УДК 624.138.22

В.О. Северин, к.т.н., доцент, А.М. Пащенко, к.т.н., доцент
П.Ю. Винников, студент гр. 401-БПН, А.В. Батіг, студент гр. 401-БПН

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ЧИСЕЛЬНЕ ЙМОВІРНІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ СНІГОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОКРИТТЯ ОДНОПОВЕРХОВИХ ВИРОБНИЧИХ БУДІВЕЛЬ

Удосконалено чисельну ймовірнісну модель, що дозволяє відтворити квазістаціонарний випадковий процес снігового навантаження для території України.

Ключові слова: *чисельна ймовірнісна модель, снігове навантаження, поліномо-експоненціальний закон розподілу, програмне середовище MathCAD.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями. Використання чисельної ймовірнісної моделі дає змогу уточнити ряд параметрів випадкового процесу навантаження, які будуть використані в перевірочних розрахунках надійності сталевих конструкцій відповідно до чинних норм [1]. Крім того, на базі існуючої чисельної моделі снігового навантаження у формі випадкового процесу можливо доповнити інші форми представлення вихідних даних при проектуванні одноповерхових промислових будівель.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання проблеми. Основним джерелом експериментальних даних про снігове навантаження на горизонтальну поверхню слід вважати результати снігозйомок, що проводяться на метеостанціях, метеопостах і лінійних маршрутах.

Аналіз даних спостережень за значенням снігового навантаження на ряді метеостанцій, рівномірно розташованих територією України, підтвердив, що для річного циклу снігового навантаження специфічним є наявність на початку (між датами появи снігового покриву та утворення стійкого снігового покриву) й наприкінці зими (між датами руйнування стійкого снігового покриву та сходу снігового покриву) ділянок з нульовим значенням снігового навантаження, які для території України досить вагомі. Основна частина зими (від середньої дати початку $t_{поч}$ до середньої дати кінця $t_{кін}$) характеризується стабільним сніговим покривом з відносно високими значеннями навантаження, що і являє собою головний інтерес у ймовірнісних розрахунках конструкцій.

Вплив снігових навантажень на покриття промислових будівель опрацьовано науковими школами С.Ф. Пічугіна та А.В. Перельмутера, у працях яких були сформульовані загальні характеристики снігового покриву та розроблені методики зі створення моделей, що описують вплив снігових навантажень на конструкції будівель і споруд [2 – 5], а також розроблені відповідні доповнення до методик розрахунку в сучасних нормах.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. Недостатньо розглянутим є питання створення чисельної ймовірнісної моделі снігового навантаження, яка б з достатньою точністю відтворювала поведінку снігового покриву на певній території протягом заданого часу. Адекватність чисельної моделі реальним процесам снігового навантаження доведена на прикладі чисельної ймовірнісної моделі снігового навантаження для метеостанції Семенівка (Чернігівська обл.). Параметри моделі визначені на основі обробки статистичних даних про снігове навантаження за 50 років.

Тому за **мету** роботи прийнято розробку чисельної ймовірнісної моделі снігового навантаження для використання в розрахунках надійності сталевих конструкцій.

Виклад основного матеріалу дослідження. Моделювання випадкових навантажень виконуємо в три етапи. На першому (підготовчому) етапі встановлюються:

–коло імовірнісних характеристик, необхідних для створення чисельної ймовірнісної моделі навантаження;

–припущення про стаціонарність (нестаціонарність) й ергодичність процесу навантаження, що моделюється;

–необхідна та достатня точність моделі (задається ймовірність неперевищення граничної похибки при оцінюванні ймовірнісних характеристик, при цьому слід прямувати до одного порядку похибки на всіх етапах моделювання);

–закони розподілу ординат процесу навантаження;

–можливість застосування кореляційної теорії;

–обґрунтування заданого часу однієї реалізації;

–необхідна та достатня кількість реалізацій для отримування заданої точності моделі процесу;

–величина кроку квантування за рівнем і часом для достатньої точності досліджень.

На наступному етапі розробляється загальний алгоритм моделювання та чисельна модель, яку реалізують на ПЕОМ у найбільш придатному для цього середовищі. Останній етап зводиться до визначення адекватності чисельної моделі реальним процесам навантаження, після чого вона може бути придатною для практичної апробації.

Обробка для ряду метеостанцій підтвердила такі особливості снігового навантаження, виявлені в роботах [2, 4, 5]:

– наявність річного тренда математичного сподівання (рис. 1);

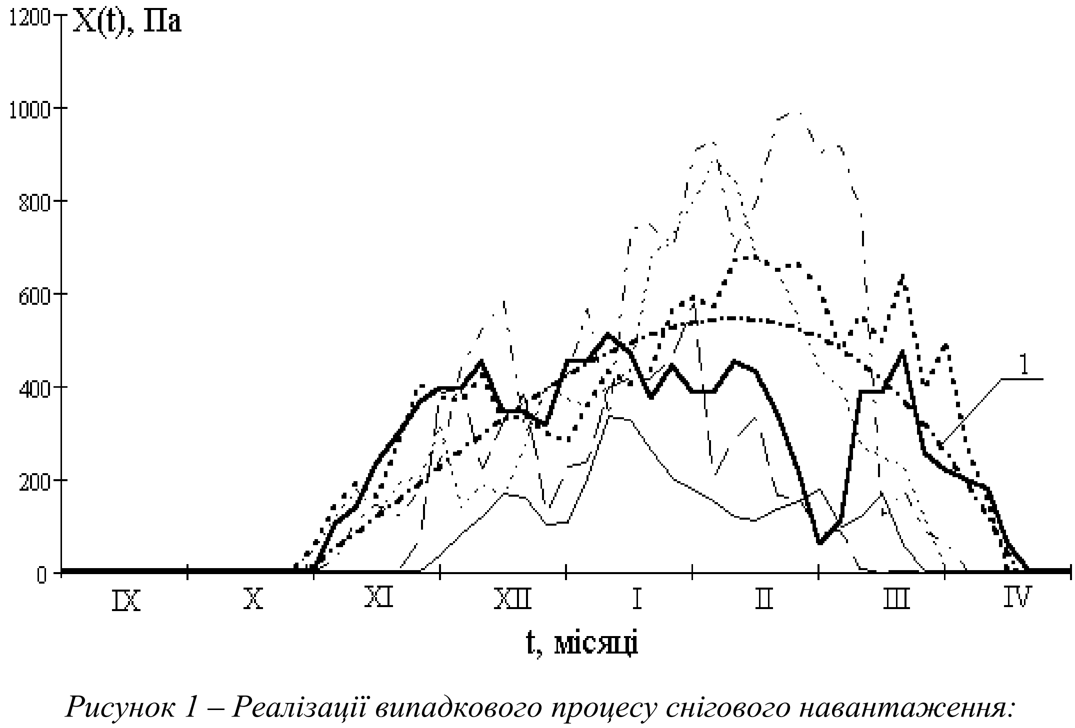

Рисунок 1 – Реалізації випадкового процесу снігового навантаження:

1 – функція тренда математичного сподівання за даними метеостанції Семенівка

– коефіцієнти варіації та асиметрії протягом року змінюються незначно, тому їх можна вважати за константи в межах окремих метеостанцій;

– найбільш придатною для опису кореляційної залежності є нормована кореляційна функція (НКФ) вигляду $r(\tau) = \exp(-\alpha\,\tau)$, де α – параметр НКФ (рис. 2);

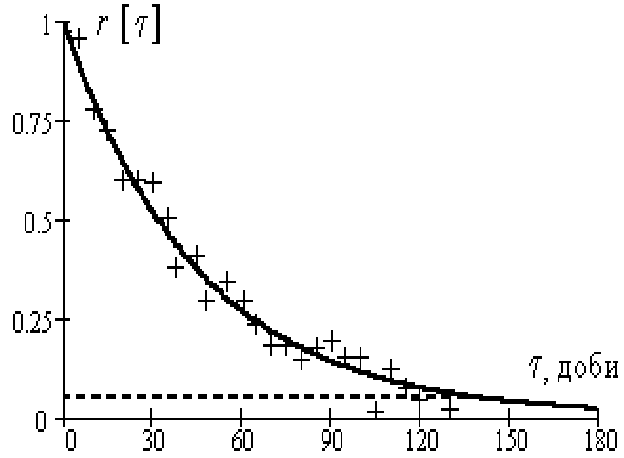

Рисунок 2 – Нормована кореляційна функція випадкового процесу снігового навантаження для метеостанції Семенівка

– стаціонарність випадкового процесу снігового навантаження за частотними характеристиками, що дає можливість прийняти в межах окремої метеостанції постійні значення параметра НКФ, ефективної частоти та частоти за максимумами;

– можливість опису ординат випадкового процесу снігового навантаження поліномо-експоненціальним законом розподілу з поліномом третього ступеня (рис. 3).

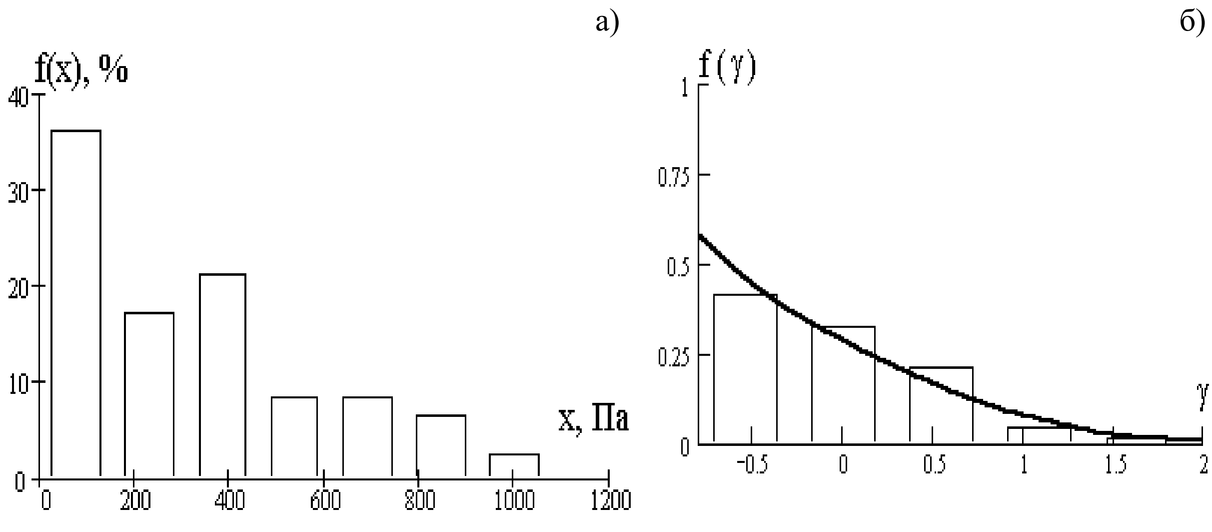

Рисунок 3 – Числові характеристики випадкового процесу снігового навантаження: а – гістограма снігового навантаження за всіма спостереженнями; б – розподіл ординат випадкового процесу снігового навантаження в нормованій формі для метеостанції Семенівка

Вихідні дані для моделі випадкового процесу снігового навантаження. Для окремих метеостанцій узагальнена річна величина щільності розподілу дорівнює сумі щільностей розподілу ординат снігового навантаження для кожного перерізу випадкового процесу. Отримані таким чином для метеостанції Семенівка параметри моделі снігового навантаження у формі випадкового процесу з узагальненою річною щільністю розподілу наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Вихідні дані для моделі випадкового процесу снігового навантаження для метеостанції Семенівка

/п	Назва параметрів	Числові значення параметрів
	Дата появи стійкого снігового покрову t_n	30.X
	Дата сходу стійкого снігового покрову t_k	27.IV
	Параметр НКФ α, 1/добу	0,0219
	Зона кореляції t_{kop}, діб	136
	Ефективна частота ω_e, 1/добу	0,0809
	Частота за екстремумами ω_m, 1/добу	0,2185
	Коефіцієнт варіації V	1,540
	Асиметрія A	0,811
	Математичне сподівання $\overline{X}_{\max}$, Па	535,44
0	Коефіцієнти поліному тренда математичного сподівання $P_0 = -174{,}744$; $P_1 = -1{,}9629$; $P_2 = 0{,}10741$; $P_3 = -4{,}2\cdot10^{-4}$	
1	Коефіцієнти поліномо-експоненціального розподілу $C_0 = -1{,}2625$; $C_1 = -0{,}9326$; $C_2 = -0{,}1924$; $C_3 = -0{,}1849$	

Узагальнені річні щільності розподілу снігового навантаження представимо як

$$f_{SUM}(\gamma) = K_{tr}(\gamma)\, f_0(\gamma)\,, \tag{1}$$

де $K_{tr}(\gamma)$ – коефіцієнт тренда снігового навантаження для рівня γ; $f_0(\gamma)$ – щільність розподілу снігового навантаження, що відповідає максимуму тренда.

Зважаючи на те, що випадковий процес снігового навантаження є стаціонарним за нормованим законом розподілу ординат [2, 3], отримуємо

$$K_{tr}(x) = \frac{\sum\limits_{t_{ПОЧ}}^{t_{КІН}} \exp\left[C_0 + C_1\left(\frac{x-\overline{X}(t)}{V\,\overline{X}(t)}\right) + C_2\left(\frac{x-\overline{X}(t)}{V\,\overline{X}(t)}\right)^2 + C_3\left(\frac{x-\overline{X}(t)}{V\,\overline{X}(t)}\right)^3\right]}{t_0 \exp\left[C_0 + C_1\left(\frac{x-\overline{X}(t_0)}{V\,\overline{X}(t_0)}\right) + C_2\left(\frac{x-\overline{X}(t_0)}{V\,\overline{X}(t_0)}\right)^2 + C_3\left(\frac{x-\overline{X}(t_0)}{V\,\overline{X}(t_0)}\right)^3\right]}, \tag{2}$$

де x – випадкове значення снігового навантаження; $\overline{X}(t)$ – функція математичного сподівання з максимумом при t_0=165 діб.

Узагальнені річні розподіли снігового навантаження знаходимо за допомогою чисельних методів на ПЕОМ за формулою

$$f_{SUM}(x) = K_{tr}(x)\, f_0(x) = \\ = \frac{1}{t_0}\sum_{t_{ПОЧ}}^{t_{КІН}} \exp\left[C_0 + C_1\left(\frac{x-\overline{X}(t)}{V\,\overline{X}(t)}\right) + C_2\left(\frac{x-\overline{X}(t)}{V\,\overline{X}(t)}\right)^2 + C_3\left(\frac{x-\overline{X}(t)}{V\,\overline{X}(t)}\right)^3\right]. \tag{3}$$

Отже, для розв’язання задач надійності з використанням теорії викидів модель снігового навантаження слід представити у формі стаціонарного випадкового процесу з узагальненим річним розподілом ординат як у межах окремої метеостанції, так і для снігового району в цілому.

В основу моделі снігового навантаження покладено нормований поліномо-експоненціальний стаціонарний випадковий процес $\xi(\gamma_y;t)$ із заданою нормованою кореляційною функцією $r(\tau)$. У дослідженнях[2 – 4] виявлено, що найбільш доцільно застосовувати поліномо-експоненціальну функцію з третім ступенем полінома. Тоді в нормованій формі інтегральна (4) та диференціальна (5) функції даного розподілу матимуть вигляд

$$W(\gamma_y)=\int\limits_{a_L}^{\gamma_y}\exp(C_0+C_1\gamma_y+C_2\gamma_y^2+C_3\gamma_y^3)\,d\gamma_y; \qquad (4)$$

$$w(\gamma_y)=\exp(C_0+C_1\gamma_y+C_2\gamma_y^2+C_3\gamma_y^3), \qquad (5)$$

де a_L – ліва межа розподілу; C_0, C_1, C_2, C_3 – коефіцієнти полінома.

Функцію перетворення $\gamma_y=f(\gamma_x)$ визначають як

$$\int\limits_{a_L}^{\gamma_y}\exp(C_0+C_1\gamma_y+C_2\gamma_y^2+C_3\gamma_y^3)\,d\gamma_y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{b_L}^{\gamma_x}\exp\left(-\frac{\gamma_x^2}{2}\right)d\gamma_x. \qquad (6)$$

Рівняння (6) не має аналітичного вирішення, тому його слід розв’язати чисельно. Для цього функцію щільності нормованого нормального розподілу замінюють зрізаною функцією в деякому інтервалі $\left[b_L;\ b_R\right]$, імовірність P_b виходу за який дуже мала (наприклад, при значенні $b_L=-4{,}0$ – $P_b=6{,}334\cdot10^{-5}$, а при $b_L=-5{,}0$ – $P_b=5{,}733\cdot10^{-7}$). Задаючись дискретними значеннями γ_x в інтервалі $\left[b_L;\ b_R\right]$, отримаємо відповідні величини γ_y. Функція $\gamma_y=f(\gamma_x)$ представлена в табличній формі, яка не зовсім зручна для подальшого використання. Як показали дослідження, найбільш зручною та точною для апроксимації функції $\gamma_y=f(\gamma_x)$ є функція вигляду

$$\gamma_y=f(\gamma_x)=P_0+P_1\gamma_x+P_2\gamma_x^2+P_3\gamma_x^3+P_4\gamma_x^4+P_5\gamma_x^5, \qquad (7)$$

де P_i ($i=0\ldots5$) – коефіцієнти полінома, значення яких обчислюються за методом найменших квадратів.

Моделювання нормованого поліномо-експоненціального стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$ з нормованою кореляційною функцією $r(\tau)$ зводиться до формування дискретних реалізацій $\xi_0[n]$ нормованого нормального випадкового процесу $\xi_0[t]$ та їх перетворення за формулою

$$\xi(\gamma_y)=P_0+P_1[\xi_0(\gamma_x)]+P_2[\xi_0(\gamma_x)]^2+P_3[\xi_0(\gamma_x)]^3+P_4[\xi_0(\gamma_x)]^4+P_5[\xi_0(\gamma_x)]^5. \qquad (8)$$

Перехід від нормованої форми процесу до випадкового процесу з реальним розподілом ординат виконується за виразом

$$\xi(x;t)=[V_{snow}\xi(\gamma_y;t)+1]\,\overline{X}_{snow}(t), \qquad (9)$$

де V_{snow} – коефіцієнт варіації розподілу ординат снігового навантаження; $\overline{X}_{snow}(t)$ – функція тренда математичного сподівання снігового навантаження.

Випадкове значення снігового навантаження завжди невід’ємне, тобто $\xi(x;t)\geq0$, тому $\gamma_y\geq(-1/V_{snow})$.

Моделювання випадкового процесу снігового навантаження виконувалось у середовищі MathCAD. Програма чисельного моделювання дозволяє отримати чисельні ймовірнісні моделі снігового навантаження як у межах окремих метеостанцій, так і для снігових районів України. Приклад реалізації квазістаціонарного випадкового процесу снігового навантаження з річним трендом числових характеристик для метеостанції Семенівка наведено на рис. 4 (за нуль прийнята дата початку зими).

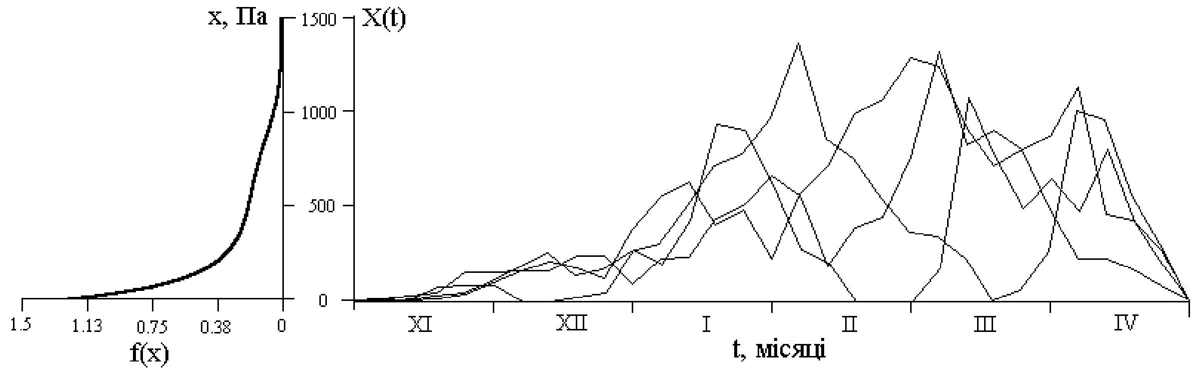

Рисунок 4 – Реалізація квазістаціонарного ВП снігового навантаження для метеостанції Семенівка з інтервалом строкових спостережень $\Delta\tau$ = 5 діб

Отже, отримані за реалізаціями чисельної моделі параметри квазістаціонарного випадкового процесу снігового навантаження з річним трендом числових характеристик близькі до заданих (табл. 1).

Адекватність чисельної моделі реальному випадковому процесу навантаження перевірено також за кількістю викидів випадкового процесу, що визначались згідно з методикою [4].

Графіки річних викидів рис. 5 свідчать про точність розробленої чисельної ймовірнісної моделі та можливість її застосування при вирішенні ряду задач надійності [6] (невеликі відхилення графіка за чисельною моделлю йдуть у запас надійності).

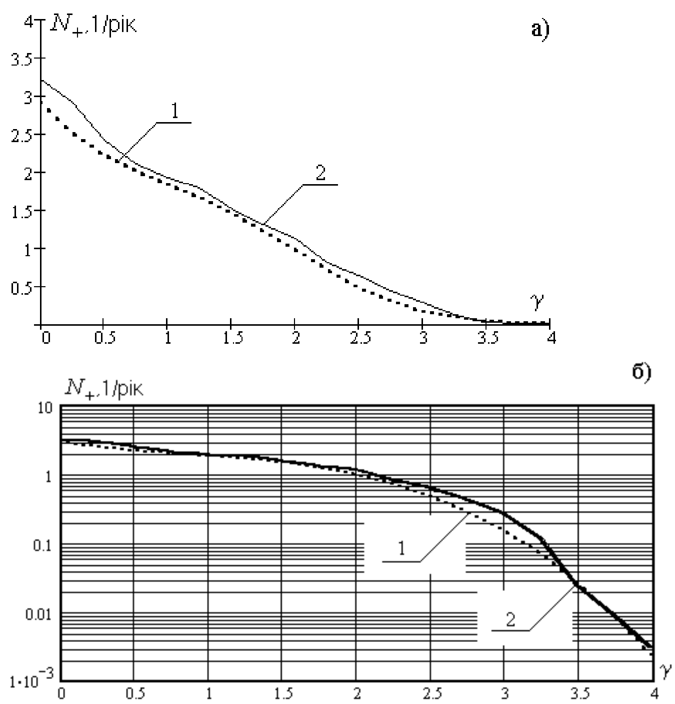

Рисунок – 5 Графіки річних викидів ВП снігового навантаження для метеостанції Семенівка в нормальній (а) та логарифмічній (б) шкалі: 1 – теоретичні; 2 – за чисельною моделлю

Висновок. Отже, розроблена чисельна ймовірнісна модель дає змогу уточнити ряд параметрів снігового навантаження, які доцільно використати в подальших розрахунках надійності сталевих конструкцій. Крім того, на базі існуючих чисельних моделей у формі випадкових процесів для окремих територій і районів можливо доповнити інші форми представлення вихідних даних при проектуванні одноповерхових промислових будівель.

Література

1. *ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи / Мінбуд України. – К.: Мінбуд України, 2006. – 75 с.*
2. *Пичугин, С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: монография / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «Асми», 2009. – 452 с.*
3. *Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / В.Н. Гордеев, А.И. Лантух-Лященко, В.А. Пашинский, А.В. Перельмутер, С.Ф. Пичугин. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2006. – 482 с.*
4. *Северин, В.О. Імовірнісний розрахунок сталевих конструкцій на сумісну дію випадкових навантажень: автореф. дис. на здобуття ступеня канд. тех. наук: 05.23.01 / В.О. Северин. – Полтава: ПолтНТУ, 2001. –19 с.*
5. *Пічугін, С.Ф. Вплив атмосферних навантажень на надійність сталевих конструкцій безкранових будівель / С.Ф. Пічугін, В.О. Северин // Строительство и техногенная безопасность: сб. науч. тр. – Вып .6. – Симферополь: Крымская академия природоохранного и курортного строительства, 2002. – С. 191 – 194.*
6. *Аугусти, Г. Вероятностные методы в строительном проектировании / Г. Аугусти, А. Баратта, Ф. Кашиати; пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.*

Надійшла до редакції 29.08.12

В.А. Северин, к.т.н., доцент, А.Н. Пащенко, к.т.н., доцент
Ф.Ю. Винников, студент гр. 401-БПН, А.В. Батиг, студент гр. 401-БПН

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ЧИСЛЕННОЕ ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА СНЕГОВОЙ НАГРУЗКИ НА ПОКРЫТИЕ ОДНОЭТАЖНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ

Усовершенствована численная вероятностная модель, которая позволяет воспроизвести квазистационарный случайный процесс снеговой нагрузки для территории Украины.

Ключевые слова: *численная вероятностная модель, снеговая нагрузка, полиномо- экспоненциальный закон распределения, программная среда MathCAD.*

V.O. Severin, Ph.D., associate professor, A.M. Pashenko, Ph.D., associate professor
P.Y. Vynnykov, student gr.401-BPN, A.V. Batig, student gr.401-BPN

Poltava National Technical University named in honor of Yuri Kondratyuk

NUMERICAL PROBABILISTIC MODELING OF RANDOM PROCESS OF THE SNOW LOAD ON THE ONE-STOREY PRODUCTION BULDING ROOF

Numerical probabilistic model is improved, that allow to reproduce quasistacionary random process of the snow load on the territory of Ukraine.

Keywords: *numerical probabilistic model, snow load, polynomial-exponential partition law, software environment MathCAD.*