

УДК 658.513.3:51.001.57

**Дяченко Є. В.** к.т.н., доцент  
ORCID 0000-0002-8551-0805 eugeny1210@gmail.com

**Зима О. Є.** к.т.н., доцент  
ORCID 0000-0001-7484-7755 zymaee@gmail.com

**Пахомов Р. І.** к.т.н., доцент  
ORCID 0000-0001-9169-8296 pahomov\_ri@ukr.net

**Редкін О. В.** к.т.н., доцент  
ORCID 0000-0002-6449-050X redkinov@ukr.net

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

## МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧОГО ПРОЦЕСУ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ЗБЛИЖЕННЯ РОБІТ

**Анотація.** Робота присвячена математичному моделюванню виробничих процесів. Аналізуються існуючі методи моделювання виробничих процесів. Пропонуються розрахункові схеми зв'язку робіт під час планування виробничого процесу методом максимального зближення робіт. Наведені залежності розрахунку параметрів часу та умов застосування запропонованих розрахункових схем. Запропонована методика розрахунку параметрів часу виконання виробничих процесів методом максимального зближення робіт. Приводиться порядок розрахунку та побудови календарного графіка виконання виробничих процесів. Аналізуються переваги запропонованої методики в порівнянні з існуючими методами моделювання.

**Ключові слова:** математичне моделювання виробництва, метод максимального зближення робіт, розрахункові схеми, розрахунок параметрів часу виконання виробничих процесів, календарний графік.

UDC 658.513.3:51.001.57

**Dyachenko E.V.**, Associate Professor  
ORCID 0000-0002-8551-0805 eugeny1210@gmail.com

**Zyma O.E.**, PhD, Associate Professor  
ORCID 0000-0001-7484-7755 zymaee@gmail.com

**Pahomov R.I.**, PhD, Associate Professor  
ORCID 0000-0001-9169-8296 pahomov\_ri@ukr.net  
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

**Redkin O.V.**, PhD, Associate Professor  
ORCID 0000-0002-6449-050X redkinov@ukr.net  
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

## MODELING OF PRODUCTION PROCESS BY THE METHOD OF WORKS MAXIMUM APPROXIMATION

**Abstract.** The work is devoted to mathematical modeling of production processes. Existing methods of production processes modeling are analyzed. Calculated workflow schemes are proposed when planning the manufacturing process by maximizing work approximation. The dependences of the time parameters calculation and the conditions of the proposed calculation schemes application are given. The method of the time parameters calculation of production processes execution by the method of works maximum approximation is offered. The procedure of calculation and construction of production processes calendar schedule is given. The advantages of the proposed methodology in comparison with existing modeling methods are analyzed.

**Keywords:** mathematical modeling of production, method of works maximum approximation, calculation schemes, calculation of time parameters of production processes execution, calendar schedule.

**Вступ.** Сучасне промислове виробництво, що поєднує велику кількість виконавців зі складними та різноманітними взаємозв'язками між ними під час виконання робіт щодо реалізації сумісного проекту, неможливе без гнучкого й оперативного планування. Таке планування можливе тільки на основі застосування розрахункових методів організації проведення робіт. Крім того, управління сучасним виробництвом характеризується множинністю рішень, вибір оптимального з яких внаслідок різноманітності та складності технологій є непростою задачею. Вирішення цієї задачі можливе за рахунок використання економіко-математичних методів моделювання виробничого процесу та обчислювальної техніки. Таким чином, розроблення моделі управління, яка б найбільш адекватно відбивала основні риси виробничого процесу та піддавалась автоматизованому обчисленню, була б зручна у використанні та давала можливість наочного відображення результатів, є актуальним завданням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На сьогодні існує багато методів планування виробничого процесу, кожен з яких характеризується своїми позитивними і негативними якостями, досить широко висвітленими в літературі [1, 2, 3, 4, 5, 6]. До моделей, які набули широкого використання при плануванні виробничих процесів у будівництві, належать графіки Ганта, різноманітні сітьові моделі, матричні моделі. Розглянуті математичні моделі в більшості випадків в остаточному підсумку інтерпретуються в графічні календарні моделі, які близькі за своєю структурою до лінійних графіків. На ряду з позитивними якостями, які обумовлюють можливість використання цих методів, вони мають і певні недоліки.

Так, до недоліків графіків Ганта [1] слід віднести відсутність наочно відображених взаємозв'язків між роботами, негнучкість та жорсткість структури графіка, складність його коригування, складність варіантної проробки, неможливість використання обчислювальної техніки для автоматизації розрахунків.

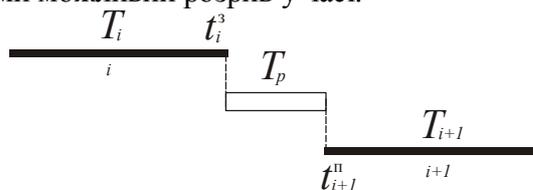
До недоліків сітьового моделювання відносять недостатність наочності відображення виробничих процесів, складність структури, особливо при послідовно-паралельному виконанні робіт, велику трудомісткість розрахунків.

Основним недоліком матричного моделювання є необхідність розділення об'єктів на жорсткі просторові захватки.

Отже, наявність серйозних недоліків в існуючих методах планування зумовлює актуальність досліджень у цьому напрямку.

**Викладення основного матеріалу.** Виходячи з аналізу взаємозв'язків робіт, які характерні для будівельної галузі [1], їх різноманітність можна звести до трьох способів ув'язки робіт у часі: це послідовне, паралельне та послідовно-паралельне виконання робіт. Технологічні та організаційні особливості виконання процесів висувають вимоги до відставання в часі однієї роботи від іншої на мінімально допустиму технологічну чи організаційну перерву. Такі взаємозв'язки робіт з урахуванням організаційних і технологічних перерв дозволяють максимально зблизити їх виконання із послідовно-паралельним виконанням без розділення об'єкта на захватки. Виходячи з цього, у роботі пропонуються розрахункові схеми, які дають змогу змодельовати ці три способи ув'язки робіт у часі та виконати розрахунок параметрів часу виконання робіт методом максимального зближення.

Перша розрахункова схема (1). Послідовне виконання робіт (рис. 1). Послідовне виконання робіт планується в тому випадку, коли для початку наступної роботи необхідне повне закінчення попередньої, до того ж між ними можливий розрив у часі.



**Рис. 1. Розрахункова схема послідовного виконання робіт**

Наприклад, після роботи з бетонування фундаменту під обладнання відбувається набір міцності бетоном, після чого виконуються роботи з монтажу обладнання. При послідовному виконанні робіт закінчення попередньої роботи пов'язане з початком наступної роботи.

Розрахунок параметрів часу при використанні такої схеми виконується за такими залежностями:

$$t_{i+1}^{pn} = t_i^{p3} + T_p; \quad (1)$$

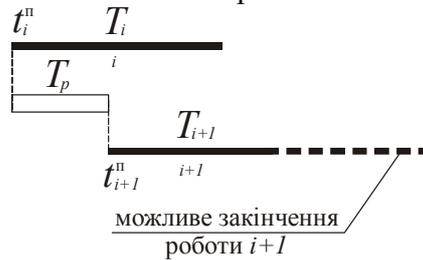
$$t_{i+1}^{p3} = t_{i+1}^{pn} + T_{i+1}; \quad (2)$$

$$t_i^{n3} = t_{i+1}^{nn} - T_p; \quad (3)$$

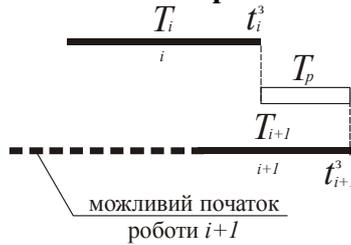
$$t_i^{nn} = t_i^{n3} - T_i, \quad (4)$$

де  $t_{i+1}^{pn}$ ,  $t_{i+1}^{p3}$ ,  $t_i^{p3}$ ,  $t_{i+1}^{nn}$ ,  $t_i^{nn}$ ,  $t_i^{n3}$  – відповідно ранні та пізні початки та закінчення робіт  $i$  та  $i+1$ ;  $T_i$ ,  $T_{i+1}$  – відповідно тривалості попередньої та наступної роботи;  $T_p$  – мінімально допустимий час розриву між роботами.

Друга розрахункова схема (2а, 2b). Паралельне виконання робіт (рис. 2, 3). При паралельному виконанні роботи проводяться незалежно одна від одної, однак може виникнути необхідність ув'язування початків чи закінчень робіт.



**Рис. 2. Розрахункова схема 2а паралельного виконання робіт**



**Рис. 3. Розрахункова схема 2b паралельного виконання**

Наприклад, електрики повинні почати роботи з прокладання електромережі раніше штукатурів; розрив між роботами повинен забезпечувати фронт робіт штукатурам на всьому об'єкті. Надалі електрики і штукатурів виконують свої роботи незалежно один від одного, закінчення однієї роботи впливає на закінчення іншої. Паралельно і незалежно одна від одної можуть виконуватись малярні та сантехнічні роботи. З точки зору взаємозв'язки цих робіт, їх початки не пов'язані між собою, однак закінчуватися малярні роботи повинні пізніше від сантехнічних із таким розривом у часі між їх закінченнями, що дозволяє малярам виконати остаточне фарбування сантехнічних приладів та комунікацій. Параметри часу при використанні схеми 2а, тобто коли роботи пов'язані початками, визначаються таким чином:

$$t_{i+1}^{pn} = t_i^{pn} + T_p; \quad (5)$$

$$t_i^{nn} = t_{i+1}^{nn} - T_p. \quad (6)$$

У випадку поєднання робіт закінченнями параметри часу визначаються так:

$$t_{i+1}^{p3} = t_i^{p3} + T_p; \quad (7)$$

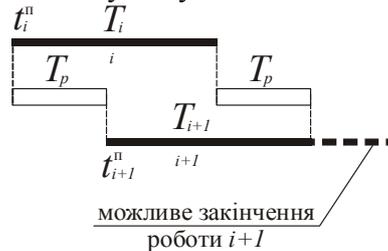
$$t_i^{n3} = t_{i+1}^{n3} - T_p. \quad (8)$$

Третя розрахункова схема (3а, 3b). Послідовно-паралельне виконання робіт (рис. 4, 5). Послідовно-паралельне виконання робіт передбачає постійне відставання наступної роботи від попередньої на певний час, який не може бути меншим від мінімально допустимого розриву між роботами. Мінімум допустимого перерву приймають залежно від вимог техніки безпеки чи технології виконання робіт. Наприклад, між розробленням ґрунту екскаватором і доробкою

грунту вручну необхідний такий розрив у часі, що гарантує безпечну відстань між екскаватором та робітниками. Між штукатурними і малярними роботами приймають технологічно необхідний розрив у часі, який забезпечує висихання штукатурки до початку виконання малярних робіт. Для того, щоб забезпечити мінімально допустимий розрив у часі між роботами протягом їх послідовно-паралельного виконання, необхідне дотримання цього відставання протягом усього виконання робіт (і на початку, і в кінці).

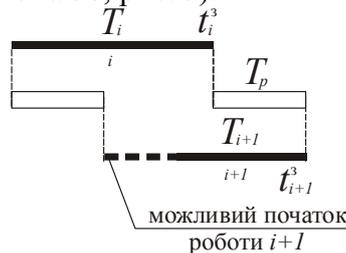
Залежно від співвідношення тривалості попередньої і наступної робіт можна встановити необхідність введення розриву між початками (схема 3а) або закінченнями робіт (схема 3б).

Якщо тривалість наступної роботи більша чи дорівнює попередній, то відставання початку наступної роботи від попередньої на мінімально допустимий розрив гарантує не менше відставання протягом усього часу їх сумісного виконання (схема 3а, рис. 4).



**Рис. 4. Розрахункова схема 3а послідовно-паралельного виконання робіт**

Якщо тривалість виконання наступної роботи менша чи дорівнює тривалості попередньої, то для гарантії відставання наступної роботи від попередньої протягом усього часу їх виконання на величину мінімального розриву достатнє відставання їх закінчень на мінімально допустимий розрив (схема 3б, рис. 5).



**Рис. 5. Розрахункова схема 3б послідовно-паралельного виконання робіт**

При використанні схем послідовно-паралельного виконання робіт розрахунок параметрів часу виконується згідно залежностей (5, 6, схема 3а) та (7, 8, схема 3б).

Для того щоб приступити до розрахунку параметрів часу, необхідно мати організаційно-технологічну схему проведення робіт. При розробці організаційно-технологічної схеми роботи розділяють між собою мінімально можливими допустимими розривами. Роботи заносять у таблицю у порядку послідовності їх виконання. Кодом роботи є її порядковий номер. Одночасно заповнюється графа тривалості робіт. Потім кожна робота розглядається у взаємозв'язку з попередніми роботами, в результаті проведеного аналізу заповнюються коди попередніх робіт та номери розрахункових схем. Якщо робота, яка розглядається, пов'язана з декількома попередніми роботами, то вказується розрахункова схема зв'язку та відставання від кожної з них. Величина мінімально-допустимого розриву між роботами приймається з умов відставання на час технологічної чи організаційної перерви або з вимог відставання в просторі. Обґрунтування необхідності введення розриву між роботами вказується в останній графі таблиці.

Розрахункова таблиця складається з двох частин: лівої, яка описує організаційні і технологічні взаємозв'язки робіт, та правої, в якій виконується розрахунок параметрів часу виконання робіт. Спочатку заповнюється ліва частина таблиці, дані для якої приймаються відповідно до організаційно-технологічної схеми.

Розрахунок починають з обчислення раних параметрів. Розрахунок виконують по кожній роботі, рухаючись від роботи до роботи згори до-низу. Для обчислення використовують залежності, які відповідають розрахунковим схемам взаємозв'язку між роботами. Якщо робота, яка розглядається, пов'язана з декількома роботами, то за розрахункові параметри часу виконання даної роботи приймаються максимальні значення раних параметрів, обчислених для даної роботи.

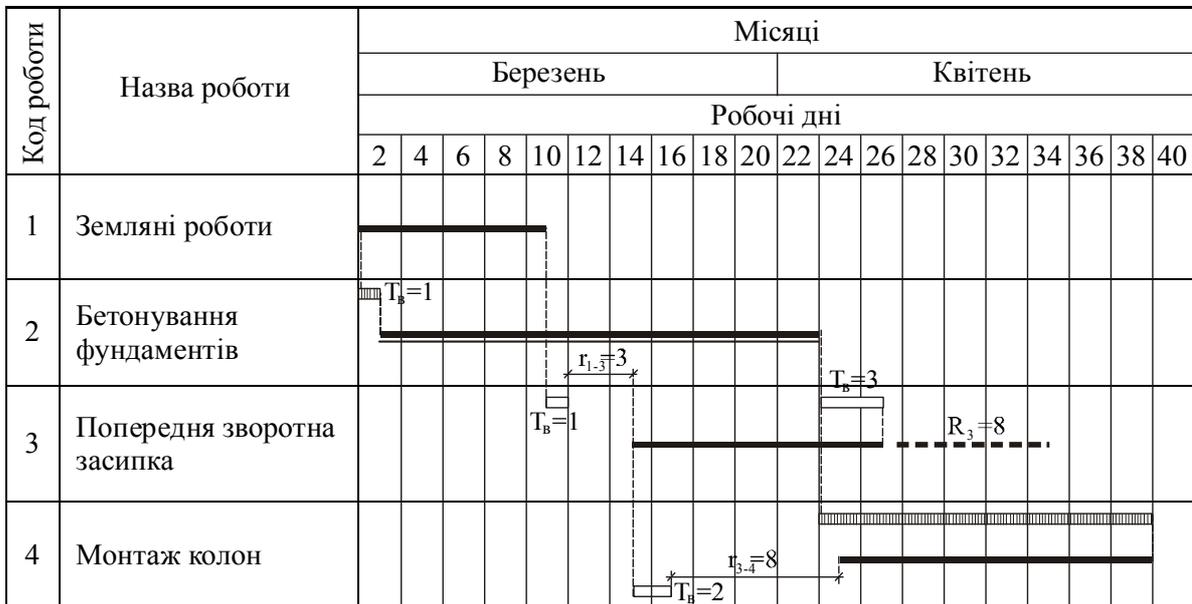
Після розрахунку раних параметрів обчислюють пізні параметри. Розрахунок ведуть для кожної роботи, рухаючись знизу вгору. У завершальній роботі рани і пізні параметри однакові. Розрахунок ведуть за залежностями, які відповідають розрахунковим схемам. Якщо на роботу є кілька посилянь у наступних роботах, то з обчислених по кожному посилянню параметрів часу виконання робіт за розрахункові параметри приймаються мінімальні.

Після розрахунку раних та пізніх параметрів часу виконання робіт обчислюють резерви часу. Вони обчислюються як різниця між пізніми та раними параметрами.

За результатами розрахунку параметрів часу виконання робіт математичну модель виробництва доцільно зобразити у графічному вигляді. Графічне відображення математичної моделі дозволяє представити її в більш наочній формі, прив'язати виконання робіт до календарної основи, що у свою чергу дає можливість планувати забезпечення виробництва ресурсами і контролювати вчасне виконання запланованих робіт. Найбільш наочними і зручними для використання є лінійні календарні графіки. Основою для складання календарного графіка служить форма 1, що приведена в [7].

Розрахунок планування організації виробництва методом максимального зближення робіт дозволяє легко переводити її з аналітичної в графічну форму.

Побудова лінійного графіка виконується за раними параметрами часу. На графіку у вигляді масштабних ліній вказують сплановані за раними параметрами роботи, часові розриви між ними, можливі пізні закінчення робіт, резерви часу, зв'язки між роботами та критичний шлях графіка. Приклад побудови лінійного графіка приведено на рисунку 6.



Умовні позначення:

- — робота;
- ▬ — робота на головному шляху;
- — відставання (розрив у часі);
- ▣ — віставання на головному шляху;
- — резерв часу;
- $T_b=1; r_{3,4}=8; R_3=8$  — позначення відставань, часткових та повних резервів відповідно

**Рис. 6.** Лінійний календарний графік, побудований за результатами розрахунку

**Висновки.** Відомо, що все різноманіття взаємозв'язків між роботами зводиться до трьох видів: послідовне, паралельне та послідовно-паралельне виконання робіт. Перетворення цих відомих взаємозв'язків у розрахункові схеми дозволяє створити принципово нову математичну модель планування виконання робіт. Запропоновані схеми дають змогу відмовитись від жорстких просторових захваток при організації послідовно-паралельного виконання робіт. Заміна відставання робіт у просторі на відставання у часі дає змогу природно враховувати в розрахунках параметрів часу технологічні й організаційні розриви між роботами, що в свою чергу дозволяє максимально зблизити виконання робіт між собою.

Метод максимального зближення робіт являє собою нову аналітичну модель планування виробництва з наочним відображенням організаційних і технологічних взаємозв'язків робіт. Він дозволяє розвинути позитивні якості попередніх моделей та в певній мірі ліквідувати їх негативні властивості. Розроблений метод дає можливість легко переходити від аналітичного моделювання до графічних календарних графіків. Метод максимального зближення робіт легко піддається автоматизації обчислень за допомогою електронно-обчислювальної техніки, а також автоматизації графічної побудови. Це дозволяє більш ефективно виконувати оптимізацію планування виробництва (як за тривалістю, приводячи її до директивної, так і за ресурсами), своєчасно враховувати зміни виробничих обставин. Розроблений метод дозволяє враховувати організаційні і технологічні обмеження, при цьому виключаючи прості бригади, що виконують роботи. Запропоновані розрахункові схеми та залежності для визначення параметрів часу дозволяють охопити все різноманіття взаємозв'язків робіт (послідовне, паралельне, послідовно-паралельне виконання робіт).

### *Література*

1. Дикман Л.Г. *Организация строительного производства: Учебник для строительных вузов* / Л.Г. Дикман. – М: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2006. – 608 с.
2. Юдін А.В. *Планування й управління виробничими процесами з використанням методів математичного моделювання. Навчальний посібник* / А.В. Юдін. – Полтава, 2002 – 188 с.
3. Faizrahmetoon M. (2012) *Mathematical modelling of the scheduling of a production line at SKF (Thesis for the Degree of Master of Science)*. – Gothenburg: Chalmers University of Technology and University of Gothenburg, 2012. – 48 p.
4. OzgUven C., Ozbakir L., & Yavuz Y. (2010) *Mathematical models for job-shop scheduling problems with routing and process plan flexibility Applied Mathematical Modelling*, 34 (2010). – pp. 1539–1548. doi:10.1016/j.apm.2009.09.002.
5. Stafford E., Jr., Tseng F.T., & Gupta J.N.D. (2005) *Comparative evaluation of MILP flowshop models The Journal of the Operational Research Society*, 56 (2005). – pp. 88–101. doi:10.1057/palgrave.jors.2601805.
6. Roslof J., Harjunkoski I., Westerlund T., & Isaksson J. (2002) *Solving a large-scale industrial scheduling problem using MILP combined with a heuristic procedure European Journal of Operational Research*, 138 (2002). – pp. 29–42. doi:10.1016/S0377-2217(01)00140-0.
7. ДБН А.3.1-5-2016. *Організація будівельного виробництва. Мінрегбуд України*, – Київ: 2016. – 61 с.