

УДК 624.042.41

## **Квазистатические методы динамического расчета сооружений башенного типа: прошлое, настоящее и перспективы развития**

**Пичугин С.Ф., д.т.н., Махинько А.В., к.т.н.**

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка,  
Украина

**Анотація.** В статті розглядається сучасний стан квазистатичних методів розрахунку споруд баштового типу при динамічних впливах вітру. Сформульована загальна концепція оцінки реакцій даних споруд (переміщення, поперечних сил та згинальних моментів) і запропонована аналітична методика визначення для них фактора порыву.

**Аннотация.** В статье рассматривается современное состояние квазистатических методов расчёта сооружений башенного типа при динамических воздействиях ветра. Сформулирована общая концепция оценки реакций данных сооружений (перемещений, поперечных сил и изгибающих моментов) и предложена аналитическая методика определения для них фактора порыва.

**Abstract.** This article presents panorama of research in the field quasi-static methods of tower structures design under wind load. For this structures the general modern concept of reactions estimation (displacement, shear forces and bending moments) is formulated and the analytical technique for calculation of gust factor is offered.

**Ключевые слова:** динамические воздействия, квазистатический метод, фактор порыва, поперечные силы.

**Вступление.** Квазистатические методы расчёта базируются на технике эквивалентной ветровой нагрузки, предложенной А.Г. Davenport (1967 г). Суть этого метода сводится к назначению некоторой эквивалентной статической нагрузки, которая вызывает такую же реакцию конструкции, как от порывистого ветра. Динамические характеристики сооружения и степень атмосферной турбулентности учитываются в этом случае коэффициентом динамического усиления реакции от порывов ветра (фактором порыва), являющимся, по сути, коэффициентом пропорциональности между эквивалентной и статической ветровой нагрузкой. Для большинства сооружений такой подход является оправданной альтернативой прямым методам динамического расчёта и именно поэтому за последние 50 лет фактор порыва – самый обсуждаемый коэффициент в области динамики высотных конструкций.

Можно считать, что модель фактора порыва зародилась в работе Н.В. Liermann [17] в 1952 г., используя результаты которой А.Г. Davenport на

протяжении 60-х годов прошлого столетия сформировал свою методику эквивалентной статической нагрузки [1 – 3]. Данная методика касалась сооружений башенного типа, а эффект динамического усиления их реакции описывался в пространстве максимальных перемещений. На протяжении 70-х годов J. Vellozzi, E. Cohen, B.J. Vickery, E. Simiu, A. Kareem [12, 13, 26, 27, 40 – 42] и др. активно развивали данный подход, конкретизируя общие принципы, заложенные A.G. Davenport, к различным типам сооружений (высотным зданиям, башням, мачтам, мостам, градирням). В методологическом плане эти работы не несли чего-то нового, хотя для практики внедрения эквивалентных динамических расчётов, безусловно, дали ощутимый толчок. К этому же времени можно отнести активные исследования М.Ф. Барштейна, задавшие собственный вектор развития отечественной школы wind engineering (ветровых воздействий) [47]. В начале 80-х годов G. Solari удалось получить аналитические решения для фактора порыва, которые до него решались только с привлечением методов компьютерной математики [29, 30, 33]. Впоследствии эти исследования оформились в метод эквивалентных коррелированных пространств [28, 31, 35], который положен в основу общеевропейского нормирования Eurocode 1 "Wind actions". В начале 90-х годов метод эквивалентной статической нагрузки, в той форме, в которой он был сформулирован A.G. Davenport, подвергся умеренной критике M. Kasperski и N.J. Niemann [14, 15]. В своих работах они показали, что фактор порыва не в равной степени усиливает разные реакции сооружения (перемещения, ускорения, изгибающие моменты, поперечные силы), а поэтому для каждой из них необходимо использовать свои выражения фактора порыва. В противном случае это будет источником многих ошибок, приводящих к недооценке напряжённо-деформированного состояния конструкций сооружения. Используя результаты M. Kasperski, J.D. Holmes получил аналитические решения фактора порыва перемещения, изгибающего момента и поперечной силы для отдельно стоящих решётчатых башен [7 – 9]. Особенностью этих работ являлось то, что каждая реакция рассматривалась через призму двух коррелированных случайных процессов, соответствующих квазистатической и резонансной составляющих реакции сооружения, а это приводило к необходимости нормирования фактора порыва отдельно для каждой составляющей реакции. Аналогичные приёмы можно встретить также в работах Y. Zhou и A. Kareem [43 – 46], C. Dyrbye, S.O. Hansen [4] и поздних работах A.G. Davenport, например [39]. В середине 90-х годов акцент в проблеме нормирования фактора порыва сместился на рассмотрение реакций сооружения поперёк потока и кручения, а также их влияния на реакцию сооружения, вызванную продольными пульсациями ветрового потока. Очевидно, катализатором новой волны исследований послужили работы Y. Tamura и H. Kawai [16, 38], хотя позднее пальма первенства

вполне заслуженно перешла к итальянским учёным G. Piccardo и G. Solari [18 – 22, 24, 32, 34, 36, 37], которые сформулировали единую методологию квазистатических расчётов гибких протяжённых сооружений (высотных конструкций и мостов) при динамических воздействиях ветра.

Таким образом, на сегодняшний день квазистатические методы динамического расчёта сооружений получили мощное всестороннее развитие. Многие из них положены в основу национальных норм и стандартов, некоторые являются общепризнанной и авторитетной расчётной процедурой оценки динамической реакции сооружений. Однако все они, будучи прикладными, не лишены гипотез и допущений, которые порой не обеспечивают задекларированной простоты и точности в инженерной практике. Например, основой методики М.Ф. Барштейна является использование спектра Давенпорта, не учитывающего изменение энергии пульсаций ветра по высоте, а учёт корреляции ветровой нагрузки происходит в предположении неизменности инерционно-жёсткостных свойств сооружения. Подход М. Kasperski к описанию реакций конструкций в различных пространствах внутренних параметров базируется на применении функций влияния, которые обеспечивают сравнительную простоту решения, но приводят к заметному занижению соответствующих факторов порыва (по крайней мере для стальных решётчатых башен). Методы G. Solari в оценке резонансной реакции сооружений основываются на предположении, что последняя на заданной высоте в направлении соответствующих осей зависит только от первой формы собственных колебаний по этим же направлениям и не зависит от математического описания упомянутых функций влияния. Это существенно упрощает процедуру расчёта, но может стать источником немалых погрешностей в оценке реакций сооружения. Кроме того, аналитические решения G. Piccardo и G. Solari основываются на применении полиномиальных функций, которые, во-первых, выглядят довольно громоздкими, а во-вторых, оперируют коэффициентами, числовая оценка которых зависит от конкретного сооружения и принятой модели атмосферной турбулентности. Не выглядят компактными и решения J.D. Holmes, основанные на применении подобных математических приёмов. В то же время разработки упомянутых учёных лежат в основе положений почти всех мировых стандартов в области wind engineering. Подтверждением выдвинутых аргументов могут служить расчёты семи башенных опор высотой от 30 до 180 м, выполненные по девяти мировым стандартам: 1) ISO 4354:2009 (международный стандарт); 2) ASCE 7-05 (американский стандарт); 3) EN 1993-3-1:2006 и EN 1991-1-4:2004 (нормы Европы); 4) BS 8100 (стандарт Великобритании); 5) AIJ RLB 2004 (нормы Японии); 6) AS/NZS 1170.2:2002 (стандарт Австралии и Новой Зеландии); 7) CSA S37-2001 (R2006) (нормы Канады); 8) NBCI:2005 (нормы Индии); 9) СНиП 2.01.07-85 (нормы России). Расчёты показали,

что вариация в оценке фактора порыва в пределах однотипных реакций (перемещения, изгибающего момента и поперечной силы) может достигать 100 %, и это при том, что учитывалась только реакция вдоль ветрового потока.

Сказанное выше не следует воспринимать как критику современного состояния динамических расчётов сооружений, так как все упомянутые авторы чётко регламентировали границы применимости своих исследований. Просто развитие аппаратного и программного обеспечения даёт всё больше возможностей оценить неточности и погрешности расчётных моделей прошлых времён и порождает желание к более точным и «совершенным» расчётам. Поэтому не удивительно, что признанные авторитеты в области wind engineering, упомянутые выше, в своих сегодняшних работах делают акцент именно на натурные и лабораторные экспериментальные исследования (в т.ч. и методы компьютерного моделирования) с последующим корректированием полученных ранее результатов. В то же время наличие и умение владеть современными методами компьютерной математики позволяет найти более точные решения задач, которые в прошлом решались на основе грубых допущений, удобных для «перемалывания жерновами математики». Очевидно, что новые решения старых классических задач обеспечат более адекватную оценку динамических реакций высотных сооружений, что в конце концов станет залогом их надёжного и экономичного проектирования. Последнее замечание должно прежде всего приниматься во внимание в современных условиях развития отечественной школы динамики строительных конструкций, когда Украина оказалась без нормативных методов расчёта гибких высотных сооружений. Это позволит задать правильный вектор развития процесса нормообразования с учётом всего накопленного на сегодняшний момент мирового опыта в области wind engineering.

Целью данной работы является изложение аналитической методики нормирования фактора порыва для стальных сооружений башенного типа с учётом многолетнего мирового опыта расчёта подобных конструкций. Имеет смысл предупредить, что ввиду ограниченного объёма статьи далее будет рассматриваться реакция опоры только по направлению действия ветрового потока, а вопросы поперечных и крутильных колебаний будут рассмотрены в следующих работах.

**1. Общая методология оценки фактора порыва.** Будем рассматривать башенную опору, высотой  $H$ , которая расположена на поверхности земли. Систему координат назначим таким образом, чтобы ось  $x$  была ориентирована вдоль ветрового потока, а ось  $z$  – по высоте опоры. Ширину основания и верхушки опоры обозначим соответственно через  $b_0$  и  $b_H$ ,

а для ее фундаментальной формы собственных колебаний в направлении потока примем степенную зависимость  $\psi_{x,1}(z) = (z/H)^\lambda$ , где  $0 \leq z \leq H$ . Вертикальный профиль среднего ветра  $\phi_u(z)$ , интенсивность турбулентности  $I_u(z)$  и интегральный продольный масштаб длины турбулентности  $L_u(z)$  представим также в виде степенных зависимостей:

$$\phi_u(z) = \beta_u \cdot (z/10)^\alpha, \quad I_u(z) = \gamma_u \cdot (z/10)^{-\alpha}, \quad L_u(z) = L_{u,0} \cdot (z/10)^\vartheta, \quad (1.0)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta_u$ ,  $\gamma_u$ ,  $\vartheta$  и  $L_{u,0}$  – параметры соответствующих функций, качественную и количественную трактовку которых можно найти, например, в нашей монографии [50].

В декартовой системе координат  $Oxyz$  реакция опоры  $\tilde{R}_\Lambda^\Sigma(z)$  на заданной высоте  $z$  вследствие дуалистической природы скорости ветра может быть условно разложена на две составляющие: среднюю  $\tilde{R}_\Lambda(z)$  (статическую), которая вызвана синоптическим ветром, и пульсационную  $\tilde{r}_\Lambda(z)$  (динамическую), спровоцированную порывами ветра ( $\Lambda = x \vee y$ ). Как известно, обе реакции являются случайными функциями времени разного масштаба. Статическая реакция, как и соответствующая составляющая скорости ветра, соответствует макрометеорологическому масштабу времени  $t$ , а динамическая – микрометеорологическому  $\tau$ . На нормативном поприще, за счет того, что  $t \gg \tau$ , статическую реакцию опоры рассматривают как детерминированную величину с расчетным значением  $\bar{R}_\Lambda(z)$ , а динамическую – в виде нормального стационарного случайного процесса с нулевым средним стандартом  $\hat{r}_\Lambda(z)$  и расчетным значением  $r_{\Lambda,\max}(z) = g_R^\Lambda(z) \cdot \hat{r}_\Lambda(z)$ . Соответственно, максимальное значение реакции опоры по заданному направлению  $\Lambda$  на высоте  $z$  можно выразить в виде:

$$R_{\Lambda,\max}(z) = \bar{R}_\Lambda(z) + r_{\Lambda,\max}(z) = \bar{R}_\Lambda(z) \cdot G_R^\Lambda(z), \quad (1.1)$$

$$G_R^\Lambda(z) = 1 + \frac{r_{\Lambda,\max}(z)}{\bar{R}_\Lambda(z)} = 1 + \frac{g_R^\Lambda(z) \cdot \hat{r}_\Lambda(z)}{\bar{R}_\Lambda(z)}. \quad (1.2)$$

Величина  $G_R^\Lambda(z)$  называется фактором порыва, или коэффициентом динамического усиления реакции опоры от порывистого ветра, и имеет свое расчетное значение для соответствующей реакции  $R$  [14, 15] (перемещения  $R \equiv D$ , изгибающего момента  $R \equiv M$ , поперечной силы  $R \equiv S$ ), которая идентифицируется соответствующим индексом при

$G_R^\Lambda(z)$ . Так как на практике трудностей с оценкой средней реакции  $\bar{R}_\Lambda(z)$  не возникает, то задача квазистатического расчета сводится к определению стандарта реакции  $\hat{r}_\Lambda(z)$  и назначению подходящего значения величины  $g_R^\Lambda(z)$ . В общем случае стандарт  $\hat{r}_\Lambda(z)$  определяется через спектр пульсаций обобщенной силы, действующей на опору  $S_{F,\Lambda}(z, n)$ , и механическую передаточную функцию последней  $\mathbf{H}(n)$ . Связывают эти три величины с помощью интегрального соотношения:

$$\hat{r}_\Lambda^2(z) = \int_0^{\mathfrak{R}} S_{F,\Lambda}(z, n) \cdot |\mathbf{H}(n)|^2 dn, \quad (1.3)$$

$$|\mathbf{H}(n)|^2 = \frac{1}{[1 - (n/n_{\Lambda,1})^2]^2 + 4 \cdot \zeta_{\Lambda,1}^2 \cdot (n/n_{\Lambda,1})^2}, \quad (1.4)$$

где верхняя граница интегрирования  $\mathfrak{R}$  обычно равняется  $+\infty$ , хотя в ряде источников [20 – 22] она соответствует частоте основного тона колебаний опоры  $n_{\Lambda,1}$  по заданному направлению  $\Lambda$ ;  $\zeta_{\Lambda,1}$  – суммарный коэффициент относительного демпфирования опоры по заданному направлению  $\Lambda$ .

По сути содержание всех существующих на сегодня научных подходов в области «эквивалентной» динамики высотных сооружений состоит в простом решении интеграла (1.3) и возможности получения «точного» аналитического решения для величины  $G_R^\Lambda(z)$ . Одним из наиболее распространенных и общепризнанных приемов является представление динамической реакции опоры  $\tilde{r}_\Lambda(z)$  в виде двух составляющих: **квазистатической**, с частотами, характерными для области максимума энергетического спектра пульсаций скорости ветра, и **резонансной**, с частотами, близкими к частотам собственных колебаний опоры. Такое дуалистическое представление реакции  $\tilde{r}_\Lambda(z)$  позволяет интегральное соотношение (1.3) записать в виде [10, 27, 46]:

$$\int_0^{\mathfrak{R}} S_{F,\Lambda}(z, n) \cdot |\mathbf{H}(n)|^2 dn \approx \int_0^{\mathfrak{R}} S_{F,\Lambda}(z, n) dn + \frac{\pi \cdot n_{\Lambda,1}}{4 \cdot \xi_{\Lambda,1}} \cdot S_{F,\Lambda}(z, n_1). \quad (1.5)$$

Первый и второй члены суммы (1.5) принято называть квазистатической и резонансной реакцией опоры. Стандарт динамической реакции  $\hat{r}_\Lambda(z)$  при таком подходе можно будет представить в виде:

$$\hat{r}_\Lambda(z) = \sqrt{\hat{r}_{Q,\Lambda}^2(z) + \hat{r}_{D,\Lambda}^2(z)}, \quad (1.6)$$

где  $\hat{r}_{Q,\Lambda}(z)$  и  $\hat{r}_{D,\Lambda}(z)$  – соответственно стандарты случайных процессов, которые описывают квазистатическую и резонансную реакции опоры на высоте  $z$  :

$$\hat{r}_{Q,\Lambda}^2(z) = \int_0^{\Re} S_{F,\Lambda}(z,n)dn, \quad \hat{r}_{D,\Lambda}^2(z) = \frac{\pi \cdot n_{\Lambda,1}}{4 \cdot \xi_{\Lambda,1}} \cdot S_{F,\Lambda}(z, n_{\Lambda,1}). \quad (1.7)$$

На практике оперировать абсолютными величинами стандартов довольно неудобно, поэтому в мировых нормах проектирования часто фигурируют не сами величины  $\hat{r}_{Q,\Lambda}(z)$  и  $\hat{r}_{D,\Lambda}(z)$ , а соответствующие безразмерные коэффициенты

$$Q_R^\Lambda(z) = \hat{r}_{Q,\Lambda}^2(z) / \bar{R}_\Lambda^2(z), \quad D_R^\Lambda(z) = \hat{r}_{D,\Lambda}^2(z) / \bar{R}_\Lambda^2(z). \quad (1.8)$$

Первый из коэффициентов можно назвать квазистатическим фактором, второй – резонансным. Фактор порыва в новых величинах приобретет следующую форму:

$$G_R^\Lambda(z) = 1 + g_R^\Lambda(z) \sqrt{Q_R^\Lambda(z) + D_R^\Lambda(z)}. \quad (1.9)$$

Величина  $g_R^\Lambda(z)$ , которую мы оставили без внимания, имеет название «пикового фактора» в заграничных стандартах и ассоциируется с коэффициентом обеспеченности в отечественной нормативной практике. Ее расчетное значение – это максимум нормального случайного процесса  $\tilde{r}_\Lambda(z)$  на интервале осреднения  $\Delta t$  средней скорости ветра

$$g_R^\Lambda(z) = \sqrt{2 \ln[n_R^\Lambda(z) \Delta t]} + C_{Ei} / \sqrt{2 \ln[n_R^\Lambda(z) \Delta t]}, \quad (1.10)$$

где  $C_{Ei} \approx 0,5772$  – постоянная Эйлера-Маскерони;  $n_R^\Lambda(z)$  – эффективная частота случайного процесса  $\tilde{r}_\Lambda(z)$ , которая ассоциируется со средним числом положительных пересечений этим процессом нулевого уровня; определяется данная величина как

$$n_R^\Lambda(z) = \frac{n_{\Lambda,1} \hat{r}_{D,\Lambda}(z)}{\hat{r}_\Lambda(z)} = \frac{n_{\Lambda,1}}{\sqrt{1 + Q_R^\Lambda(z) / D_R^\Lambda(z)}}. \quad (1.11)$$

В некоторых литературных источниках, например, [20, 24], можно встретить расширенный аналог выражения (1.11), дополненный эффективной частотой  $n_{R,Q}^\Lambda$  случайного процесса квазистатической реакции опоры. С методологической точки зрения это целиком обоснованно, но с практической – мало влияет на оценку реакции

$$n_R^\Lambda(z) = \frac{n_{R,Q}^\Lambda(z)\sqrt{Q_R^\Lambda(z)} + n_{\Lambda,1}\sqrt{D_R^\Lambda(z)}}{\sqrt{Q_R^\Lambda(z)} + D_R^\Lambda(z)}. \quad (1.12)$$

Процедура определения факторов  $Q_R^\Lambda(z)$  и  $D_R^\Lambda(z)$  зависит от расчетной схемы опоры. Если последняя схематизируется континуальным стержнем высотой  $H$ , а фундаментальная форма собственных колебаний в направлении  $\Lambda$  описывается функцией  $\psi_{\Lambda,1}(z)$ , то для средней реакции  $\bar{R}_\Lambda(z)$  и спектра обобщенной силы  $S_{F,\Lambda}(z,n)$  справедливыми будут выражения вида:

$$\bar{R}_\Lambda(z) = \int_0^H \bar{F}_\Lambda(z') \eta_R^\Lambda(z, z') dz', \quad (1.13)$$

$$S_{F,\Lambda}(z, n) = \int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n) \eta_R^\Lambda(z, z_1) \eta_R^\Lambda(z, z_2) dz_1 dz_2, \quad (1.14)$$

где  $\eta_R^\Lambda(\bullet)$  – коэффициенты влияния для  $R$ -реакции опоры, впервые предложенные для рассмотрения в ESDU 76001 [5] и ECCS (1978) [23], а на сегодняшний день, после работ М. Kasperski и N.J. Niemann [14, 15], общепринятые в области wind engineering величины, с помощью которых выполняется оценка спектра пульсаций обобщенной силы.

Для гибких высотных сооружений, к которым несомненно принадлежат и башенные опоры, главными реакциями являются перемещения, изгибающие моменты и поперечные силы. Поэтому для обобщенного перемещения опоры  $D_\Lambda$  ( $D_x$ ,  $D_y$  – соответственно перемещение опоры вдоль и поперек ветрового потока)

$$\eta_D^\Lambda(z, z') \cong \psi_{1,\Lambda}(z) \psi_{1,\Lambda}(z') / [(2\pi n_{\Lambda,1})^2 m_{\Lambda,1}], \quad (1.15)$$

где  $m_{\Lambda,1}$  – модальная масса опоры при соответствующем направлении  $\Lambda$ , которая выражается через фундаментальную форму собственных колебаний опоры  $\psi_{\Lambda,1}(z)$  и погонную массу  $m_\Lambda(z)$ :

$$m_{\Lambda,1} = \int_0^H m_\Lambda(z') \psi_{\Lambda,1}^2(z') dz'. \quad (1.16)$$

В случае отождествления реакции опоры с изгибающим моментом  $M_\Lambda$  ( $M_x$  и  $M_y$  – соответственно изгибающий момент вдоль и поперек ветрового потока) коэффициент влияния имеет следующую форму записи:



$$\eta_M^\Lambda(z, z') = (z' - z)\delta_H(z' - z), \quad (1.17)$$

где  $\delta_H(z' - z)$  – единичная функция Хэвисайда ( $\delta_H(z' - z) = 0$  при  $z' < z$  и  $\delta_H(z' - z) = 1$  при  $z' \geq z$ ).

Окончательно функции влияния поперечных сил  $S_x$ ,  $S_y$  запишутся в виде:

$$\eta_S^\Lambda(z, z') = \delta_H(z' - z). \quad (1.18)$$

Числовая оценка факторов квазистатической и резонансной реакции опоры будет выполняться по выражениям:

$$Q_R^\Lambda(z) = \frac{\int_0^H \int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n) \eta_R^\Lambda(z, z_1) \eta_R^\Lambda(z, z_2) dz_1 dz_2 dn}{\left( \int_0^H \bar{F}_\Lambda(z') \cdot \eta_R^\Lambda(z, z') dz' \right)^2}, \quad (1.19)$$

$$D_R^\Lambda(z) = \frac{\pi n_{\Lambda,1} \int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n_{\Lambda,1}) \eta_R^\Lambda(z, z_1) \eta_R^\Lambda(z, z_2) dz_1 dz_2}{4 \zeta_{\Lambda,1} \left( \int_0^H \bar{F}_\Lambda(z') \eta_R^\Lambda(z, z') dz' \right)^2}. \quad (1.20)$$

Вследствие сложности определения интеграла, который стоит в числителе выражения (1.20), и тем более в числителе (1.19), в работах G. Solari и G. Piccardo [20, 21, 22] было предложено выразить последний через функцию колебаний основного тона опоры  $\psi_{\Lambda,1}(z)$  и отношение обобщенной  $m_{\Lambda,1(R)}(z)$  и модальной  $m_{\Lambda,1}$  масс:

$$\int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n_1) \eta_R^\Lambda(z, z_1) \eta_R^\Lambda(z, z_2) dz_1 dz_2 = \frac{m_{\Lambda,1(R)}^2(z)}{m_{\Lambda,1}^2} \int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n_1) \psi_{\Lambda,1}(z_1) \psi_{\Lambda,1}(z_2) dz_1 dz_2, \quad (1.21)$$

$$m_{\Lambda,1(R)}(z) = \int_0^H m_\Lambda(z') \psi_{\Lambda,1}(z') \eta_R^\Lambda(z, z') dz'. \quad (1.22)$$

При такой замене резонансный фактор реакции запишется как:

$$D_R^\Lambda(z) = \frac{m_{\Lambda,1(R)}^2(z) \pi n_{\Lambda,1}}{m_{\Lambda,1}^2 4\zeta_{\Lambda,1}} \frac{\int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n_{\Lambda,1}) \Psi_{\Lambda,1}(z_1) \Psi_{\Lambda,1}(z_2) dz_1 dz_2}{\left( \int_0^H \bar{F}_\Lambda(z') \eta_R^\Lambda(z, z') dz' \right)^2} \quad (1.23)$$

Интересно отметить, что формула (1.23), которая была использована G. Solari и G. Piccardo при разработке своего «полуаналитического» метода оценки фактора порыва и сегодня используется многими инженерами и научными работниками в области wind engineering, в большинстве случаев дает некорректную оценку коэффициентов  $G_S$  и  $G_M$ , т.е. фактора порыва в пространстве поперечных сил и изгибающих моментов. Это, в свою очередь, побуждает к поиску более удачной альтернативы выражению (1.20), чем та, что предлагается сегодня в виде формулы (1.23).

**2. Разработанная аналитическая методика определения фактора порыва.** В соответствии с общей процедурой оценки фактора порыва, описанной в п. 1, сначала рассмотрим вопрос формульного описания статической составляющей ветровой нагрузки  $\bar{F}_x(z)$  и ее взаимного спектра пульсаций  $S_{F_x}(z_1, z_2, n)$ :

$$\bar{F}_x(z) = w(z) b_m C_{D,m} \Psi_x(z), \quad (2.1)$$

где  $w(z)$  – средний скоростной напор ветра;  $C_{D,m}$  – средний по высоте башни коэффициент лобового сопротивления;  $b_m = (b_0 + b_H)/2$  – средняя ширина опоры;  $\Psi_x(z)$  – безразмерная функция, которая учитывает возможное отклонение опоры от призматической формы и вариацию аэродинамического коэффициента  $C_D$  по её высоте, например, если опора в поперечном разрезе имеет вид равнобедренной трапеции, то при  $C_D = const$  функция  $\Psi_x(z)$  конкретизируется в виде:

$$\Psi_x(z) = 1 - (1 - b_H/b_0)(z/H). \quad (2.2)$$

Для взаимного спектра пульсаций ветровой нагрузки, с учётом высказанных замечаний к  $\bar{F}_x(z)$ , будем иметь следующие выражения:

$$S_{F_x}(z_1, z_2, n) = 4w(z_1)w(z_2)b_m^2 C_{D,m}^2 \Psi_x(z_1)\Psi_x(z_2)I_u(z_1)I_u(z_2)S_{uu,ref}(\bullet), \quad (2.3)$$

$$S_{uu,ref}(z_1, z_2, n) = \sqrt{S_{u,ref}(z_1, n)S_{u,ref}(z_2, n)} coh_u(z_1, z_2, n). \quad (2.4)$$

Приведенный энергетический спектр пульсаций скорости ветра в направлении потока  $S_{u,ref}(\bullet)$  представим в общем виде, способном описать большинство существующих на сегодня спектров пульсаций скорости ветра:

$$S_{u,ref}(z, n) = \frac{1}{n} \frac{A_u \cdot \xi_u^{C_u}}{(1 + B_u \cdot \xi_u^{D_u})^{E_u}}, \quad (2.5)$$

где  $\xi_u = nL_u(z)/U(z)$  – безразмерная частота.

Для дальнейших соображений полезно рассмотреть вопрос об отношениях спектров пульсаций (2.5) на разных высотах  $z_1$  и  $z_2$ . Логически допуская, что  $B_u \xi_u^{D_u} \gg 1,0$ , а параметры ветрового режима местности описываются с помощью соотношений (1.0), получим:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_u(z_1, z_2) &= \sqrt{\frac{S_{u,ref}(z_1, n)}{S_{u,ref}(z_2, n)}} = \sqrt{\left(\frac{\xi_{u,1}}{\xi_{u,2}}\right)^{C_u} \left(\frac{1 + B_u \xi_{u,2}^{D_u}}{1 + B_u \xi_{u,1}^{D_u}}\right)^{E_u}} \approx \\ &\approx \left(\frac{\xi_{u,1}}{\xi_{u,2}}\right)^{\frac{C_u - D_u E_u}{2}} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^\mu, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где показатель степени  $\mu$  определяется через константы спектра, а также параметры вертикального профиля среднего ветра  $\alpha$  и масштаба турбулентности  $\mathfrak{D}$ :

$$\mu = 0,5(C_u - D_u E_u)(\mathfrak{D} - \alpha). \quad (2.7)$$

Следует подчеркнуть, что выражение (2.7) справедливо только в том случае, если безразмерная частота  $\xi_u$  является функцией высоты. В случае независимости  $\xi_u$  от  $z$ , например, при использовании спектра Давенпорта, очевидно, что показатель степени  $\mu$  следует положить равным нулю.

Примем в формуле (2.7)  $z_2 = H$  и предложим для взаимного спектра пульсаций (2.4) более удобную формульную интерпретацию:

$$S_{uu,ref}(z_1, z_2, n) = S_{u,ref}(H, n)(z_1/H)^\mu (z_2/H)^\mu coh_u(z_1, z_2, n). \quad (2.8)$$

Конкретизируя функцию пространственной когерентности  $coh_u(z_1, z_2, n)$ , получим развернутый аналог формулы (2.8):

$$S_{uu,ref}(y_1, y_2, n) = S_{u,ref}(H, n) y_1^{\mu} y_2^{\mu} \exp \left[ -2C_{zu} f_H \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^{\alpha} + y_2^{\alpha}} \right], \quad (2.9)$$

где  $y_1 = z_1/H$  и  $y_2 = z_2/H$  – безразмерные высотные координаты в пределах  $[0 \div 1]$ ;  $f_z = nz/U(z)$  – координата Монины при  $z = H$ .

Правомерность использования выражения (2.9) вместо (2.4) была проверена для продольной компоненты атмосферной турбулентности в условиях равнинной местности и городской застройки (рис. 1). Параметры ветрового режима местности были выбраны по СНиП 2.01.07-85 и ASCE 7-05.

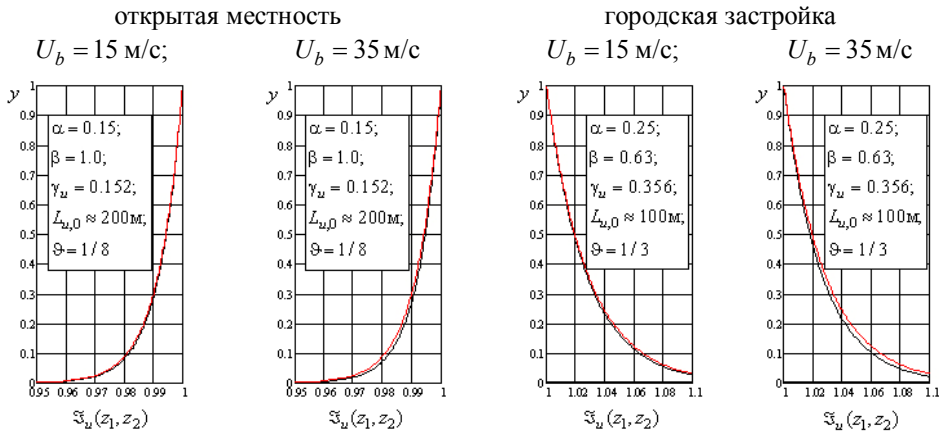


Рис. 1. К обоснованию отношения спектров пульсаций на примере опоры  $H = 180$  м

Определение квазистатического и резонансного факторов реакций опоры начнем с анализа выражения (1.13). При этом сначала рассмотрим случай, когда аэродинамические свойства опоры незначительно меняются по высоте, а ее масса на любом уровне  $z$  может быть представлена в виде:

$$m(z) = m_x(z) = m_y(z) = m_0 [1 - \Delta_b (z/H)], \quad (2.10)$$

где  $\Delta_b$  – коэффициент, характеризующий распределение инерционных характеристик опоры по высоте;  $m_0$  – масса опоры на уровне её основания.

Для коэффициента  $\Delta_b$  можно предложить следующую процедуру оценки, исходя из довольно логического предположения:

$$m(z)/m_0 = b(z)/b_0. \quad (2.11)$$

Так как ширина опоры на уровне  $z$  от ее основания определяется как

$$b(z) = b_0 \left[ 1 - (1 - b_H / b_0)(z / H) \right], \quad (2.12)$$

то, очевидно, что  $\Delta_b$  – получается равным

$$\Delta_b = 1 - b_H / b_0. \quad (2.13)$$

В рамках принятого допущения выражение (1.16) для модальной массы примет вид:

$$m_{x,1} = m_0 H \left[ (2\chi + 1)^{-1} - 0,5\Delta_b(\chi + 1)^{-1} \right]. \quad (2.14)$$

При формульной оценке средней реакции опоры по формуле (1.13) учтем тот факт, что для каждой реакции  $R$  (момента  $R \equiv M$ , поперечной силы  $R \equiv S$  или перемещения  $R \equiv D$ ) фактор порыва  $G_R^x(z)$  имеет свою процедуру оценки, специфика которой определяется соответствующими коэффициентами влияния (1.15), (1.17), (1.18). Учитывая это, на основе (1.13) будем иметь:

$$\bar{D}_x(z) = \frac{\bar{F}_x(H)H\psi_{x,1}(z)}{4\pi^2 n_{x,1}^2 m_{x,1}(1-\Delta_b)} \left[ \frac{1}{2\alpha + \chi + 1} - \frac{\Delta_b}{2(\alpha + 1) + \chi} \right]; \quad (2.15)$$

$$\bar{S}_x(z) = \frac{\bar{F}_x(H)H}{(1-\Delta_b)} \left\{ \frac{1}{2\alpha + 1} \left[ 1 - \left( \frac{z}{H} \right)^{2\alpha+1} \right] - \frac{\Delta_b}{2\alpha + 2} \left[ 1 - \left( \frac{z}{H} \right)^{2\alpha+2} \right] \right\}; \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_x(z) = & \frac{\bar{F}_x(H)H^2}{(1-\Delta_b)} \left\{ \left( 1 + \Delta_b \frac{z}{H} \right) \frac{1}{2\alpha + 2} \left[ 1 - \left( \frac{z}{H} \right)^{2\alpha+2} \right] - \right. \\ & \left. - \frac{z}{H} \frac{1}{2\alpha + 1} \left[ 1 - \left( \frac{z}{H} \right)^{2\alpha+1} \right] - \frac{\Delta_b}{2\alpha + 3} \left[ 1 - \left( \frac{z}{H} \right)^{2\alpha+3} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

На следующем шаге рассмотрим формулу (1.14) с подстановкой для взаимного спектра пульсаций ветровой нагрузки  $S_{F,x}(z_1, z_2, n)$  выражения (2.3)

$$S_{R,x}(z, n) = \int_0^H \int_0^H S_{F,x}(z_1, z_2, n) \eta_R^x(z, z_1) \eta_R^x(z, z_2) dz_1 dz_2. \quad (2.18)$$

Дальнейшая конкретизация данного выражения будет зависеть от конкретной реакции опоры. Начнем, например, с пространства перемещений, т.е. случая  $R \equiv D$ . Учитывая, что функция  $\Psi_x(z)$  описывается формулой (2.2)

(в силу предположения о малой вариации аэродинамических свойств опоры по высоте) с учетом (2.3), (2.4), (2.9) и (2.12) получим:

$$S_{D,x}(z,n) = \frac{4\beta_u^4 \gamma_u^2 w_b^2 b_m^2 C_{D,m}^2 S_{u,ref}(H,n) \Psi_{x,1}^2(z) \left(\frac{H}{10}\right)^{2\alpha}}{16\pi^4 n_{x,1}^4 m_{x,1}^2} \times \\ \times \int_0^H \int_0^H \left(\frac{z_1}{H}\right)^{\mu+\alpha+\chi} \left(\frac{z_2}{H}\right)^{\mu+\alpha+\chi} \Psi_x(z_1) \Psi_x(z_2) \times \\ \times \exp\left[-2C_{zu} f_H H^{\alpha-1} \frac{|z_1 - z_2|}{z_1^\alpha + z_2^\alpha}\right] dz_1 dz_2. \quad (2.19)$$

Перейдя к безразмерным переменным  $y_1 = z_1/H$ ,  $y_2 = z_2/H$  и подставив вместо  $\Psi_x(z)$  ее формульную интерпретацию (2.2), окончательно будем иметь:

$$S_{D,x}(y,n) = \frac{4\bar{F}_x^2(H) I_u^2(H) H^2 S_{u,ref}(H,n) \Psi_{x,1}^2(y)}{16\pi^4 n_{x,1}^4 m_{x,1}^2 (1-y\Delta_b)^2} \times \\ \times \int_0^1 \int_0^1 y_1^{\mu+\alpha+\chi} y_2^{\mu+\alpha+\chi} (1-y_1\Delta_b)(1-y_2\Delta_b) \exp\left[-2C_{zu} f_H \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha}\right] dy_1 dy_2. \quad (2.20)$$

Введём в рассмотрение интеграл вида:

$$J_{x,1}(a,b,f_H) = \int_0^1 \int_0^1 y_1^a y_2^b \exp\left[-2C_{zu} f_H \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha}\right] dy_1 dy_2. \quad (2.21)$$

Тогда выражение (2.20) приобретет более лаконичную форму записи:

$$S_{D,x}(y,n) = \frac{4\bar{F}_x^2(H) I_u^2(H) H^2 S_{u,ref}(H,n) \Psi_{x,1}^2(y)}{16\pi^4 n_{x,1}^4 m_{x,1}^2 (1-y\Delta_b)^2} J_{D,x}(f_H), \quad (2.22)$$

$$J_{D,x}(f_H) = J_{x,1}(a,b,f_H) - 2\Delta_b J_{x,1}(a+1,b,f_H) + \Delta_b^2 J_{x,1}(a+1,b+1,f_H), \quad (2.23)$$

где безразмерные параметры  $a$  и  $b$  равны:  $a = b = \mu + \alpha + \chi$ .

Следует отметить, что интеграл (2.21) не выражается через элементарные функции и нуждается в привлечении методов компьютерной математики. Для инженерных расчетов это неудобно. Кроме этого решение данного интеграла используется при вычислении квазистатического фактора в формуле (1.20), а это дополнительное интегрирование по относительной частоте. Как следствие – наличие трёхкратного интеграла, числовая оцен-

ка которого даже для современного аппаратного и программного обеспечения непростая, а иногда неосуществимая задача. Учитывая это, были выполнены поиски альтернативной функции, которая бы при тех же параметрах, которые используются в интегральном выражении (2.21), смогла описать последнее с достаточной точностью. Данная функция была найдена и имеет вид:

$$J_{x,1}^A(a,b,f_H) = \frac{2}{(1+a)(1+b)} \left\{ \frac{1}{Y_D(a,b,f_H)} - \frac{1}{Y_D^2(a,b,f_H)} \times \right. \quad (2.24)$$

$$\left. \times [1 - \exp[-Y_D(a,b,f_H)]] \right\},$$

$$Y_D(a,b,f_H) = f_H M_D(a,b), \quad M_D(a,b) = C_{zu} \frac{(1+a)(1+b)}{4ab + c_{const}}, \quad (2.25)$$

где  $c_{const}$  – константа нормализации, которая зависит от числовых значений показателей степеней  $a$  и  $b$ ; в диапазоне возможного изменения параметров  $\mu$ ,  $\alpha$  и  $\chi$ , а именно  $\mu = 0 \div 1$ ,  $\alpha = 0 \div 0,5$  и  $\chi = 1,5 \div 4$ , может быть принятой равной нулю, хотя в других случаях она будет возрастать с ростом  $a$  и  $b$ .

С учетом сделанных замечаний выражение (2.22) при  $J_{x,1}(a,b,f_H) \equiv J_{x,1}^A(a,b,f_H)$  будет иметь аналитическое решение, что в свою очередь позволит для резонансной реакции опоры записать следующие выражения:

$$D_D(y) = \frac{\pi}{\zeta_{x,1}} B_{D,\Sigma}(y) I_u^2(H) S_{u,N}(H, n_{x,1}) J_{D,x}(f_H), \quad (2.26)$$

$$B_{D,\Sigma}(y) = \left( \frac{1 - \Delta_b}{1 - y\Delta_b} \right)^2 \left( \frac{1}{2\alpha + \chi + 1} - \frac{\Delta_b}{2(\alpha + 1) + \chi} \right)^{-2}, \quad (2.27)$$

где  $S_{u,N}(\bullet)$  – нормированный спектр пульсаций скорости ветра.

Для случая  $\Delta_b = 0$ , т.е. при неучёте зависимости ширины и массы опоры от высоты, формулы (2.26), (2.27) приобретают более простой вид:

$$D_D = \frac{\pi}{\zeta_{x,1}} B_D I_u^2(H) S_{u,N}(H, n_{x,1}) \omega_0(f_H), \quad (2.28)$$

$$B_D = 2 \left( \frac{2\alpha + \chi + 1}{\mu + \alpha + \chi + 1} \right)^2, \quad \omega_0(f_H) = \frac{1}{Y_D(f_H)} - \frac{1}{Y_D^2(f_H)} [1 - \exp[-Y_D(f_H)]]. \quad (2.29)$$

$$Y_D(f_H) = f_H M_D, \quad M_D = C_{zu} \left[ \frac{\mu + \alpha + \chi + 1}{2(\mu + \alpha + \chi)} \right]^2, \quad (2.30)$$

На базі досягнутих упрощень квазистатическую реакцію опори можна будет представить в следующей интегральной форме:

$$Q_D(y) = 4B_{D,\Sigma}(y)I_u^2(H) \int_0^\infty S_{u,ref}(H,n)J_{D,x} \left( \frac{n \cdot H}{U(H)} \right) dn = 4B_{D,\Sigma}(y)I_u^2(H) \times \\ \left[ \int_0^\infty S_{u,ref}(H,n)J_{x,1}^A \left( a, b, \frac{n \cdot H}{U(H)} \right) dn - 2\Delta_b \int_0^\infty S_{u,ref}(H,n)J_{x,1}^A \left( a+1, b, \frac{n \cdot H}{U(H)} \right) dn + \right. \\ \left. + \Delta_b^2 \int_0^\infty S_{u,ref}(H,n)J_{x,1}^A \left( a+1, b+1, \frac{nH}{U(H)} \right) dn \right]. \quad (2.31)$$

Следует отметить, что интегралы формулы (2.31) также не имеют аналитического решения и должны находиться с помощью приемов компьютерной математики. Тем не менее выполненный нами детальный анализ позволил для интеграла вида

$$\Phi_x(a, b) = 2 \int_0^\infty S_{u,ref}(H, n) J_{x,1} \left( a, b, \frac{nH}{U(H)} \right) dn, \quad (2.32)$$

предложить следующее лаконичное аналитическое решение:

$$\Phi_x^A(a, b) = \frac{1}{(1+a)(1+b)} \left\{ 1 - \ln[1 + k_1 N_D(a, b)^{k_2}] \right\}; \quad (2.33)$$

$$N_D = M_D H / L_u(H) = M_D f_H / \xi_u, \quad (2.34)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – безразмерные коэффициенты, числовая оценка которых зависит от соотношения констант выражения точечного спектра пульсаций (2.5).

Это позволяет процедуру оценки квазистатического фактора представить полностью в аналитической форме:

$$Q_D(y) = 2B_{D,\Sigma}(y)I_u^2(H) \left[ \Phi_x^A(a, b) - 2\Delta_b \Phi_x^A(a+1, b) + \Delta_b^2 \Phi_x^A(a+1, b+1) \right]. \quad (2.35)$$

При  $\Delta_b = 0$  выражение (2.35) существенно упрощается и может быть переписано как

$$Q_D(y) = 2B_D(y)I_u^2(H) \left\{ 1 - \ln[1 + k_1 N_D^{k_2}] \right\}. \quad (2.36)$$



После определения величин  $D_D$  и  $Q_D$  дальнейшая оценка фактора порыва не вызывает особых трудностей, так как выполняется согласно общим формулам (1.9) – (1.11).

Переходя к рассмотрению фактора порыва в пространстве изгибающих моментов и поперечных сил, подставим поочередно формулы (1.17) и (1.18) в общее выражение взаимного спектра реакции опоры (2.18):

$$S_{S,x}(z,n) = \int_0^H \int_0^H S_{F,x}(z_1, z_2, n) \delta_H(z_1 - z) \delta_H(z_2 - z) dz_1 dz_2, \quad (2.38)$$

$$S_{M,x}(z,n) = \int_0^H \int_0^H S_{F,x}(z_1, z_2, n) (z_1 - z) \delta_H(z_1 - z) (z_2 - z) \delta_H(z_2 - z) dz_1 dz_2. \quad (2.39)$$

Введя безразмерные переменные  $y = z/H$ ,  $y_1 = z_1/H$ ,  $y_2 = z_2/H$  и учитывая, что функция Хэвисайда  $\delta_H(\cdot)$  при  $z_1 > z$  (или  $y_1 > y$ ) и  $z_2 > z$  (или  $y_2 > y$ ) равна единице, получим:

$$S_{S,x}(y,n) = H^2 \int_y^1 \int_y^1 S_{F,x}(y_1, y_2, n) dy_1 dy_2, \quad (2.40)$$

$$S_{M,x}(y,n) = H^4 \int_y^1 \int_y^1 S_{F,x}(y_1, y_2, n) (y_1 - y) (y_2 - y) dy_1 dy_2. \quad (2.41)$$

Подставив выражение для взаимного спектра аэродинамических сил, которые действуют на опору, представим спектры  $S_{S,x}(\cdot)$  и  $S_{M,x}(\cdot)$  в виде, подобном (2.22):

$$S_{S,x}(y,n) = 4\bar{F}_x^2(H) I_u^2(H) H^2 S_{u,ref}(H,n) J_{S,x}(y,n), \quad (2.42)$$

$$S_{M,x}(y,n) = 4\bar{F}_x^2(H) I_u^2(H) H^4 S_{u,ref}(H,n) J_{M,x}(y,n), \quad (2.43)$$

$$J_{S,x}(y, f_H) = J_{x,2}(y, a, b, f_H), \quad (2.44)$$

$$J_{M,x}(y, f_H) = J_{x,2}(y, a+1, b+1, f_H) - 2y J_{x,2}(y, a+1, b, f_H) + y^2 J_{x,2}(y, a, b, f_H), \quad (2.45)$$

где безразмерные параметры  $a$  и  $b$ , которые имеют значение:  $a = b = \mu + \alpha$ , входят в состав интегрального выражения

$$J_{x,2}(y, a, b, f_H) = \int_y^1 \int_y^1 y_1^a y_2^b \exp\left(-2C_{zu}f_H \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha}\right) dy_1 dy_2. \quad (2.46)$$

Данное выражение ассоциируется с рассмотренным выше интегралом (2.21), отличаясь от последнего только нижними пределами интегрирования. Очевидно, что замкнутого решения он не имеет и должен вычисляться численно. Тем не менее на основе (2.24) мы можем предложить альтернативу численным методам, заменив (2.46) произведением трех функций:

$$J_{x,2}^A(y, a, b, f_H) = \omega_1(y, a, b)\omega_2(y, a, b)\omega_3(y, f_H), \quad (2.47)$$

$$\omega_1(y, a, b) = \frac{(1 - y^{a+1})(1 - y^{b+1})}{(a+1)(b+1)}, \quad \omega_2(y, a, b) = 1 + y^{-0,15\left(\frac{a+b}{2}\right)}, \quad (2.48)$$

$$Y_{MS}(y, f_H) = f_H M_{MS}(y), \quad M_{MS}(y) = C_{zu}(1 - y), \quad (2.49)$$

$$\omega_3(y, f_H) = \frac{1}{Y_{MS}(y, f_H)} - \frac{1}{Y_{MS}^2(y, f_H)} \{1 - \exp[-Y_{MS}(y, f_H)]\}. \quad (2.50)$$

Функция  $\omega_1(\bullet)$  является решением интеграла (2.46) при  $f_H = 0$ , а функция  $\omega_2(\bullet)$  – это искусственно подобранный множитель коррекции в пределах интересующего диапазона значений параметров  $a$  и  $b$ . В задачах динамики высотных сооружений этот диапазон довольно узкий и составляет  $a \wedge b \in [0; 2]$ , а потому функцию  $\omega_2(\bullet)$  можно считать инвариантом выражения (2.47). В других областях прикладной науки, где необходимо рассмотрение выражения (2.46), решение (2.47) будет справедливым при любых значениях параметров  $a$  и  $b$ , но функция  $\omega_2(\bullet)$  всегда будет иметь индивидуальный вид для конкретного участка области их допустимых значений.

На основе сделанных замечаний легко получить аналитические выражения для резонансной реакции опоры в пространстве поперечных сил и изгибающих моментов. Подставив (2.17), (2.40) и, соответственно, (2.16), (2.41) в (1.20), будем иметь (далее используем обозначение  $\ell = \mu + \alpha$ ):

$$D_S(y) = \frac{\pi}{\zeta_{x,1}} B_S(y) I_u^2(H) S_{u,N}(H, n_{\Lambda,1}) \omega_3(y, f_H) \left[1 + y^{-0,15\ell}\right]; \quad (2.51)$$

$$D_M(y) = \frac{\pi}{\zeta_{\Lambda,1}} B_M(y) I_u^2(H) S_{u,N}(H, n_{\Lambda,1}) \omega_3(y, f_H) \omega_\Sigma(y), \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \omega_{\Sigma}(y) &= \omega_1(y, \ell + 1, \ell + 1)\omega_2(y, \ell + 1, \ell + 1) - \\ &- 2y\omega_1(y, \ell + 1, \ell)\omega_2(y, \ell + 1, \ell) + y^2\omega_1(y, \ell, \ell)\omega_2(y, \ell, \ell), \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$B_S(y) = \left[ \left( \frac{2\alpha + 1}{\ell + 1} \right) \left( \frac{1 - y^{\ell + 1}}{1 - y^{2\alpha + 1}} \right) \right]^2, \quad (2.54)$$

$$B_M(y) = \left\{ \frac{1}{2\alpha + 2} [1 - y^{2\alpha + 2}] - \frac{y}{2\alpha + 1} [1 - y^{2\alpha + 1}] \right\}^{-2}. \quad (2.55)$$

Из выражений (2.49), (2.50), (2.54) и (2.55) можно видеть, что резонансные факторы  $D_S(y)$  и  $D_M(y)$  являются неопределенными в точке  $y = 1$ . Для раскрытия этой неопределенности отыщем пределы функций  $\omega_3(y, f_H)$ ,  $B_S(y)$  и  $B_M(y)\omega_{\Sigma}(y)$ :

$$\lim_{y \rightarrow 1} \omega_3(y, f_H) = 0,5, \quad \lim_{y \rightarrow 1} B_S(y) = 1,0, \quad \lim_{y \rightarrow 1} B_M(y)\omega_{\Sigma}(y) = 2,0. \quad (2.56)$$

$\forall f_H \in \mathbb{N} \qquad \qquad \qquad \forall \alpha \in \mathbb{N} \qquad \qquad \qquad \forall \alpha \in \mathbb{N}$

В соответствии с найденными пределами выражения (2.51), (2.52) при  $y = 1$ , т.е. при  $z = H$ , приобретут следующую идентичную форму записи:

$$D_{S,H} = D_{M,H} = \frac{\pi}{\zeta_{x,1}} I_u^2(H) S_{u,\mathbb{N}}(H, n_{x,1}). \quad (2.57)$$

Квазистатическую реакцию опоры определим на основании того, что подобно (2.32), (2.33), решение интеграла

$$2 \int_0^{\infty} S_{u,ref}(H, n) \omega_3 \left( y, \frac{nH}{U(H)} \right) dn, \quad (2.58)$$

можно искать в виде:

$$\omega_4(y) = 1 - \ln \left[ 1 + (k_1 + 0,1y) N_{MS}(y)^{k_2 + 0,1y} \right], \quad (2.59)$$

где коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  имеют такие же значения, как и при рассмотрении реакции опоры в пространстве перемещений, а  $N_{MS}(y)$  определяется подобно выражению (2.34), т.е.  $N_{MS}(y) = M_{MS}(y)H / L_u(H) = M_{Df_H} / \xi_u$ .

На основе высказанных замечаний для квазистатической реакции поперечной силы  $Q_S(y)$  и изгибающего момента  $Q_M(y)$  можем записать:

$$Q_S(y) = 2I_u^2(H)B_S(y)\omega_4(y)\left[1 + y^{-0,15\alpha}\right], \quad (2.60)$$

$$Q_M(y) = 2I_u^2(H)B_M(y)\omega_4(y)\omega_2(y). \quad (2.61)$$

Для случая, когда  $y=1$ , воспользуемся пределами (2.56) и примем во внимание, что  $\omega_4(y=1)=1,0$ . После этого для формул (2.60), (2.61) получим:

$$Q_{S,H}^\Lambda = Q_{M,H}^\Lambda = 4I_u^2(H). \quad (2.62)$$

## Выводы

На основе предложенной аналитической процедуры были выполнены расчеты фактора порыва семи решетчатых башенных опор разной высоты, которые были сопоставлены с точным численным расчетом и методикой G. Solari, G. Piccardo [34, 36, 37], основанной на интегральном допущении (1.23). Выполненные расчёты дают основания утверждать, что представленная в данной статье методика хорошо согласуется со сложным эталонным методом для разных спектров, разнообразных ветровых режимов местности и башен разной высоты (из-за ограниченного объёма статьи мы, к сожалению, не подкрепляем данный вывод соответствующими фактами). При этом для фактора порыва поперечной силы данную согласованность можно по праву назвать тождественностью. Фактор порыва изгибающего момента также оценивается довольно точно, но с небольшой переоценкой (до 2 %). Что касается гипотетического выражения (1.22), то оно является ненадежным, так как может недооценивать эквивалентную ветровую нагрузку до 20 % на малых и больших высотах. Кроме этого, численно-аналитическая процедура оценки фактора порыва G. Solari и G. Piccardo, даже при использовании допущения (1.22), является громоздкой и малопригодной для нормативных и вероятностных расчетов опор.

## Литература

- [1] Davenport A.G. Gust Loading Factors / A.G. Davenport // Journal of Structural Division. – ASCE, 1967. – vol. 93. – № 3. –P. 11 – 34.
- [2] Davenport A.G. Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading / Proc. Instn Civ. Engrs., London, UK, №24. – 1964. – P. 187 – 196.
- [3] Davenport A.G. The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures / Proc. Instn Civ. Engrs., London, UK, №19. – 1961. – P. 449 – 472.
- [4] Dyrbye C., Hansen S.O. Wind Loads on Structures. New York: John Wiley & Sons. 1999. – 229 p. – ISBN 0-471-95651-1.
- [5] ESDU 76001. The Response of Flexible Structures to Atmospheric Turbulence / Engineering Sciences Data Unit, London. – 1976.

- [6] Holmes J.D. Effective Static Load Distributions in Wind engineering // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 90 – 2002. – P. 91 – 109.
- [7] Holmes J.D. Along-Wind Response of Lattice Towers: Part I – Derivation of Expressions for Gust Response Factors // Engineering Structures, Vol. 16. – 1994. – P. 287 – 292.
- [8] Holmes J.D. Along-Wind Response of Lattice Towers: Part II – Aerodynamic Damping and Deflections // Engineering Structures, Vol.18. – 1996. – P. 483 – 488.
- [9] Holmes J.D. Along-Wind Response of Lattice Towers: Part III – Effective load distribution // Engineering Structures, Vol. 18. – 1996. – P. 489 – 494.
- [10] Holmes J.D. Wind loading of structures. Great Britain: Eastbound. 2005. – 356 p. – ISBN 0-419-24610-X.
- [11] Kareem A. Fluctuating wind loads on buildings / Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE 108. – 1982. – P. 1086 – 1102.
- [12] Kareem A. Lateral-torsional Motion of Tall Buildings to Wind Loads / Journal of Structural Engineering, ASCE 111. – 1985. – P. 2479 – 2496.
- [13] Kareem A. Wind-excited Response of Buildings in Higher Modes / Journal of the Structural Division, ASCE 107. – 1981. – P. 701 – 706.
- [14] Kasperski M., Niemann H.J. The L.R.C. (Load Response-Correlation) Method – a General Method for Estimating Unfavorable Wind Load Distributions for Linear and Non-linear structural behavior / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 41 – 44. – 1992. – P. 1753 – 1763.
- [15] Kasperski M. Extreme Wind Load Distributions for Linear and Non-linear Design / Engineering Structures, № 14. – 1992. – P. 27 – 34.
- [16] Katsumura A., Tamura Y. and Nakamura O. Universal Wind Load Distribution Reproducing Maximum Load Effects on Structural Members / Proceedings of the 5th International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics & Applications, Ottawa, Canada, 2004. – P. 351 – 354.
- [17] Liepmann H.W. On the Application of Statistical Concepts to the Buffeting Problem / Aerodynamics Science, № 19. – 1952. – P. 793 – 822.
- [18] Piccardo G. and Solari G. A Refined Model for Calculating 3-D Equivalent Static Wind Forces on Structures / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 65. – 1996. – P. 21 – 30.
- [19] Piccardo G. Solari G. Closed Form Prediction of 3-D Wind-Excited Response of Slender Structures / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 74 – 76. – 1998. – P. 697 – 708.
- [20] Piccardo G., Solari G. 3-D Gust Effect Factor for Slender Vertical Structures // Probabilistic Engineering Mechanics, № 17. – 2002. – P. 143 – 155.
- [21] Piccardo G., Solari G. 3D Wind-Excited Response of Slender Structures: Closed-Form Solution // Journal of Structural Engineering, Vol. 126, № 8, August, 2000. – P. 936 – 943.
- [22] Piccardo G., Solari G. Generalized Equivalent Spectrum Technique / Wind and Structures, №1. – 1998. – P. 161 – 174.

- [23] Recommendations for the Calculation of Wind Effects on Buildings and Structures / European Convention for Constructional Steelworks (ECCS), Brussels. – 1978.
- [24] Repetto M.P., Solari G. Equivalent Static Wind Actions on Vertical Structures // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 91, №12-15, 2004 – P. 335 – 357.
- [25] Simiu E. Equivalent Static Wind Loads for Tall Buildings Design / Journal of the Structural Division, ASCE 102. – 1976. – P. 719 – 737.
- [26] Simiu E. Revised Procedure for Estimating Along-wind Response / Journal of the Structural Division, ASCE 106. – 1980. – P. 1 – 10.
- [27] Simiu E., Scanlan R.H. Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design / – 3rd ed. Printed in the United States of America. 1996. – 688 p. – ISBN 0-471-12157-6.
- [28] Solari G. 3-D Response of Buildings to Wind Action / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 23. – 1986. – P. 379-393.
- [29] Solari G. Along-wind Response Estimation: Closed Form Solution / Journal of the Structural Division, ASCE 108. – 1982. – P. 225 – 244.
- [30] Solari G. Analytical Estimation of the Along-wind Response of Structures / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 14. – 1983. – P. 467 – 477.
- [31] Solari G. Equivalent Wind Spectrum Technique: Theory and Applications / Journal of Structural Engineering, ASCE 114. – 1988. – P. 1303 – 1323.
- [32] Solari G. Gust Buffeting. I: Peak Wind Velocity and Equivalent Pressure. II: Dynamic Along-wind Response / Journal of Structural Engineering, ASCE 119. – 1994. – P. 365 – 382, 383 – 398.
- [33] Solari G. Mathematical Model to Predict 3-D Wind Loading on Buildings / Journal of Engineering Mechanics, ASCE 111. – 1985. – P. 254 – 276.
- [34] Solari G. Progress and Prospects in Gust-excited Vibrations of Structures / Engineering Mechanics, №6. – 1999. – P. 301 – 322.
- [35] Solari G. Turbulence Modeling for Gust Loading / Journal of Engineering Mechanics, ASCE 113. – 1987. – P. 1550 – 1569.
- [36] Solari G., Piccardo G. Probabilistic 3-D Turbulence Modeling for Gust Buffeting of Structures / Probabilistic Engineering Mechanics, №16. – 2001. – P. 73 – 86.
- [37] Solari G., Repetto M.P. General Tendencies and Classification of Vertical Structures under Wind Loads / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 90. – 2002. – P. 1299 – 1319.
- [38] Tamura Y., Kawai H., Uematsu Y., Marukawa H., Fujii K., Taniike Y. Wind Loads and Wind-induced Response Estimations in the Recommendations for Loads on Buildings, AIJ. Engineering Structures, № 18. – 1996. – P. 399 – 411.
- [39] Davenport, A.G. How Can We Simplify and Generalize Wind Loads / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 54 – 55. – 1995. – P. 657 – 669.
- [40] Vellozzi J., Cohen E. Gust Response Factors // J. Struct. Div., ASCE, 94, № ST6. Proc. Paper 5980. – 1968. – P. 129 – 1313.

- [41] Vickery B.J. On the Reliability of Gust Loading Factors / Proc Techn Meet Concerning Wind Loads on Buildings and Structures. National Bureau of Standards, Washington, DC. – 1970. – P. 93 – 104.
- [42] Vickery B.J., Basu R.I. Across-wind Vibrations of Structures of Circular Cross-section. Part I: Development of a mathematical model for two-dimensional conditions / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 12. – 1983. – P. 49 – 74.
- [43] Zhou Y., Gu M., Xiang H. Along-wind Static Equivalent Wind Loads and Response of Tall Buildings. Part I: Unfavorable Distributions of Static Equivalent Wind Loads. Part II: Effects of mode shape / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, № 79. – 1999. – P. 135 – 150, 151 – 158.
- [44] Zhou Y., Kareem A. Aeroelastic Balance / Journal of Engineering Mechanics, ASCE 129. – 2003. – P. 283 – 292.
- [45] Zhou Y., Kareem A. Gust Loading Factor: New Model // Journal of Structural Engineering, Vol. 127, №2, February, 2001. – P. 168 – 175.
- [46] Zhou Y., Kijewski T., Kareem A. Aerodynamic Loads on Tall Buildings: Interactive data-base / Journal of Structural Engineering, ASCE 129. – 2003. – P. 394 – 404.
- [47] Руководство по расчёту зданий и сооружений на действие ветра – М.: Стройиздат, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1978. – 216 с.
- [48] Пашинский В.А. Представление атмосферных нагрузок в виде дифференцируемых случайных процессов / В.А. Пашинский // Строительная механика и расчет сооружений. – 1992. – № 1. – С. 92 – 96.
- [49] Пичугин С.Ф. Вероятностный анализ ветровой нагрузки / С.Ф. Пичугин // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1997. – № 12. – С. 13 – 20.
- [50] Пичугин С.Ф. Ветровая нагрузка на строительные конструкции / С.Ф. Пичугин, А.В. Махинько. – Полтава: АСМІ, 2005. – 342 с.

*Надійшла до редколегії 10.06.2010 р.*