

## ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ БЕТОНУ СТИСНУТОЇ ЗОНИ НАД НЕБЕЗПЕЧНОЮ ПОХИЛОЮ ТРІЩИНОЮ

*Запропоновано інженерний метод розрахунку міцності зрізаних керамзитобетонних клинів, які моделюють роботу бетону в зоні руйнування над небезпечною похилою тріщиною. В основу розрахунку покладено варіаційний метод теорії пластичності бетону, який базується на розгляді характеру руйнування елементів і враховує вплив на їх міцність класу бетону, кутів прикладання навантаження та нахилу небезпечної тріщини. Викладені результати теоретичних досліджень.*

*Предложен инженерный метод расчета прочности срезанных керамзитобетонных клиньев, которые моделируют работу бетона в зоне разрушения над опасной наклонной трещиной. В основу расчета положен вариационный метод теории пластичности бетона, который базируется на рассмотрении характера разрушения элементов и учитывает влияние на их прочность класса бетона, углов приложения нагрузки и наклона опасной трещины. Изложены результаты теоретических исследований.*

*The engineering method of calculation of strength of truncated ceramsite concrete wedges, that modeled a behaviour of concrete in destruction area above dangerous inclined crack, is proposed in this article. This calculation is based on variational method of plasticity theory of concrete, and take into account concrete class, angle of loading and crack. Results of theoretical studies are presented.*

**Ключові слова:** зрізні керамзитобетонні клинки, моделювання, зона руйнування, похила тріщина.

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями.** Нормативний метод розрахунку міцності похилих перерізів не є досконалим і має відомі суттєві недоліки, що обумовлює актуальність проведення подальших досліджень у напрямі його вдосконалення.

Одним із можливих шляхів розв'язання зазначеної проблеми є вивчення впливу окремих визначальних факторів на міцність похилого перерізу. Так, на даний час неоднозначно розв'язане центральне питання про міцність бетону над небезпечною похилою тріщиною.

Запропоновані рішення, як правило, не відображають наявності різних форм руйнування бетону над небезпечною похилою тріщиною, які спостерігаються в досліджах, і відповідну неоднозначність залежності між граничними зусиллями бетону  $N_b$  та  $Q_b$ , характерної для тіл із значними пластичними якостями.

У відомих пропорціях розподіл напружень у зоні руйнування приймається без спільного врахування критерію міцності, умов рівноваги граничних напружень і механічного стану бетону.

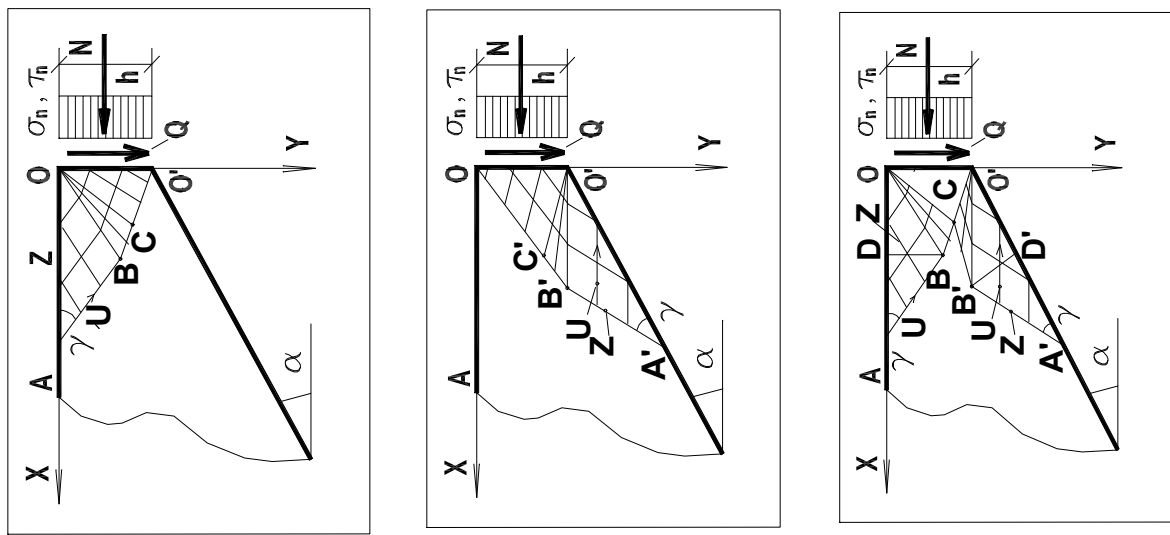
**Аналіз останніх досліджень та публікацій, у яких започатковано розв'язання даної проблеми.** При випробуванні залізобетонних згинальних елементів дуже важко вивчати роботу бетону стиснутої зони окремо від інших факторів (поперечного армування, нагельного ефекту поздовжньої арматури, зачеплення в тріщині та ін.), що визначають міцність похилого перерізу. Тому запропоновані спеціальні зразки, які дозволяють досліджувати роботу бетону окремо від впливу інших зазначених чинників.

Дослідженням роботи бетонних зрізаних клинів, що моделюють частину балки, розташовану над небезпечною похилою тріщиною, займався В.П. Митрофанов [1]. На основі виконаних експериментальних і теоретичних досліджень запропонована залежність між  $N_b$  та  $Q_b$  у стиснутій зоні бетону.

Продовжив роботу у цьому напрямі В.В. Погрібний [2]. Він удосконалив схему прикладання навантаження на клин. При теоретичному визначенні міцності моделей стиснутої зони бетону використовувався математичний апарат теорії ідеальної пластичності бетону й умова міцності Баландіна – Генієва [3] для важких бетонів, В.П. Митрофанова [1] – для легких.

Запропоновано три типи можливих схем розташування зон пластичності в зрізаних бетонних клинах залежно від кута прикладання навантаження  $\beta$ , кута клина  $\alpha$  (кута нахилу похилої тріщини) та міцнісних характеристик бетону  $R_b$  і  $R_{bt}$ . На характер руйнування суттєвий вплив мають властивості (вид та клас) бетону. Тип I відрізняється розташуванням зони пластичності поблизу бічної грані прямого кута при вершині клина, II – має аналогічну зону біля грані тупого кута, III – проміжний між типами I і II, характеризується наявністю областей пластичності біля обох бічних граней елемента (рис. 1).

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячена дана стаття.** В.П. Митрофанов і В.В. Погрібний не досліджували вплив напрямку сили  $Q_b$  на несучу здатність клина, ними використана методика розрахунку клинів, яка базується на теорії пластичності бетону й методі характеристик. Вона є загальною, доволі точною, враховує характер руйнування та визначальні фактори міцності в кожному конкретному випадку руйнування. Однак разом із тим є доволі складною, потребує розв'язання системи 6 – 8-ми нелінійних рівнянь.



Тип I

Тип II

Тип III

Рис. 1. Три можливі випадки розміщення зон пластичності в зрізаних бетонних клинах

У ПолтНТУ [5] розроблено й апробовано при розрахунках бетонних і кам'яних конструкцій в умовах місцевого стиску, продавлювання, зрізу [6, 7, 8] варіаційний метод теорії пластичності бетону. В основу його покладені такі передумови: розглядається задача при плоскому напруженому стані, яка відповідає критерію можливості застосування теорії пластичності до бетону [4]; в стадії руйнування до бетону застосовується передумова про ідеальну пластичність; зв'язок швидкостей деформацій із напруженнями знаходиться за асоційованим законом пластичного деформування; використовується схема жорстко-пластичного тіла; в якості пластичного потенціалу для бетону застосовується умова міцності Баландіна – Генієва [3].

**Метою роботи** є вдосконалення розрахунку міцності зрізаних керамзитобетонних клинів на основі використання варіаційного методу теорії ідеальної пластичності бетону.

**Виклад основного матеріалу.** Відповідно до рис. 1 та експериментальних даних прийнято кінематично можливі схеми руйнування клинів (рис. 2) і розв'язано задачі з визначення граничного навантаження для трьох можливих випадків руйнування, що спостерігаються в дослідях.

**Випадок I.** Кінематична можлива схема руйнування клина включає два диски (рис. 2, а). Диск I переміщується відносно диска II зі швидкістю  $V(V_x, V_y)$ . Диски розмежовані між собою поверхнею руйнування AC, на якій діють граничні нормальні  $\sigma_u$  та дотичні  $\tau_u$  напруження, що визначаються згідно з умовою міцності бетону Баландіна – Генієва [3].

Задачу розв'язуємо у такій послідовності.

Знаходимо розриви нормальної  $\Delta V_n$  і дотичної  $\Delta V_t$  складових швидкості на поверхні руйнування

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_n &= V_x \cdot \cos \gamma - V_y \cdot \sin \gamma \\ \Delta V_t &= V_x \cdot \sin \gamma + V_y \cdot \cos \gamma \end{aligned} \right\}.$$

Площу поверхні руйнування записуємо у вигляді

$$ds = \frac{h \cdot b}{\sin \gamma}.$$

Функціонал методу для плоского напруженого стану буде таким:

$$I_l = m \left[ 2B \sqrt{1 + 0,25 \left( \frac{V_x \sin \gamma + V_y \cos \gamma}{V_x \cos \gamma - V_y \sin \gamma} \right)^2} - 1 \right] \cdot (V_x \cos \gamma - V_y \sin \gamma) \times$$

$$\times \frac{h \cdot b}{\sin \gamma} \pm Q_b \cdot V_x - N_b \cdot V_y = 0. \quad (1)$$

Вводячи позначення  $k_o = Q_b / N_b$  і  $k = V_x / V_y$ , отримаємо  $P_b$  у функції від невідомих параметрів (кута нахилу  $\gamma$  площини руйнування АС до вертикалі та співвідношення швидкостей  $k$ )

$$\frac{P_b}{m} = \left[ 2B \sqrt{(k - tg \gamma)^2 + 0,25 \cdot (k \cdot tg \gamma + 1)^2} - (k - tg \gamma) \right] \times$$

$$\times \frac{h \cdot b}{tg \gamma \cdot \cos \beta \cdot (1 \pm k_o \cdot k)}, \quad (2)$$

де  $m = R_b - R_{bt}$ ,  $B^2 = (1 + \chi / (1 - \chi)^2) / 3$ ,  $\chi = R_{bt} / R_b$ ,  $h$  – висота стиснутої зони,  $b$  – товщина клина.

Після визначення з умови (2)  $P_b = \min$  невідомих  $k$  і  $\gamma$  при використанні закладки «Пошук рішення» в табличному процесорі «Microsoft Office Excel» та підстановки останніх у формулу (2) підраховуємо значення граничного навантаження. Для отримання достовірного результату використовуються додаткові обмеження  $tg \gamma \geq 0$ ,  $k \geq 0$ .

Перший випадок руйнування реалізується при будь-яких кутах  $\beta$  за умови напрямку прикладання  $Q_b$  до прямого кута і при  $\beta \leq 10^\circ$  залежно від  $\alpha$  при напрямку  $Q_b$  від прямого кута.

**Випадок II.** Зразки руйнувалися за схемою II у випадках, коли поперечна сила  $Q_b$  була направлена від прямого кута і мала досить велике числове значення.

Для такого випадку кінематично можлива схема руйнування зразка, представлена на рис. 2, б, відповідно до неї отримано функцію для знаходження граничного навантаження

$$\frac{P_b}{m} = \left[ 2B \sqrt{(k - tg \theta)^2 + 0,25 \cdot (k \cdot tg \theta + 1)^2} - (k - tg \theta) \right] \times$$

$$\times \frac{h \cdot b}{\cos \beta \cdot (tg \theta - tg \alpha) \cdot (1 - k_o \cdot k)}. \quad (3)$$

Для клинів із кутом  $\alpha = 15^\circ$  другий випадок руйнування реалізується при  $\beta > 10^\circ$ , а для зразків з  $\alpha = 30$  та  $40^\circ$  – при  $\beta > 20^\circ$ . При одному й тому ж  $\alpha$  і зростанні  $\beta$  міцність моделей зменшується.

**Випадок III.** У цьому випадку використовується кінематично можлива схема руйнування зразка, представлена на рис. 2, в. Диск I переміщується тільки вертикально вниз із швидкістю  $V_y$ , диски II і III зі швидкостями  $V_x$  та  $-V_x$  – горизонтально в різні сторони. Поверхня руйнування складається із відрізків CO, OD, OB і OA. На площадках CO та OD діють граничні

нормальні  $\sigma_u$  і дотичні  $\tau_u$  напруження. Площинки ОВ та ОА вважаємо за головні з напруженнями розтягу  $\sigma_u = R_{bt}$ .

Для спрощення у цьому випадку приймаємо, що трикутник COD – рівнобедрений. Тому розриви нормальної та дотичної складових швидкостей і площі поверхонь руйнування на цих ділянках будуть однаковими:

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_t &= V_x \sin \theta + V_y \cos \theta \\ \Delta V_n &= V_x \cos \theta - V_y \sin \theta \end{aligned} \right\} ds = \frac{h \cdot b}{2 \cdot \sin \theta}.$$

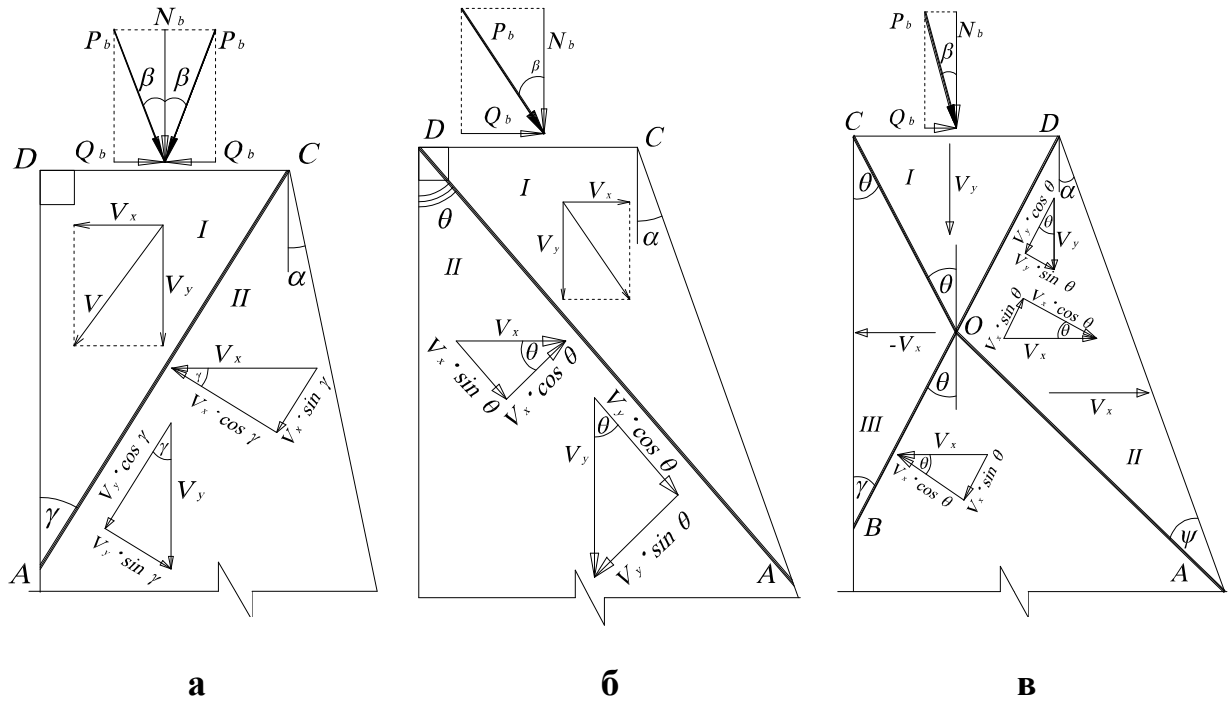


Рис. 2. Кінематично можливі схеми руйнування зрізаного бетонного клина:  
а – випадок I; б – випадок II; в – випадок III

Розрив нормальної швидкості та площа поверхні руйнування для площадки ОА матимуть вигляд

$$\Delta V_n = V_x \cos(\alpha + \psi), \quad ds = \frac{h \cdot b \cdot \sin(\theta + \alpha)}{2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi},$$

а для площадки ОВ

$$\Delta V_n = V_x \cos \theta, \quad ds = \frac{h \cdot b}{2 \cdot \sin \theta}.$$

Функціонал можна навести у вигляді

$$\begin{aligned} I_1 &= m \left[ 2B \sqrt{(k - \operatorname{tg} \theta)^2 + 0,25 \cdot (k \cdot \operatorname{tg} \theta + 1)^2} - (k - \operatorname{tg} \theta) \right] \frac{h \cdot b \cdot V_y}{\operatorname{tg} \theta} + \\ &+ \frac{h \cdot b \cdot R_{bt} \cdot V_x}{2 \cdot \operatorname{tg} \theta} + \frac{h \cdot b \cdot R_{bt} \cdot V_x}{2} \times \frac{\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \psi (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \psi \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} - N_b \cdot V_y = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Вираз для граничного навантаження набуває вигляду

$$\frac{P_b}{m} = \left[ 2B\sqrt{(k - \operatorname{tg}\theta)^2 + 0,25 \cdot (k \cdot \operatorname{tg}\theta + 1)^2} - (k - \operatorname{tg}\theta) \right] \frac{h \cdot b}{\operatorname{tg}\theta \cdot \cos\beta} + \frac{h \cdot b \cdot R_{bt} \cdot k}{2 \cdot m \cdot \cos\beta} \times \frac{\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\psi(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}^2\alpha - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha})}{\operatorname{tg}\theta \cdot \operatorname{tg}\psi \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}. \quad (5)$$

Невідомими даної задачі є граничне навантаження  $P_b$ , кут нахилу  $\theta$  площадки СО до вертикалі,  $\psi$  – кут нахилу площадки руйнування ОА до грані DA та відношення швидкостей  $k = V_x / V_y$ .

На основі розрахунків отримані теоретичні залежності відносної міцності клинів від кута навантаження  $\beta$  для  $\chi = R_{bt} / R_b = 0,1$  (рис. 3).

Кожна крива відповідає зразкам з однаковим кутом клина. З рисунка 3 видно, що коли навантаження прикладається під кутом  $\beta$  вправо від нормалі (на шкалі  $\beta$  – значення від -40 до 0), міцність зразків не залежить від кута  $\alpha$ . У цьому випадку при зростанні кута  $\beta$  руйнівне навантаження зменшується. На графіку для додатних значень  $\beta$  ( $P_b$  прикладається під кутом  $\beta$  зліва від нормалі) бачимо, що при малих кутах клина криві збігаються, тобто міцність клинів не залежить від кута  $\alpha$ , як і в попередньому випадку. Така закономірність відповідає типу руйнування I (рис. 1).

При великих кутах  $\beta$  криві розходяться, при цьому із зростанням кута  $\alpha$  міцність збільшується. Отримані залежності відповідають типам руйнування II (на графіку – спадні криві) та III (ділянки близькі до горизонтальних прямих).

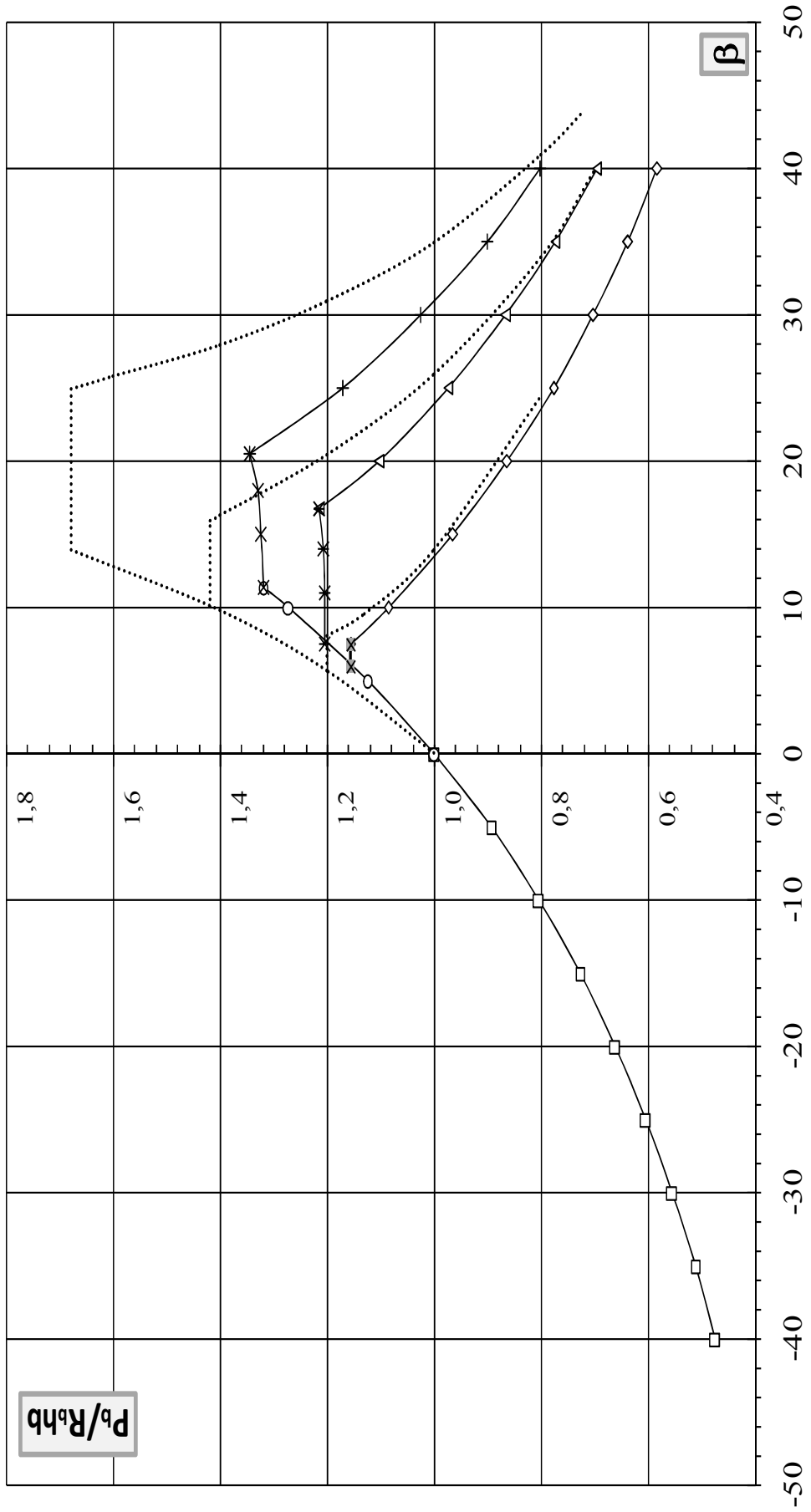


Рис. 3. Теоретична залежність відносної міцності клинів від кута навантаження (при  $\chi=0,1$ ): авторів статті  $\square$ ,  $\circ$  для I випадку при напрямку  $Q_b$  до і від прямого кута відповідно;  $\diamond$  при  $\alpha=15^\circ$ ,  $\triangle$  при  $\alpha=30^\circ$ ,  $\square$  при  $\alpha=45^\circ$  для II випадку;  $\times$  при  $\alpha=15^\circ$ ,  $\star$  при  $\alpha=30^\circ$ ,  $\star$  при  $\alpha=45^\circ$  для III випадку; ..... відповідні залежності В.В. Погрібного

З викладеного вище можна зробити наступний **висновок**: на основі варіаційного методу теорії пластичності бетону розв'язано задачу міцності зрізаного керамзитобетонного клина. Даний метод є доволі простим і точним, тому що приводить до нескладних залежностей та дозволяє враховувати основні фактори міцності (кут прикладання навантаження  $\beta$  і нахилу похилої пріщини  $\alpha$  та міцнісні характеристики бетону  $R_b$  і  $R_{bt}$ ) моделей стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною.

#### *Література*

1. Митрофанов В.П. Предельная нагрузка усеченного бетонного клина / В.П. Митрофанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1975. – №1. – С. 20 – 24.

2. Погребной В.В. Прочность бетонных и железобетонных элементов при срезе: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Погрібний Володимир Володимирович. – Полтава, 2001. – 236 с.

3. Гениев Г.А. Теория прочности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.

4. Митрофанов В.П. Про можливість застосування передумови про ідеальну пластичність до бетону / В.П. Митрофанов, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2002. – № 7. – С. 118 – 122.

5. Митрофанов В.П. Вариационный метод в теории идеальной пластичности бетона / В.П. Митрофанов // Строительная механика и расчет сооружений. — 1990. – №6. – С. 23 – 28.

6. Довженко О.О. Міцність цегляної та армоцегляної кладки при місцевому її стисненні / О.О. Довженко, Н.М. Пінчук, Т.М. Мирко // Строительство, реконструкция и восстановление зданий городского хозяйства: материалы II Международной научно-технической Интернет-конференции, 1–31 мая 2007, г. Харьков / под ред. Н.И. Быкова. – Х.: Харьковская национальная академия городского хозяйства, 2007. – С. 59 – 65.

7. Довженко О.А. Прочность бетонных и железобетонных элементов при местном приложении сжимающей нагрузки: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Довженко Оксана Олександрівна. – Полтава, 1993. – 222 с.

8. Рожко В.Н. Міцність шпонкових з'єднань бетонних і залізобетонних елементів: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Рожко Валерій Нарцизович. – Полтава, 2008. – 182 с.

Надійшла до редакції 17.02.2009

© **О.О. ДОВЖЕНКО, Т.Ю. КАЧАН**