

А.М. Павліков, д.т.н., професор, П.А. Юрко, інженер

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МІЦНОСТІ ПОЗАЦЕНТРОВО СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ У НОРМАЛЬНОМУ ПЕРЕРІЗІ НА ОСНОВІ НЕЛІНІЙНОЇ ДІАГРАМИ СТАНУ БЕТОНУ

Запропоновано методику розрахунку міцності позацентрово стиснутих залізобетонних елементів у нормальному перерізі на основі нелінійної деформаційної моделі із застосуванням повних діаграм стану бетону та використанням поняття екстремального критерію міцності.

Ключові слова: методика, повна діаграма, рівняння, фіброві деформації.

Постановка проблеми. Діючі норми [1] не повною мірою відображають дійсний напружено-деформований стан бетонних і залізобетонних елементів (ЗБЕ). Цю прогалину значною мірою можна усунути завдяки впровадженню в розрахунки нелінійної деформаційної моделі (НДМ), в основу якої покладена повна діаграма стану бетону та арматури.

Аналіз останніх досліджень і виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується стаття. Розв'язанню задач міцності ЗБЕ з використанням НДМ присвячені роботи [2 – 12] та інші, в яких використані різні функції-апроксимації повних діаграм стану бетону. У праці [8] здійснено порівняльний аналіз апроксимацій і зроблено висновок, що серед відомих апроксимацій поліном 5-го ступеня та дробово-раціональна функція є найбільш прийнятними. Але розв'язків задач в аналітичному вигляді з використанням цих функцій для ЗБЕ, що зазнають стиску, поки що немає.

Формулювання цілей статті. Мета статті – запропонувати методику розрахунку несучої здатності позацентрово стиснутого ЗБЕ на основі нелінійної деформаційної моделі з використанням поняття екстремального критерію міцності (ЕКМ).

Виклад основного матеріалу. Задача розглядається для стиснутого ЗБЕ, коли він перебуває в неоднорідному напружено деформованому стані (НДС) при $X < h$. На рисунку 1 наведена розрахункова схема зусиль і напружень у нормальному перерізі такого ЗБЕ.

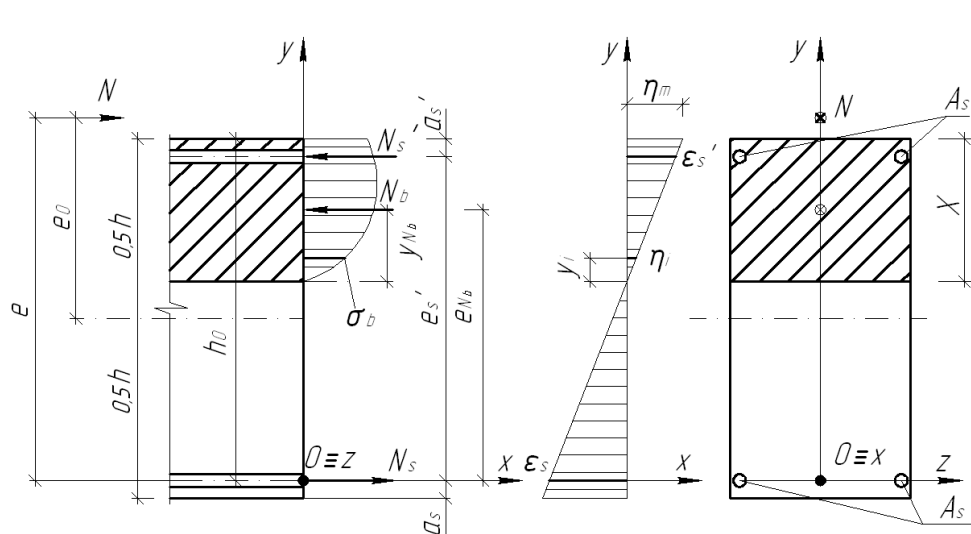


Рисунок 1 – Схема напружено-деформованого стану ЗБЕ для випадків $X < h$

Вихідними даними є: $b \times h$ – розміри перерізу;
 A_s, A'_s – площа перерізу розтягнутої та стиснутої арматури відповідно;
 a_s, a'_s – відстань від грані бетону до центра ваги робочої арматури (у розтягнутій та стиснутій зоні перерізу, що розглядається згідно з рис.1);
 R_b – границя міцності бетону на центральний стиск;
 e_0 – ексцентриситет прикладання зовнішньої сили N відносно центра ваги перерізу;
 σ_b – напруження в бетоні стиснутої зони в системі координат $\sigma_b - \eta$ має нелінійну залежність, яка апроксимується функцією полінома 5-го ступеня [4],

$$\sigma_b = R_b \cdot b \sum_{i=1}^5 A_i \cdot \eta_i^i, \quad (1)$$

де A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 – коефіцієнти, котрі характеризують фізико-механічні властивості бетону, взяті з роботи [8].

Для застосування (1) в розв'язуванні поставленої задачі поточне значення рівня деформацій η_i у бетоні на стиск від дії зовнішнього зусилля N , згідно з гіпотезою плоских перерізів, замінюється таким чином:

$$\eta_i = \eta_m \cdot y_i / X. \quad (2)$$

Розглянемо випадок, коли ЗБЕ не переармований розтягнутою арматурою (робочою). При такому завантаженні вважається, що руйнування ЗБЕ починається з розтягнутої зони в момент, коли робоча арматура досягає межі текучості R_s : при цьому зменшується висота стиснутої зони бетону і відбувається руйнування. Напруження стиску в бетоні розподіляються нелінійно по висоті X із використанням апроксимації у вигляді функції полінома 5-го ступеня.

Згідно з рис.1 запишемо рівняння рівноваги:

$$\sum X = 0; \quad N - R_b b X \omega - (A'_s E_s \eta_m \varepsilon_{bR} (X - a'_s) / X) + R_s A_s = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_x = 0; \quad N e - R_b b X \omega (h_0 - X + y_{Nb}) - \frac{A'_s E_s \eta_m \varepsilon_{bR} (X - a'_s)}{X} (h_0 - a'_s) = 0, \quad (4)$$

де N_s, N'_s, N_b – рівнодійні напружень відповідно в розтягнутій арматурі A_s , стиснутій арматурі A'_s та в бетоні стиснутої зони;

$$e_{Nb} = (h_0 - X + y_{Nb}), \quad (5)$$

$$e = e_0 + h / 2 - a_s, \quad (6)$$

$$e'_s = (h_0 - a'_s) \quad (7)$$

– відповідно відстані зусиль N_b, N і N'_s до точки O .

За невідомі в рівняннях (3) – (5) є величини X, N та η_m . Для визначення величини рівнодійної у бетоні стиснутої зони N_b в рівнянні (1), як це рекомендовано в роботі [6], здійснено заміну перемінних за виразом (2).

Після чого отримано, що

$$N_b = R_b \cdot b \int_0^X \sigma_b(y_i) dy_i = R_b \cdot b \cdot X \cdot \omega; \quad (8)$$

$$S_b = R_b \cdot b \int_0^X \sigma_b(y_i) y_i dy_i = R_b \cdot b \cdot X^2 \cdot \varphi; \quad (9)$$

$$y_{Nb} = S_b / N_b = X \varphi / \omega, \quad (10)$$

де ω – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони,

$$\omega = \eta_m \left(3A_1 + 2A_2 \eta_m + 1,5A_3 \eta_m^2 + 1,2A_4 \eta_m^3 + A_5 \eta_m^4 \right) / 6; \quad (11)$$

φ/ω – відносне значення ординати до точки прикладання зусилля N_b за умови, що початок системи координат YOX знаходиться на нейтральній лінії;

$$\varphi = \eta_m (14A_1 + 10,5A_2\eta_m + 8,4A_3\eta_m^2 + 7A_4\eta_m^3 + 6A_5\eta_m^4) / 42, \quad (12)$$

y_{Nb} – відстань від рівнодійної об'ємної епюри напружень у бетоні стиснутої зони до нейтральної лінії,

$$y_{Nb} = \frac{X \cdot (14A_1 + 10,5A_2\eta_m + 8,4A_3\eta_m^2 + 7A_4\eta_m^3 + 6A_5\eta_m^4)}{7(3A_1 + 2A_2\eta_m + 1,5A_3\eta_m^2 + 1,2A_4\eta_m^3 + A_5\eta_m^4)}. \quad (13)$$

За законом Гука, визначивши напруження в арматурі та прийнявши до уваги гіпотезу плоских перерізів, знайдемо, що

$$N'_s = A'_s \sigma'_s = A'_s E_s \varepsilon'_s = A'_s E_s \eta_m \varepsilon_{bR} (X - a'_s) / X, \quad (14)$$

$$N_s = A_s R_s. \quad (15)$$

Підставивши у формулу (4) відповідні вирази для N_b , e_{Nb} , N'_s , функціонально пов'язані з X , отримаємо, що

$$Ne = R_b b X \omega (h_0 + X(1 - \varphi / \omega)) + \frac{A'_s E_s \eta_m \varepsilon_{bR} (X - a'_s)}{X} (h_0 - a'_s). \quad (16)$$

Аналіз формул (11) – (13), (16) показав, що для обчислення параметрів стиснутої зони бетону y_{Nb} та X необхідно знати граничний рівень деформацій $\eta_m = \eta_u$. Для цього використано екстремальний деформаційний критерій міцності у вигляді, наведеному в роботі [6],

$$N(\eta_u) = \max(N(\eta_m)). \quad (17)$$

Застосувавши його до виразу (16), за умови, що стиснута арматура A'_s встановлена конструктивно або досягає межі текучості, матимемо

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \eta_m} e = (N + R_s A_s)' \left(h_0 - \frac{\omega - \varphi}{\omega^2} \left(\frac{N + R_s A_s}{R_b b} \right) \right) + \\ + (N + R_s A_s) \left(h_0 - \frac{\omega - \varphi}{\omega^2} \left(\frac{N + R_s A_s}{R_b b} \right) \right)'. \end{aligned} \quad (18)$$

Після виконання необхідних перетворень остаточно отримано, що

$$\frac{\partial N}{\partial \eta_m} = \frac{\partial}{\partial \eta_m} \left(\frac{\omega - \varphi}{\omega^2} \right) = (2\varphi - \omega)\omega' - \omega\varphi' = 0. \quad (19)$$

Рівняння (19) після заміни в ньому величин ω , ω' та φ , φ' на відповідні вирази, попередньо одержані з формул (11) та (12), приведено до такого:

$$\begin{aligned} -0,08333A_1^2\eta_u - 0,16667A_1A_2\eta_u^2 - 0,18333A_1A_3\eta_u^3 - 0,2A_1A_4\eta_u^4 - \\ - 0,21429A_1A_5\eta_u^5 - 0,05556A_2^2\eta_u^3 - 0,1A_2A_3\eta_u^4 - 0,1A_2A_4\eta_u^5 - \\ - 0,10318A_2A_5\eta_u^6 - 0,0375A_3^2\eta_u^5 - 0,06667A_3A_4\eta_u^6 - \\ - 0,06429A_3A_5\eta_u^7 - 0,02667A_4^2\eta_u^7 - 0,04762A_4A_5\eta_u^8 - 0,01984A_5^2\eta_u^9 = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Як видно з рівняння (20), граничний рівень фібрових деформацій бетону ЗБЕ залежить від інтегральних параметрів A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 . На рис. 2 зображено діаграму характеристичного рівняння, в котрому $A_1=K$ [6].

Відповідно до рис. 2 граничний рівень деформацій бетону безпосередньо залежить від коефіцієнта A_1 , тому для спрощення в розрахунках формула (20) апроксимується більш простою функцією у такому вигляді:

$$\eta_u = -0,024A_1^2 + 0,189A_1 + 0,986. \quad (21)$$

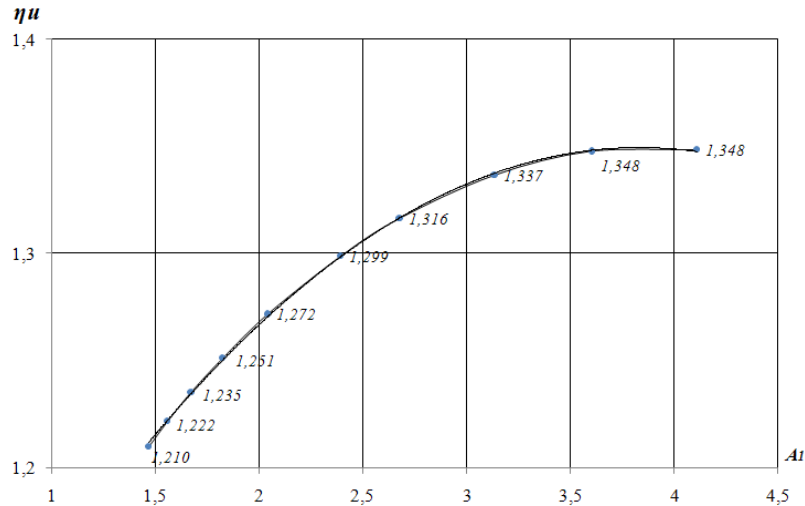


Рисунок 2 – Графік залежності граничних фібрових деформацій стиску бетону в позацентрово завантажених ЗБЕ: 1 – за рівнянням (20); 2 – за рівнянням (21)

Виключивши із рівнянь (4) N і врахувавши формулу (3), отримуємо залежність для обчислення висоти стиснутої зони X

$$X = \frac{1}{3n\sqrt[3]{2c}} \left(\sqrt[3]{c^2} - 3\sqrt[3]{4(3np - k^2)} - \sqrt[3]{ck} \right), \quad (22)$$

де $n = R_b b (\varphi - \omega)$; $k = R_b b \omega (h_0 - e)$; $p = R_s A_s - A'_s E_s \eta_u \varepsilon_{bR} (a'_s - e + h_0)$;

$d = A'_s E_s \eta_u \varepsilon_{bR} a'_s (a'_s + e - h_0)$;

$c = \sqrt{(-27n^2 d + 9nkp - 2k^3)^2 + 4(3np - k^2)^3} - 27n^2 d + 9nkp - 2k^3$.

При цьому величина напружень у стиснутій арматурі у виразах коефіцієнтів d, p обмежується умовою

$$E_s \eta_u \varepsilon_{bR} \leq R_{sc}. \quad (23)$$

Одержане значення висоти стиснутої зони (22) після підстановки у формулу (4) дозволяє визначити несучу здатність ЗБЕ

$$N_u e = A'_s E_s \eta_u \varepsilon_{bR} \left[1 - \left(\frac{a'_s}{X} \right) \right] (h_0 - a'_s) + R_b b X \omega \left[h_0 - X \left(1 - \frac{\varphi}{\omega} \right) \right]. \quad (24)$$

Висновки. За допомогою запропонованої методики розрахунку міцності позацентрово стиснутих ЗБЕ, котра враховує нелінійні властивості бетону, можна максимально використовувати можливості бетону й арматури.

Література

1. Бетонные и железобетонные конструкции: СНиП 2.03.01-84*. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.

2. Барашиков, А.Я. Методика розрахунку залізобетонних конструкцій за деформаційною моделлю згідно з проектом нових норм України / А.Я. Барашиков // Сучасне промислове та цивільне будівництво. – 2005. – №1. – С. 13 – 18.

3. Барашиков, А.Я. Спроцені розрахунки несучої здатності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів за деформаційною моделлю / А.Я. Барашиков, І.В. Задорожнікова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С.109 – 115.
4. Бамбура, А.Н. Экспериментальные основы прикладной деформационной теории железобетона: дис. ... д-ра тех. наук: 05.23.01 / А.Н. Бамбура; Харьковский гос. технический ун-т строительства и архитектуры. – Х., 2006. – 289 с.
5. Байков, В.Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной арматуры / В.Н. Байков // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. – 1977. – №6. – С.26 – 31.
6. Митрофанов, В.П. Экстремальный критерий прочности железобетонных элементов у деформационной модели / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – Київ.: НДБК, 2005. – Вип. 62. – Т.1. – С.205 – 213.
7. Павліков, А.М. Урахування особливостей деформаційної моделі в розрахунок міцності згинальних залізобетонних елементів у нормальному перерізі за СНиП 2.03.01-84 / А.М. Павліков // Коммунальное хозяйство городов: сб. науч. трудов. – Киев : Техника, 2010. – Вып.90. – С.248 – 254.
8. Павліков, А.М. Методика визначення коефіцієнтів полінома-апроксимації діаграми фізичного стану бетону / А.М. Павліков, П.А. Юрко // Збірник наукових праць (галузеве машинобуд., буд-во) / Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – Полтава: ПолтНТУ, 2010. – Вип.2 (27). – С. 23 – 26.
9. Лукаш, П.А. Основы нелинейной строительной механики / П.А. Лукаш. – М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.
10. Дорофеев, В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: (монография) / В.С. Дорофеев, В.Ю. Барданов. – Одесса: Изд. ОГАСА, 2003. – 210 с.
11. Бабыч, В.И. Расчет элементов железобетонных конструкций деформационным методом / В.И. Бабыч, Д.В. Кочкарёв // Бетон и железобетон. – 2004. – №2. – С.12 – 16.
12. Маилян, Л.Р. Об использовании в расчетах железобетонных элементов диаграмм « $\sigma - \epsilon$ » бетонных призм / Л.Р. Маилян, Г.К. Рубен // Совершенствование конструкций сельскохозяйственного строительства на Северном Кавказе. – Ростов-на-Дону, 1984. – С. 134 – 138.

Надійшла до редакції 18.03.2011

© А.Н. Павліков, П.А. Юрко

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПРОЧНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В НОРМАЛЬНОМ СЕЧЕНИИ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ БЕТОНА

Предложена методика расчета прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов в нормальном сечении на основе нелинейной деформационной модели с применением полных диаграмм состояния бетона, а также с использованием понятия экстремального критерия прочности.

Ключевые слова: методика, полная диаграмма, уравнения, фибровые деформации.

SOLUTION OF STRENGTH ECCENTRICALLY COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS IN THE NORMAL SECTION BASED ON NONLINEAR STATE DIAGRAMS CONCRETE

The method of calculating the strength eccentrically compressed reinforced concrete elements in the normal section on the basis of nonlinear deformation model with complete diagrams of the concrete, and using the notion of an extreme test of strength.

Key words: methodology, complete diagram, equation, fiber strain.