

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ МЕЖІ АРМУВАННЯ РОЗТЯГНУТОЇ ЗОНИ БЕТОННИХ ПЕРЕРІЗІВ

Наведено методику визначення необхідності армування розтягнутою робочою арматурою позацентрово стиснутого бетонного перерізу з урахуванням пружно-пластичних властивостей бетону.

Приведена методика определения необходимости армирования растянутого бетонного сечения с учетом упруго-пластических свойств бетона.

The method of determination of limits of necessity of reinforcing the stretched working armature of the eccentrically compressed concrete element taking into account elastoplastic properties of concrete.

Ключові слова: *позацентрово стиснутий бетонний переріз, пружно-пластичні властивості, армування, розтягнута зона.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями. Розрахунки міцності бетонних перерізів [1 – 3], на відміну від залізобетонних, характеризуються визначальною їх особливістю – здатністю сприймати зовнішню поздовжню силу N тільки стиснутою зоною без наявності розтягнутої арматури. Наслідком такої особливості є прагнення максимально використовувати бетон у перерізі на сприймання навантаження без розтягнутої арматури. Тому в задачах із проектування бетонних конструкцій існує проблема встановлення критерію умов можливого виникнення розтягнутої зони, небажана поява котрої в таких конструкціях вимагає додатково застосовувати розтягнуту арматуру.

За шуканий критерій може правити граничне значення ексцентриситету прикладання зусилля N , тобто таке його значення, збільшення котрого призводить до утворення розтягнутої зони.

Установлення критерію і виведення на його основі формул, якими обмежується величина ексцентриситету прикладання зовнішнього поздовжнього зусилля з метою максимального використання бетонного перерізу, – важливе завдання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, де започатковано розв'язання поставленої проблеми й виділення не розв'язаних раніше часток загальної проблеми. Розробленню нелінійних розрахунків міцності позацентрово стиснутих залізобетонних елементів присвячено багато робіт [3 – 6 та ін.]. Але у них не розглядалися питання про визначення ексцентриситету прикладання зовнішнього поздовжнього зусилля.

У загальних рисах постановка задачі про визначення граничних ексцентриситетів розглянута в праці [8], але оскільки її розв'язання

ґрунтувалось на звичайному чисельному методі, то розрахункові формули отримані не були.

Крім того, у названій роботі для апроксимації діаграм стану бетону на стиск використовувалася сплайн-функція, яка має низку недоліків, і в окремих випадках для практичних розрахунків, що показано в статті [7], її застосовувати недоцільно.

Формулювання цілей статті. Метою статті є розроблення методики та отримання розрахункових формул визначення в загальному випадку межі необхідності армування розтягнутої зони позацентрово стиснутого бетонного елемента з урахуванням його нелінійного деформування.

Виклад основного матеріалу з обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Умовою необхідності встановлення робочої розтягнутої арматури у позацентрово стиснутому бетонному перерізі вважається наявність у ньому розтягнутої зони. Цю умову математично можна записати так:

$$e_0 \leq e_{c,\max} \quad (1)$$

де e_0 – ексцентриситет прикладання зовнішньої сили N ;

$e_{c,\max}$ – найбільший можливий ексцентриситет прикладання сили N у перерізі, при якому в точці C на протилежній грані виникає розтяг.

Тобто, якщо умова (1) виконується, то розтягнута зона в бетонному перерізі відсутня й армування бетонного елемента, позацентрово стиснутого силою N , не потрібне. Сукупність точок, для яких умова (1) матиме місце, як відомо з курсу опору матеріалів, називається ядром перерізу. Але в курсі опору матеріалів його розміри визначаються за умови пружної роботи матеріалу, а нелінійні властивості бетону не враховуються.

У даній же роботі методика визначення розмірів ядра перерізу (ядрового ексцентриситету) ґрунтується на врахуванні таких властивостей бетону і розглядається на прикладі розрахункової схеми для бетонного елемента прямокутного поперечного профілю розміром $b \times h$, завантаженого поздовжньою силою N , прикладеною з ексцентриситетом $e_c = r/2 = e_1 - 0,5h$, де r – розмір ядра перерізу (рис.1).

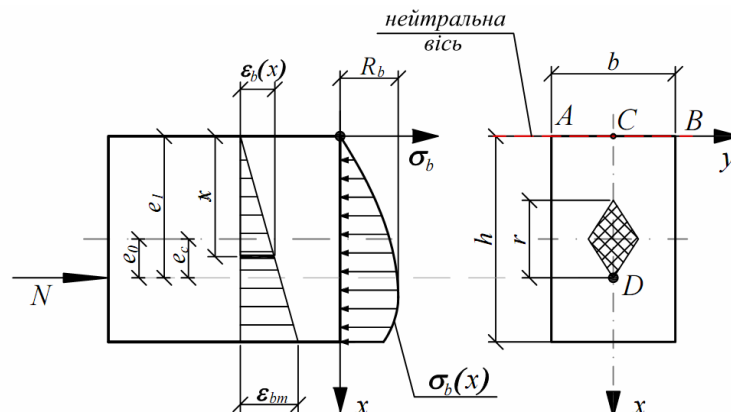


Рис.1. Розрахункова схема до визначення розмірів ядра перерізу бетонного елемента

При дії сили N з ексцентриситетом e_c нейтральна вісь збігатиметься з верхньою гранню перерізу елемента, а рівняння його рівноваги в нормальному перерізі матимуть вигляд:

$$\begin{cases} \sum Z = 0; \\ \sum M_Y = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N - \int_0^h \sigma_b(x) b dx = 0; \\ Ne_1 - \int_0^h \sigma_b(x) bx dx = 0. \end{cases} \quad (2)$$

У рівняннях системи (2) функцію розподілення напружень $\sigma_b(x)$ представимо з використанням залежності фізичного стану бетону за [9]

$$\sigma_b(\eta) = R_b (K\eta - \eta^2) / (1 + (K - 2)\eta), \quad (3)$$

у котрій $\eta = \varepsilon / \varepsilon_R$ – поточне значення рівня деформацій бетону, а $K = \varepsilon_{bR} \cdot E_b / R_b \approx 1 \dots 4$ – коефіцієнт пружно-пластичних властивостей бетону.

Оскільки деформація бетону в перерізі та крайній фібрі залежить від координати x лінійно (за гіпотезою плоских перерізів), тобто

$$\varepsilon_b(x) = (\varepsilon_{bm} / h) x, \quad (4)$$

то функціональний зв'язок поточного рівня деформацій η з рівнем фібрових деформацій η_m представлено для використання в залежності (3) таким чином:

$$\eta(x) = (\eta_m / h) x. \quad (5)$$

Із залежностей (3) і (5) для бетонів отримано необхідну для системи (2) функцію напружень σ_b від координати x

$$\sigma_b(x) = R_b \left(K \frac{\eta_m x}{h} - \left(\frac{\eta_m x}{h} \right)^2 \right) / \left(1 + (K - 2) \frac{\eta_m x}{h} \right). \quad (6)$$

З використанням залежності (6) система рівнянь (2) після інтегрування перетворена до вигляду

$$\begin{cases} N = R_b b h \cdot \omega(\eta_m, K); \\ N \cdot e_1 = R_b b h^2 \cdot \varphi(\eta_m, K), \end{cases} \quad (7)$$

де

$$\omega(\eta_m, K) = \frac{-(K - 2)^2 \eta_m^2 + 2(K - 1) \left[(K - 2) \eta_m - \ln(1 + (K - 2) \eta_m) \right]}{2 \eta_m (K - 2)^3}, \quad (8)$$

$$\varphi(\eta_m, K) = \frac{-2(K - 2)^3 \eta_m^3 + 3(K - 1)^2 \left[(K - 2)^2 \eta_m^2 - 2(K - 2) \eta_m + 2 \ln(1 + (K - 2) \eta_m) \right]}{6 \eta_m^2 (K - 2)^4}. \quad (9)$$

Коефіцієнти ω та φ у рівняннях системи (7) мають цілком визначений фізичний зміст, тобто:

ω – коефіцієнт повноти епюри напружень у стиснутому бетоні;
 φ – відносне граничне значення координати x точки D прикладання зусилля $N = N_{\max} = R_b b h$, що відповідає умові (1).

Розв'язавши систему рівнянь (7) відносно e_1 , отримуємо формулу, котра дозволяє обчислювати значення ексцентриситету прикладання зусилля N відносно нейтральної лінії за умови збігу нейтральної лінії зі стороною прямокутного перерізу бетонного елемента,

$$e_1 = \frac{h}{3(K-2)\eta_m} \cdot \frac{2(K-2)^3 \eta_m^3 - 3(K-1)^2 [(K-2)^2 \eta_m^2 - 2(K-2)\eta_m + 2 \ln(1+(K-2)\eta_m)]}{(K-2)^2 \eta_m^2 - 2(K-1)^2 [(K-2)\eta_m - \ln(1+(K-2)\eta_m)]}. \quad (10)$$

На основі (7) шуканий ексцентриситет, відповідно до початкових умов задачі $e_c = e_1 - h/2$, буде таким:

$$e_c = \frac{h}{6(K-2)\eta_m} \cdot \frac{(K-2)^3 \eta_m^3 + 12(K-2)(K-1)^2 \eta_m - 6(K-1)^2 (2+(K-2)\eta_m) \ln(1+(K-2)\eta_m)}{2(K-1)^2 \ln(1+(K-2)\eta_m) + (K-2)\eta_m ((K-2)\eta_m - 2(K-1)^2)}. \quad (11)$$

Зауважимо, що в частковому випадку, при $K = 2$, формула (11) набуває вигляду, наведеного у статті [10],

$$\lim_{K \rightarrow 2} e_c = \frac{2 - \eta_m}{12 - 4\eta_m} h. \quad (12)$$

Позначивши

$$C = (K-2)\eta_m, \quad (13)$$

отримаємо зручніший для використання на практиці вираз

$$e_c = \frac{h}{6C} \cdot \frac{C^3 + 12C(K-1)^2 - 6(K-1)^2 (2+C) \ln(1+C)}{2(K-1)^2 \ln(1+C) + C(C - 2(K-1)^2)}. \quad (14)$$

Як видно з формули (11), розміри ядра бетонного перерізу, на відміну від відомої формули з опору матеріалів, залежать як від нелінійних властивостей бетону, так і від поточного рівня фібрових деформацій бетону, а отже, і від значення зовнішнього зусилля N .

Для розрахунку e_c за формулою (14) значення C можна одержати з першого рівняння системи (7)

$$N = R_b b h \cdot \frac{2(K-1)^2 [C - \ln(1+C)] - C^2}{2C(K-2)^2}, \quad (15)$$

а відповідне значення η_m із рівняння

$$\frac{N}{R_b b h} = \omega = \frac{2(K-1)^2 [(K-2)\eta_m - \ln(1+(K-2)\eta_m)] - (K-2)^2 \eta_m^2}{2\eta_m (K-2)^3}. \quad (16)$$

Для встановлення η_m за значеннями ω і K із залежності (16) зручно використовувати графічний метод (рис.2).

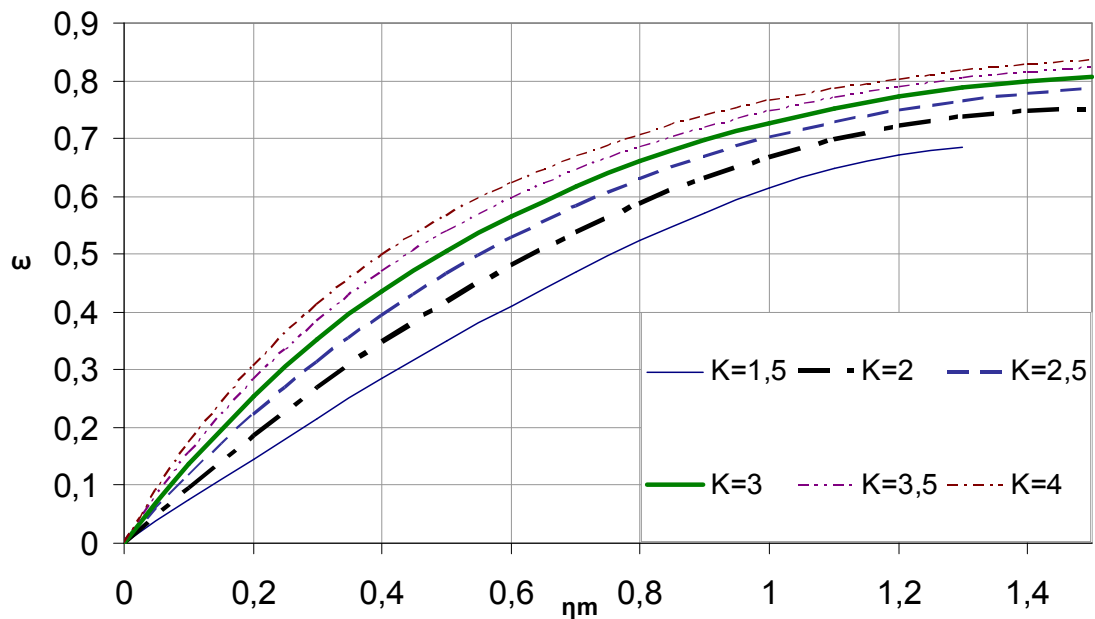


Рис. 2. До визначення фібрових деформацій бетону в бетонному елементі

Висновки. Розроблена методика та отримані на її основі математичні залежності дозволяють визначати умови появи розтягнутої зони перерізу позacentрово стиснутих бетонних елементів з урахуванням нелінійних властивостей матеріалів. Дана методика й одержані формули свідчать, що розміри ядра перерізу, на відміну від відомих постулатів теорії опору пружних матеріалів, залежать як від їх фізико-механічних властивостей, так і рівня навантаження, що в кінцевому результаті дозволяє максимально використовувати можливості бетону й відповідно більш раціонально та економно застосовувати армування в теорії розрахунків залізобетонних конструкцій.

Приклад. Дано: бетонний стовп перерізом 400 x 400 мм, $R_b=15$ МПа, $E_b=21000$ МПа, навантажений силою $N=1000$ кН, прикладеною з ексцентриситетом $e_0 = 44$ мм. Необхідно визначити можливість використання стовпа для сприймання заданого навантаження без армування перерізу розтягнутою арматурою.

Розв'язок

Визначаємо

$$K = \varepsilon_{bR} \cdot E_b / R_b = 1,621 \cdot 21 / 15 = 2,27,$$

де $\varepsilon_{bR} = 0,0007 R_b^{0,31} = 1,621 \cdot 10^{-3}$ – за нормами [8].

Коефіцієнт повноти епюри з урахуванням нелінійних властивостей бетону

$$\omega = \frac{N}{R_b b h} = \frac{1000}{15000 \cdot 0,4 \cdot 0,4} = 0,42.$$

За графіком $\omega - \eta_m$ (рис. 2) знаходимо рівень фібрових деформацій бетону за умови граничного положення сили $N=1000$ кН

$$\eta_m = 0,47 .$$

Допоміжний проміжний коефіцієнт за формулою (13)

$$C = (K - 2)\eta_m = (2,27 - 2) \cdot 0,47 = 0,127 .$$

Обчислюємо значення ядрового ексцентриситету для заданого випадку розрахунку

$$e_c = \frac{h}{6C} \cdot \frac{C^3 + 12C(K-1)^2 - 6(K-1)^2(2+C)\ln(1+C)}{2(K-1)^2 \ln(1+C) + C(C - 2(K-1)^2)} =$$

$$= \frac{400}{6 \cdot 0,127} \cdot \frac{0,127^3 + 12 \cdot 0,127 \cdot 1,27^2 - 6 \cdot 1,27^2(2,127)\ln(1,127)}{2 \cdot 1,27^2 \ln(1,127) + 0,127(0,127 - 2 \cdot 1,27^2)} = 58,6 \text{ мм.}$$

Оскільки $e_c = 58,6 \text{ мм} > 44 \text{ мм} = e_0$, то сила прикладена у межах ядра перерізу й армування бетонного перерізу, завантаженого силою $N=1000 \text{ кН}$, прикладеною з ексцентриситетом $e_0 = 44 \text{ мм}$, не потрібне.

Література

1. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого и легкого бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01-84)/ЦНИИ пром. зданий Госстроя СССР, НИИЖБ Госстроя СССР, – М.:ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 192с.
2. Митрофанов В.П. Уточнение понятия случаев разрушения железобетонных элементов при внецентренном сжатии / В.П.Митрофанов//Проблеми теорії і практики залізобетону. – Полтава, 1997. – С. 323 – 326.
3. Митрофанов В.П. О границе перearмирования железобетонных элементов. / В.П. Митрофанов // Проблемы теории і практики залізобетону. – Полтава, 1997. – С. 319 – 322.
4. Роговой С.И. Оценка напряженно-деформированного состояния нормального сечения при малых эксцентриситетах, не превышающих размеры ядра сечения / С.И. Роговой, Р.И. Пахомов // Научный вiсник будiвництва: зб.наук.пр. – Х.:ХДТУБА. – ХОТ ВАБУ, 2001. – Вып.14 – С.283 – 287.
5. Митрофанов В.П. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов / В.П. Митрофанов, С.И. Арцев // Проблемы теории і практики залізобетону. – Полтава, 1997. – С.333 – 337.
6. Байков В.Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной арматуры / В.Н. Байков // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. – 1977. – №6. – С. 26 – 31.
7. Павліков А.М. Порівняльний аналіз діаграм стану бетону / А.М.Павліков, Д.Ф.Федоров // Совершенствование расчетов прочности элементов бетонных, железобетонных и каменных конструкций. – Полтава, 2007. – С. 265 – 270.
8. Роговой С.И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчет прочности нормальных сечений / С.И. Роговой. – Полтава, 2002. – 183 с.
9. Кодекс-образец ЕКБ ФИП для норм по железобетонным конструкциям: пер. с франц. Л.В. Еленской / под. ред. А.А. Гвоздева, С.М. Крылова, Ю.П. Гуци и др. – М.:НИИЖБ, 1984. – 284 с.
10. Павліков А.М. Визначення розмірів ядра перерізу в нелінійних задачах позацентровано стиснутих елементів / А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров //Збірник наукових

праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Вип.20. – Полтава: ПолтНТУ, 2008. – С.62 – 66.

Надійшла до редакції 5.11.2008

© А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров