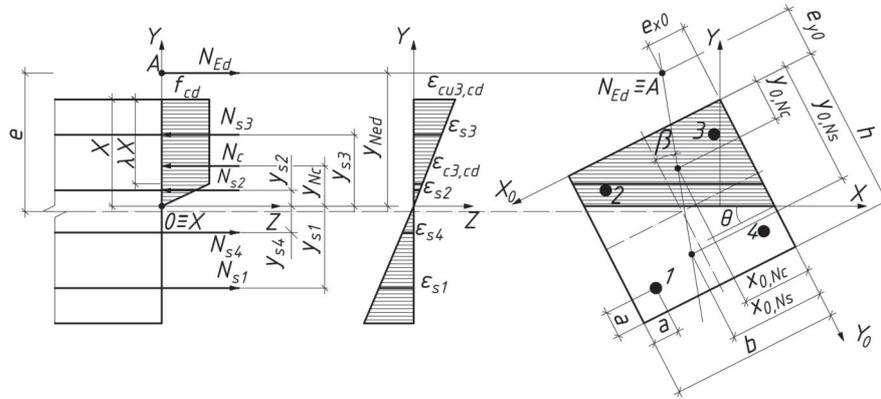


Рис. 2. Розрахункова схема зусиль, напружень та деформацій у нормальному перерізі косостиснутої залізобетонної колони з трапецієподібною формою стиснутої зони

Після здійснення інтегрування функції (8–9) по осі Y , а потім по осі X в межах трапецієподібною форми стиснутої зони перерізу (рис. 2) отримані вирази для визначення значень рівнодійної N_c та відстані y_{Nc} від точки її прикладання до нейтральної лінії:

$$N_c = \frac{f_{cd}b}{\cos \theta} \left(X\omega - \frac{b \sin \theta}{2} \right); \quad (16)$$

$$y_{Nc} = \frac{S_{cx}}{N_c} = \frac{6X^2\varphi - b \sin \theta (3X - b \sin \theta)}{3(2X\omega - b \sin \theta)}; \quad (17)$$

$$S_c = \frac{f_{cd}b}{\cos \theta} \left(X^2\varphi - \frac{b \sin \theta (3X - b \sin \theta)}{6} \right), \quad (18)$$

де ω, φ – відповідно коефіцієнти повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони та відносного значення координати точки прикладання зусилля N_c :

$$\omega = \frac{1 + \lambda}{2}, \quad (19)$$

$$\varphi = \frac{2 + 2\lambda - \lambda^2}{6}. \quad (20)$$

Визначення рівнодійних N_{si} пропонується виконувати залежно від значення напружень σ_{si} , що відповідають деформаціям ε_{si} на розрахунковій дволінійній діаграмі стану арматури, на основі наступного виразу:

$$N_{si} = \sigma_{si} A_{si}, \quad (21)$$

де A_{si} – площа поперечного перерізу i -го стержня арматури.

Значення напружень σ_{si} визначаються за формулами (3 – 4) залежно від відносних деформацій арматури

$$\varepsilon_{si} = \frac{y_{si} \varepsilon_{cu3,cd}}{X}. \quad (22)$$

Для випадку положення нейтральної лінії, зображеного на рисунку 2, відстані від нейтральної лінії до точок прикладання зусиль визначатимуться так:

$$y_{N_{Ed}} = e - (0,5h \cos \theta + 0,5b \sin \theta - X); \quad (23)$$

$$y_{s1} = (h - a) \cos \theta + (b - a) \sin \theta - X; \quad (24)$$

$$y_{s2} = X - (a \cos \theta + (b - a) \sin \theta); \quad (25)$$

$$y_{s3} = X - (a \cos \theta + a \sin \theta); \quad (26)$$

$$y_{s4} = (h - a) \cos \theta + a \sin \theta - X, \quad (27)$$

де e – ексцентриситет прикладання сили N_{Ed} (відстань від центра поперечного перерізу колони до лінії дії сили N_{Ed});

X – висота стиснутої зони перерізу;

b – ширина поперечного перерізу залізобетонної колони;

θ – кут нахилу нейтральної лінії;

h – висота поперечного перерізу залізобетонної колони;

a – відстань від центру ваги арматурного стержня до найближчих граней поперечного перерізу колони.

Розв'язання системи рівнянь (14 – 15) з урахуванням (16 – 27) дає можливість визначити висоту X стиснутої зони бетону та граничне значення зовнішнього навантаження N_{Ed} . При цьому визначення значення кута θ нахилу нейтральної лінії пропонується здійснювати на основі умови про розташування внутрішніх зусиль N_s і N_c та зовнішньої сили N_{Ed} в одній площині. Тобто, застосовуючи рівняння, записані в системі координат $X_0 Y_0$ (рис. 2):

$$\operatorname{tg} \beta = (x_{0,N_s} - x_{0,N_c}) / (y_{0,N_s} - y_{0,N_c}); \quad (28)$$

$$\operatorname{tg} \beta = (x_{0,N_s} - e_{x0}) / (y_{0,N_s} + e_{y0}), \quad (29)$$

де e_{y0} , e_{x0} – відстані від початку системи координат до точки прикладання сили N_{Ed} ;

x_{0,N_s} , y_{0,N_s} – координати точки прикладання рівнодійної N_s :

$$x_{0,N_s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{0,si}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}; \quad (30)$$

$$y_{0,N_s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{0,si}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}, \quad (31)$$

де σ_{si} – напруження в i -тому арматурному стержні;
 A_{si} – площа перерізу i -того арматурного стержня;
 $x_{0,si}, y_{0,si}$ – координати розташування i -того арматурного стержня;
 x_{0,N_c}, y_{0,N_c} – координати точки прикладання рівнодійної N_c в бетоні трапецієподібної форми стиснутої зони, обчислення яких можна здійснити за формулами:

$$x_{0,N_c} = S_{c,Y_0} / N_c ; \quad (32)$$

$$y_{0,N_c} = S_{c,X_0} / N_c , \quad (33)$$

де S_{c,Y_0}, S_{c,X_0} – статичні моменти об'ємних фігур розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно відповідно осей Y_0 і X_0 .

Відповідні статичні моменти стиснутої зони бетону визначені в результаті інтегрування функції розподілення напружень по площі стиснутої зони бетону в системі координат $X_0\theta_0Y_0$:

$$S_{cX_0} = \frac{f_{cd}b(3X^2\omega_1 - 3Xb\sin\theta\omega + b^2\sin^2\theta)}{6\cos^2\theta} ; \quad (34)$$

$$S_{cY_0} = \frac{f_{cd}b^2(3X\omega - 2b\sin\theta)}{6\cos\theta} , \quad (35)$$

де ω_1 – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони для випадку трикутної форми стиснутої зони, який обчислюється за виразом:

$$\omega_1 = \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{3} . \quad (36)$$

Після підстановки виразів (34 – 35) в (32 – 33) отримані формули для визначення координат точки прикладання зусилля N_c :

$$x_{0,N_c} = \frac{b(3X\omega - 2b\sin\theta)}{3(2X\omega - b\sin\theta)} ; \quad (37)$$

$$y_{0,N_c} = \frac{3X^2\omega_1 - 3X\omega b\sin\theta + b^2\sin^2\theta}{3\cos\theta(2X\omega - b\sin\theta)} . \quad (38)$$

Сумісне розв'язання рівнянь (28) та (29) з урахуванням (30 – 31) та (37 – 38) дає можливість визначити кут θ нахилу нейтральної лінії в перерізі косостиснутої залізобетонної колони безкапітельно-безбалкової конструктивної системи для випадку трапецієподібної форми стиснутої зони бетону.

Висновки. У результаті проведених теоретичних досліджень на основі застосування деформаційної моделі з дволінійними діаграмами стану матеріалів отримані аналітичні залежності для визначення всіх параметрів, необхідних для розв'язання задач міцності косостиснутих залізобетонних

колон безкапітельно-безбалкової конструктивної системи. Рівняння можуть бути використані як при перевірці несучої здатності косостиснутих колон, так і при підборі необхідної кількості арматури, чим підтверджується узагальненість прийнятої розрахункової моделі.

1. Ключко Оксана. Переживаючи економічну кризу, «Полтавабудінвест» розробляє нові технології, що здешевлюють будівництво на третину, і зводить сейсмостійкі багатоповерхівки / Оксана Ключко // *Вечірня Полтава*. – 2009. – №7 (834). – С.4. 2. Павліков А.М. Впровадження безригельно-безкапітельної каркасної конструктивної системи в проектування будівель під доступне житло / А.М. Павліков, О.В. Гарькава, Д.В. Безрукавий // *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць*. – Рівне: НУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 352 – 359. 3. Павликов А.Н. Использование бескапительно-безбалочной каркасной конструктивной системы при проектировании зданий доступного жилья / А.Н. Павликов, Ю.Л. Винников, О.В. Гарькавая // *Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: сборник научных статей XIX Международного научно-методического семинара*. – Брест: БрГТУ, 2014. – С. 169 – 175. 4. [Павліков А. М.](#) Розрахунок несучої здатності збірних залізобетонних елементів безкапітельно-безбалкового перекриття методом граничної рівноваги / А.М. Павліков, С.М. Микитенко // [Збірник наукових праць \[Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка\]. Сер. : Галузеве машинобудування, будівництво](#). – 2014. – Вип. 3(1). – С. 132 – 139. 5. Гарькава О.В. Моделювання напружено-деформованого стану колон безкапітельно-безригельної конструктивної системи будівель / О.В. Гарькава, А.О. Горіна, Г.Г. Височин, Ю.А. Дмитренко // *Проблеми розвитку міського середовища: наук.-техн. збірник*. – К: НАУ, 2014. – Вип. 2(12). – С. 172 – 181. 6. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с. 7. Бойко О.В. Оцінка міцності навскісно зігнутих балок на основі дволінійних діаграм деформування бетону та арматури: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.32.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / О.В. Бойко. – Полтава, 2010. – 22 с. 8. Chen S.F. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section / Chen S.F., Teng J.G., Chan S.L. // *Journal of Structural Engineering*, 2001. – Vol. 127(6). – P. 678 – 685. 9. Hong H. Strength of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / H. Hong // *Journal of Structural Engineering*, 2001. – Vol.127(7). – P. 758 – 762. 10. Bouzid T. Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads / T. Bouzid, K. Demagh // *Slovak journal of civil engineering*. – Bratislava: Slovak university of technology, 2011. – Vol.1. – P. 24 – 32. 11. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с. 12. Сврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд: ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. – К.: Мінрегіонбуд України, 2012. – 312 с.