

УДК 621.396.67

М.К. Бороздін

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава

## ЕНЕРГІЯ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ. ЗБУДЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТАРНИМИ ВИПРОМІНЮВАЧАМИ В СЕРЕДОВИЩАХ З ПЛОСКИМИ ГРАНЯМИ РОЗПОДІЛУ

В статті визначається нижня грань області формування поверхневої хвилі. Вирахування її вкладу в опір випромінювання елементарних вібраторів при різновидних провідностях підстиляючої середовища.

**Ключові слова:** вектор Герца, вектор Пойнтинга, поверхнева хвиля.

### Постановка проблеми

Відомо, що антени, розташовані в неоднорідних середовищах збуджують хвилі вздовж поверхонь розділу. Являє інтерес визначити долю підведеної до антени потужності, яка витрачається на випромінювання поверхневих хвиль.

### Основний матеріал

Розглянемо в якості найпростішого випадку елементарні диполі, розміщені в плоскій межі двох середовищ з магнітною проникністю  $\mu_0$  і комплексними діелектричними проникненнями:

$$\varepsilon'_{r_i} = \varepsilon_{r_i} + j60\lambda\delta_i, \quad (1)$$

де  $\varepsilon_{r_i} = \varepsilon_i/\varepsilon_0$  – відносна діелектрична постійна;  $\delta_i$  – провідність середовища з номером  $i$ ;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $j = \sqrt{-1}$ .

Залежність від часу  $\exp(-j\omega t)$ , де  $\omega = 2\pi f$  – циклічна частота гармонічних коливань. Верхнє середовище можна вважати вільним простором, взявши  $\varepsilon_{r_1} = 1$  та  $\delta_1 = 0$ . Строгі вирази для полів елементарних джерел у двошаровому середовищі отримані Зоммерфельдом за допомогою інтегральних уявлень векторів Герца. Наприклад, однокомпонентний вектор Герца вертикального електричного диполя (ВЕД) у верхньому на півпросторі

$$\Pi_{z_1}^{\text{ВЕД}} = \frac{30jIL}{k} \left[ \frac{e^{jkR_1}}{R_1} - \frac{e^{jkR_2}}{R_2} + 2k_2^2 \int_0^\infty \frac{J_0(\theta, r) e^{-(k_1 + \alpha)\sqrt{r^2 + z^2}} \theta d\theta}{k_1^2 \sqrt{\theta^2 - k_2^2} + k_2^2 \sqrt{\theta^2 - k_1^2}} \right]; \quad (2)$$

де  $k_i = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon'_{r_i}}}{\lambda}$  – хвильове число (для векторного середовища ( $k_1 = k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , так як  $\sqrt{\varepsilon'_{r_1}} = 1$ );  $IL$  – момент диполя;  $R_1$  та  $R_2$  – відстань від диполя та його дзеркального зображення до точки спостереження  $P$ ;  $J_0(\theta, r)$  – функція Бесселя. Складові електричного магнітного поля знаходяться так:

$$E_i = \text{grad div } \Pi_i + k_i^2 \Pi_i; \quad H_i = -j\omega \varepsilon'_i \text{rot } \Pi_i. \quad (3)$$

Вхідний опір диполя можна вирахувати різними способами. Найбільш часто використовують метод навідних ЕДС та вектора Пойнтинга. У відношенні з першим методом розраховують напругу, наведене на диполі електричним полем, знайденим з виразів (2), (3) та використовують закон Ома. По другому методу інтегрують вектор Пойнтинга

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E} \vec{H}^*]_{\text{на}}. \quad (4)$$

що означає щільність потоку потужності через замкнену поверхню (з нормаллю  $n$ ), всередині якої розміщене джерело. Проте в обох викладених методах вираження для опорів виходять у вигляді складних інтегралів на площині комплексної змінної, в яких неможливо розділити вклади поверхневої та просторової хвиль та ближнього поля джерела.

Для практичних розрахунків строгі вирази для поля (1), (2) аналізують за допомогою методів перевалу, інтегрального рівняння або операторним методом з застосуванням теореми компенсації. Приблизна формула для поля ВЕД записується так:

$$E_{z_1}^{\text{ВЕД}} = -j30kIL \left\{ \cos^2 \theta_1 \frac{e^{jk_1 R_1}}{R_1} + R_2 \cos^2 \theta_2 \frac{e^{jk_2 R_2}}{R_2} + \frac{2j \sin \theta_2 \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2 \theta_2}}{e^{\frac{1}{2}t}} \frac{e^{jk_2 R_2}}{kR_2} + (1 - R_2) \cdot \left[ 1 - \frac{1}{e^{\frac{1}{2}t}} + \frac{\cos^2 \theta_2}{(e^{\frac{1}{2}t})^2} \right] F(W) \frac{e^{jk_2 R_2}}{R_2} + \left( j - \frac{1}{kR_1} \right) (1 - 3 \sin^2 \theta_1) \frac{e^{jk_1 R_1}}{R_1} + \left( j - \frac{1}{kR_2} \right) (1 - 3 \sin^2 \theta_2) \frac{e^{jk_2 R_2}}{kR_2^2} \right\}. \quad (5)$$

Компоненти  $E_r$  та  $H_\phi$  виражаються аналогічно з використанням коефіцієнтів Френеля вертикально поляризованих хвиль

$$R_B = \frac{\varepsilon'_r \sin \theta - \sqrt{\varepsilon'_r - \cos^2 \theta}}{\varepsilon'_r \sin \theta + \sqrt{\varepsilon'_r - \cos^2 \theta}}. \quad (6)$$

$$\text{В (5), (6) } \sin \theta_1 = \frac{z-h}{R_1}, \quad \sin \theta_2 = \frac{z+h}{R_2}; \quad \sin \theta = \frac{z}{R}$$

$$F(W) = 1 + j\sqrt{\pi W} e^{-W} \text{erfc}(-j\sqrt{W}) = 1 + j\sqrt{\pi} \xi W(\xi). \quad (7)$$

функція ослаблення, яка виражається я через додатковий інтеграл ймовірностей  $\text{erfc}(-j\xi)$  або інтеграл ймовірностей комплексної змінної  $W(\xi)$ . Її аргумент – чисельна відстань вертикального поляризованого поля

$$U = \xi^2 - \frac{jR_0}{z(\xi^2)} (\xi_1^2 - \cos^2 \theta_2) \left( 1 + \frac{\sin \theta_2 \sqrt{\xi_1^2 - \cos^2 \theta_2}}{\xi_1^2} \right). \quad (8)$$

Відмітимо, що з допомогою інтегрування по методу вектора Пойтинга густиною потоку потужності по нескінченно віддаленій на півсфері від членів виразу (5), з урахуванням попередності електромагнітного поля в дальній зоні

$$Z_0 H_\varphi = E_\theta. \quad (9)$$

де  $Z_0 = 120\pi$  Ом – хвильовий опір вільного простору, можна отримати потужність і опір випромінювання просторової хвилі, співпадаючи з визначеними по методу Хенсона-Беккерлея по потоку. Інтегрування вектора Пойтинга від до першого члена формули (5) з урахуванням виразу (9) по нескінченно віддаленій сфері дає опір випромінювання диполя у вільному просторі  $R_0 = 20(kl)^2$  (формулу Рюденберга). Однак інтеграл від густини потоку енергії поверхневої хвилі по нескінченно віддаленій поверхні дорівнює нулю, а так як її залежність від відстані за рахунок функцій ослаблення (7) більш сильна, ніж у просторової хвилі. Відомо, що механізм розповсюдження поверхневої хвилі формується за рахунок безперервного підтікання енергії поля в більш щільне середовище. Це явище проілюстроване на рис. 1, на якому умовно показана прилегла до кордону межі розділу частина фронту поверхневої хвилі і стрілками позначений напрямок вектора Пойтинга.

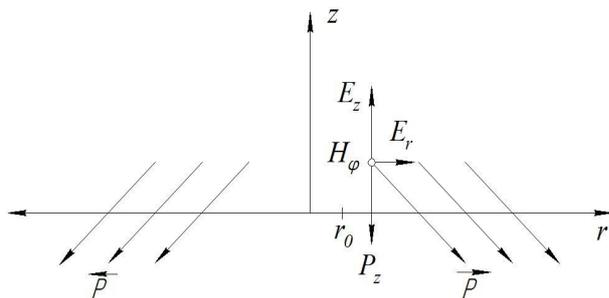


Рис. 1. До розрахунку енергії поверхневої хвилі

Таким чином вся енергія поверхневої хвилі зрештою виявляється поглиненою в нижньому на півпросторі, що дає підставу написати за методом вектора Пойтинга рівність:

$$W_{\text{повз}} = \frac{Re}{2} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{\infty} P_z r dr d\varphi; \quad (10)$$

де  $W_{\text{повз}}$  – енергія поля поверхневої хвилі;  $P_z$  – нормальний до кордону розділу компонент вектора Пойтинга, визначений за складовими електромагнітного поля поверхневої хвилі на межі розділу (площини  $Z=0$ ). З виразу (5), якщо джерело розташоване на кордоні ( $h=0$ ) за умови:

$$|\xi_1^2| \gg 1; \quad (11)$$

тобто

$$E_z^{\text{БЗД}} = -j60kl \left[ F(U) + \frac{j}{kr} - \frac{1}{k^2 r^2} \right] \frac{e^{jkr}}{r}; \quad (12)$$

Оскільки  $\theta_1 = \theta_2 = \theta = 0$  то  $R_\theta = -1$ . Можна бачити що поле просторової хвилі на межі розділу дорівнює нулю у виразі (12) присутній тільки поверхнева хвиля індуктивно-статичні члени, зумовлюють внесок опір диполя ближнього поля і втрат в навколишньому його середовищі. Для ВЕД у відповідності з виразом (4) необхідно розглянути

$$P^{\text{БЗД}} = \frac{1}{2} Re [E_r H_\varphi^*]; \quad (13)$$

Магнітне поле можна визначити, використовуючи співвідношення (9)

$$H_\varphi = E_z / Z_0; \quad (14)$$

Для знаходження радіанального компонента електричного поля зручно скористатися його зв'язки з дотичною складовою магнітного поля через нормалізований поверхневий імпеданс  $\delta$ :

$$E_r = \delta Z_0 H_\varphi; \quad (15)$$

За умови (11) імпеданс

$$\delta = 1 / \sqrt{\xi_1^2}; \quad (16)$$

Чисельну відстань (8), можна записати як:

$$U = \frac{jk\delta^2}{2} r; \quad (17)$$

а граничне число (15) переходить у відомі граничні умови Леонтовича. Підставляючи (10) у (13) -- (15) та первинний член з (12), а потім, інтегруючи за полярним кутом, отримуємо такий вираз:

$$W_{\text{повз}} = 30k^2 l^2 Re \delta \int_{r_0}^{\infty} F(U) F^*(U) \frac{dr}{r}; \quad (18)$$

Для того щоб визначити нижню межу інтегрування, досліджуємо підінтегральну функцію при малих значеннях аргументу. Використовуючи розкладання в ряд Маклорена інтеграла ймовірності [3], функцію ослаблення (7) можна представити як

$$F(U) = 1 + j\sqrt{\pi U} - 2U; \quad (19)$$

Звідси випливає, що нижню межу в інтегралі неможна прирівнювати до нуля, так як підінтегральне рівняння має особливість логарифмічного типу в джерелі (при  $U \rightarrow 0, F(U) \rightarrow 1$ ). В околиці диполя  $kr \ll 1$  превалюють індукційно-статичні члени поля.

Розглянемо поведінку фазового фронту (12) повного поля при малих  $kr$ . виділивши фазу

$$\Phi = -\omega t + \alpha + \arctg \frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}; \quad (20)$$

$$C_\Phi = \frac{dr}{dt} = \frac{c[(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2]}{\alpha^2(\alpha^2 - 2)}; \quad (21)$$

де  $c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  – швидкість проходження світла у вільному просторі.

Досліджуючи функцію (21), знаходимо її залежність від відстані, з якої випливає, що в області  $kr \ll \sqrt{2}$  фазова швидкість спрямована, до джерела поля і в ній йдуть процеси формування випромінен-

ня та про наявність поверхневої хвилі не може бути й мови. Тому виберемо відстань:

$$r_1 = \frac{\sqrt{2}}{k}; \quad (22)$$

Як нижню межі області визначення поверхневої хвилі, повертаючись до енергії поверхневої хвилі (18) і використовуючи вираз (7) для функції ослаблення, отримуємо остаточну розрахункову формулу:

$$W_{\text{пов.}} = -30k^2 I^2 I^2 R_{\text{об}} \int_{r_0}^{\infty} [1 + \pi |\xi|^2 |W(\xi)|^2 + j\sqrt{\pi} [\xi W(\xi) - \xi^* W(\xi)^*]] \frac{d\xi}{\xi}.$$

Інтегрування проводиться чисельним методом з використанням таблиць  $W(\xi)$ , приведених з довідника [3], в області чисельних відстаней  $|U| \ll 20 \div 30$ . При великих відстанях використовувалась асимптотичне уявлення функцій ослаблення  $F = -\frac{1}{2U}$ .

На рис. 2 приведена розрахункова залежність відношення вкладу в опір ВЕД, обумовленого випромінювання поверхневої хвилі, до його опору на ідеально провідній поверхні.

$$\frac{R_{\text{пов.}}}{2R_0} = \frac{W_{\text{пов.}}}{20I^2(kD)^2}.$$

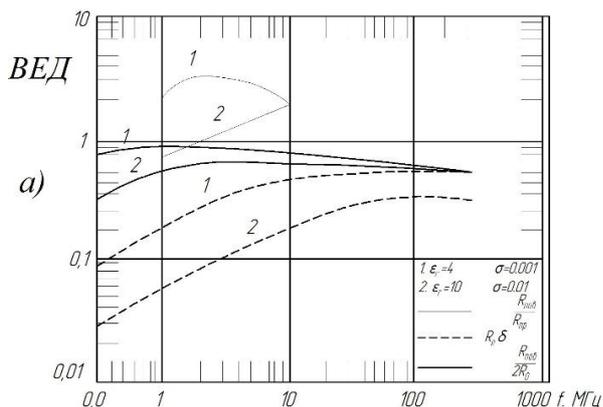


Рис. 2. Результат розрахунку опорів ВЕД

### Висновки

Таким чином, енергія поперечно електричної хвилі горизонтальних джерел, на порядок нижче ніж у поперечно-магнітної і в межах похибки розрахунків може не прийматися до уваги.

### ЭНЕРГИЯ ПОВЕРХНОСНЫХ ВОЛН, ВОЗБУЖДЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫМ ИЗЛУЧАТЕЛЕМ В СРЕДЕ С ПОСКИМИ ГРАНЯМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

М.К. Бороздин

*В статье определяется нижняя грань области формирования поверхностной волны. Вычислен ее вклад в сопротивление излучения элементарных вибраторов при разном проводимостях подстилающей среды.*

**Ключевые слова:** вектор Герца, вектор Пойнтинга, поверхностная волна.

### ENERGY OF SURFACE WAVES EXCITED BY AN ELEMENTARY EMITTER IN A MEDIUM WITH THE FLAT FACE OF DISTRIBUTION

M.K. Borozdin

*In the article the lower field-forming facet surface wave. Calculated its contribution to the radiation resistance of elementary dipoles at variety conductivity underlain environment.*

**Keywords:** Hertz vector, Poynting vector, Surface wave.

На рис. 3 приведена величина співвідношення

$$\frac{W_{\text{пов.}}}{S_z} = \frac{R_{\text{пов.}}}{R_{\text{сп}}}$$

для джерел ГЕД та ГМД, розміщених над ярунтом середньої провідності.

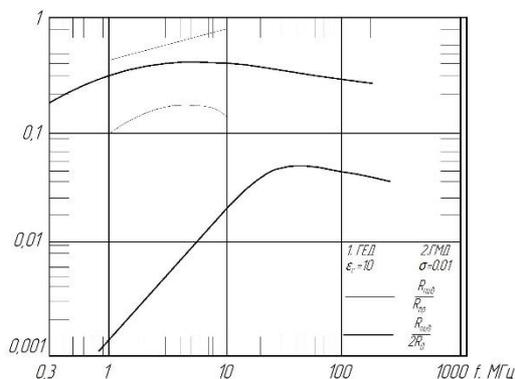


Рис. 3. Результат розрахунків опорів випромінювання джерел типу ГЕД та ГМД

Досліди поверхневого імпедансу зручне тим, що він записує в загальному випадку довільну багаточасову структуру нижнього напівпростору. Імпеданс може бути знайдений і для хвиль, поширюється уздовж нижньої границі розділу («під поверхневих» хвиль) при розміщенні джерела в шарі з більшою комплексною проникністю (наприклад, в морській воді або осоківих породах, покриваючу середу з меншою діелектричною проникністю). Запропонована методика оцінки енергії поверхневих хвиль застосовані в цих ситуаціях.

### Список літератури

1. Муравьев Ю.К. *Справочник по расчету проволочных антен* / Ю.К. Муравьев. – ВАС, 1997.
2. Губанов В.С. *Входное сопротивление и сопротивление излучения элементарных вибраторов, расположенных над полупроводящей почвой* / В.С. Губанов. – М. : Связь, 1973.
3. *Справочник по специальным функциям* / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган – М. : Наука, 1979.

Надійшла до редколегії 11.02.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.М. Сільвестров, Національний технічний університет України «КПІ», Київ.

УДК 621.396.96.095.4:528.8.04-047.27

В.К. Волосюк<sup>1</sup>, В.В. Павликов<sup>1</sup>, Е.Н. Тимощук<sup>2</sup><sup>1</sup> *Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*<sup>2</sup> *Киевская государственная академия водного транспорта имени гетмана Петра Конашевича-Сагайдачного, Украина*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

*Предложен ряд понятий и определений для описания сверхширокополосных антенных систем и принимаемых сигналов. Такими понятиями являются функция пространственно-временной чувствительности, спектральная плотность автокорреляционной функции (спектральная плотность пространственной функции чувствительности) амплитудно-фазового распределения, спектральная плотность функции пространственной когерентности сигнала, определение диаграммы направленности сверхширокополосной антенной системы и др. Введенные понятия и их коррекции необходимы для математической формализации алгоритмов пространственно-временной обработки сверхширокополосных полей. Рассмотрены также частные случаи выполнения условия пространственно-временной узкополосности.*

**Ключевые слова:**  $V_F$ -преобразования, сверхширокополосные поля, пространственно-временная обработка сигналов.

### Введение

Решение задач пространственно-временной обработки сверхширокополосных полей в сравнении с аналогичной обработкой узкополосных сигналов требует определенной коррекции основных понятий и определений, касающихся их спектрально-волновых и спектрально-корреляционных преобразований в пространственно-распределенных антенных системах. В работах [1, 2] рассмотрен ряд новых  $V$ -преобразований ( $V_F$ ,  $V_\Phi$ ,  $V_L$ ), применимых для обработки сверхширокополосных полей и не требующих выполнения условий пространственно-временной узкополосности (ПВУ) [3], или квазимонохроматического приближения (КМП) [4, 5]. Полученные преобразования позволяют уточнить и скорректировать ряд понятий и определений, используемых в теории пространственно-временной обработки сигналов, а также ввести новые понятия для математической формализации описания сверхширокополосных полей и их обработки в антенных системах.

Целью работы является обоснование коррекции и введения новых понятий и определений для математической формализации пространственно-временной обработки полей в сверхширокополосных антеннах и антенных решетках (АР).

### 1. Апертурные характеристики антенн по напряженности полей

Амплитудно-фазовое распределение (АФР) чувствительности элементов  $d\vec{r}'$  в окрестностях координат различных точек  $\vec{r}'$  некоторой сплошной

апертуры на каждой конкретной частоте  $f$  целесообразно представить таким выражением

$$\dot{I}(f, \vec{r}', \vec{\Theta}_0) = \dot{I}_b(f, \vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\Theta}_0 \vec{r}'}{c}\right). \quad (1)$$

Экспоненциальный множитель в этом выражении является коэффициентом передачи идеализированных задерживающих устройств в каждой из точек  $\vec{r}' \in D'$  на времена задержек  $\vec{\Theta}_0 \vec{r}' c^{-1}$ . Он обеспечивает фокусировку антенной системы на направление  $\vec{\Theta}_0$ . Практически подключить линию задержки к каждой точке апертуры невозможно. Но, например, в параболических антеннах этот множитель возникает естественным образом при смещении в фокальной плоскости облучателя.  $\dot{I}_b(f, \vec{r}')$  – некоторое базовое АФР, в простейшем случае, имеющее постоянное значение равно единице в области раскрытия антенны. В более сложных случаях с целью оптимизации формы диаграммы направленности АФР корректируют весовыми окнами Хемминга, Хана, Кайзера, Кравченко и др.

Для антенных решеток с неподвижными элементарными антеннами и одинаковыми базовыми АФР элементарных антенн её полное АФР  $\dot{I}(f, \vec{r}', \vec{\Theta}_0)$  можно представить выражением

$$\dot{I}(f, \vec{r}', \vec{\Theta}_0) = \sum_{i=1}^N \dot{I}_b(f, \vec{r}' - \vec{r}'_i) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\Theta}_0 \vec{r}'_i}{c}\right). \quad (2)$$

Здесь задержки поля осуществляются после его приема на выходах каждой из элементарных антенн. После синфазного сложения задержанных сигналов происходит фокусировка антенны на заданное на-