Міністерство освіти і науки України
Національна академія наук України
Академія технологічних наук України
Інженерна академія України
Інститут проблем математичних машин і систем НАН України
Глінвордський університет, Великобританія
Технічний університет Лодзі, Польща
Інститут прикладної математики імені М.В. Келдиша РАН, Росія
Гомельський державний університет ім. Ф.Скорини, Білорусь
Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка
Чернігівський державний технологічний університет

ВОСЬМА МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

24-28 червня 2013р.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ МОДС 2013

Тези доповідей

Чернігів-Жукин 2013

вращать возникновение аварийных ситуаций, контролируя работу системы вентиляции.

Литература

1. Александровская Л.Н. Статистические методы анализа безопасности сложных технических систем: Учебник / Л.Н. Александровская, И.З. Аронов, А.И. Елизаров; под. ред. В.П. Соколова. – М. : Логос, 2001. – 232 С.
2. Kazachkov I.V. Modelling of Potentially Hazardous Objects with Time Shifts / I.V. Kazachkov, Ye.V. Chesnokov, O.M. Kazachkova // WSEAS Trans. on Business & Economics. – 2004. – Issue3, №1. – P. 37-43
3. Казимир В.В. Розподілене моделювання в EMS на основі архітектури HLA / Володимир Вікторович Казимир, Ганна Андріївна Сіра // Математичні машини і системи. – 2011. – № 4. – С. 125-135. – ISSN 1028-9763.
4. Казимир В.В. Розподілена система імітаційного моделювання EMS / В.В. Казимир, Г.А. Сіра, І.І. Мушкетик // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. – 2011. – № 3 (51). – С. 144-153.

УДК 681.5

УПРАВЛЕНИЕ МНОГОСВЯЗНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВСТРОЕННЫХ ОБОБЩЕННЫХ ОБРАТНЫХ МОДЕЛЕЙ

К.Ю. Соловчук

Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, Украина

Известно [1, 2], что эффективными методом построения систем управления многосвязными объектами при наличии неконтролируемых возмущений, является метод обратного оператора. Реализация этого метода предусматривает использование обратной модели объекта, встроенной в контур обратной связи.

Существенной особенностью метода обратного оператора является то, что в «чистом» виде он ориентирован на случай, когда передаточная матрица объекта является невырожденной. Между тем даже при наличии невырожденной матрицы объекта этот метод приводит к заметному увеличению нормы управляющих воздействий, если передаточная матрица объекта плохо обусловлена. Оказывается, что это «скверное» свойство присуще некоторым технологическим процессам [3].

В теоретическом плане вполне можно вообразить, что при определённых условиях плохо обусловленные передаточные матрицы многосвязных объектов могут вообще выродится. Для решения задачи управления такими объектами при отсутствие возмущений недавно в работе [4] был предложен и обоснован метод, опирающийся на использование математического аппарата псевдообращения матриц [5]. В настоящей работе этот метод обобщается на случай, когда многосвязный объект подвергнут действию неконтролируемых ограниченных возмущений как и в [2].

Рассматривается многосвязный статический объект, который функционирует в дискретном времени $n = 0,1,2,...$ и описывается разностным уравнением

$$y_n = Bu_{n-1} + v_n. \tag{1}$$

где B − произвольная $(N \times N)$-матрица; $y_n = [y_n^{(1)},\dots,y_n^{(N)}]^{\mathrm{T}}$ – N-мерный вектор выходных переменных, доступных для измерения в каждый n-й дискретный момент времени $(n = 0,1,2,...)$; $u_n = [u_n^{(1)},\dots,u_n^{(N)}]^{\mathrm{T}}$ – N-мерный вектор управлений, $v_n = [v_n^{(1)},\dots,v_n^{(N)}]^{\mathrm{T}}$ – вектор неизмеряемых возмущений (Т – знак транспонирования). Вводится стандартное предположение, что вектор v_n ограничен по норме:

$$\|v_n\| \le \varepsilon. \tag{2}$$

Последовательность $\{u_n\}$ должна быть ограничена по норме некоторой величиной U:

$$\|u_n\| \le U < \infty. \tag{3}$$

Задача состоит в том, чтобы в условиях (2) построить систему стабилизации вектора y_n на заданном уровне $y^0 = [y^{0(1)},\dots,y^{0(N)}]^{\mathrm{T}}$, удовлетворяющему условию

$$|y^{0(1)}| + \ldots + |y^{0(N)}| \ne 0. \tag{4}$$

Введем матрицу

$$\Delta := \tilde{B}_* - B, \tag{5}$$

где $\tilde{B}_*$ – вырожденная матрица, ближайшая к матрице B в смысле

$$\tilde{B}_* = \arg \inf_{\tilde{B}:\, \det \tilde{B} = 0} \|B - \tilde{B}\|. \tag{6}$$

Обозначим через I единичную $(N \times N)$-матрицу. Определим далее матрицу

$$\tilde{B}_*^+ := \lim_{\delta \to 0} (\tilde{B}_*^{\mathrm{T}} \tilde{B}_* + \delta^2 I)^{-1} \tilde{B}_*^{\mathrm{T}}$$

как матрицу, псевдообратную к матрице $\tilde{B}_*$ (см. [7, теорема 3.4]).

Оказывается, что справедливо следующие утверждение.

Утверждение: Пусть выполнены ограничения (2), (3), тогда при произвольной ненулевой матрице B регулятор, описываемый уравнениями

$$u_n = \begin{cases} u_{n-1} + B^{-1}e_n, & \text{если } \left\| B^{-1} \right\| \le 2\left\| \tilde{B}_*^+ \right\|, \\ u_{n-1} + \tilde{B}_*^+ e_n & \text{в противном случае,} \end{cases} \qquad (7)$$

в которых $e_n = y^0 - y_n$ – вектор текущего отклонения y_n от y^0, обеспечивают диссипативность замкнутой системы (1), (7). При этом выполняется требование (2) при $U = 2\left\| \tilde{B}_*^+ \right\| \left(\left\| y^0 \right\| + \varepsilon \right)$.

Доказательство этого утверждения существенно использует один из результатов, содержащихся в [6, лемма 7.2] , а также тот предварительно установленный факт, что достаточным условием диссипативности рассматриваемой системы является требование

$$\left\| \tilde{B}_*^+ \Delta \right\| < 1.$$

Реализация регулятора (7) возлагается на обратную модель с передаточной матрицей B^{-1} (при $\left\| B^{-1} \right\| \le 2\left\| \tilde{B}_*^+ \right\|$) или на псевдообратную модель с передаточной матрицей $\tilde{B}_*^+$ (при $\left\| B^{-1} \right\| > 2\left\| \tilde{B}_*^+ \right\|$) и дискретный интегратор (диграторр). Именно эти модели и играют роль встроенных обобщенных псевдообратных моделей.

Для определения матрицы $\tilde{B}_*$, удовлетворяющую условию (6), используем стандартный метод множителей Лагранжа для решения задач условной оптимизации функций многих переменных [8]. При этом функция Лагранжа $F(\Delta, \lambda)$ с учетом (5) будет иметь вид

$$F(\Delta, \lambda) = \left\| \Delta \right\|_E^2 + \lambda \det(B + \Delta),$$

где $\left\| \Delta \right\|_E$ – евклидова норма матрицы

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \dots & \delta_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \delta_{N1} & \dots & \delta_{NN} \end{pmatrix},$$

а λ обозначает множитель Лагранжа.

Обращает на себя внимание следующий любопытный факт. Согласно [8] диссипативность замкнутой системы (1), (7) полностью определяется расположением собственных значений $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ матрицы

$$Q := I - \tilde{B}_*^+ B. \qquad (8)$$

В самом деле при $\left\| B^{-1} \right\| \le 2\left\| \tilde{B}_*^+ \right\|$ диссипативность этой системы заведомо гарантируется [2], тогда как при $\left\| B^{-1} \right\| > 2\left\| \tilde{B}_*^+ \right\|$ это свойство определяется собственными значениями матрицы Q вида (8), фигурирующей в уравнении

$$u_n = Qu_{n-1} + \tilde{B}_*^+ (y^0 - v_n), \tag{9}$$

описывающие замкнутую систему в этом случае. Но $1 \le \operatorname{rank} \tilde{B}_*^+ B < N$ в силу вырожденности матрицы $\tilde{B}_*$; при этом матрица $\tilde{B}_*^+ B$ будет содержать $N - \operatorname{rank} \tilde{B}_*^+ B$ нулевых собственных значений. А из выражения (8) согласно [9 п. 2.15.3] следует что при $\operatorname{rank} \tilde{B}_*^+ B < N - 1$ матрица Q будет иметь по меньшей мере два кратных собственных значений, равных 1. Тем не менее предельная ограниченность последовательности $\{u_n\}$ порождаемой уравнением (9) гарантируется, поскольку применение преобразования подобия $T^{-1}QT = J$ приводит к появлению жордановых блоков размера 1×1, соответствующих этому кратному собственному значению [8].

Литература

1. Жук К.Д. Вопросы синтеза управляющих моделей в многосвязных автоматических системах / К.Д. Жук, Т.Г. Пятенко, В.И. Скурихин // Труды семинара «Методы математического моделирования и теория электр. цепей». – К., 1964. – С. 3 − 17.
2. Об оценке допустимой неадекватности модели объекта при построении системы управления технологическим процессом по методу обратного оператора / В.И. Скурихин, Н.М. Проценко, Л.С. Житецкий [и др.] // Электронное моделирование. – 1982. – № 6. – С. 11 – 16.
3. Skogestad S. Robust control of ill-conditioned plants: high-purity distillation / S. Skogestad, M. Morari, J. Doyle // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1988. – 33, N. 12. – P. 1092−1105.
4. Скурихин В.И. Управление многосвязными объектами с вырожденными и плохо обусловленными передаточными матрицами на основе метода псевдообратного оператора / Скурихин В.И., Житецкий Л.С., К.Ю. Соловчук // Управляющие системы и машины. – 2013. – № 3. – С. 14–21.
5. Альберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание / А. Альберт. – М.: Наука, 1977. – 224 с.
6. Поляк Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
7. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс / Б. Банди. – М.: Радио и свiязь, 1988. – 128 с.
8. Willems J.L. Stability Theory of Dynamical Systems / J.L. Willems. – Surrey, England: Thomas Nelson, 1970. – 547 p.
9. Маркус М. Обзор по теории матриц и матричных неравенств / М. Маркус, Х. Минск. – М.: Наука, 1972. – 232 с.