

УДК 624.012.45:624.072.2:624.046.2

РОЗРАХУНОК ЗА МІЦНІСТЮ СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ

РАСЧЕТ ПО ПРОЧНОСТИ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

STRENGTH CALCULATION OF THE COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH USE OF DEFORMATION MODEL

Павликов А. М., д.т.н., професор, Федоров Д. Ф., к.т.н., Балясний Д. К., студент (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка)

Павликов А. Н., д.т.н., профессор, Федоров Д. Ф., к.т.н., Балясний Д. К., студент (Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка)

Pavlikov A. M., Doctor of Technical Sciences, Prof., Fedorov D. F., Candidate of Technical Sciences, Balasnyi D. K., student (Poltava National Technical Yuri Kondratuk University)

Викладено розрахунок за міцністю стиснутих залізобетонних елементів з використанням деформаційної моделі.

Strength analysis of compressed reinforced concrete members with deformation model is presented.

Вступ. Установлено, що застосування методики, наведеної в [1], при проектуванні стиснутих залізобетонних елементів (ЗБЕ) призводить як до завищення їх несучої здатності, так і до перевитрат повздовжньої арматури з ділянкою текучості при $\xi \leq \xi_R$. Уникнути цього можна за рахунок використання в розрахунках повної діаграми деформування бетону. Саме вона відкриває шлях до економічного використання арматурної сталі та підвищення рівня точності розрахунків у порівнянні з даними експериментів. Але проблема в тому, що на сьогоднішній день практично не існує методики інженерного розрахунку з використанням реальної діаграми деформування бетону. Тому розроблення такої методики є доцільним.

Аналіз останніх досліджень. Розрахунок несучої здатності стиснутих залізобетонних елементів розглянуто в багатьох роботах. Але ті серед них, котрі ґрунтуються на використанні діаграми стану бетону, характеризуються труднощістю і складністю. Тому є потреба створення інженерної методики розрахунку за деформаційною моделлю несучої здатності стиснутих ЗБЕ.

Нові норми [2] рекомендують виконувати розрахунки несучої здатності за деформаційною моделлю. Але практичних посібників з прикладами її застосування немає. У зв'язку з цим постає проблема, як розраховувати за несучою здатністю стиснуті залізобетонні елементи за такою моделлю.

Постановка мети і задач досліджень. У даній статті за мету ставиться розроблення розрахункової схеми, на основі котрої отримується інженерна методика розрахунку несучої здатності стиснутих залізобетонних елементів за деформаційною моделлю.

Результати досліджень. Характер руйнування позацентрово стиснутих залізобетонних елементів залежить від багатьох причин, але передусім від ексцентрицитету. При великих ексцентрицитетах руйнування починається з текучості арматури, найбільш віддаленої від поздовжньої сили, а потім відбувається руйнування стиснутого бетону (випадок великих ексцентрицитетів $\xi \leq \xi_R$) [1]. При малих ексцентрицитетах руйнування починається з боку найбільш напруженого волокна стиснутого бетону. Напруження в арматурі, найбільш віддаленої від поздовжньої сили, можуть характеризувати як стиснення чи розтяг, так і можуть бути рівними нулю (випадок малих ексцентрицитетів $\xi > \xi_R$). В даній статті буде розглянуто лише перший випадок, тобто випадок великих ексцентрицитетів $\xi \leq \xi_R$.

У поставленій задачі за відомі величини прийняті площа розтягнутої поздовжньої арматури A_s , стиснутої – A'_s , розміри поперечного перерізу колони $b \times h$, ексцентрицитет e_0 з яким прикладена сила N_u (рис. 1) та фізико-механічні властивості бетону f_{cd} , E_{cd} , ε_{cd} й арматури f_{yd} , E_s .

За невідомі величини вважаються максимальне значення поздовжньої сили N_u , яка може сприйматися колоною, та відповідне їй значення відносних деформацій в найбільш стиснутій фібрі бетону $\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cuI}$ (або їх рівень $\eta_m = \eta_u$), при яких колона чинитиме максимальний опір дії зовнішньому навантаженню.

Для виведення шуканої залежності $N(\eta_u) = \max[N(\eta_u)]$ за прийнятою розрахунковою схемою (рис. 1) використані

– рівняння рівноваги

$$\sum X = 0; \quad N_u + N_s - N_c - N'_s = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_z = 0; \quad N_u e - N_c (d - x + y_{N_c}) - N'_s (d - a'_s) = 0, \quad (2)$$

у котрих в котрих N_c , N_s , N'_s — рівнодійні напружень відповідно в бетоні, розтягнутій та стиснутій арматурі; d , x – відповідно робоча висота та висота стиснутої зони поперечного перерізу; y_{N_c} – відстань від нейтральної лінії до точки прикладання N_c ; a'_s – відстань від найбільш стиснутої фібри бетону до точки прикладання зусилля N'_s ;

– діаграма стану бетону при центральному стиску за [2] у вигляді дробово-раціональної функції

$$\sigma_c = f_{cd} (K\eta - \eta^2) / [1 + (K-2)\eta] \quad (3)$$

у котрій $K = 1,05(E_{cd}\epsilon_{cl} / f_{cd}) \approx 4...1$; $\eta = \epsilon_c / \epsilon_{cl} < K$, f_{cd} і E_{cd} — відповідно розрахункові значення міцності бетону при осьовому стиску та його модуля пружності;

– умова сумісності деформування арматури і бетону

$$\epsilon_c = \epsilon_s; \quad (4)$$

– діаграма стану арматури з фізичною ділянкою плинності

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \epsilon_s \text{ при } \epsilon_s \leq f_y / E_s; \\ \sigma_s &= f_y \text{ при } \epsilon_s > f_y / E_s; \end{aligned} \quad (5)$$

– критерій максимальної міцності поперечного перерізу стиснутого елемента у вигляді

$$\max [N(\eta_m)] = N_u = N(\eta_u). \quad (6)$$

Досягнення поставленої мети обумовлено необхідністю мати закон розподілення напружень в бетоні стиснутої зони у вигляді $\sigma_c = f(y, \eta_m, \dots)$. Такий закон, що описує розподілення напружень у бетоні стиснутої зони в системі координат $X_c O_c Y_c$ з її початком в точці O_c на нейтральній лінії використано з [3] у вигляді

$$\sigma_c = f(y, \eta_m, \dots) = f_{cd} \eta_m y (Kx - \eta_m y) / [x^2 + x\eta_m y (K-2)]. \quad (7)$$

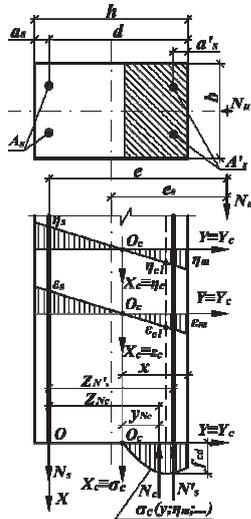


Рис. 1. Розрахункова схема стиснутого ЗБЕ

Шукані залежності за розрахунковою схемою, приведеною на рис. 1, виведені шляхом підстановки в (1) та (2) попередньо отриманих виразів [3].

$$\begin{aligned} N_c &= (bf_{cd}\eta_m/x) \times \\ &\times \int_0^x y (Kx - \eta_m y) / [x^2 + x\eta_m y (K-2)] dy = \quad (8) \\ &= bf_{cd} x \omega, \end{aligned}$$

$$y_{N_c} = S_c / N_c = x\varphi / \omega; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} S_c &= (bf_{cd}\eta_m/x) \times \\ &\times \int_0^x y^2 (Kx - \eta_m y) / [x^2 + x\eta_m y (K-2)] dy = \quad (10) \\ &= bf_{cd} x^2 \varphi. \end{aligned}$$

Після виконання математичних перетворень рівняння (1) та (2), для даної

розрахункової схеми (рис.1), приведені до таких залежностей:

$$N_u + f_{yd} A_s = f_{cd} b x \omega + \sigma'_s A'_s; \quad (11)$$

$$N_u e = (N_u + f_{yd} A_s - \sigma'_s A'_s) \left(d - \chi \frac{N_u + f_{yd} A_s - \sigma'_s A'_s}{f_{cd} b} \right) + \sigma'_s A'_s (d - a'_s), \quad (12)$$

де $\chi = f(\eta_m) = (\omega - \varphi) / \omega^2$, а коефіцієнти ω і φ визначаються за формулами, що отримані з (8) та (10). Прийнявши $c = 1 + (K - 2) \eta_m$, отримано

$$\omega = (K - 1)^2 (c - \ln c - 1) / \left[\eta_m (K - 2)^3 \right] - \eta_m / [2(K - 2)]; \quad (13)$$

$$\varphi = (K - 1)^2 \left((c - 1)^2 + 2 \ln c - 1 \right) / \left[2(K - 2)^4 \eta_m^2 \right] - \eta_m / [3(K - 2)]. \quad (14)$$

Для обчислення значень $\eta_m = \eta_u = \eta_{cu1}$ використано критерій (6), котрий характеризує такий стан залізобетонного елемента, коли його опір дії зовнішньому навантаженню досягає максимуму. Опираючись на даний критерій, для визначення значень η_u рівняння (12) досліджено на екстремум, за умовою $\partial N_u / \partial \eta_u = 0$ та при $\sigma'_s = f_{yd}$. У результаті отримане диференціальне рівняння

$$\chi' [\omega(\eta_m), \varphi(\eta_m)] = (2\varphi - \omega) \omega' - \omega \varphi' = 0. \quad (15)$$

Розв'язок рівняння (15), після підстановки в нього виразів (13) та (14), отримано у вигляді трансцендентного алгебраїчного рівняння відносно $\eta_m = \eta_u$:

$$a^5 \eta_u^5 - (K + b)(a + b) a^4 \eta_u^4 - 24a^3 b^2 \eta_u^3 + + 12(b^2 - 2) a^2 b^2 \eta_u^2 - 12b^4 c (\ln c)^2 + 12\eta_u a b^2 c (c + 1) \ln c = 0, \quad (16)$$

де $a = K - 2$, $b = K - 1$, $c = a\eta_u + 1$.

Графічно розв'язки рівняння (16) являють собою діаграму граничних значень рівнів фібрових деформацій бетону ЗБЕ в момент досягнення ним максимального опору дії зовнішньому навантаженню (рис. 2).

За фізичною суттю рівняння (16) являє собою залежно від фізико-механічних властивостей бетону сукупність граничних рівнів фібрових відносних деформацій бетону у стиснутому елементі в момент досягнення ним найбільшого опору силі N_u при мінімумі площі розтягнутої арматури. Ці фіброві деформації бетону є критичними деформаціями конструкційної деформативності бетону на діаграмі стану елемента і одночасно є закритичними на діаграмі стану бетону з відповідним коефіцієнтом K (рис.2).

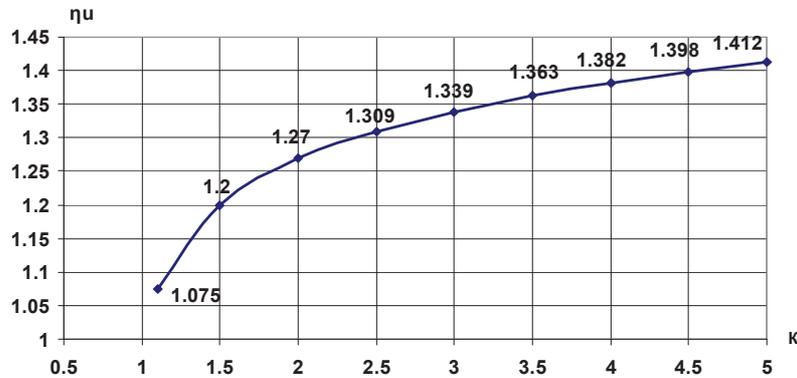


Рис. 2. Графік рівня закритичних деформацій бетону в стиснутій зоні ЗБЕ за (16) залежно від параметра K

Оскільки в отриманих залежностях (11) та (12) параметри ω , φ , χ залежать від коефіцієнта K та граничного рівня фібрових відносних деформацій бетону η_u в стиснутому елементі, то для зручності складена таблиця значень цих параметрів залежно від значення K (табл. 1) та значення η_u .

Таблиця 1
Значення параметрів ω , φ , χ залежно від значень коефіцієнта K та граничного рівня фібрових відносних деформацій бетону η_u

	K								
	1,18	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
η_u	1,075	1,200	1,270	1,309	1,339	1,363	1,382	1,398	1,412
ω	0,587	0,673	0,740	0,768	0,792	0,811	0,825	0,838	0,848
φ	0,383	0,421	0,446	0,455	0,462	0,467	0,471	0,474	0,476
χ	0,591	0,555	0,537	0,531	0,526	0,523	0,520	0,518	0,517
φ/ω	0,652	0,625	0,603	0,592	0,586	0,576	0,574	0,566	0,561

При розв'язанні задач з визначення несучої здатності колон, згідно розробленої методики, потрібно дотримуватись такого алгоритму:

- 1) визначити за (3) коефіцієнт K , що залежить від фізико-механічних властивостей бетону;
- 2) за графіком на рисунку 2 для обчисленого значення K прийняти відпо-

відний рівень відносних деформацій η_u у найбільш стиснутій фібрі бетону;

3) за таблицею 1 прийняти коефіцієнти ω , φ , χ що залежать від рівня граничних деформацій η_u та коефіцієнта K ;

4) за значеннями параметрів ω , φ , χ , K , η_u розв'язати рівняння (12) відносно невідомої N_u .

Висновки. Розроблена методика та отримані на її основі формули та рівняння дозволяють у повній мірі виконувати перевірку міцності стиснутих залізобетонних елементів за нелінійною деформаційною моделлю при $\xi > \xi_R$, що повністю задовольняє вимоги діючих нормативних документів. Також у даній статті наведені граничні значення фібрових деєформацій бетону на стиск, котрі легко обчислюються за наведеними залежностями або з діаграми.

1. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. - М.:ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80с.
2. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. [Чинні від 2011-07-01]. К.: Мінрегіонбуд України, Державне підприємство "Укравхбудінформ", 2011. – 71 с. – (Державні будівельні норми).
3. Павліков А.М. Розрахунок міцності нормальних перерізів балкових елементів за нелінійною деформаційною моделлю (на основі ДБН В.2.6-98:2009): навчальний посібник / А.М. Павліков, О.В. Бойко, За ред. А.М. Павлікова. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – 85с.
4. Бамбура А.Н. К построению деформационной теории железобетона стержневых систем на экспериментальной основе / А.Н. Бамбура, А.Б. Гурковский // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Зб. наук. пр. / Державний НДІ будівельних конструкцій Держбуду України. – Вип. 59. Кн. 1. – К.: НДІБК, 2003.– С.121-130.
5. Байков В. Н. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям напряжения-деформации бетона и арматуры / В. Н. Байков, С. В. Горбатов // Бетон и железобетон.– 1985.– №6.– С. 13-14.
6. V.P. Mitrofanov. Optimization strength theory of reinforced concrete bar elements and structures with practical aspects of its use / Bygningstatiske meddelelser. Edited and published by the Danish Society for Structural Science and Engineering. – Kobenhavn, 2000. – P.73-125.
7. Митрофанов В.П. Экстремальный критерий міцност залізобетонних елементів у деформаційній моделі / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – К.: НДІБК, 2005. – Вип.. 62. – Т. 1. – С.205–212.