

О.В. ВОРОНЦОВ,  
Л.О. ТУЛУПОВА  
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»  
І.В. ВОРОНЦОВА  
Полтавський коледж нафти і газу Національного університету  
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

## **СПОСІБ ОДНОВИМІРНОЇ ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ЗА КООРДИНАТАМИ ТРЬОХ ТОЧОК ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ НА ПРИКЛАДІ ПОКАЗНИКОВИХ ФУНКЦІЙ**

*Дискретне геометричне моделювання має на меті дискретне представлення та визначення геометричних образів (будь-яких інженерних об'єктів, процесів чи явищ).*

*Розв'язання більшості інженерних задач вимагає побудови і аналізу геометричних моделей, процесів, явищ у дискретному вигляді. Основні вимоги до таких моделей — адекватність, наочність, простота, точність. Створювані моделі із заданою точністю повинні відображати усі характерні риси об'єктів і одночасно бути максимально доступними при дослідженнях. Дискретне геометричне трактування чисельних методів, зокрема методу скінчених різниць, тісно пов'язане з конкретними прикладними задачами, надає чисельним методам наочності і робить їх ефективним інструментом проектування геометричних об'єктів.*

*Реалізація процесу дискретного геометричного моделювання передбачає, зокрема, розроблення ефективних алгоритмів переходу від дискретно представленого образу до його неперервного аналогу і навпаки тому, що найбільш суттєві теоретичні та прикладні результати створення методик моделювання отримані для неперервних форм вхідних даних, а більшість вхідних даних, цільових умов та вимог вирішуваних прикладних задач, форми представлення, обробки та аналізу даних на ПЕОМ мають дискретний характер. Залучення геометричного апарату суперпозицій дозволяє простими методами виконувати такі переходи.*

*Застосування геометричного апарату суперпозицій у поєднанні з класичним методом скінчених різниць, дозволяє істотно підвищити ефективність та розширити можливості процесу дискретного моделювання геометричних образів (ГО). Зокрема дослідити можливість використання у якості інтерполянтів не тільки параболічних, а й будь-яких інших функціональних залежностей.*

*На прикладі показникової функції показано, що одержані формули обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції заданих трьох вузлових точок для обраних розрахункових схем, дозволяють розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких одновимірних функціональних залежностей (визначати ординати шуканих точок дискретних кривих за трьома заданими ординатами вузлових точок) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних рівнянь.*

*Ключові слова: дискретне моделювання, геометричні образи, метод скінчених різниць, геометричний апарат суперпозицій, показникові функції.*

О. В. ВОРОНЦОВ,  
Л.А. ТУЛУПОВА  
Національний університет «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»  
И.В. ВОРОНЦОВА  
Полтавский колледж нефти и газа Национального университета  
«Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

## **СПОСОБ ОДНОМЕРНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПО КООРДИНАТАМ ТРЕХ ТОЧЕК ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ**

*Целью дискретного геометрического моделирования является дискретное представление и определения геометрических образов (любых инженерных объектов, процессов или явлений).*

*Решение большинства инженерных задач требует построения и анализа геометрических моделей, процессов, явлений в дискретном виде. Основные требования к таким моделям - адекватность, наглядность, простота, точность. Создаваемые модели с заданной точностью должны отражать все характерные черты объектов и одновременно быть максимально доступными при исследованиях. Дискретная геометрическая трактовка численных методов, в частности метода конечных разностей, тесно связано с конкретными прикладными задачами, придает численным методам наглядности и делает их эффективным инструментом проектирования геометрических объектов.*

*Реализация процесса дискретного геометрического моделирования предусматривает, в частности, разработку эффективных алгоритмов перехода от дискретно представленного образа к его непрерывному аналогу и наоборот потому, что наиболее существенные теоретические и прикладные результаты создания методик моделирования получены для непрерывных форм входных данных, а большинство входных данных, целевых условий и требований решаемых прикладных задач, формы представления, обработки и анализа данных на ПЭВМ имеют дискретный характер. Привлечение геометрического аппарата суперпозиций позволяет простыми методами выполнять такие переходы.*

*Применение геометрического аппарата суперпозиций в сочетании с классическим методом конечных разностей, позволяет существенно повысить эффективность и расширить возможности процесса дискретного моделирования геометрических образов (ГО). В частности исследовать возможность использования в качестве интерполянтов не только параболических, но и любых других функциональных зависимостей.*

*На примере показательной функции показано, что полученные формулы вычисления величин коэффициентов суперпозиции заданных трех узловых точек для избранных расчетных схем, позволяют решать задачи сплошной дискретной интерполяции и экстраполяции числовыми последовательностями любых одномерных функциональных зависимостей (определять ординаты искоемых точек дискретных кривых по трем заданным ординатами узловых точек) без трудоемких операций составления и решения больших систем линейных уравнений.*

*Ключевые слова: дискретное моделирование, геометрические образы, метод конечных разностей, геометрический аппарат суперпозиций, показательные функции.*

**O.V. VORONTSOV,**

**L.A. TULUPOVA**

National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

**I.V. VORONTSOVA**

Poltava Oil and Gas College of National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

## METHOD OF ONE-DIMENSIONAL DISCRETE INTERPOLATION BY COORDINATES OF THREE POINTS OF NUMERICAL SEQUENCES ON THE EXAMPLE OF INDICATOR FUNCTIONS

*Discrete geometric modeling aims at the discrete representation and definition of geometric images (any engineering objects, processes or phenomena).*

*Solving most engineering problems requires the construction and analysis of geometric models, processes, phenomena in discrete form. The main requirements for such models - adequacy, clarity, simplicity, accuracy. The created models with the set accuracy should reflect all characteristic features of objects and at the same time be as much as possible accessible at researches. Discrete geometric interpretation of numerical methods, in particular the finite difference method, is closely related to specific applications, gives numerical methods clarity and makes them an effective tool for designing geometric objects.*

*The implementation of the process of discrete geometric modeling involves, in particular, the development of effective algorithms for the transition from a discrete image to its continuous counterpart and vice versa because the most significant theoretical and applied results of modeling techniques are obtained for continuous forms of input data. The requirements of the applied problems, forms of presentation, processing and analysis of data on a PC are discrete. Involvement of the geometric apparatus of superpositions allows to perform such transitions by simple methods.*

*The use of the geometric apparatus of superpositions in combination with the classical method of finite differences, allows to significantly increase the efficiency and expand the possibilities of the process of discrete modeling of geometric images (GO). In particular, to investigate the possibility of using not only parabolic, but also any other functional dependencies as interpolants.*

*On the example of the exponential function it is shown that the obtained formulas for calculating the values of the superposition coefficients of the given three nodal points for the selected calculation schemes allow to solve the problems of continuous discrete interpolation and extrapolation by numerical sequences of any one-dimensional functional dependences. ordinates of nodal points) without time-consuming operations of addition and solution of large systems of linear equations.*

*Keywords: discrete modeling, geometric images, finite difference method, geometric apparatus of superpositions, exponential functions.*

**Постановка проблеми.** Для дискретного моделювання геометричних образів можуть бути використані чисельний метод скінчених різниць, статико-геометричний метод, математичний апарат числових послідовностей, що мають свої переваги і недоліки відносно розв'язання конкретних практичних завдань.

Залучення геометричного апарату суперпозицій і математичного апарату числових послідовностей для формування дискретно визначених геометричних образів (ДВГО) значно розширює можливості дискретного геометричного моделювання об'єктів, процесів та явищ. Оскільки далеко не всі числові послідовності є дискретними аналогами неперервних аналітичних залежностей, що визначають відповідні геометричні образи, тому актуальною вбачається проблема вивчення можливостей використання суперпозицій точкових множин нескінченних числових послідовностей для дискретного моделювання неперервних геометричних образів.

У даній статті пропонується застосування у поєднанні з вище переліченими методами геометричного апарату суперпозицій, що дозволяє істотно підвищити ефективність і розширити можливості процесу дискретного моделювання (ГО), а також дає можливість збагачення їх новими ефективними алгоритмами, вдосконалення їх

моделюючих можливостей, розширення кола практичних завдань і оптимізації створюваних для їх реалізації моделей. Зокрема моделювати одновимірні ГО без складання і розв'язання великих систем лінійних рівнянь,

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанням застосування для дискретного моделювання ГО геометричного апарату суперпозицій в поєднанні з класичним методом скінченних різниць, статико-геометричним методом, математичним апаратом числових послідовностей присвячені роботи авторів даної статті [1, 2, 3, 4, 5, 6].

**Формулювання мети дослідження.** Метою даного дослідження є розроблення способу, що дозволяє розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких одновимірних функціональних залежностей (визначати ординати шуканих точок дискретних кривих за трьома заданими ординатами вузлових точок) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних рівнянь.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Згідно доведеної властивості [4, с 728], координати будь-якої точки одновимірної множини точок є суперпозицією (1) координат трьох довільних точок цієї множини:

$$\begin{aligned} x_0 &= k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 \\ y_0 &= k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3 \end{aligned} \quad (1)$$

де:  $k_3 = 1 - k_1 - k_2$ .

Виведемо загальні формули обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції трьох заданих довільних точок  $A_1(i+p_1)$ ,  $A_2(i+p_2)$ ,  $A_3(i+p_3)$  одновимірних числових послідовностей що представляють нескінченні дискретні форми певних функціональних залежностей, для визначення координат невідомих вузлових точок даних послідовностей.

При введенні позначень:  $i + p_n = V_n$ ,  $i + p = V$ ,  $T_n = T_n(V_n)$ ,  $T = T(V)$ , система рівнянь для визначення коефіцієнтів суперпозиції матиме вигляд (2):

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^3 k_n = 1 \\ \sum_{n=1}^3 k_n V_n = V \\ \sum_{n=1}^3 k_n T_n = T \end{cases} \quad (2)$$

Коефіцієнти суперпозиції будуть обчислені за формулами (3):

$$k_s = \frac{\Delta_s}{\Delta}, \quad s = \overline{1,3}. \quad (3)$$

Перевіримо вірність рівнянь (2) на прикладі одновимірної числової послідовності:

$$y_i = a^i \quad (4)$$

Для вихідних даних:

$$i=0; p_1=-10; p_2=0; p_3=10; p=-10; \dots; 0; \dots; 10;$$

$$V_1=-10; V_2=0; V_3=10;$$

$$V=-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10.$$

$$a=2.$$

Звідси, для послідовності (4):

$$T_n = a^{V_n}.$$

Результати розв'язку системи рівнянь (2) для послідовності (4) при умові:  $T_1=1/1024$ ;  $T_2=1$ ;  $T_3=1024$ , наведені у таблиці 1.

Таблиця 1.

Результати розв'язку системи рівнянь (2.26) для послідовності  $y_i = a^i$ .

$V$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
$V_1=-10$	1/1024	1	1024	1/1024	1	0	0
-9	1/1024	1	1024	1/512	4708874/5232645	209711/2093058	-1013/10465290
-8	1/1024	1	1024	1/256	465012/581405	23301/116281	-112/581405

-7	1/1024	1	1024	1/128	3661352/5232645	629117/2093058	-2999/10465290
-6	1/1024	1	1024	1/64	348624/581405	46600/116281	-219/581405
-5	1/1024	1	1024	1/32	544/1089	1091/2178	-1/2178
-4	1/1024	1	1024	1/16	232256/581405	69891/116281	-306/581405
-3	1/1024	1	1024	1/8	1566848/5232645	1467497/2093058	-5891/10465290
-2	1/1024	1	1024	1/4	115968/581405	93150/116281	-313/581405
-1	1/1024	1	1024	1/2	521216/5232645	1885391/2093058	-4097/10465290
$V_2=0$	1/1024	1	1024	1	0	1	0
1	1/1024	1	1024	2	-518656/5232645	2298677/2093058	9217/10465290
2	1/1024	1	1024	4	-114688/581405	138900/116281	1593/581405
3	1/1024	1	1024	8	-1535488/5232645	2693531/2093058	68611/10465290
4	1/1024	1	1024	16	-224256/581405	159471/116281	8306/581405
5	1/1024	1	1024	32	-512/1089	3137/2178	65/2178
6	1/1024	1	1024	64	-313344/581405	171850/116281	35499/581405
7	1/1024	1	1024	128	-3016192/5232645	3040871/2093058	1293319/10465290
8	1/1024	1	1024	256	-320512/581405	151461/116281	144612/581405
9	1/1024	1	1024	512	-2097664/5232645	1887437/2093058	5223433/10465290
$V_3=10$	1/1024	1	1024	1024	0	0	1

Дискретний ряд точок послідовності (4) за даних умов показано на рисунку 1.

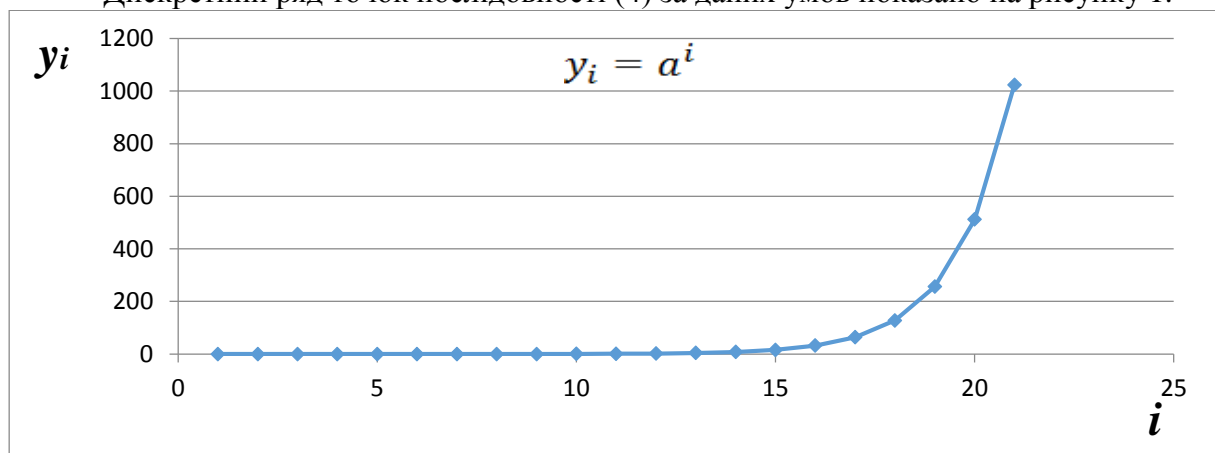
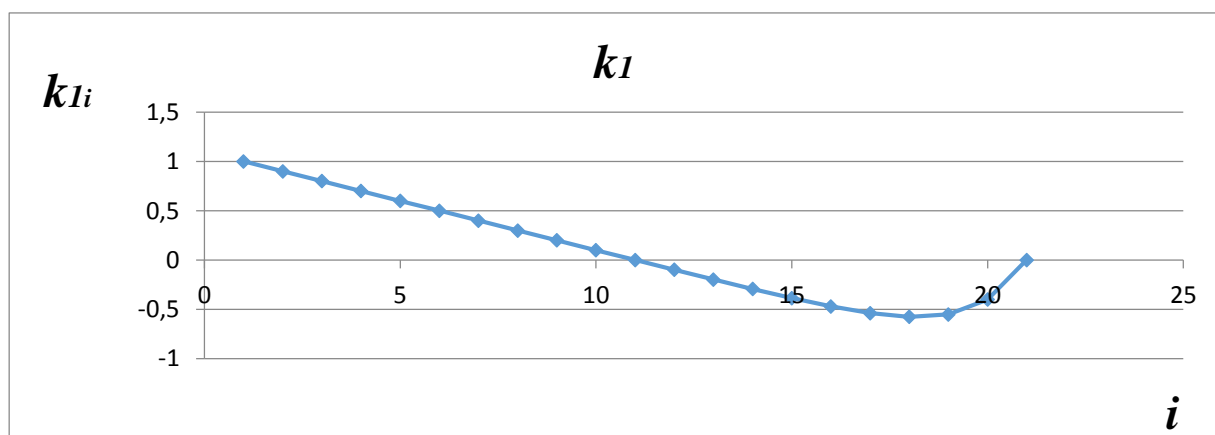
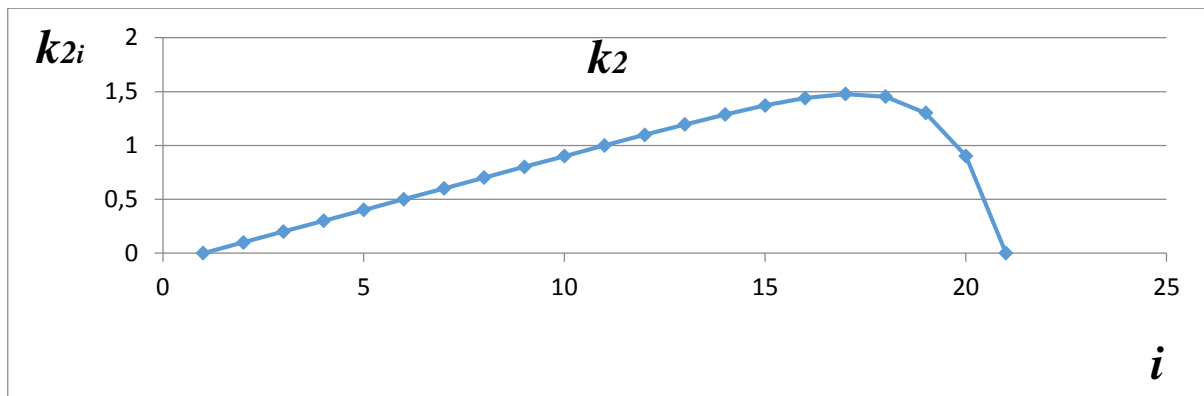


Рисунок 1. Дискретний ряд точок послідовності  $y_i = a^i$

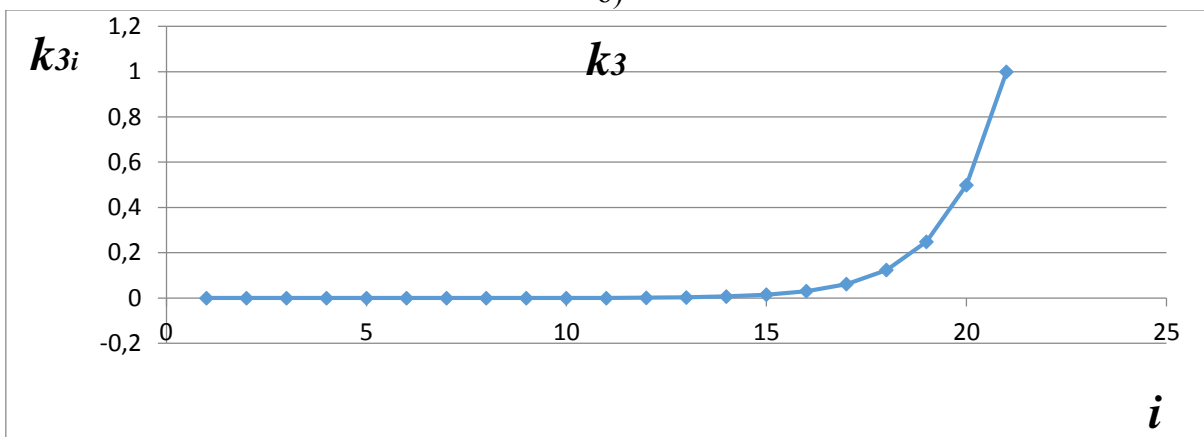
Дискретні значення величин коефіцієнтів суперпозиції  $k_1, k_2, k_3$  графічно представлено на рисунках 2 а), б), в).



а)



б)



в)

Рисунок 2 а), б), в). Дискретні значення величин коефіцієнтів суперпозиції  $k_1, k_2, k_3$

На підставі одержаних вище значень величин коефіцієнтів суперпозиції для вихідних умов розрахункової схеми, представленої на рисунку 3,

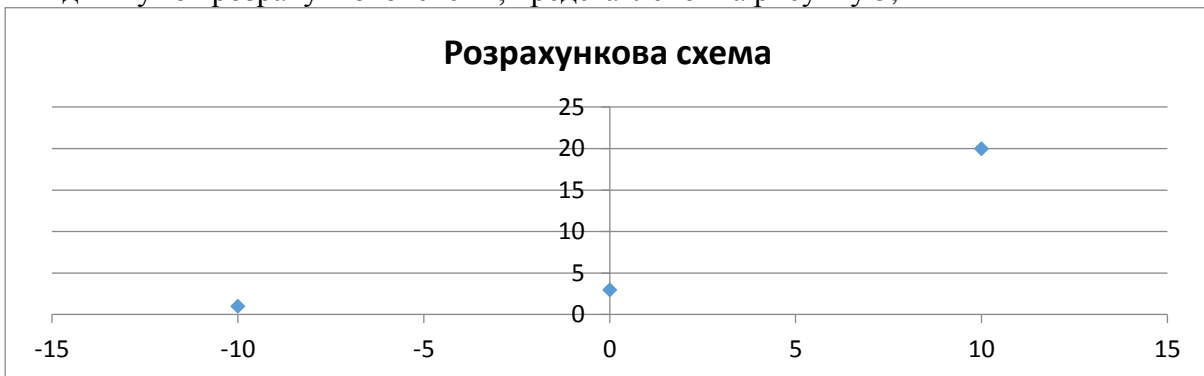


Рисунок 3. Розрахункова схема моделювання кривих за вихідними умовами:

$$i_1 = -10; i_2 = 0; i_3 = 10; y_{i_1} = 1; y_{i_2} = 3; y_{i_3} = 20.$$

обчислимо дискретні значення вузлових точок модельованої кривої за формулою (5), як

$$y_i = k_1 y_{i_1} + k_2 y_{i_2} + k_3 y_{i_3}, \quad (5)$$

суперпозиції двох контурних і центральної вузлових точок за вихідними даними (6):

$$i_1 = -10, i_2 = 0, i_3 = 10; y_{i_1} = 1, y_{i_2} = 3, y_{i_3} = 20. \quad (6)$$

Результати обчислень дискретних значень ординат модельованої кривої представлено в таблиці 2, а графічно показано на рисунку 4.

Таблиця 2.

Дискретні значення ординат модельованої кривої подібної до одновимірної числової послідовності  $y_i = a^i$ .

$i$	$y_i$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
-10	1	1	0	0	1	3	20
-9	1,198548	0,899903	0,100194	-0,000097	1	3	20
-8	1,39711	0,799807	0,200385	-0,00019	1	3	20
-7	1,595702	0,699713	0,300573	-0,00029	1	3	20
-6	1,79435	0,599623	0,400753	-0,00038	1	3	20
-5	1,993113	0,499541	0,500918	-0,00046	1	3	20
-4	2,192105	0,399474	0,601053	-0,00053	1	3	20
-3	2,391556	0,299437	0,701126	-0,00056	1	3	20
-2	2,591925	0,199462	0,801077	-0,00054	1	3	20
-1	2,794128	0,099609	0,900783	-0,00039	1	3	20
0	3	0	1	0	1	3	20
1	3,213211	-0,09912	1,098239	0,000881	1	3	20
2	3,441099	-0,19726	1,19452	0,00274	1	3	20
3	3,698341	-0,29344	1,286888	0,006556	1	3	20
4	4,014291	-0,38571	1,371428	0,014286	1	3	20
5	4,447658	-0,47016	1,440312	0,029844	1	3	20
6	5,115859	-0,53894	1,477885	0,061057	1	3	20
7	6,253726	-0,57642	1,452836	0,123582	1	3	20
8	8,330928	-0,55127	1,302543	0,248729	1	3	20
9	12,2868	-0,40088	0,90176	0,49912	1	3	20
10	20	0	0	1	1	3	20

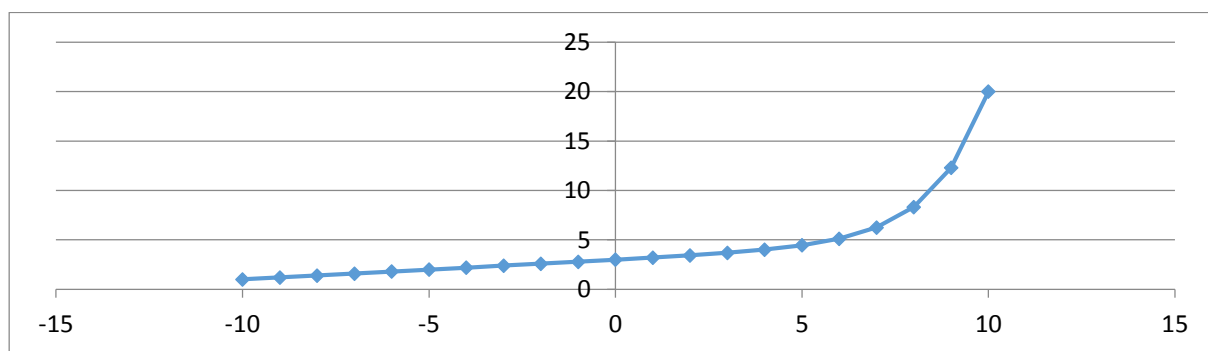


Рисунок 4. Дискретний ряд точок модельованої кривої виду  $y_i = a^i$ .

Як видно із наведених вище значень ординат  $y_i$  таблиці 2 і рисунку 4, отримані дискретні значення ординат модельованої кривої являють собою числову послідовність, подібної до одновимірної числової послідовності виду (4).

Таким чином виконано дискретну інтерполяцію суперпозиціями координат трьох точок одновимірної числової послідовності (4).

Також, на підставі одержаних вище значень величин коефіцієнтів суперпозиції для симетричних вихідних умов розрахункової схеми, представленої на рисунку 5,

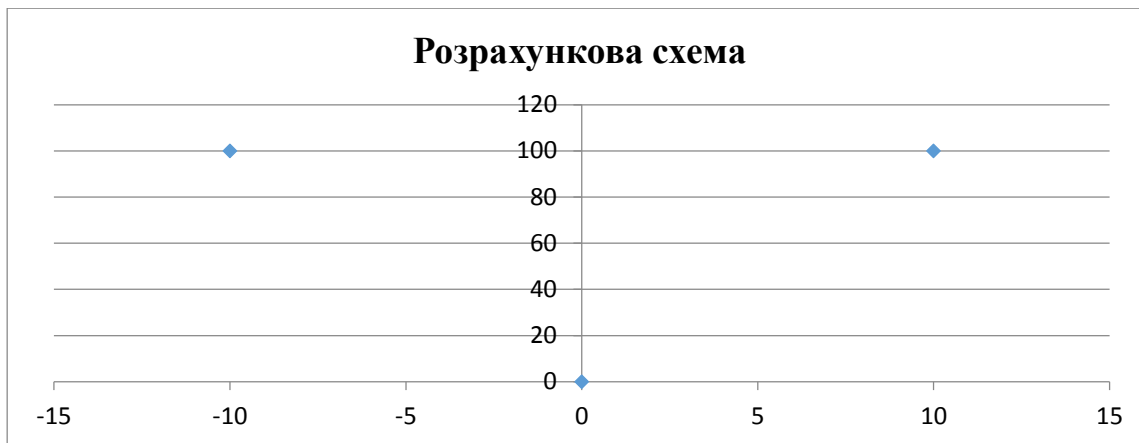


Рисунок 5. Розрахункова схема моделювання кривих за симетричними вихідними умовами:  
 $i_1 = -10; i_2 = 0; i_3 = 10; y_{i_1} = 10; y_{i_2} = 0; y_{i_3} = 10$  .

обчислимо дискретні значення вузлових точок модельованої кривої за формулою (5), як суперпозиції двох контурних і центральної вузлових точок за іншими вихідними даними (7):

$$i_1 = -10, i_2 = 0, i_3 = 10; y_{i_1} = 10, y_{i_2} = 0, y_{i_3} = 10 . \quad (7)$$

Результати обчислень дискретних значень ординат модельованої кривої представлено в таблиці 3, а графічно показано на рисунку 6.

Таблиця 3.

Дискретні значення ординат модельованої кривої.

$i$	$y_i$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
-10	10	1	0	0	10	0	10
-9	8,998064	0,899903	0,100194	-0,000097	10	0	10
-8	7,996147	0,799807	0,200385	-0,00019	10	0	10
-7	6,994269	0,699713	0,300573	-0,00029	10	0	10
-6	5,992467	0,599623	0,400753	-0,00038	10	0	10
-5	4,990817	0,499541	0,500918	-0,00046	10	0	10
-4	3,989474	0,399474	0,601053	-0,00053	10	0	10
-3	2,988742	0,299437	0,701126	-0,00056	10	0	10
-2	1,989233	0,199462	0,801077	-0,00054	10	0	10
-1	0,99217	0,099609	0,900783	-0,00039	10	0	10
0	0	0	1	0	10	0	10
1	-0,98239	-0,09912	1,098239	0,000881	10	0	10
2	-1,9452	-0,19726	1,19452	0,00274	10	0	10
3	-2,86888	-0,29344	1,286888	0,006556	10	0	10
4	-3,71428	-0,38571	1,371428	0,014286	10	0	10
5	-4,40312	-0,47016	1,440312	0,029844	10	0	10
6	-4,77885	-0,53894	1,477885	0,061057	10	0	10
7	-4,52836	-0,57642	1,452836	0,123582	10	0	10
8	-3,02543	-0,55127	1,302543	0,248729	10	0	10
9	0,982395	-0,40088	0,90176	0,49912	10	0	10
10	10	0	0	1	10	0	10



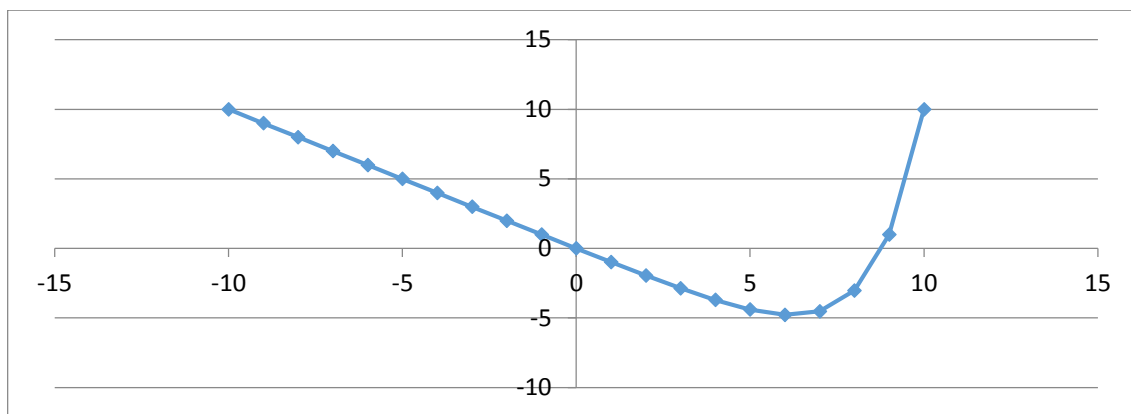


Рисунок 6. Дискретний ряд точок модельованої кривої

Таким чином виконано дискретну інтерполяцію суперпозиціями координат трьох точок одновимірної числової послідовності (4).

**Висновки.** На основі геометричного апарату суперпозицій розроблено спосіб, що дозволяє формувати одновимірні ГО у вигляді дискретних рядів точок кривих, які проходять через довільно задані три вузлові точки. На прикладі показникової функціональної залежності показано, що запропонований спосіб дозволяє за трьома довільно заданими точками виконувати суцільну одновимірну дискретну інтерполяцію числовими послідовностями будь-яких функціональних залежностей.

Таким чином, результати даної роботи можуть бути основою подальших досліджень одновимірної інтерполяції ГО за трьома довільно заданими точками числовими послідовностями будь-яких інших функціональних залежностей.

#### Список використаної літератури.

1. Vorontsov, O.V., Tulupova L.O., Vorontsova, I.V. (2016). Discrete modeling of mesh frames of covering surfaces by chains of superpositions. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Volume 69 (2), “Oxford University Press”, 651 – 656.

2. Воронцов О.В. Дискретна інтерполяція суперпозиціями одновимірних точкових множин показникових функцій. // *Прикладна геометрія та інженерна графіка*.: зб. наук. праць – Вип. 94. – К.: КНУБА, 2018. – С. 296-300.

DOI: 10/323447/0131-579X.2019.96

3. Воронцов О.В. Визначення координат внутрішніх вузлів, як суперпозицій заданих координат центрального та двох контурних вузлів дискретно представленої кривої / О.В. Воронцов, Л.О. Тулупова, І.В. Воронцова // *Вісник Херсонського національного технічного університету* / Вип. . 2(69), Ч. 3 – Херсон: ХНТУ, 2019. – С. 249 – 253.

DOI: 10.32782

4. Воронцов О.В. Визначення координат внутрішніх вузлів, як суперпозицій заданих координат центрального та двох контурних вузлів дискретно представленої кривої / О.В. Воронцов, Л.О. Тулупова, І.В. Воронцова // *Вісник Херсонського національного технічного університету* / Вип. . 3(66), ТОМ 2 – Херсон: ХНТУ, 2018. – С. 120 – 124.

DOI: 10.32782

5. Vorontsov O. Discrete modeling of building structures geometric images. / O. Vorontsov, L. Tulupova, O. Vorontsova // *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2 (2018). P. 727 – 731.

DOI: [10.14419/ijet.v7i3.2.15467](https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.15467)

6. Vorontsov O. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. / O. Vorontsov, L. Tulupova, O. Vorontsova // International Journal of Engineering & Technology – 2018. – 7 (4.8), Special Issue 8. – Pages 560-565.

DOI: [10.14419/ijet.v7i4.8.27306](https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27306)

#### References.

1. Vorontsov, O.V., Tulupova L.O., Vorontsova, I.V. (2016). Discrete modeling of mesh frames of covering surfaces by chains of superpositions. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Volume 69 (2), “Oxford University Press”, 651 – 656.

2. Vorontsov O.V. Diskretna interpolatsiia superpozitsiinykh odnovymirnykh tochkovykh mnozhyn pokaznykovykh funktsii. // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika.: zb. nauk. prats – Vyp. 94. – K.: KNUBA, 2018. – S. 296-300.

3. Vorontsov O.V. Vyznachennia koordynat vnutrishnikh vuzliv, yak superpozitsii zadanykh koordynat tsentralnoho ta dvokh konturnykh vuzliv diskretno predstavlenoi kryvoi / O.V. Vorontsov, L.O. Tulupova, I.V. Vorontsova // Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu / Vyp. . 2(69), Ch. 3 – Kherson: KhNTU, 2019. – S. 249 – 253.

4. Vorontsov O.V. Vyznachennia koordynat vnutrishnikh vuzliv, yak superpozitsii zadanykh koordynat tsentralnoho ta dvokh konturnykh vuzliv diskretno predstavlenoi kryvoi / O.V. Vorontsov, L.O. Tulupova, I.V. Vorontsova // Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu / Vyp. . 3(66), TOM 2 – Kherson: KhNTU, 2018. – S. 120 – 124.

5. Vorontsov O. Discrete modeling of building structures geometric images. / O. Vorontsov, L. Tulupova, O. Vorontsova // International Journal of Engineering & Technology. Vol. 7 No. 3.2 (2018). P. 727 – 731.

6. Vorontsov O. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. / O. Vorontsov, L. Tulupova, O. Vorontsova // International Journal of Engineering & Technology – 2018. – 7 (4.8), Special Issue 8. – Pages 560-565.

ВОРОНЦОВ Олег Вікторович – к.т.н., доцент, завідувач кафедри нарисної геометрії і графіки Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: [voronoleg6163@gmail.com](mailto:voronoleg6163@gmail.com), ORCID: 0000-0001-7339-9196.

ТУЛУПОВА Лариса Олександрівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри прикладної та вищої математики Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: [lar2dar@gmail.com](mailto:lar2dar@gmail.com), ORCID: 0000-0001-6814-9643.

ВОРОНЦОВА Ірина Валеріївна – к.пед.н., викладач Полтавського коледжу нафти і газу Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: [ira061061@gmail.com](mailto:ira061061@gmail.com), ORCID: 0000-0001-9131-2816.

Наукові інтереси: дискретне геометричне моделювання об'єктів.