УДК 517.5

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ НЕПЕРЕРВНОСТІ ФУНКЦІЙ І ТОЧОК РОЗРИВУ : ВІД АНАЛІТИЧНОГО ОЗНАЧЕННЯ ДО ГРАФІЧНОГО СПРИЙНЯТТЯ

Ічанська Н.В., к.ф.-м.н., доцент
Ткач Є.В., студент
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
itm.ichanska@nupp.edu.ua

Вступ. Проблематика неперервності функцій займає центральне місце в курсі математичного аналізу, оскільки саме через розуміння неперервності студенти оволодівають фундаментальними поняттями границі, поведінки функції на проміжку та різних типів розривів. Однак традиційне подання матеріалу часто зводиться до формального означення неперервності та класифікації розривів без достатньої ілюстрації, що утруднює формування інтуїтивного розуміння. Для багатьох студентів означення на кшталт

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

залишається абстрактним доти, доки вони не побачать, як саме виглядає поведінка функції біля точки a.

Сучасні технологічні інструменти — Desmos, GeoGebra, графічні калькулятори, інтерактивні середовища моделювання — надають якісно нові можливості для представлення неперервності та розривів у доступній, наочній та динамічній формі. Візуалізація дозволяє не лише “побачити” розрив, а й співвіднести його з формальними критеріями, порівняти ліву та праву границю, виявити різницю між значенням функції та поведінкою поблизу точки.

Метою даної роботи є формування методичного підходу до пояснення неперервності функцій на основі поєднання аналітичних означень і графічних моделей, а також демонстрація прикладів функцій із різними типами точок розриву та можливостей їх візуалізації у навчальному процесі.

Аналітичні основи неперервності та розривів. Функція $f(x)$ називається неперервною в точці a , якщо виконуються три умови [1]:

1. Існує $f(a)$;
2. Існує границя $\lim_{x\to a} f(x)$;
3. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$.

Порушення хоча б однієї з цих умов призводить до появи точки розриву. Точки розриву поділяються на три основні види [2]:

1. Усувний розрив — границя існує, але не дорівнює значенню функції або $f(a)$ не визначене;
2. Розрив першого роду (стрибок) — існують односторонні границі, але вони не рівні;
3. Розрив другого роду — хоча б одна з односторонніх границь не існує.

Ці формальні властивості часто губляться, коли студент працює з формулами без графічної інтуїції. Тому подальші приклади демонструють, як саме візуалізація дозволяє поєднати аналітичну та геометричну складові.

Приклади функцій і графічне подання типів розривів.

1. *Усувний розрив*. Розглянемо функцію:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$$

Границя при $x \to 1$ дорівнює 0, а значення функції $f(1) = 3$, тому точка $x = 1$ є точкою усувного розриву. На графіку це виглядає як "дірка" на лінії параболи та окрема точка вище. Візуальний ефект дає можливість студенту самостійно:

1. виявити невідповідність між поведінкою поблизу точки та значенням у самій точці;
2. пояснити, як змінити визначення функції, щоб зробити її неперервною (замінити $f(1)$ на 0).

2. *Розрив першого роду (стрибок).* Функція типу:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$$

має стрибковий розрив у точці $x = 0$. Графічно це — два горизонтальні відрізки з "розривом" висоти між ними. Важливий момент для навчання: студенти самі можуть виміряти висоту стрибка — різницю між лівою та правою границями.

3. *Розрив другого роду.* Функція: $f(x) = \tan x$, має розриви другого роду в точках $\frac{\pi}{2} + k\pi$, де $f(x) \to \pm\infty$. Графічна візуалізація через вертикальні асимптоти дозволяє студентам побачити, що проблема — не у значенні функції, а в поведінці, яка "розбігається" безмежно.

Методика візуалізації в навчальному процесі. Використання Desmos, GeoGebra та інших інтерактивних середовищ дозволяє реалізувати три рівні сприйняття:

1. Статичний графік — базове знайомство з формою функції.
2. Динамічні слайдери — змінюємо параметри, спостерігаємо, як "рухаються" розриви.
3. Порівняння кількох функцій — одночасна побудова різних типів розривів.

Ефект: студент бачить не тільки "що таке розрив", а й "чому він саме такий". Також застосовується метод "аналітичної реконструкції графіка": студент отримує графік і повинен відновити формальну класифікацію розриву.

Дидактичні аспекти:

1. Візуалізація знижує когнітивне навантаження та дозволяє перейти від абстракцій до конкретних образів.
2. Графічні моделі сприяють формуванню математичного мислення через інтерпретацію, аналіз і порівняння.
3. Використання інтерактивних інструментів забезпечує дослідницький стиль навчання: студент експериментує і сам виявляє типи розривів.
4. Такі приклади легко інтегрувати у змішане навчання, лабораторні роботи та курси математичного моделювання.

Висновки. Поєднання аналітичних означень та візуальних моделей неперервності значно покращує розуміння студентами природи функціональних залежностей. Графічний підхід сприяє формуванню інтуїтивно правильного уявлення про поведінку функцій, допомагає класифікувати розриви та встановити зв'язок між формальним означенням і виглядом графіка. Використання інтерактивних інструментів робить навчальний процес наочним, гнучким та доступним.

Література:

1. *Вища математика. Границі, неперервність : практикум і збірник задач до розрахункової роботи [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Ф. Зражевська. – Електронні текстові дані (1 файл: 779 Мбайт). – Київ : КПІім. Ігоря Сікорського, 2024. – 61 с.* https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67995

2. Вища математика. Границі та неперервність функції однієї змінної. Диференціальне числення функції однієї змінної (Практичний курс для студентів технічних спеціальностей заочної та дистанційної форм навчання) : навч. посібник / Л. М. Любчик [та ін.] ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків : НТУ "ХПІ", 2016. – 53 с. https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43185

3. King, A. (2017). Using Desmos to draw in mathematics. Australian Mathematics Teacher, The, 73(2), 33 – 37. https://search.informit.org/doi/pdf/10.3316/informit.899356067479475?download=true

УДК 330.45:519.8]:336.761

ПРОГНОЗУВАННЯ КУРСУ АКЦІЙ ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Ічанська Н.В., к.ф.-м.н., доцент, **Лисенко М.В.**, к.ф.-м.н., доцент
Марусиченко О.О., студент
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
itm.ichanska@nupp.edu.ua

У роботі представлено результати аналізу та математичного моделювання динаміки акцій компанії **NVIDIA** – одного з провідних світових виробників графічних процесорів та рішень для штучного інтелекту. У дослідженні застосовано лінійну та експоненційну моделі залежності, а також методи аналізу часових рядів, зокрема обчислення ковзного середнього для згладжування випадкових коливань та виявлення основних тенденцій. Додатково розглянуто можливості використання статистичних підходів і сучасних алгоритмів машинного навчання для побудови короткострокових прогнозів вартості акцій.

Вступ. Протягом останнього десятиліття компанія NVIDIA демонструє стрімке зростання, зумовлене розвитком ринку штучного інтелекту, хмарних технологій та відеоігрової індустрії. Динаміка її акцій характеризується високою волатильністю, вираженими трендами та періодичними різкими коливаннями, що виникають як унаслідок інноваційних релізів, так і під впливом глобальних фінансових змін. Це робить NVIDIA показовим об’єктом для дослідження методів аналізу й моделювання фінансових часових рядів.

Мета роботи – показати можливості застосування лінійних та експоненціальних моделей, ковзних середніх і методів аналізу часових рядів для дослідження та прогнозування вартості акцій *на прикладі компанії NVIDIA*.

Аналітичні підходи та математичні моделі. Для аналізу та прогнозування використовуються такі групи методів [1-4]:

1. Дослідження трендів і структури даних

– Візуалізація часових рядів виявляє загальний висхідний тренд, обумовлений розширенням ринку ШІ.

– Характерні періоди різкої волатильності пов’язані з релізами GPU, квартальними звітами та технологічними новинами.

2. Ковзні середні (SMA, EMA)

– SMA(30) згладжує короткострокові коливання і показує локальні тенденції.

– EMA(30) реагує швидше, що дозволяє фіксувати моменти зміни тренду – особливо важливо для акцій високого темпу зростання, таких як NVIDIA.

3. Регресійні моделі