

АНАЛІЗ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ АКТИВНОГО РОБОЧОГО ОРГАНУ КАСЕТНОЇ УСТАНОВКИ

У статті наведений аналіз поперечних коливань активного робочого органу касетної установки з різними варіантами його кріплення, розглянутий розрахунок активного робочого органу.

***Ключові слова:** активний робочий орган, касетна установка, коливання, форма, бетонна суміш.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. При математичному моделюванні та практичних розрахунках віброуцільнювальних машин виникає необхідність урахування впливу динаміки активного робочого органу касетної установки на бетонну суміш, оскільки на подолання опору в середовищі, яке ущільнюється, витрачається значна частина енергії машини. При віброуцільненні робочий орган і середовище рухаються за своїми, притаманними їм законами. При цьому енергія руху робочого органу витрачається в самій машині, на контакті із середовищем та в середовищі. Для більш економічного і якісного ущільнення ми дослідили активний робочий орган касетної установки з різними варіантами його кріплення до форми. І визначимо який з варіантів доцільніший.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій і виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. У розрахунках вібраційного обладнання для формування залізобетонних виробів використовуються різноманітні підходи до складення математичних моделей, про що свідчать публікації різних років. Відомі математичні моделі враховують бетонну суміш як тверде тіло, часткова маса якої додається до маси робочого органу коливальної системи [3–8].

В умовах сучасного виробництва велику увагу приділяють не лише підвищенню якості та зниженню вартості готової продукції, а і мінімалізації витрат на обладнання яке використовують у технологічному процесі. Велике значення при цьому має простота конструкції машини, її надійність та зручність в експлуатації.

У відомих роботах [1, 4–6] не розглядалися віброформувальні установки з прямокутними перегородками у вигляді активного робочого органу.

Постановка завдання. Метою даної роботи є аналіз поперечних коливань активного робочого органу касетної установки, представленого у вигляді пластини, без урахування впливу ущільнюваного робочого середовища на його коливання, розрахунок коливань.

Виклад основного матеріалу дослідження. Вібраційна установка являє собою металеву форму, розділену на окремі чарунки за допомогою розділових листів-перегородок. Форма установлена на пружні опори та приводиться в коливальний рух за допомогою навісного торцевого вібророзбудувача кругових коливань. Перегородки чарунки, які розташовані перпендикулярно напрямку розповсюдження кругових коливань, втягуються в коливання і, як активний робочий орган сприяють ущільненню

бетонної суміші. Конструктивна схема вібраційної установки з активним робочим органом наведена на рисунок 1.

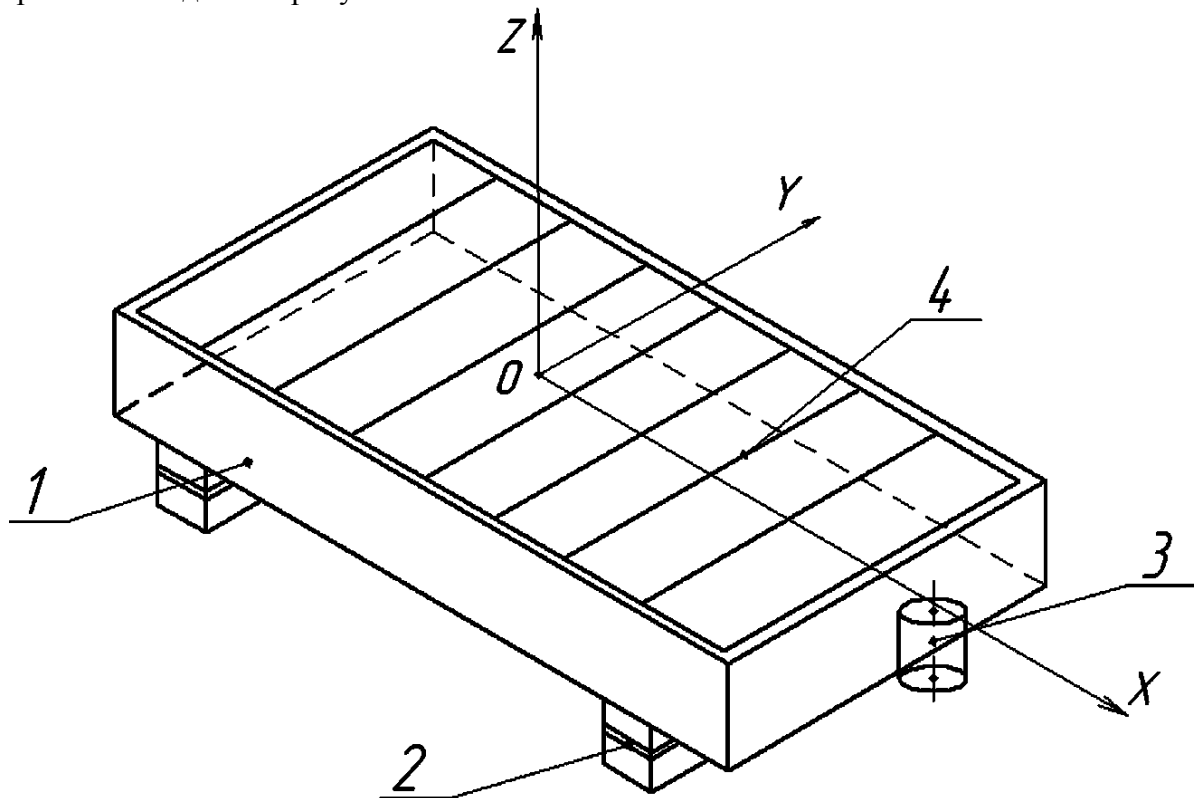


Рисунок 1 – Схема вібраційної установки з активним робочим органом: 1 – металева форма; 2 – пружна опора; 3 – вібробуджувач; 4 – активний робочий орган (пластина)

В основу досліджень коливання активного робочого органу покладемо наступні припущення:

- активний робочий орган представляє собою однорідну пластинку постійної товщини обмежену простим контуром (прямокутником);

- гнучкі деформації пластинки при коливаннях є малими пружними деформаціями, що підкоряються закону Гука;

- у пластинці існує так званий нейтральний шар, відстані між точками якого при малих прогинах пластинки не змінюються. В однорідній пластинці цей шар збігається із серединною поверхнею, що розділяє висоту пластинки навпіл;

- при прогині пластинки всі точки нейтрального шару переміщуються паралельно осі Oz і частки, що лежать на одній нормалі MN до нейтрального шару Ox (рисунок 2), залишаються на цій нормалі й при прогині пластинки, повертаючись разом з нормаллю навколо точки A перетинання її з нейтральним шаром (на рисунку 2 точки M, N, A переходять відповідно в M', N', A');

- переміщення всіх точок, що лежать на одній нормалі до нейтрального шару, паралельні осі Oz , однакові й дорівнюють переміщенням відповідних (тобто розташованих на тій же нормалі) точок нейтрального шару.

Площину, що збігається з нейтральним шаром у недеформованому стані пластинки, приймемо за координатну площину Oxy , від якої відраховуємо відхилення окремих елементів пластинки. Вісь Oz направлена вгору.

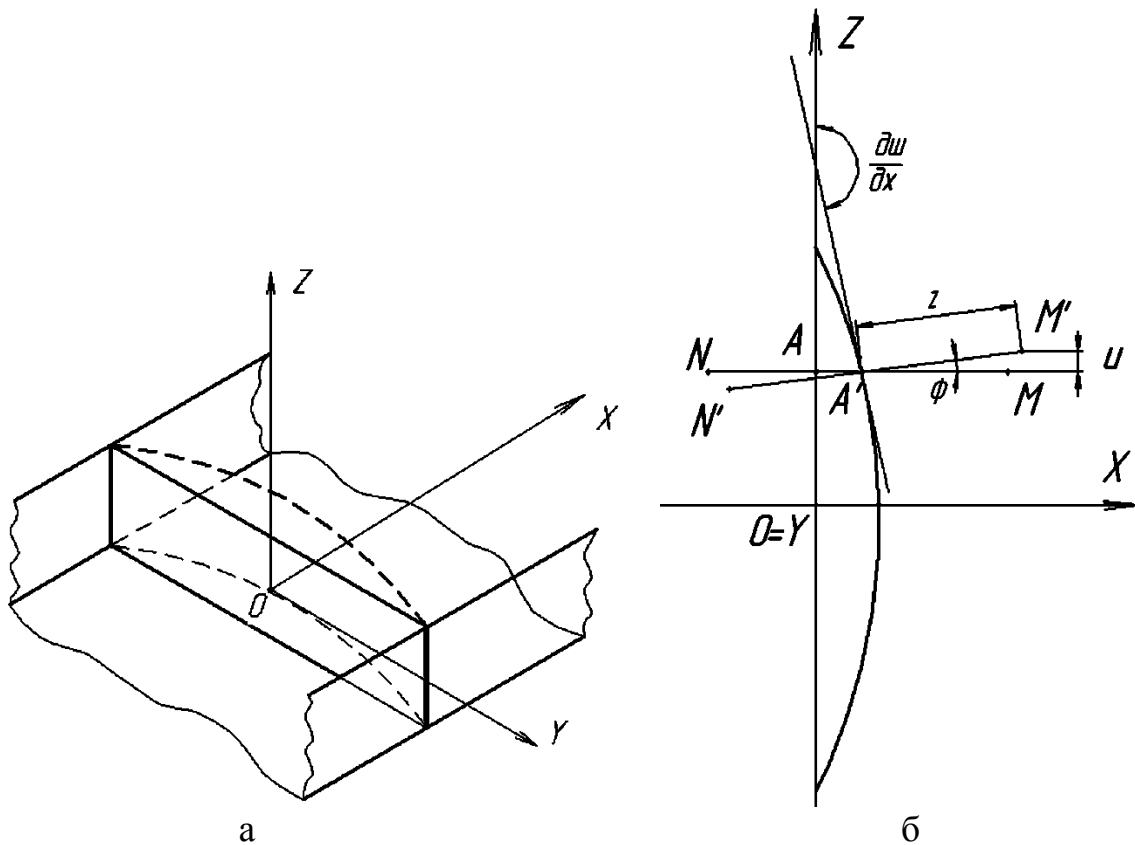


Рисунок 2 – Переміщення точок пластини активного робочого органу
 а – загальний вигляд; б – розрахункова схема: φ — кут нахилу дотичної у точці A' відповідно до осей x і z .

Позначимо як u, v, ω складові переміщення точки $M(x, y, z)$ відповідно по осях Ox, Oy, Oz та як u_0, v_0, ω_0 – складові по тих же осях переміщення відповідної точки A нейтрального шару, тобто

$$u_0 = v_0 = 0, \quad \omega = \omega_0, \quad (1)$$

де $\omega = \omega_0 = f(x, y, t)$ не залежить від координати z .

Змінні величини u і v (рисунок 2) визначаємо як

$$\left\{ \begin{array}{l} u = z \cdot \sin\varphi = z \cdot \varphi = -z \frac{\partial \omega_0}{\partial x}, \\ v = z \cdot \sin\psi = z \cdot \psi = -z \frac{\partial \omega_0}{\partial y} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

(тут φ і ψ – кути нахилу дотичних у точці A' відповідно до осей x і z).

Використовуючи відомі з теорії пружності формули, запишемо складові деформації

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2}, \quad e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2}, \quad e_{zz} = 0, \\ e_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y}, \quad e_{xz} = e_{yz} = 0. \end{array} \right\}. \quad (3)$$

Відповідні компоненти напружень $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ рівні

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (e_{xx} + \mu e_{yy}) = -\frac{E_z}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} \right), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (e_{yy} + \mu e_{xx}) = -\frac{E_z}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} \right), \\ \tau_{xy} &= -\frac{E}{1+\mu} \mu \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} = G e_{xy},\end{aligned}\quad (4)$$

де E – модуль пружності;

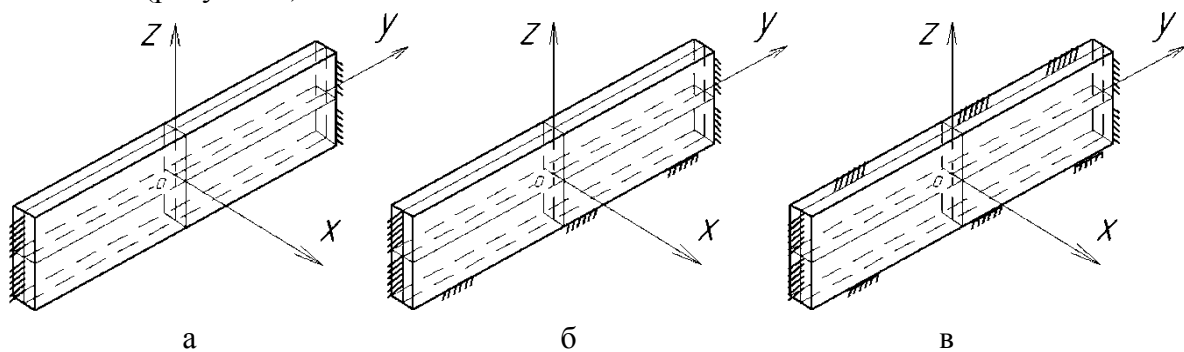
G – модуль зсуву;

μ – число Пуассона.

У праці П. Брессона [2] наводяться переваги горизонтальних коливань, проте у розрахунках не враховуються суттєві умови – розміри форм та способи їх закріплення.

На віброформувальних установках з горизонтально напрямленими коливаннями вібраційна дія передається бетонній суміші, головним чином, через бокові стінки та перегородки чарунок, також через днище форми. У такому випадку коливання в бетонній суміші від днища форми підтримуються в основному за рахунок тангенціальних напружень [8], нормальні напруження виникають від коливання бокових стінок форми та перегородок чарунок. Втягування у активні коливання перегородок чарунок дозволяє підвищити інтенсивність коливань бетонної суміші, уникаючи при цьому підсмоктування повітря у контактну зону. Проте у цьому випадку можливе недоуцільнення бетонної суміші по мірі віддалення від перегородок чарунок форми, яке пояснюється затуханням коливань.

Проведемо аналітичні дослідження коливань перегородок чарунок. Перегородку чарунки розглядаємо як пластинку. Тут можливі три випадки кріплення країв пластинки (рисуюнок 3).



Рисуюнок 3 – Активний робочий орган касетної установки з різними типами закріплення країв: а – закріплення двох протилежних країв пластини;

б – закріплення трьох країв пластини; в – закріплення пластини по всіх краях.

Розглянемо два найбільш характерні випадки закріплення країв перегородки: перший – два краї пластинки закріплені, а два інших вільні; третій – пластинка закріплена по всіх краях.

У першому випадку прямокутна пластинка вільно обперта по двох протилежних торцях при будь-яких умовах на два інших протилежних краї.

Припускаємо, що обперті паралельні осі Oy краї ($x = 0, a$). Для цієї задачі отримаємо розв'язок диференціального рівняння [1 с.354]

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} - k^4 \omega = 0, \quad (5)$$

$$\omega(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(y) \sin \frac{i\pi x}{a}, \quad (6)$$

де $F_i(y)$ — невідомі функції, що підлягають визначенню з рівняння (5). Як видно функція $\omega(x, y)$ задовольняє умовам на обпертих краях (при $x = 0, a$)

$$\omega(x, y) = 0, \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0. \quad (7)$$

Підставивши (6) в (5), одержуємо для $F_i(y)$ рівняння

$$F_i^{(IV)} - \frac{2i^2\pi^2}{a^2} F_i'' + \left(\frac{i^4\pi^4}{a^4} - k^4 \right) F_i = 0. \quad (8)$$

Для його розв'язку складемо характеристичне рівняння

$$z^4 - \frac{2i^2\pi^2}{a^2} z^2 + \left(\frac{i^2\pi^2}{a^2} - k^4 \right) = 0, \quad (9)$$

обчисливши корені якого

$$z_1 = -z_3 = \sqrt{\frac{i^2\pi^2}{a^2} - k^2}, \quad z_2 = -z_4 = \sqrt{\frac{i^2\pi^2}{a^2} + k^2}, \quad (10)$$

знайдемо

$$F_i(y) = A_i \operatorname{sh} z_1 y + B_i \operatorname{ch} z_1 y + C_i \operatorname{sh} z_2 y + D_i \operatorname{ch} z_2 y. \quad (11)$$

Постійні величини A_i, B_i, C_i, D_i визначаються з умов по паралельних осі Ox краях, де $y=0, b$.

Наприклад, край $y=0$ вільно або шарнірно обпертий, а край $y=b$ — жорстко закріплений. Тоді для $y=0$ $\omega(x, 0) = 0, \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = 0$,. Звідки $B_i = D_i = 0$. Аналогічно для $y=b$

запишемо $\omega(x, 0) = 0, \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0$,

Тоді

$$A_i \operatorname{sh} z_1 b + C_i \operatorname{sh} z_2 b = 0, \quad (12)$$

$$A_i z_1 \operatorname{sh} z_1 b + C_i z_2 \operatorname{sh} z_2 b = 0,$$

і

$$\begin{vmatrix} \operatorname{sh} z_1 b & \operatorname{sh} z_2 b \\ z_1 \operatorname{sh} z_1 b & z_2 \operatorname{sh} z_2 b \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

або

$$\frac{1}{z_1} \operatorname{th} z_1 b = \frac{1}{z_2} \operatorname{th} z_2 b. \quad (14)$$

Це рішення має місце для речовинних z_1 і z_2

Коли обидва краї ($y=0$ і $y=b$) вільно обперті (випадок пластинки, вільно обпертої всіма краями), розв'язок завдання вийде за умови, що корені характеристичного рівняння (9) z_1 і z_3 — уявні.

У цьому випадку загальне рівняння (8) беремо в такому вигляді:

$$F_i(y) = A_i \operatorname{sh} z_1 y + B_i \operatorname{ch} z_1 y + C_i \operatorname{sh} z_2 y + D_i \operatorname{ch} z_2 y., \quad (15)$$

де $k_1 = \sqrt{k^2 - \frac{i^2\pi^2}{a^2}}$.

Із крайових умов

$$\omega(x, 0) = 0, \frac{\partial^2 \omega(x, 0)}{\partial y^2} = 0, \quad (16)$$

$$\omega(x, b) = 0, \frac{\partial^2 \omega(x, b)}{\partial y^2} = 0,$$

знаходимо

$$B_i = C_i = D_i = 0, \sin k_i b = 0.$$

Останнє рівняння є рівнянням частот пластинки, з якого випливає, що $k_i b = j\pi$ ($j = 1, 2, 3, \dots$),

$$k^2 = \left(\frac{j^2}{a^2} + \frac{j^2}{b^2}\right)\pi^2, \quad P_{ij} = \pi^2 \left(\frac{i^2}{a^2} + \frac{j^2}{b^2}\right) \sqrt{\frac{Dg}{yh}}, \quad (17)$$

$$(i, j = 1, 2, 3, \dots),$$

$$F_j(y) = A_j \sin \frac{j\pi y}{b}. \quad (18)$$

Ряд (6), що визначає форму коливань пластинки, буде мати вигляд

$$\omega(x, y) = \sum_{i,j=1}^{\infty} a_{ij} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b}. \quad (19)$$

Уяву про розташування вузлових ліній на пластинці, що вільно оберта по краях, можна одержати, розглядаючи окремі випадки доданки ряду (19) і потім лінійно накладаючи відповідні їм форми.

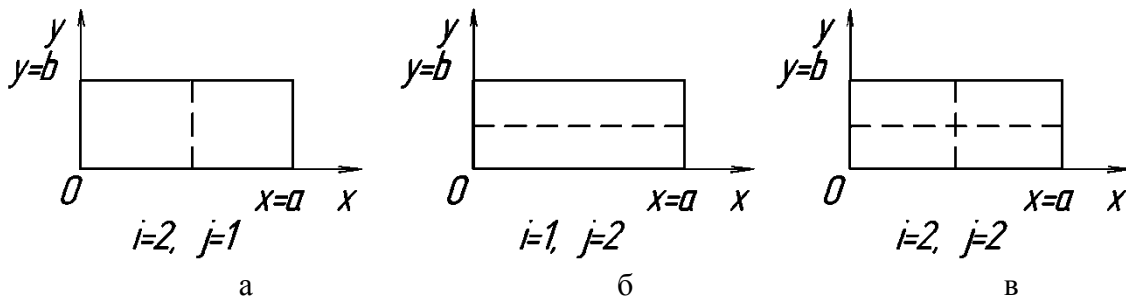


Рисунок 4 – Форми коливань із вузловими лініями по діагоналях пластинки

Так, перший член ряду (19)

$$\omega_{11}(x, y) = a_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}, \quad (20)$$

ніде усередині пластинки не звертається в нуль; $\omega_{11}(x, y)$ буде нулем тільки по краях пластинки. Отже, форма $\omega_{11}(x, y)$ не має вузлових ліній на пластинці: усі елементи пластинки, що коливається згідно з рівнянням

$$\omega(x, y; t) = \omega_{11}(x, y) \sin(pt + a) = a_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \sin(pt + a), \quad (21)$$

будуть відхилятися в одну сторону, одночасно досягаючи максимальних (амплітудних) відхилень і одночасно проходячи через рівноважне положення. Отже це буде, перше головне або власне коливання пластинки; його частота

$$P_{11} = \frac{\pi^2 (a^2 + b^2)}{a^2 b^2} \sqrt{\frac{Dg}{yh}}, \quad (22)$$

Наступні одну за одною форми одержимо, починаючи з $i = 2, j = 1$ або, навпаки, $i = 1; j = 2$. У цих випадках відповідні форми коливань будуть мати по одній вузловій

лінії, паралельній осі Oy (рисунок 4, а) або осі Ox (рисунок 4, б). Вузлові лінії для форми $\omega_{22}(x, y)$ розташуються, як видно на рисунку 4, в.

Знайдемо основну частоту коливань прямокутної пластинки, жорстко закріпленої по всіх краях. Запишемо крайові умови на краях пластинки, паралельних Oy $\omega = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$ і на краях, паралельних осі Ox $\omega = 0, \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0$.

Для першого одночленного наближення беремо в якості мінімізуючої форми функцію

$$\omega_1(x, y) = X_1(x)Y_1(y), \quad (23)$$

де $X_1(x)$ і $Y_1(y)$ — балкові функції, що задовольняють крайовим умовам балки, жорстко закріпленої по кінцях:

$$\begin{aligned} X_1(0) = X_1(a) = 0, \quad X_1'(0) = X_1'(a) = 0, \\ Y_1(0) = Y_1(b) = 0, \quad Y_1'(0) = Y_1'(b), \end{aligned} \quad (24)$$

Для максимальної кінетичної енергії

$$T_{max} = \frac{\gamma h p^2}{2g} \iint \omega^2 dx dy = \frac{\gamma h p^2}{2g} \int_0^a X_1^2 dx \int_0^b Y_1^2 dy \quad (25)$$

знайдемо табличний інтеграл з одним індексом значення

$$T_{max} = 1,0359^2 \frac{\gamma h p^2 ab}{g} \quad (26)$$

Для потенційної енергії

$$\begin{aligned} 2\Pi_{max} &= D \iint_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)^2 dx dy = \\ &= D \int_0^a X_1''^2 dx \int_0^b Y_1^2 dy + 2D \int_0^a X_1 X_1'' dx \int_0^b Y_1 Y_1'' dy + D \int_0^a X_1^2 dx \int_0^b Y_1''^2 dy = \\ &= \left[\frac{518,52 \cdot 1,0359b}{a^3} + 2 \frac{12,775^2}{ab} + \frac{518,52 \cdot 1,0359a}{b^2} \right] D. \end{aligned} \quad (27)$$

Висновки

1. Проаналізовано поперечні коливання активного робочого органу касетної установки з різними варіантами його кріплення, розглянутий розрахунок активного робочого органу касетної установки представленого у вигляді пластини з різним варіантами її кріплення до форми.

2. Отримані результати допомагають у розв'язанні задачі коливань робочого органу без врахування впливу ущільнюваного середовища. Розв'язок базується на аналізі різних випадків кріплення пластини, визначені максимальної енергії, що передається від робочого органу середовищу.

3. Подальші аналітичні дослідження коливань активного робочого органу касетної установки з урахуванням впливу на його коливання ущільнюваного робочого середовища дозволять достатньо точно визначати енергетичні затрати на формування бетонних виробів.

Література

1. Бабаков, И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков, М.: Дрофа, 2004 – С. 343–364.

2. Брессон П., Брюзен М. Горизонтальное вибрирование бетонов // Пер. с франц. - М.: ЦНИИТЭстроймаш, 1980 – 12 с.
3. Белин Б.И., Качерец И.К. Уплотнение бетонной смеси при изготовлении объемных элементов // Бетон и железобетон. – 1985 - №5. – С. 25–26.
4. Нестеренко, М.П. Універсальний вібростенд просторових коливань / М.П. Нестеренко, О.В. Орисенко, В.В. Шульгін // Прогрессивные технологии и машины для производства стройматериалов, изделий и конструкций: тез. докл. Первой всеукр. науч.-практ. конф. – Полтава, 1996. – С. 59.
5. Нестеренко, М.П. Вібраційні площадки з просторовими коливаннями для виготовлення залізобетонних виробів широкої номенклатури / М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 16. – С. 177–181.
6. Олехнович К.А. Потребительские качества современных виброустановок / К.А. Олехнович, Ю.И. Виноградов, Н.П. Нестеренко // Строительные и дорожные машины. 1991.– №8.- С.14–16.
7. Сівко, В.Й. Деякі питання теорії будівельних матеріалів і сумішей / В.Й. Сівко, М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2000. – Вип. 6. – С. 84–89.
8. Сівко В.Й. Механічне устаткування підприємств будівельних виробів: – К.: ІСДО, 1994. – 359 с.

Надійшло до редакції 27.10.2011

© П.О. Молчанов, М.П. Нестеренко, В.М. Чередніков

**П.А. Молчанов, асистент, М.П. Нестеренко, к.т.н., доц.,
В.М. Чередніков, к.т.н., доц.**

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

АНАЛИЗ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ АКТИВНОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА КАССЕТНОЙ УСТАНОВКИ

В статье приведенный анализ поперечных колебаний активного рабочего органа кассетной установки с разными вариантами его крепления, рассмотренный расчет активного рабочего органа.

Ключевые слова: активный рабочий орган, кассетная установка, колебание, форма, бетонная смесь.

P.O. Molchanov, Assistant, M.P. Nesterenko, Ph. D., V.M. Cherednikov, Ph. D.

Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk

ANALYSIS TRANSVERSAL VIBRATIONS OF ACTIVE WORKING ORGAN CASSETTE SETTING

In the article resulting analysis transversal vibrations of an active working organ cassette setting with different variants his fastening, considered calculation of an active working organ.

Key words: active working organ, cassette setting, oscillation, form, concrete mixture.