

## МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ПОЛІНОМА-АПРОКСИМАЦІЇ ДІАГРАМИ ФІЗИЧНОГО СТАНУ БЕТОНУ

Запропоновано методика визначення й отримано значення коефіцієнтів полінома 5-го ступеня апроксимації діаграми фізичного стану бетону, котрі можна застосувати в розрахунках міцності залізобетонних елементів.

**Ключові слова:** поліном, передумови, коефіцієнти, апроксимація, бетон.

Предложена методика определения и получено значение коэффициентов полинома 5-ой степени аппроксимации диаграммы физического состояния бетона, которые можно применить в расчетах прочности железобетонных элементов.

**Ключевые слова:** полином, предпосылки, коэффициенты, аппроксимация, бетон.

The method of determination polynomial of 5th degree coefficients of bodily condition of concrete is offered. This method can be applied in calculating the strength of reinforced concrete elements.

**Key words:** polynomial, pre-conditions, coefficients, approximation, concrete.

**Постановка проблеми.** В останні роки теорія розрахунків залізобетонних конструкцій суттєво поповнилась пропозиціями зі створення методів, що базуються на чітких фізичних передумовах із використанням аналітичних апроксимацій залежності  $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$  діаграми стану бетону. Це уможливорює більш точне враховування особливостей роботи бетону та арматури в складі конструкцій і оцінювання їх напружено-деформованого стану на всіх стадіях роботи. Аналіз праць [1 – 10] та інших показує, що для опису діаграми стану бетону використовують різні функції-апроксимації, але поки що без переконливої відповіді залишається питання про обмеження залежності  $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$  граничним значенням  $\varepsilon_{bu}$  при використанні її в інженерних розрахунках залізобетонних елементів (ЗБЕ).

**Аналіз останніх досліджень.** Системні дослідження повних діаграм стиснутого бетону проводяться як у Полтавському національному технічному університеті імені Юрія Кондратюка [10], так і за його межами [4 – 9].

**Формулювання цілей статті.** У даній статті ставиться за мету висвітлення методу отримання коефіцієнтів полінома-апроксимації діаграми фізичного стану бетону з умови досягнення в ЗБЕ фібровими волокнами бетону граничних деформацій.

**Виклад основного матеріалу.** У будівельних нормах більшості країн у розрахунках ЗБЕ використовується метод розрахункових граничних станів, основними передумовами котрих є [8]:

- можливість використання гіпотези плоских перерізів;
- граничні значення фібрових деформацій бетону на стиск, вони можуть досягати 2...3,5‰, а в арматурі на розтяг – 2...20‰;
- урахування роботи бетону на спадній ділянці діаграми  $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$  ;
- нехтування роботою розтягнутого бетону.

Для розв'язання інженерних задач часто виникає потреба в наявності достовірної апроксимації експериментальних кривих  $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$  аналітичними залежностями. У загальному вигляді залежність  $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$  при стиску, як

зазначено в праці [9] та інших, повинна відповідати таким вимогам (рис. 1):

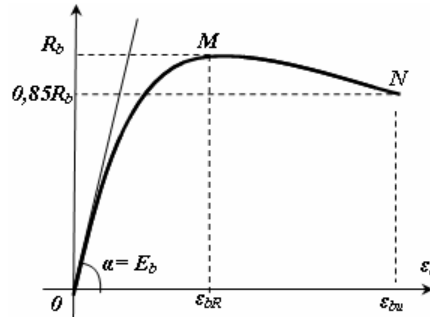


Рисунок 1 – Залежність  $\sigma_b$ - $\epsilon_b$  при центральному стиску

- при значенні деформацій бетону  $\epsilon_b = \epsilon_{bR}$  напруження стиску  $\sigma_b = R_b$ ;
- при  $\epsilon_b = 0$  перша похідна  $d\sigma_b/d\epsilon_b = E_b$  – початковому модулю пружності;
- у вершині діаграми при  $\epsilon_b = \epsilon_{bR}$ , а  $d\sigma_b/d\epsilon_b = 0$ ;
- крива залежності  $\sigma_b$ - $\epsilon_b$  на ділянці від  $\epsilon_{bR}$  до  $\epsilon_{bu}$  за окресленням наближається до дуги кола, тому кривизни цієї кривої в точках  $M$  та  $N$  прийняті однаковими ( $d^2\sigma_b/d\epsilon_b^2$ ) $_M = (d^2\sigma_b/d\epsilon_b^2)$  $_N$ ;
- при значенні  $\epsilon_b = \epsilon_{bu}$  напруження стиску в бетоні  $\sigma_b = 0,85R_b$ .

У даній статті застосовані всі перераховані вимоги, крім останньої. Приймається, що при значенні  $\epsilon_b = \epsilon_{bu}$  напруження стиску в бетоні дорівнюють залишковій міцності  $R_u$ . Залежність  $\sigma_b$ - $\epsilon_b$  запропоновано в розрахунках приймати у вигляді полінома 5-го ступеня

$$\sigma_b = R_b \sum_{i=1}^5 A_i \eta_m^i, \quad (1)$$

де  $R_b$  – межа міцності еталонних призм при однорідному стиску;  
 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  – коефіцієнти, котрі характеризують міцнісні властивості бетону. Для їх обчислення отримано такі залежності:

$$\begin{aligned} A_1 &= \epsilon_{bR} E_b / R_b = K; & A_2 &= -0,5(A_1 + 3A_3 + 4A_4 + 5A_5); \\ A_3 &= -2 + A_1 - 2A_4 - 3A_5; & A_4 &= (1/(1 + \eta_m))[-y - (7/3)(\eta_m^2 + \eta_m + 1)A_5]; \\ & & y &= (1/(1 + \eta_m))[1 - (\alpha/\eta_m^2) + A_1(1 - \eta_m/\eta_m)]; \\ A_5 &= 3[(1 + \eta_m)(2 - A_1) + 2\eta_m y] / (1 - 3\eta_m + 6\eta_m^2 - 4\eta_m^3); \\ & & \eta_m &= \epsilon_{bm} / \epsilon_{bR}; & \alpha &= R_{bu} / R_b; \\ & & E_b &= 1,1 \cdot 10^4 R_b^{0,3}; \\ & & \epsilon_{bR} &= 0,0007 R_b^{0,31}. \end{aligned}$$

У момент досягнення ЗБЕ максимального опору дії зовнішньому навантаженню  $\eta_m = \eta_u$ . Тоді значення  $\eta_u$  діаграми стану бетону можна обчислювати згідно з роботою [10] з параметричного рівняння діаграми стану елемента

$$\begin{aligned} &a^5 \eta_u^5 - (K+b)(a+b)a^4 \eta_u^4 - 24b^2 a^3 \eta_u^3 + \\ &+ 12(b^2 - 2)b^2 a^2 \eta_u^2 - 12b^4 (a\eta_u + 1)(\ln(a\eta_u + 1))^2 + \\ &+ 12\eta_u a b^2 (a\eta_u + 2)(a\eta_u + 1)\ln(a\eta_u + 1) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $a = (K-2)$ ;  $b = (K-1)$ ;  $K = (E_b \epsilon_{bR} / R_b) \approx 4 \dots 1$ ,  $K \neq 2$ .

При  $K=2$  рівняння (2) на основі граничного переходу набуває вигляду

$$\eta_u^2 - 6\eta_u + 6 = 0. \quad (3)$$

Залишкова міцність бетону для підрахунку коефіцієнтів  $\alpha$  знаходиться з умови

$$R_u = R_b (K\eta_u - \eta_u^2) / [1 + (K-2)\eta_u]. \quad (4)$$

Отримані значення коефіцієнтів полінома-апроксимації діаграми  $\sigma_b$ - $\epsilon_b$  залежно від класу бетону наведені в табл.1.

**Таблиця 1 – Коефіцієнти полінома (1) параметрів апроксимації діаграми  $\sigma_b$ - $\epsilon_b$  стану бетону для розрахунку ЗБЕ**

Клас бетону	$R_b$ , МПа	$\epsilon_{bR}$	$E_b \cdot 10^3$ , МПа	$\eta_u$	$A_1=K$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
B10	6,0	0,00122	18,830	1,3763	3,8284	-6,1663	5,2537	-2,3218	0,4061
B12,5	7,5	0,001307	20,133	1,3638	3,5093	-5,1375	4,0214	-1,6675	0,2743
B15	8,5	0,001359	20,904	1,3565	3,3421	-4,6041	3,3894	-1,3347	0,2074
B20	11,5	0,001493	22,888	1,3384	2,9704	-3,4428	2,0433	-0,6398	0,069
B25	14,5	0,001604	24,536	1,3237	2,7137	-2,6742	1,1961	-0,2242	-0,0114
B30	17	0,001685	25,735	1,3133	2,5504	-2,2106	0,7195	-0,009	-0,0504
B35	19,5	0,001758	26,817	1,3039	2,4176	-1,8552	0,3867	0,1222	-0,0712
B40	22	0,001825	27805	1,2954	2,3065	-1,5798	0,1627	0,1881	-0,0775
B45	25	0,001899	28,892	1,2862	2,1943	-1,3296	0,007	0,1977	-0,0693
B50	27,5	0,001956	29,730	1,279	2,1142	-1,1743	-0,0452	0,1565	-0,0512
B55	30	0,002009	30,516	1,2723	2,0437	-1,0589	-0,037	0,076	-0,0238
B60	33	0,002069	31,401	1,265	1,9691	-0,9652	0,0437	-0,0682	0,0206

**Висновки.** Запропонована вище методика з використання поняття екстремального критерію міцності дає змогу одержати значення коефіцієнтів полінома 5-го ступеня для різних класів бетону. Даний підхід дозволяє отримати повну картину роботи бетону в складі ЗБЕ.

#### Література

1. *Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого и легкого бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01-84) / ЦНИИпромзданий Госстроя СССР, НИИЖБ Госстроя СССР, М.:ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 192 с.*
2. *ACI 318 M – 95. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. ASI, 1996. – 369 p.*
3. *EN 1992-1: (Final draft, October 2001). Eurokode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.*
4. *Байков В.Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров // Изв. вузов. Стр-во и архит. – 1977. – № 6. – С. 15 – 19.*
5. *Бамбура А.М. К построению деформационной теории железобетона стержневых систем на экспериментальной основе / А.М. Бамбура, А.Б. Гурковский // Будівельні конструкції. – К.: Будівельник, 2003. – Вып. 59. – С. 121 – 130.*
6. *Вахненко П.Ф. Сучасні методи розрахунку залізобетонних конструкцій на складні види деформацій / П.Ф. Вахненко. – К.: Будівельник, 1992. – 112 с.*
7. *Дорофеев В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: монография / В.С. Дорофеев, В.Ю. Барданов. – Одесса: Издательство ОГАСА, 2003. – 210 с.*
8. *Мурашко Л.А. Розрахунок міцності залізобетонних згинальних елементів за закордонними нормами: навчальний посібник / Л.А. Мурашко, Р.І. Кінаш, В.В. Левчич. – Львів: Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 1999. – 236 с.*
9. *Байков В.Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной арматуры / В.Н. Байков // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1981. – №5. – С. 26 – 32.*
10. *Павліков А.М. Розрахунок граничних значень деформацій бетону стиснутої зони нормального перерізу косозігнутих залізобетонних елементів / А.М. Павліков // Збірник наукових праць (галузеве машинобуд., буд-во) / Полт. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вып. 15. – С. 36 – 42.*

Надійшла до редакції 28.04. 2010

© А.М. Павліков, П.А. Юрко