УДК 620.175.22:62-233.1:621.866.6

Ю.О. Давиденко, к.т.н., доцент, К.Ю. Фролов, асистент,
А.В. Фургас, студент, О.О. Горюн, студент

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МОМЕНТУ ОПОРУ ПЕРЕРІЗУ ДЕБАЛАНСНОГО ВАЛА ВІД ГЛИБИНИ КАНАВКИ ПІД СФЕРИЧНУ ШПОНКУ В ПРОГРАМІ «MAPLE 13»

У статті наведено результати дослідження дебалансних валів – обов'язкової деталі керованих дебалансних машин. Детально розглянуто алгоритм визначення такого динамічного параметра, як момент опору перерізу. За допомогою програми математичного моделювання «Maple 13» досліджуються функціональні залежності моменту опору перерізу W_x дебалансного вала з вирізами під сферичну шпонку від радіуса вала R, радіуса сферичної шпонки r і глибини канавки під сферичну шпонку h_k.

***Ключові слова**: момент опору, дебалансний вал, шарова шпонка.*

Постановка проблеми. Осьовий момент опору перерізу є визначальним параметром при проектуванні багатьох деталей. При його розрахунках використовуються стандартні формули, наведені в роботах [1–3] та інших підручниках із дисципліни «Опір матеріалів».

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На даний момент при виготовленні дебалансних валів використовуються стандартні параметри – глибина канавки під шарову шпонку приймається рівною радіусу цієї шпонки [4–9]. Момент опору такого перерізу є незмінним, хоча для багатьох випадків його значення можна підвищити, використавши залежності, наведені в статті.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. На ефективне використання дебалансних машин впливає момент опору перерізу вала, а використовуючи його функціональні залежності від розмірів канавки, можна підвищити цю ефективність та визначити зміну його властивостей залежно від відповідних розмірів.

Метою цієї роботи є дослідження впливу зміни форми перерізу на величину його осьового моменту опору за допомогою програми математичного моделювання «Maple 13».

Виклад основного матеріалу. Досліджуваний переріз має вигляд, зображений на рисунку 1.

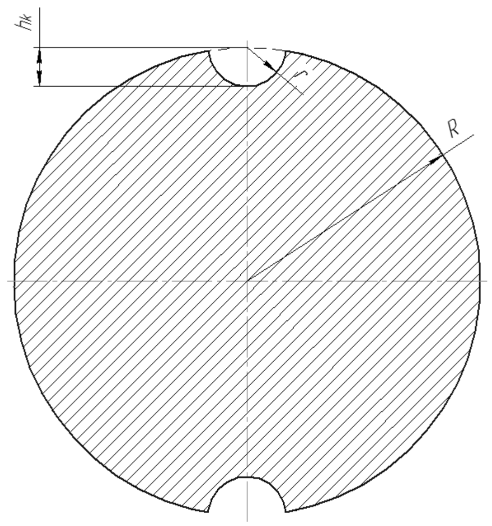

Рисунок 1 – Переріз дебалансного вала з вирізами під шарові шпонки:
R – радіус дебалансного вала, мм;
r – радіус шарової шпонки, мм;
h_k – глибина канавки під шарову шпонку, мм

Згідно з роботою [1, с. 210], момент опору перерізу можна визначити як

$$W = \frac{J}{l_{max}}\ , \tag{1}$$

де J – осьовий момент інерції перерізу, мм^4;

l_{max} – довжина перпендикуляра, опущеного з крайньої точки перерізу на відповідну вісь, мм.

Для даного перерізу відповідно до даних роботи [10, с. 243] визначено, що довжина відповідного перпендикуляра для функції осьового моменту опору перерізу відносно *осі x* дорівнює

$$l_{max} = \frac{R^2 + a^2 - r^2}{2 * a}, \tag{2}$$

де a – довжина відрізка між центрами мас перерізу дебалансного валу та шарової шпонки, мм.

Для дослідження впливу глибини канавки під шарову шпонку h_k на величину осьового моменту опору перерізу відносно *осі x* у роботі [10, с. 243] для даного перерізу була отримана залежність

$$a = R + r - h_k. \tag{3}$$

У праці [10, с. 243] була отримана функція моменту інерції перерізу дебалансного вала з вирізами під шарові шпонки відносно *осі x*

$$\begin{aligned}
J_x = 4 \times [\frac{R^4}{24} \times (\frac{1}{4} \times sin(4\,arcsin\{-k\}) + 2 \times sin(2\,arcsin\{-k\}) + \\
+ 3\,arcsin\,\{-k\} + \frac{3 \cdot \pi}{2}) + \frac{r}{3} \times (\frac{a^3 \cdot k \cdot R}{r} - \frac{3 \cdot a^2 \cdot r}{2} \times \\
\times \left(-\frac{1}{2} \times sin\left(2\,arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) - arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) + \frac{3 \cdot a \cdot r^2}{4} \times \\
\times \left(-\frac{1}{3}\,sin\left(3\,arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) + \frac{3 \cdot k \cdot R}{r}\right) - \frac{r^3}{8} \times (-\frac{1}{4} \times \\
\times sin\left(4\,arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) - 2 \times sin\left(2\,arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) - 3 \times \\
\times arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}))].
\end{aligned} \tag{4}$$

Підставимо вирази (2) та (4) у формулу (1)

$$\begin{aligned}
W_x = \{4(\frac{R^4}{24}(\frac{1}{4}sin(4\,arcsin(-k)) + 2\,sin(2\,arcsin(-k)) + \\
+3\,arcsin(-k) + \frac{3\pi}{2}) + \frac{r}{3}(\frac{a^3kR}{r} - \frac{3a^2r}{2} \times (-\frac{1}{2}sin\left(2\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right) - \\
- arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)) + \frac{3ar^2}{4} \times \left(-\frac{1}{3}sin\left(3\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right) + \frac{3\text{柿}R}{r}\right) - \frac{r^3}{8} \times \\
\times (-\frac{1}{4}sin\left(4\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right) - 2\,sin\left(2\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right) - \\
-3\,arcsin\,(-\frac{kR}{r}))))\}/\left\{\frac{R^2 + a^2 - r^2}{2 \times a}\right\}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Для отримання безпосередньо залежності моменту опору перерізу від радіусів вала та шарової шпонки, а також глибини канавки підставимо залежність (3) у формулу (5)

$$W_x = \{(\frac{R^4}{6}(\frac{1}{4}sin(4\,arcsin(-k)) + 2\,sin(2\,arcsin(-k)) +$$

$$+3\,arcsin(-k)+\frac{3\times\pi}{2})+\frac{4r}{3}\times(\frac{(R+r-h_k)^3kR}{r}-$$
$$-\frac{3(R+r-h_k)^2r}{2}\times\left(-\frac{1}{2}sin\left(2\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right)-arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right)+$$
$$+\frac{3(R+r-h_k)r^2}{4}\times\left(-\frac{1}{3}sin\left(3\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right)+\frac{3kR}{r}\right)-$$
$$-\frac{r^3}{8}(-\frac{1}{4}sin\left(4\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right)-2\,sin\left(2\,arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right)-$$
$$-3arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right))))\}\,/\left\{\frac{2R^2+h^2+2Rr-2rh-2hR}{2\times(R+r-h_k)}\right\}. \quad (6)$$

Отримана функція (6) відображує вплив глибини канавки під шарову шпонку на момент опору вала відносно *осі x*, при цьому величини R і r – змінні, тобто вибираються для кожного вала.

Для спрощення запису формули коефіцієнт k виразимо окремо. Згідно з даними роботи [10, с. 243] коефіцієнт k можна визначити за формулою

$$k=+\sqrt{\frac{R^2-y^2}{R^2}}, \quad (7)$$

де y – координата перетину дуг дебалансного вала та шарової шпонки відносно осі y, мм.

Для визначення значення y було отримано залежність (2).

Підставимо вираз (3) в залежність (2)

$$y=(R^2+(R+r-h_k)^2-r^2)/(2\cdot(R+r-h_k))=(R^2+\frac{h_k^2}{2}+Rr-rh_k-$$
$$-h_kR)/(R+r-h_k). \quad (8)$$

У формулі (7) використовується квадрат координати перетину дуг дебалансного вала та шарової шпонки відносно *осі y*. Для спрощення перетворень окремо знайдемо квадрат y (8)

$$y^2=(R^2+\frac{h_k^2}{2}+Rr-rh_k-h_kR)^2/(R+r-h_k)^2. \quad (9)$$

У зв'язку з тим, що в довідниках ([11–13] та інших) немає готової формули для піднесення чисельник до квадрата, далі використовуємо принцип, який полягає в тому, що вирази в дужках групуємо й поштучно замінюємо проміжними значеннями для використання стандартних формул. У даному випадку нехай

$$R^2+Rr-h_kR\equiv a \text{ та } \frac{h_k^2}{2}-rh_k\equiv b,$$

тоді

$$y^2=\frac{(a+b)^2}{(R+r-h_k)^2}=\frac{a^2+2ab+b^2}{(R+r-h_k)^2}=$$
$$=(R^4+(rR)^2+2(h_kR)^2+2R^3r-4R^2rh_k-2R^3h_k+3h_k^2rR-Rh_k^3-$$
$$-2r^2Rh_k+\frac{h_k^4}{4}-h_k^3r+(rh_k)^2)/(R+r-h_k)^2. \quad (10)$$

Для отримання остаточної залежності підставляємо вираз (10) у формулу (7)

$$k=+\sqrt{\frac{R^2-Y^2}{R^2}}=+\frac{\sqrt{R^2-Y^2}}{R}=\{[R^2-(R^4+(R\cdot r)^2+2\cdot(h_k\cdot R)^2+$$
$$+2\cdot R^3\times r-4\cdot R^2\cdot r\cdot h_k-2\cdot R^3\cdot h_k+3\cdot h_k{}^2\cdot R\cdot r-$$

$$-h_k^{\,3}\cdot R-2\cdot R\cdot r^2\cdot h_k+\frac{h_k^{\,4}}{4}-h_k^{\,3}\cdot r+(r\cdot h_k)^2)/(R+r-h_k)^2]^{\frac{1}{2}}\}/R=$$

$$=(-R^2\cdot h_k^{\,2}+2\cdot R^2\cdot r\cdot h_k-3\cdot R\cdot r\cdot h_k^{\,2}+R\cdot h_k^{\,3}+2\cdot R\cdot r^2\cdot h_k-\frac{h_k^{\,4}}{4}+$$

$$+h_k^{\,3}\cdot r-(r\cdot h_k)^2)^{\frac{1}{2}}/(R+r-h_k)\cdot R. \qquad (11)$$

Отримані рівняння розв’язані за допомогою програми математичного моделювання «Maple 13» графічним методом. Використано команду *plot(F(x),x)*, де *F(x)* – функція, залежна від *x*, *x* – невідома, що досліджується. Метод полягає у побудові графіка, спочатку в межах від 0 до 1, при цьому більша межа залежить від радіуса вала та задається у команді після невідомої. Далі за допомогою масштабування досліджуємо ділянку графіка, де момент опору в даному випадку максимальний, для цього зменшуємо межі ділянки для отримання необхідної точності. Було розраховано декілька значень h_k для валів із різними значеннями R та r. Наприклад, для вала з $R = 12{,}5$ мм та $r = 4$ мм графіки мають вигляд, зображений на рис. 2 і 3.

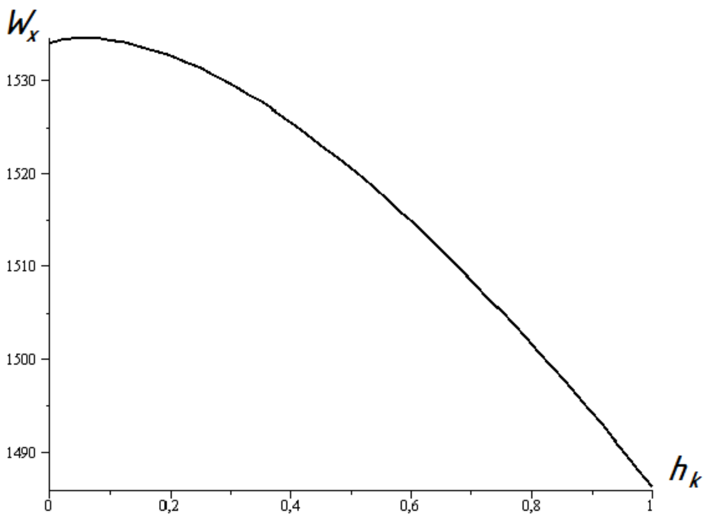

Рисунок 2 – Графік залежності W_x від h_k (межі від 0 до 1)

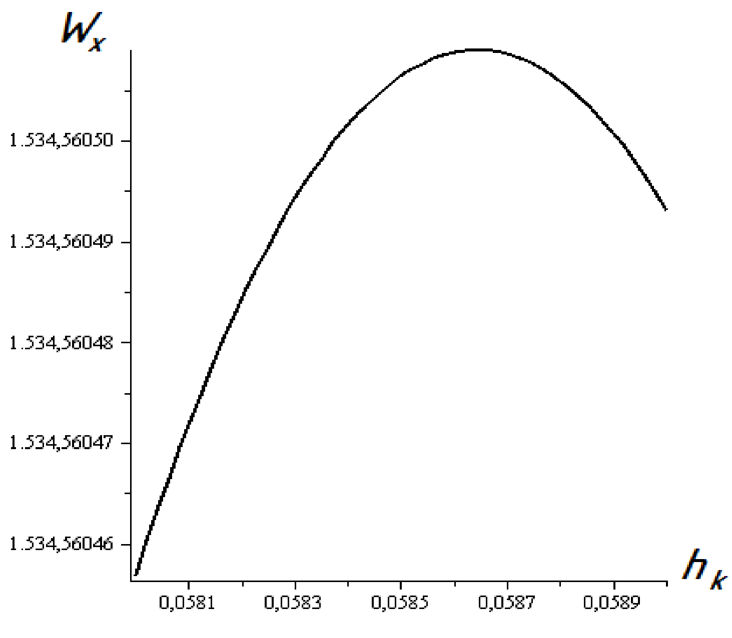

Рисунок 3 – Графік залежності W_x від h_k (межі від 0,058 до 0,059)

Очевидно, що найбільше значення W_x досягається при $h_k = 0{,}0587$ *см*, ($W_x = 1534{,}56051$ *мм*^{3}). Якщо ж використати стандартні значення, за яких $h_k = r$, то $W_x = 1161{,}172$ *мм*^{3}.

Для вала з $R=25$ *мм* та $r=8$ *мм* графіки мають вигляд, наведений на рис. 4 і 5.

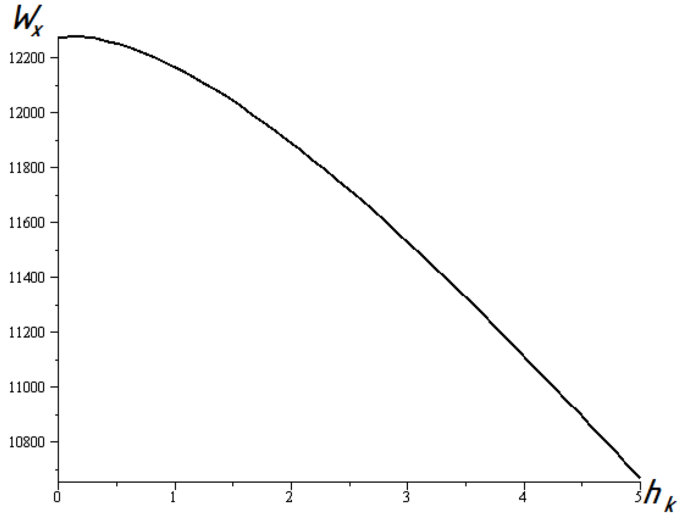

Рисунок 4 – Графік залежності W_x від h_k (межі від 0 до 5)

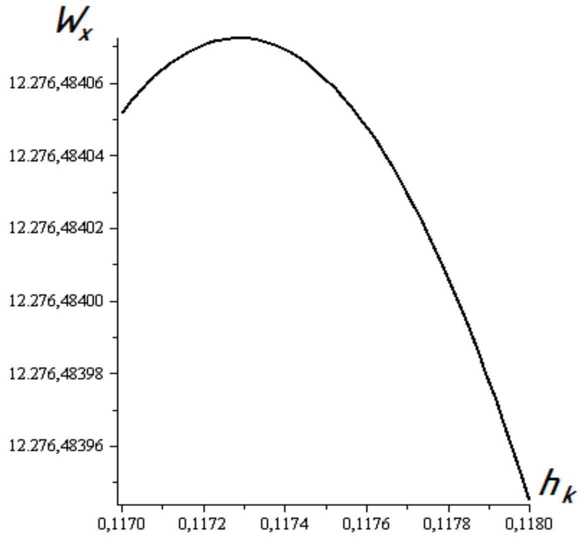

Рисунок 5 – Графік залежності W_x від h_k (межі від 0,117 до 0,118)

З графіків можна визначити точне значення глибини канавки, при цьому одразу відомо момент опору в даному випадку.

Отримані результати також були перевірені за допомогою програми «Mathcad 14».

Висновки з дослідження. Момент опору перерізу дебалансного вала з вирізами під шарові шпонки відносно осі х можна збільшити, зменшивши глибину канавки під шарову шпонку. Отримані залежності доцільно використати для більш ефективного проектування дебалансних валів.

Література

1. Писаренко, Г.С. Опір матеріалів: підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, С. Уманський; за ред. Г.С. Писаренка. – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.

2. Горшков, А.Г. Сопротивление материалов: учебн. пос. / А.Г. Горшков, В.П. Трошин, В.И. Шалашилин; 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 544 с.

3. Подскребко, М. Д. Сопротивление материалов: учебник / М. Д. Подскребко. – Минск: Выш. шк., 2007. – 797 с.:ил.

4. Сердюк, Л.И. Основы теории, расчет и конструирование управляемых вибрационных машин с дебалансными возбудителями: дисс. ... докт. техн. наук/ Сердюк, Л.И. – Харьков, 1991. – 301 с.

5. Черевко, А.Н. Разработка и исследование низкочастотных виброплощадок с управляемыми режимами работы для формования железобетонных изделий: дисс. ... канд. техн. наук / Черевко, А.Н. – Полтава, 1993. – 157 с.

6. Давиденко, Ю.О. Розробка та дослідження керованої віброплощадки для ущільнення легких бетонів: дис. ... канд. техн. наук / Давиденко, Ю.О. – Полтава, 1999. – 181 с.

7. Жигилий, С.М. Управляемая вибрационная машина для подготовки металлической фибры: дис. канд. техн. наук / Жигилий, С.М. – Полтава, 1997. – 192 с.

8. Осина, Л.М. Разработка смесителя для приготовления фибробетонной смеси на базе управляемого вибровозбудителя: дисс. канд. техн. наук / Осина, Л.М. – Полтава, 2000. – 192 с.

9. Гнітько, С.М. Пристрій для вібраційного ущільнення бетонних сумішей та переміщення виробів: дис. ... канд. техн. наук / Гнітько, С.М. – Полтава, 1999. – 186 с.

10. Фролов, К.Ю. Визначення моменту інерції перерізу дебалансного вала керованого вібрзбуджувача / К.Ю. Фролов // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2009. – Випуск 3 (25), том 1. – С. 239–244.

11. Двайт, Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. – М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948. – 256 с.

12. Цыпкин, А.Г. Математические формулы. Алгебра. Геометрия. Математический анализ: справочник / А.Г.Цыпкин, Г.Г.Цыпкин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1985. – 128 с.

13. Справочник по высшей математике / под ред. М.Я. Выгодского. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – 991с.

Надійшла до редакції 04.04. 2011

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ СЕЧЕНИЯ ДЕБАЛАНСНОГО ВАЛА ОТ ГЛУБИНЫ КАНАВКИ ПОД СФЕРИЧЕСКУЮ ШПОНКУ В ПРОГРАММЕ «MAPLE 13»

В статье приводятся результаты исследования дебалансных валов – обязательной детали управляемых дебалансных машин. Подробно рассмотрен алгоритм определения такого динамического параметра, как момент сопротивления сечения. При помощи программы математического моделирования «Maple 13» исследуются функциональные зависимости момента сопротивления сечения W_x дебалансного вала с вырезами под шаровую шпонку от радиуса вала R, радиуса сферической шпонки r и глубины канавки под сферическую шпонку h_k.

***Ключевые слова**: момент сопротивления, дебалансный вал, шаровая шпонка.*

RESEARCH OF AN DEBALANCED SHAFTS MODULUS OF SECTION DEPENDANCY FROM THE DEPTH OF A SHERICAL DOWELS CUTOUT BY USING A MAPLE 13 PROGRAM

This article contains the results of research of an debalanced shaft, a mandatory part of controllable debalanced machines. An algorithm of a modulus of section dynamic parameter determination is viewed in detail. Functional dependencies of modulus of section W_x from the shafts radii R, spherical dowels radii r and the cutout's depth for the spherical dowel h_k for an debalanced shaft with a spherical dowel cutout are researched by using a mathematical modeling program Maple 13.

***Key words:** modulus of section, debalanced shaft, spherical dowel.*