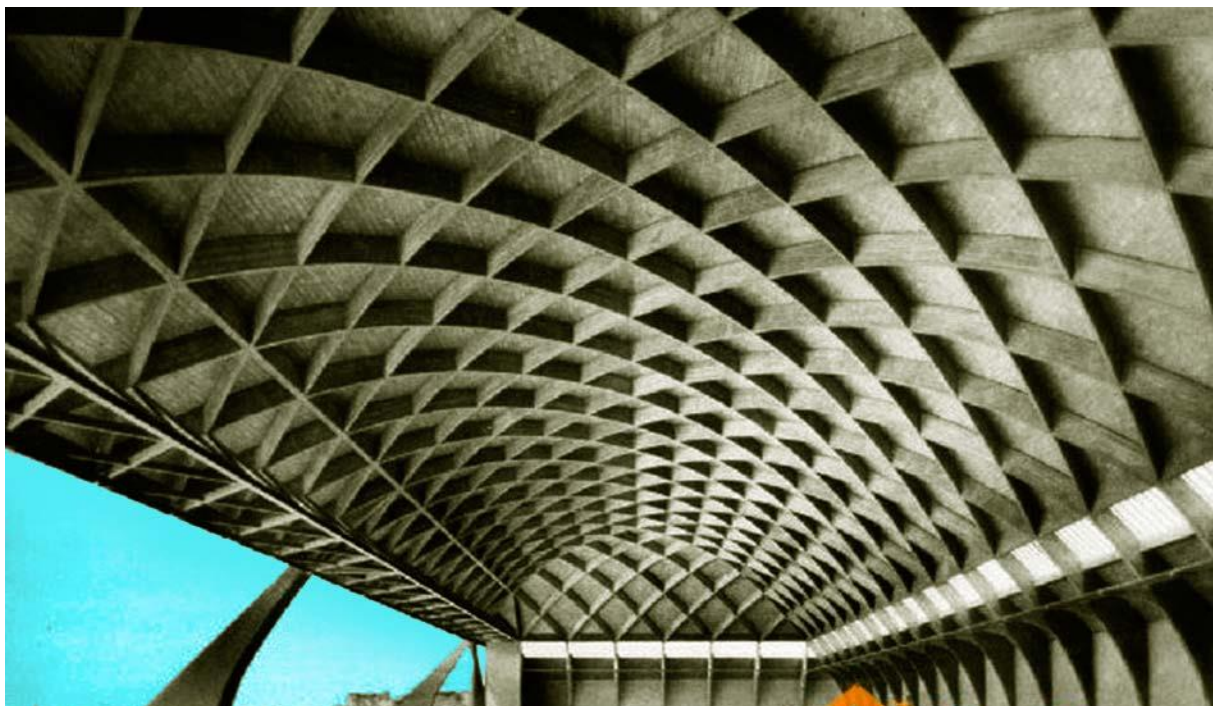


**Міністерство освіти і науки України  
Полтавський національний технічний університет  
імені Юрія Кондратюка**



**А.М. Павліков,  
О.В. Гарькава**

# **ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ В УМОВАХ СКЛАДНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ТА ЇХ РОЗРАХУНОК**



**Полтава 2018**

УДК 624.012.35

ББК – 38.533Я7

Рекомендовано до друку науково-методичною радою університету  
(протокол №4 від 03.07.2018 р.)

Рецензенти: О.В. Семко, д.т.н., професор, завідувач кафедри  
архітектури та міського будівництва;

Ю.Л. Винников, д.т.н., професор, професор кафедри  
видобування нафти і газу та геотехніки.

Павліков А.М. Залізобетонні конструкції в умовах складного  
деформування та їх розрахунок: навчальний посібник / А.М. Павліков,  
О.В. Гарькава. – Полтава : ПолтНТУ, 2018. – 130 с.

© Павліков А.М., 2018

© Гарькава О.В., 2018

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК ЗАСТОСОВАНИХ УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СИМВОЛІВ .....	5
<b>РОЗДІЛ 1. РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЯКІ ЗАЗНАЮТЬ СКЛАДНИХ ВИДІВ ДЕФОРМУВАННЯ .....</b>	<b>7</b>
1.1 Загальні відомості про причини виникнення складних деформацій будівельних конструкцій .....	7
1.2 Параметри, що характеризують напружено деформований стан косодеформованих залізобетонних конструкцій .....	14
1.3 Вплив складного деформування залізобетонних конструкцій на їх роботу .....	17
<b>РОЗДІЛ 2. СТАН МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА КОСИЙ ЗГИН І КОСИЙ СТИСК.....</b>	<b>22</b>
2.1 Основні засади методів розрахунку косодеформованих залізобетонних елементів за нормами.....	22
2.1.1 Загальний метод розрахунку за Єврокодом 2 .....	23
2.1.2 Загальний метод розрахунку за ДСТУ Б В.2.6-156:2010 .....	24
2.1.3 Спрощений метод розрахунку за Єврокодом 2 .....	27
2.2 Недоліки методів розрахунку косодеформованих залізобетонних елементів за нормами.....	29
2.3 Основи розрахунку залізобетонних елементів на складні види деформацій на основі досліджень наукової школи ПолтНТУ .....	30
2.4 Напрями удосконалення методів розрахунку залізобетонних елементів на складні види деформацій .....	33
<b>РОЗДІЛ 3. ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ЯКІ ПРАЦЮЮТЬ В УМОВАХ СКЛАДНИХ ДЕФОРМАЦІЙ .....</b>	<b>35</b>

3.1 Деформативність бетону .....	35
3.2 Діаграми фізичного стану бетону.....	38
3.3 Критичні та граничні значення параметрів діаграм стану бетону .....	41
3.4 Апроксимації діаграм стану бетону та арматури .....	44
3.5 Екстремальний критерій міцності нормального перерізу .....	52
3.6 Граничні значення деформацій бетону стиснутої зони залежно від її форми.....	56

#### **РОЗДІЛ 4. РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ КОСОМУ ЗГІНАННІ. 60**

4.1 Умова паралельності площин дії зовнішнього та внутрішнього моментів .....	60
4.2 Оптимізаційний принцип проектування косодеформованих залізобетонних елементів .....	62
4.3 Принципи розрахунку міцності в нормальному перерізі косозігнутих елементів на основі деформаційної моделі .....	65
4.3.1 Передумови.....	65
4.3.2 Модель НДС .....	66
4.3.3 Вихідні рівняння .....	67
4.3.4 Розрахункові параметри НДС.....	71
4.4 Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів таврового перерізу за нелінійною деформаційною моделлю.....	72
4.5 Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів таврового перерізу за спрощеною деформаційною моделлю .....	78
4.5.1 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону (1-й випадок) .....	80
4.5.1.1 Розрахункові рівняння рівноваги .....	81
4.5.1.2 Кут нахилу нейтральної лінії .....	82

4.5.2 Елементи з трикутною формою стиснутої зони бетону (2-й випадок) .....	83
4.5.2.1 Рівняння рівноваги .....	84
4.5.2.1 Кут нахилу нейтральної лінії .....	84
4.5.3 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону (3-й випадок) .....	85
4.5.3.1 Рівняння рівноваги .....	86
4.5.3.1 Кут нахилу нейтральної лінії .....	87
4.5.4 Елементи з п'ятикутною формою стиснутої зони бетону (4-й випадок) .....	88
4.5.3.1 Рівняння рівноваги .....	89
4.5.3.1 Кут нахилу нейтральної лінії .....	91
4.6 Випадки положення нейтральної лінії в тавровому перерізі косозігнутих залізобетонних елементів .....	92
4.6.1 Групи форм стиснутої зони бетону .....	92
4.6.2 Граничні випадки положення умовної нейтральної лінії для першої групи форм стиснутої зони .....	95

## **РОЗДІЛ 5. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ КОСОЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ ЗА СПРОЩЕНОЮ ДЕФОРМАЦІЙНОЮ МОДЕЛЛЮ ..... 98**

5.1 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону ..	98
5.2 Елементи з трикутною формою стиснутої зони бетону .....	101
5.3 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону	104
5.4 Елементи з п'ятикутною формою стиснутої зони бетону .....	107
<b>ДОДАТОК А. ТАБЛИЦІ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ У РОЗРАХУНКАХ....</b>	<b>111</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>118</b>

**ПЕРЕЛІК ЗАСТОСОВАНИХ  
УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СИМВОЛІВ**

$N_c$	Рівнодійна зусиль в стиснутій зоні перерізу
$N_s$	Рівнодійна зусиль в розтягнутій арматурі
$N_{Ed}$	Розрахункове значення поздовжньої сили від зовнішнього навантаження
$\theta$	Кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу
$\beta$	Кут нахилу площини дії зовнішнього зусилля до вертикальної осі перерізу
$X$	Висота стиснутої зони бетону
$M_{Ed,Y}$	Розрахункове значення згинального моменту від зовнішнього навантаження
$M_{Rd,Y}$	Розрахункове значення згинального моменту від внутрішньої пари сил
$\varepsilon_{c(1)}$	Значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутого ребра ЗБЕ
$\eta_{c(1)}$	Рівень деформацій бетону найбільш стиснутого ребра ЗБЕ
$\varepsilon_{cu}$	Граничні значення відносних деформацій бетону стиснутої зони найбільш стиснутого ребра в момент, коли ЗБЕ чинить максимальний опір дії зовнішнього навантаження
$\eta_u$	Граничні значення рівня відносних деформацій бетону стиснутої зони найбільш стиснутого ребра в момент, коли ЗБЕ чинить максимальний опір дії зовнішнього навантаження

## РОЗДІЛ 1

### РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЯКІ ЗАЗНАЮТЬ СКЛАДНИХ ВИДІВ ДЕФОРМУВАННЯ

#### **1.1 Загальні відомості про причини виникнення складного деформування будівельних конструкцій**

В умовах складного деформування – косоного стиску, косоного згинання, косоного згинання з крученням – експлуатується більшість залізобетонних елементів. Усі вони внаслідок наскісного завантаження зазнають складного напружено-деформованого стану. Посилаючись на досвід проектування, зведення та експлуатації будівель і споруд, можна впевнено стверджувати, що практично всі конструкції зазнають певною мірою того чи іншого виду складного деформування, виникненню якого, крім силових, можуть сприяти багато інших факторів як конструктивного, так і технологічного чи експлуатаційного характеру.

Як показує досвід експлуатації будівельних конструкцій, наскісного завантаження зазнають колони каркасів виробничих та цивільних будівель [1], опори мостів, шляхопроводів, естакад, бункерів, силосів та водонапірних веж, окремі елементи щогл, градирень, дебаркадерів, рамних фундаментів під турбогенератори електростанцій, а також багатьох інших конструкцій [2 – 4] (рис 1.1).

В умовах косоного стиску працює більша частина залізобетонних елементів конструктивних систем будівель, зведених за нетиповими та індивідуальними проектами.



а)



б)



в)



г)

Рисунок 1.1 – Споруди, елементи яких працюють в умовах косо́го стискання:  
 а – транспортна естакада в м. Чунцин, Китай; б – міст Васко да Гама, Португалія;  
 в – естакада під трубопроводи в м. Барнаул, Росія; г – водонапірна башта  
 у м. Лондон, Великобританія

Прикладом однієї з таких конструктивних систем може слугувати безконсольно-безкапітельно-безбалкова конструктивна система будівель, котра набула широкого розповсюдження в будівельній галузі Полтавщини [5]. Ця система, зокрема, характеризується широкими можливостями планувальних рішень [6]. У ній як крайні, так і середні колони безконсольно-безкапітельно-безбалкового каркаса зазнають косо́го деформування, що виникає через особливості влаштування вузла спирання надколонних плит перекриття на колони [5]. Відсутність консолей у вузлах стикування плит



перекриття з колонами (рис. 1.2) спричиняє виникнення в останніх явища косого стиску.



Рисунок 1.2 – Фрагменти спирання надколонних плит на колони 16-ти поверхової будівлі безконсольно-безкапітельно-безбалкової конструктивної системи

Косого згинання зазнають як окремі елементи, наприклад, залізобетонні прогони, підкранові балки, горизонтальні елементи фахверків, елементи оболонок, мостів, сходових маршів і підземних споруд, ригелі транспортних галерей та естакад, фундаментні та обв'язувальні балки, стінові панелі та багато інших, так і цілі просторові системи [2] будівель та споруд (рис. 1.3).

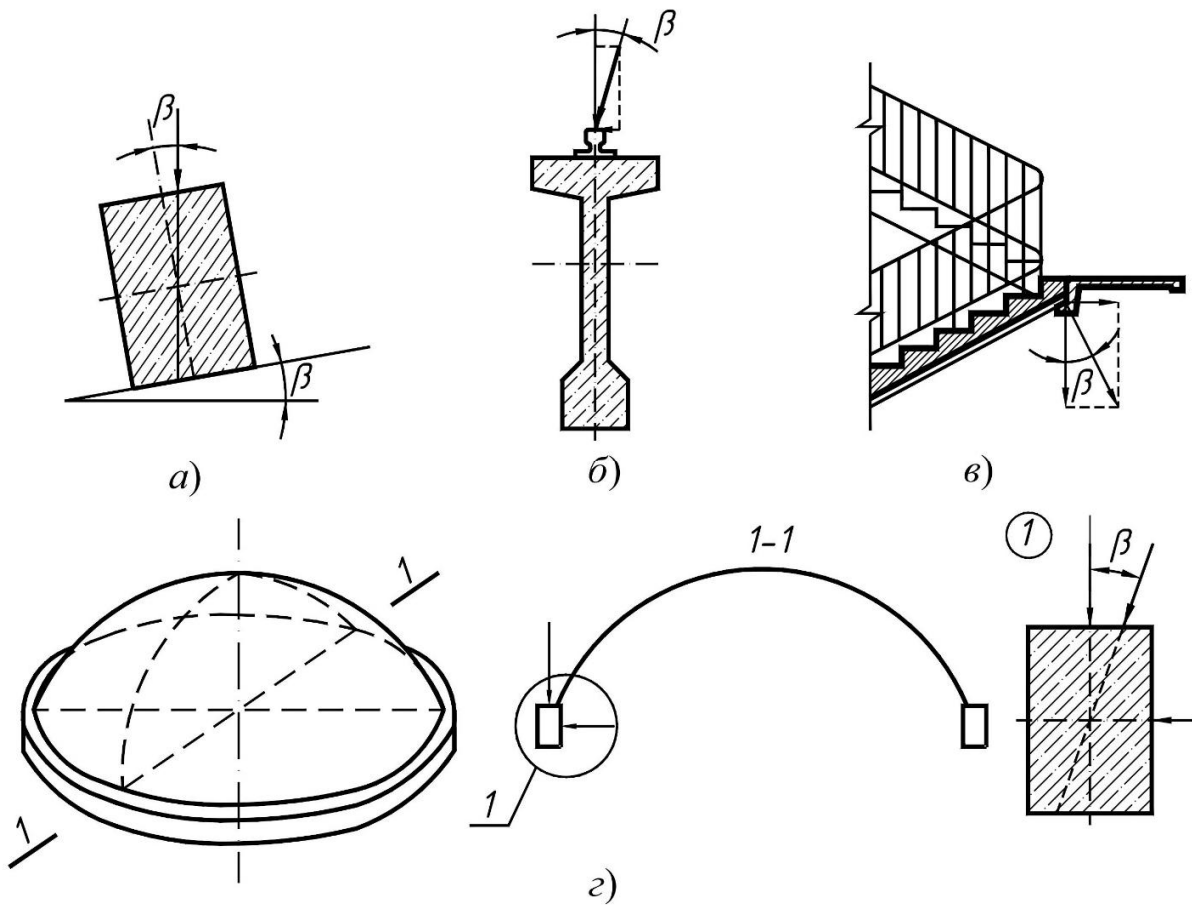


Рисунок 1.3 – Елементи, що працюють в умовах косоного деформування:  
 а – косоного згинання збірних залізобетонних прогонів, укладених по верхніх поясах ферм та балок зі схилом; б – косоного згинання з крученням підкранових балок мостових кранів;  
 в – косоного згинання з крученням елементів сходових площадок;  
 г – косоного згинання бортових елементів оболонок

В залізобетонних прогонах явище косоного згинання виникає у випадку, коли їх укладають по верхніх поясах балок та ферм (рис. 1.3, а). При цьому нормальний переріз прогону має нахил відносно вертикальної осі, що й обумовлює неспівпадіння площини дії зовнішнього зусилля з головною центральною віссю інерції перерізу прогону.

В підкранових балках косоного згинання обумовлене сумарною дією вертикального навантаження від маси завантаженого крану та

горизонтального навантаження від гальмування візка або дії розпору, що виникає між колесами крану та коліями (рис. 1.3, б). Одночасно з косим згинанням підкранова балка зазнає кручення. Слід також зауважити, що фактичні горизонтальні навантаження від крана значно перевищують гальмівні, оскільки ці навантаження виникають внаслідок неспівпадіння площини колеса з напрямком його руху. Причинами цього можуть бути перекося коліс крану, колій або моста крана при його русі.

Опори транспортних галерей, естакад і трубопроводів зазнають косоного деформування від сумісної дії тиску вітру та навантаження від маси матеріалів на рухомій стрічці транспортера або рідини в трубопроводі; ригелі галерей та естакад косо деформуються через вертикальну дію навантажень від маси матеріалів, що транспортуються, й горизонтальних складових руху транспортера.

Складних деформацій тією чи іншою мірою зазнають усі згинальні та стиснуті елементи, оскільки вони виникають не тільки від складного силового навантаження, але також і від інших за походженням впливів: нерівномірного розподілення температурних деформацій, технологічних неточностей при виготовленні та монтажі конструкцій, механічних пошкоджень та змін перерізів в ході реконструкцій будівель і споруд як в цілому, так і їх частин зокрема.

До технологічних неточностей при виготовленні залізобетонних конструкцій можна віднести зміщення арматури від проектного положення при її укладанні в опалубку, невідповідність форми та розмірів проектним даним внаслідок спрацювання опалубки та інші фактори. У результаті зазначених причин відбувається зміщення точок прикладання рівнодійних зусиль в стиснутій ( $N_c$ ) або розтягнутій ( $N_s$ ) зонах перерізу від головних центральних осей його інерції, тобто елемент зазнає косоного стискання (рис. 1.4) або косоного згинання (рис. 1.5).

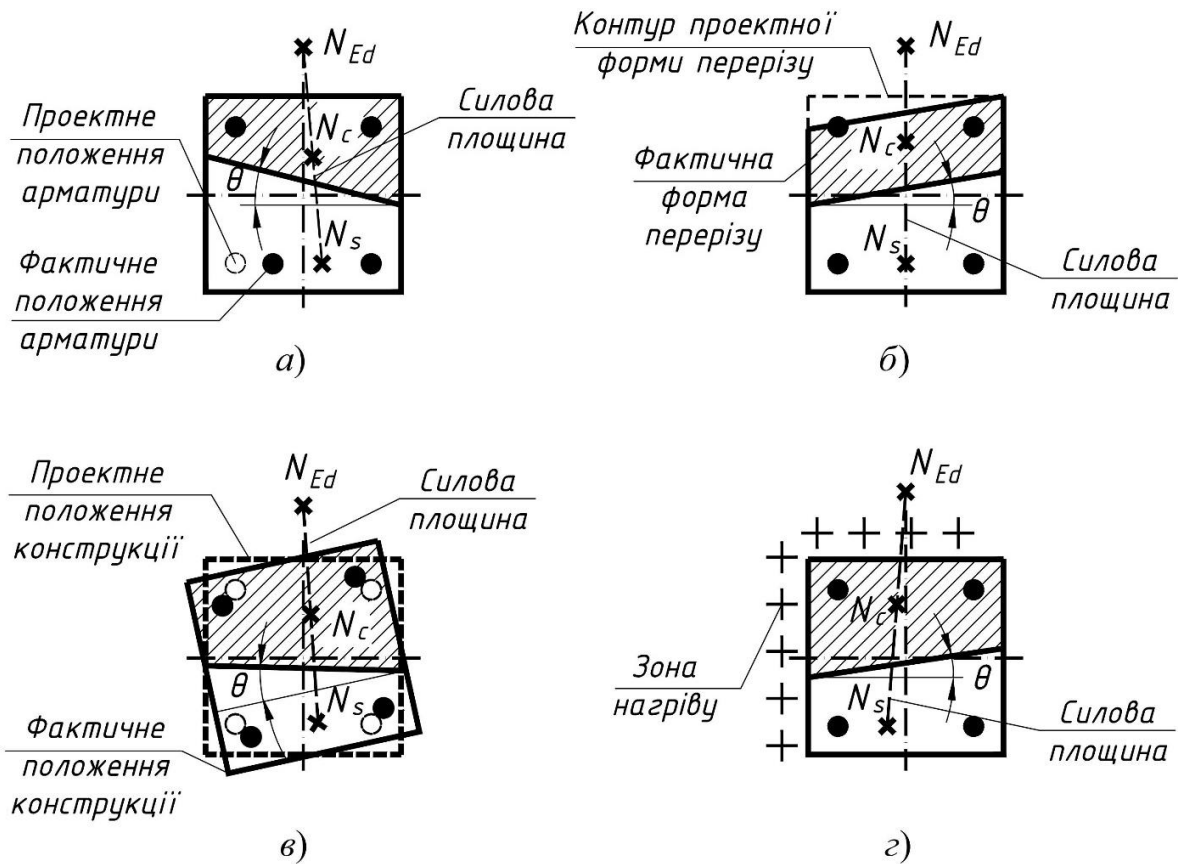


Рисунок 1.4 – Елементи, що зазнають косою стиску через:

*a* – неточності встановлення арматури; *б* – порушення форми перерізу конструкції;  
*в* – неточності монтажу; *г* – нерівномірну дію температури:  $N_{Ed}$  – поздовжня сила від зовнішнього навантаження;  $N_c$ ,  $N_s$  – відповідно рівнодійні зусиль в стиснутій та розтягнутій зонах перерізу

Прикладом впливу на подальшу роботу конструкції може бути місцеве руйнування полиці підкранової балки (рис. 1.5, *д*). У такому перерізі балка перетворюється з таврової в Г-подібну, в результаті чого вона зазнає косою згинання, вплив якого не врахований, що може призвести до аварії. До подібних наслідків можуть призвести не тільки випадкові зміни перерізу, але й зміни всієї конструктивної системи при реконструкції будівель.

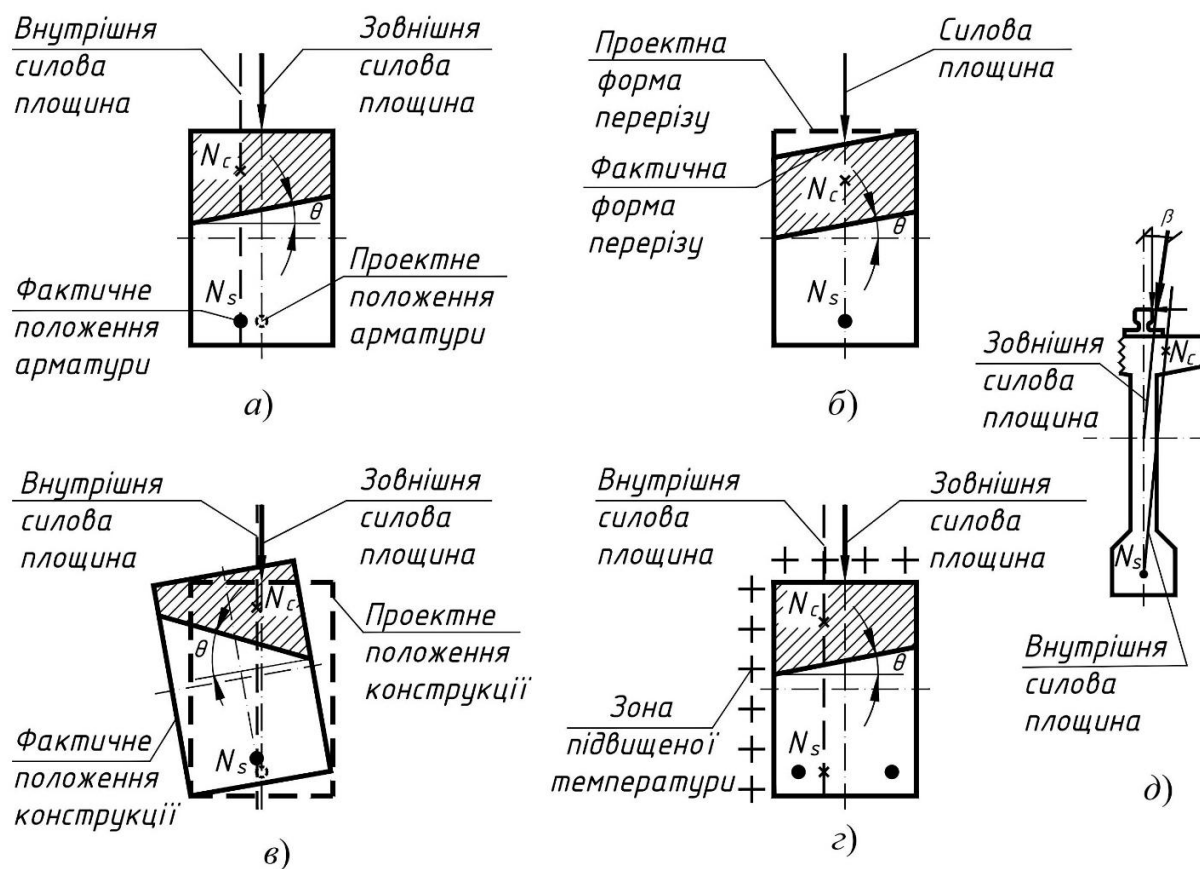


Рисунок 1.5 – Елементи, що зазнають косої згин через:  
 а – неточності встановлення арматури; б – непаралельність граней виготовленої конструкції; в – неточності монтажу; г – нерівномірну дію температури; д – місцеве руйнування;  $N_c$ ,  $N_s$  – відповідно рівнодійні зусиль в стиснутій та розтягнутій зонах перерізу

Таким чином, з огляду на вище наведені приклади можна впевнено стверджувати, що практично всі конструкції зазнають того чи іншого виду складного деформування. При цьому дуже часто складно деформовані залізобетонні конструкції розраховують на прості види деформацій – позacentровий стиск чи плоский згин в ортогональних головних площинах інерції. Проектувальники змушені вдаватись до такого спрощення, оскільки розрахунки залізобетонних конструкцій на складні види завантаження ще достатньо складні і здійснюються відповідно до рекомендацій норм [7 – 8] із

застосуванням трудомістких ітераційних методів. Тому, як правило, складний напружено-деформований стан, в якому перебувають протягом експлуатації майже всі будівельні конструкції, приводять до простого. А це, природно, призводить до викривлення дійсного стану роботи конструкції і, як наслідок, до перевитрати матеріалів і навіть – до аварій.

## **1.2 Параметри, що характеризують напружено деформований стан косодеформованих залізобетонних конструкцій**

Досліджуючи роботу косозавантажених елементів (косозігнутих, косостиснутих), доводиться стикатися зі значними труднощами при описанні напружено-деформованого стану (НДС) їх перерізів. І в першу чергу це пов'язано з тим, що стиснута зона бетону може набувати різних геометричних форм, які однозначно встановлюються положенням нейтральної лінії у перерізі. Тому при вивченні роботи залізобетонних елементів, що зазнають складних деформацій, особливу увагу слід приділяти з'ясуванню положення нейтральної лінії, оскільки воно є важливим критерієм напружено-деформованого стану названих елементів.

Аналізом зміни положення нейтральної лінії як в процесі завантаження, так і в момент руйнування в експериментальних зразках встановлено, що як при косому згинанні, так і косому стисканні вона у загальному випадку не перпендикулярна до площини дії зовнішніх сил. Її положення в нормальному перерізі елемента має багатofакторну залежність, в яку входять кут нахилу зовнішньої силової площини, форма поперечного перерізу, кількість і розташування арматури, величина і місце прикладання зусилля попереднього обтиснення  $P$ , клас бетону, рівень завантаження, наявність початкових

тріщин. Але, не зважаючи на таку велику кількість існуючих факторів впливу, при будь-якому їх сполученні розташуванням арматури можна досягти ортогональності між нейтральною лінією та площиною дії зовнішнього зусилля.

Дослідами достовірно встановлено, що при косому згинанні як у звичайних, так і в попередньо напружених залізобетонних балках прямокутного перерізу в процесі завантаження стиснута зона може набувати тільки три форми: трикутну, трапецієподібну і п'ятикутну [9 – 10]. Такі ж форми стиснутої зони спостерігаються і в косостиснутих елементах.

Найбільш поширеними формами стиснутої зони в косозігнутих балках прямокутного перерізу є трикутна та трапецієподібна. Що ж стосується п'ятикутної форми стиснутої зони, то вона зустрічається в косозігнутих елементах, але значно рідше ніж у косостиснутих і при певних умовах – тільки при рівнях завантаження до моменту тріщиноутворення. Особливо це характерно для косозігнутих елементів з попередньо напруженою арматурою.

В косостиснутих залізобетонних елементах форма стиснутої зони з однаковою частотою може набувати вигляду усіх трьох фігур: трикутника, трапеції та п'ятикутника. Визначальною (головною) умовою існування тієї чи іншої форми є головним чином величина ексцентриситету прикладання зовнішнього поздовжнього зусилля стиску. У косостиснутих елементах п'ятикутна форма стиснутої зони виникає при силовому деформуванні від прикладання поздовжнього зусилля стиску з малими ексцентриситетами. При силовому деформуванні елементів поздовжнім зусиллям стиску, прикладеним з великими ексцентриситетами утворюються, як правило, трапецієподібна та трикутна форми стиснутої зони. Хоча слід відзначити, що появу трикутної форми стиснутої зони поперечного перерізу при проектуванні елементів, які працюють на косий стиск, слід уникати.

Випадки основних форм стиснутої зони бетону: п'ятикутної (рис. 1.6, *a*), трапецієподібної (рис. 1.6, *б*) та трикутної (рис. 1.6, *в*) косозігнутої балки обумовлюються положенням нейтральної лінії.

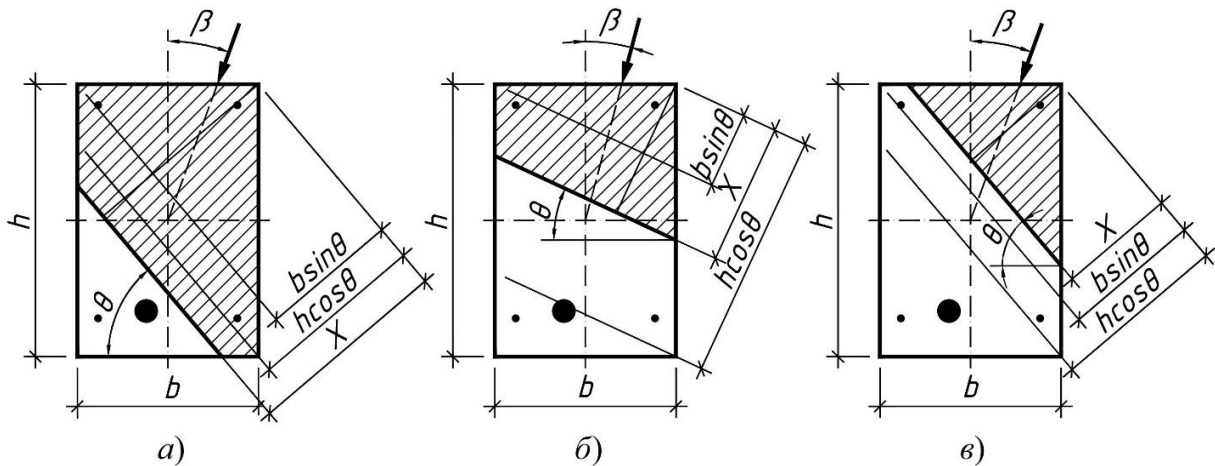


Рисунок 1.6 – Форми стиснутої зони бетону в перерізі косозігнутих залізобетонних балок прямокутного профілю:  
*a* – п'ятикутна; *б* – трапецієподібна; *в* – трикутна

Як видно з рисунка 1.6, розташування нейтральної лінії в перерізі однозначно визначається двома параметрами, а саме: кутом  $\theta$  нахилу нейтральної лінії та висотою  $X$  стиснутої зони бетону. При цьому умови, за якими можна розмежувати форми стиснутої зони бетону, матимуть вигляд:

- для трикутної  $b \sin \theta \geq X \leq h \cos \theta$ ;
- для трапецієподібної  $b \sin \theta < X \leq h \cos \theta$ ;
- для п'ятикутної  $b \sin \theta < X > h \cos \theta$ .

Таким чином, на відміну від плоских видів деформування при косому деформуванні положення нейтральної лінії в перерізі елемента характеризується не одним, а двома параметрами, котрі у свою чергу залежать від багатьох факторів, що суттєво ускладнює опис напружено-деформованого стану навскісно завантажених залізобетонних конструкцій.



### 1.3 Вплив складного деформування залізобетонних конструкцій на їх роботу

Складне деформування суттєво впливає на роботу залізобетонних конструкцій під навантаженням. Його вплив відчутний вже на найнижчих рівнях завантаження, що проявляється зміною напрямку прогину та утворення тріщин.

Так, наприклад, при косому згинанні максимальний прогин балки спостерігається в площині, що перпендикулярна до нейтральної лінії, тобто утворює кут  $\theta$  з вертикальною віссю симетрії перерізу. Тому, при дослідженні косозігнутих елементів, необхідно вимірювати прогин у двох ортогональних площинах. Напрям та значення загального прогину косозігнутої балки (рис.1.7) можна визначити за відомими геометричними залежностями, використовуючи значення його проекцій  $f_Y$  на вертикальну  $Y$  та  $f_X$  горизонтальну  $X$  осі інерції перерізу.

Поява перших тріщин при косому згинанні спостерігається на найбільш розтягнутому ребрі, а їх розповсюдження відбувається на початкових стадіях завантаження по двох суміжних гранях конструкції (рис. 1.8).

Характер руйнування бетону стиснутої зони в косозігнутих балках також змінюється залежно від кута  $\beta$ .

У балках, що випробовуються при плоскому згинанні руйнування стиснутого бетону відбувається по всій верхній грані елемента (рис. 1.9, *a*).

При невеликих кутах  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини зона руйнування бетону верхньої грані не досягає менш стиснутого ребра балки (рис. 1.9, *б, в*), а при значних кутах  $\beta$  відбувається відшарування бетону лише на найбільш стиснутому ребрі (рис. 1.9, *г*).

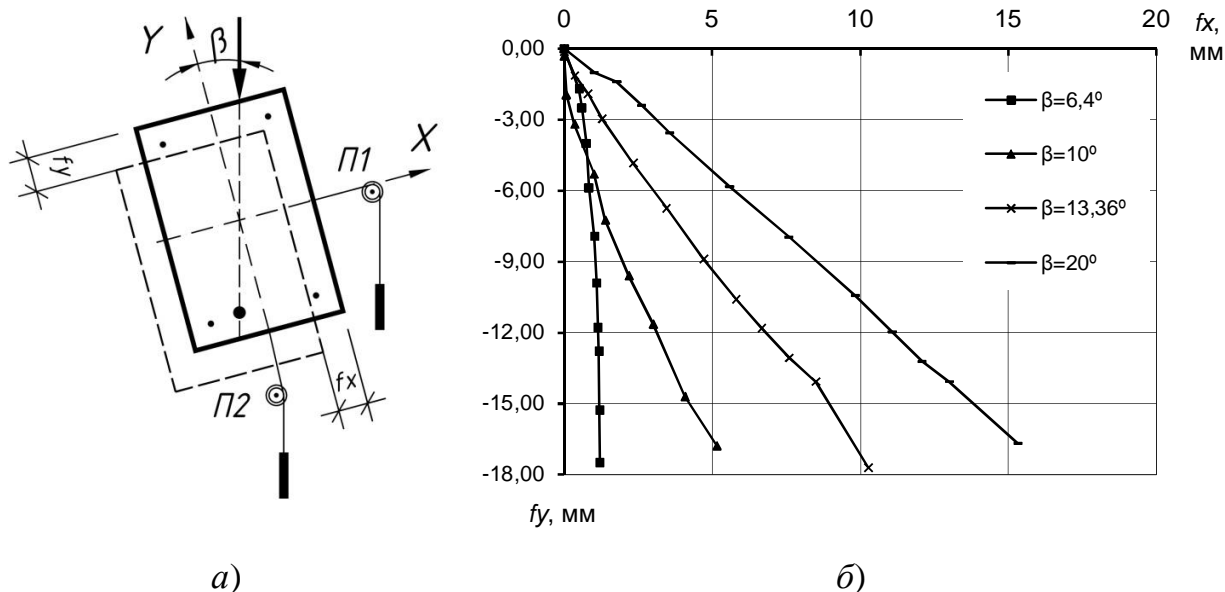


Рисунок 1.7 – Прогини косозігнутих балок у процесі завантаження при різних кутах  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини:  
 а) схема вимірювання прогинів (П1, П2 – прогиноміри); б) графіки залежності  $f_y - f_x$

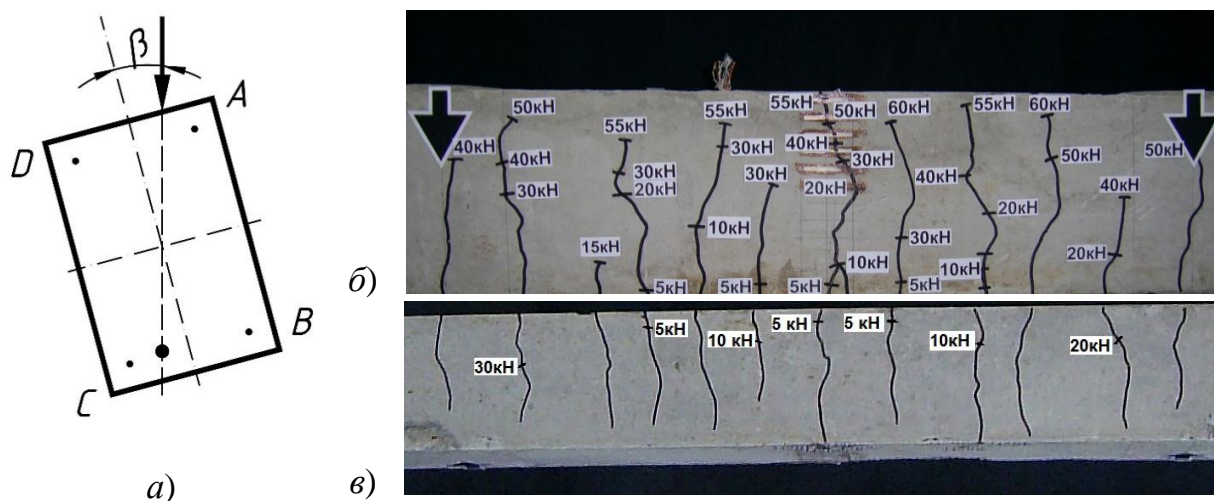


Рисунок 1.8 – Розповсюдження тріщин на суміжних гранях косозігнутої залізобетонної балки: а – схема поперечного перерізу балки; б – грань DC; в – грань CB

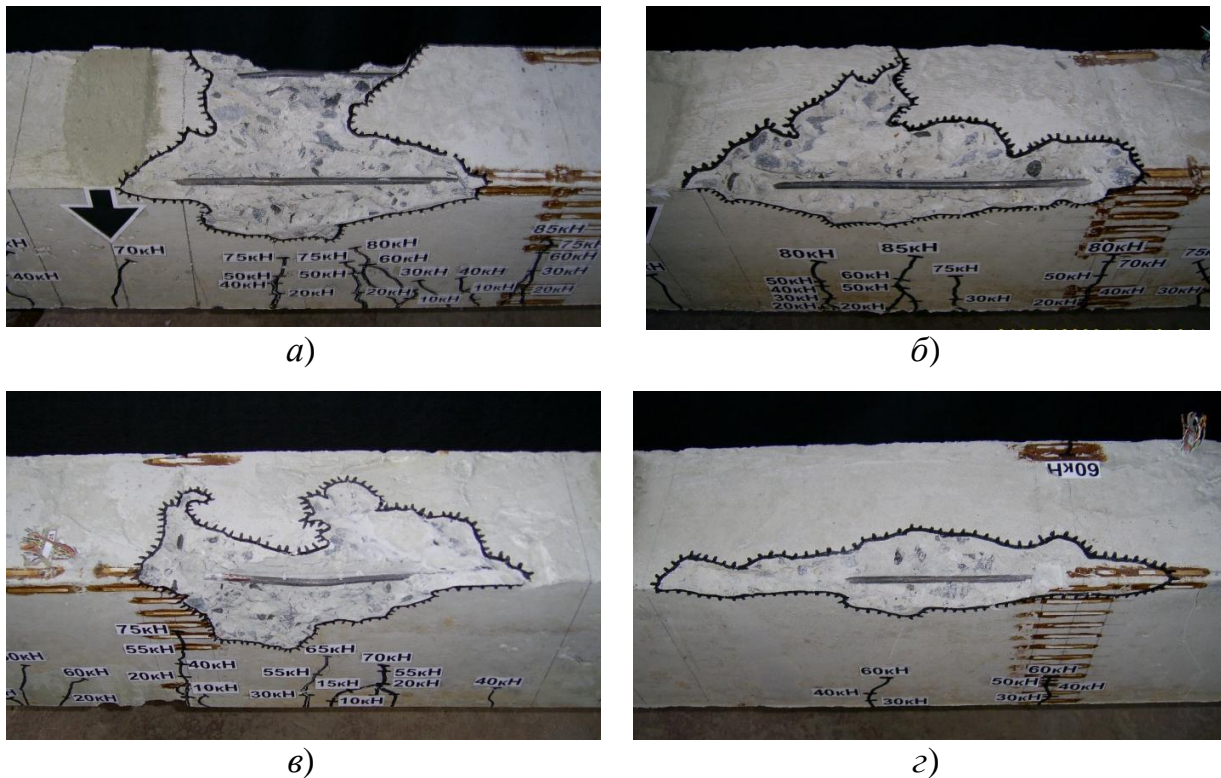


Рисунок 1.9 – Вигляд стиснутої зони косозігнутих залізобетонних балок після руйнування при різних значеннях кута  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини:  
 а)  $\beta = 0^0$ ; б)  $\beta = 6,4^0$ ; в)  $\beta = 10^0$ ; з)  $\beta = 20^0$

Найбільш суттєвим є вплив складного деформування на несучу здатність залізобетонних конструкцій. Як приклад розглянемо залізобетонні балки-близнюки прямокутного профілю, що зазнають плоского (рис. 1.10, а) та косою завантаження (рис. 1.10, б, в).

У загальному випадку міцність косозігнутих елементів у нормальному перерізі оцінюється значенням згинального моменту  $M_{Rd}$ , що виникає від дії внутрішньої пари сил, утвореної рівнодійними  $N_c$  та  $N_s$  в стиснутому бетоні та розтягнутій арматурі відповідно

$$M_{Rd} = N_c Z_c = N_s Z_c, \quad (0.1)$$

де  $Z_c$  – відстань між внутрішніми зусиллями  $N_c$  та  $N_s$  (плече внутрішньої пари сил).

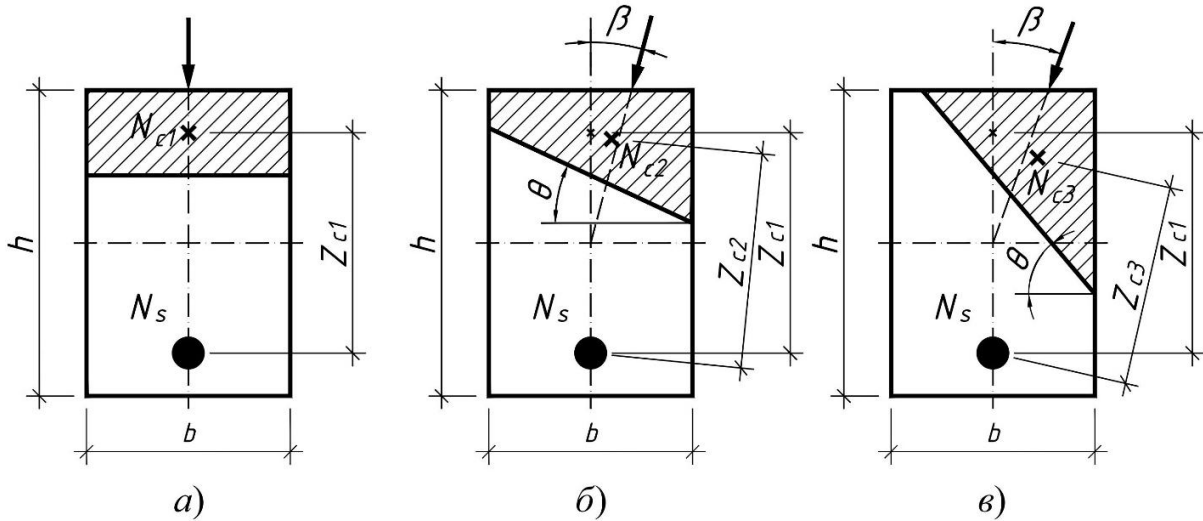


Рисунок 1.10 – Схема нормального перерізу залізобетонних балок-близнюків: *a* – при плоскому згинанні; *б* – при косому згинанні з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону; *в* – при косому згинанні з трикутною формою стиснутої зони бетону

Для кожної з трьох балок-близнюків (рис. 1.10) можна записати:

$$M_{Rd1} = N_{c1}Z_{c1} = N_sZ_{c1}, \quad (0.2)$$

$$M_{Rd2} = N_{c2}Z_{c2} = N_sZ_{c2}, \quad (0.3)$$

$$M_{Rd3} = N_{c3}Z_{c3} = N_sZ_{c3}. \quad (0.4)$$

При умові, що напруження в розтягнутій арматурі на момент руйнування балки досягають межі текучості, значення  $N_s$  буде однаковим для всіх трьох балок-близнюків. З умови рівноваги зусиль у перерізі  $\Sigma Z = 0$  значення рівнодійної  $N_c$  буде рівним  $N_s$ , а тому однаковим для всіх балок. Відмінним буде лише місце розташування точки прикладання зусилля  $N_c$  у перерізі балок-близнюків.

При трансформуванні прямокутної форми стиснутої зони бетону в трапецієподібну, трапецієподібної в трикутну точка прикладання рівнодійної  $N_c$  завжди буде зміщуватись в напрямі повороту нейтральної лінії. При цьому плече внутрішньої пари сил буде зменшуватись. В цьому легко переконатись, якщо для аналізу прийняти рівномірним характер розподілення напружень в

стиснуті зоні бетону, тобто епюру напружень вважати прямокутною. Для цього випадку точка прикладання рівнодійної  $N_c$  співпадає з центром ваги стиснутої зони бетону, і можна записати, що (рис. 1.10)

$$Z_{c1} > Z_{c2} > Z_{c3}, \quad (0.5)$$

тому, враховуючи (0.2) – (0.4), матимемо, що

$$M_{Rd1} > M_{Rd2} > M_{Rd3}. \quad (0.6)$$

Отже, при інших рівних параметрах косо деформування призводить до зниження несучої здатності залізобетонних конструкцій.

## РОЗДІЛ 2

### СТАН МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА КОСИЙ ЗГИН І КОСИЙ СТИСК

#### 2.1 Основні засади методів розрахунку косодеформованих залізобетонних елементів за нормами

У норми євростандарту [11] та в національні норми [7 – 8] з проектування залізобетонних конструкцій впроваджена «деформаційна модель перерізу» залізобетонного елемента (ЗБЕ), яка ґрунтується на чотирьох основних гіпотезах.

Сутність *першої гіпотези* полягає в тому, що зв'язок між деформаціями арматури та бетону в перерізі ЗБЕ як в площині його згинання, так і з неї визначають з використанням гіпотези плоских перерізів. Такий підхід в моделі НДС ЗБЕ робить можливим здійснення суттєвих геометричних спрощень задач і передбачає обов'язковість сумісності деформацій бетону та сталі залізобетонного елемента. Аналогічна концепція представлення основної залежності широко використовується останнім часом в теорії розрахунку не тільки залізобетонних, але й кам'яних, металевих та дерев'яних конструкцій.

Відповідно до *другої гіпотези* залежність «напруження-деформації» для бетону і арматури вважається відомою для випадку неоднорідного напруженого стану при згинанні та позацентровому стиску. Це дозволяє розраховувати напруження в бетоні або арматурі в будь-яких точках перерізу за відомими значеннями відносних деформацій. В останні роки з'явилося багато робіт експериментально-теоретичного характеру, які підтверджують

це. Але відпрацьованих моделей з рекомендаціями для їх застосування на практиці дано не було.

У деформаційних моделях, основаних на *третьої гіпотезі*, за основу покладена можливість застосування до неоднорідно напруженого стану діаграм «напруження-деформації», отриманих з експериментів при однорідному напруженому стані центрального стиску чи розтягу. У цьому випадку діаграма стану бетону використовується у вигляді кривої зі спадною гілкою з різними аналітичними її представленнями.

Сутність *четвертої гіпотези* полягає в можливості вважати, що в перерізі нейтральні осі напружень і деформацій співпадають при довгочасному завантаженні залізобетонних елементів.

### **2.1.1 Загальний метод розрахунку за Єврокодом 2**

Загальний метод, описаний у 5.8.6 чинного Єврокоду 2 [11], може використовуватись при розрахунку міцності поперечних перерізів ЗБЕ для умов складного деформування. Цей метод ґрунтується на урахуванні нелінійного деформування матеріалів та геометричної нелінійності перерізу, тобто впливів другого порядку. Застосовуються загальні правила нелінійного розрахунку, наведені у 5.7 [11]. При цьому необхідно використовувати графіки «напруження-деформації» бетону і сталі, які придатні для загального розрахунку, а також повинен враховуватись вплив повзучості.

У якості залежностей «напруження-деформації» для бетону і сталі можуть використовуватись графіки, наведені у 3.1.5 і 3.2.7 [11].

За відсутності більш точних моделей повзучість може враховуватись шляхом множення всіх величин деформацій на графіку «напруження-

деформації» бетону на коефіцієнт  $(1 + \varphi_{ef})$ , де  $\varphi_{ef}$  – розрахунковий коефіцієнт повзучості (приймається згідно з 5.8.4 [11]).

Може також враховуватись вплив обтиснення бетону при розтягу. Оскільки цей вплив завжди покращує роботу ЗБЕ, то для спрощення його можна не враховувати.

Зазвичай, умови рівноваги і сумісності деформацій мають задовольнятися для багатьох поперечних перерізів. Спрощеною альтернативою є розгляд тільки критичного(их) перерізу(ів) у припущенні відповідної зміни кривизни між ними, наприклад, при дії моменту першого порядку.

### **2.1.2 Загальний метод розрахунку за ДСТУ Б В.2.6-156:2010**

Несуча здатність залізобетонних елементів при двовісній дії згинальних моментів та поздовжніх сил може перевірятись згідно з рекомендаціями, викладеними в 4.5 чинного ДСТУ Б В.2.6-156:2010 [8]. Відповідно до цих рекомендацій в розрахунках ЗБЕ при їх косому згинанні чи стисканні можна використовувати як повну, так і спрощену діаграми деформування бетону (рис. 3.1, 3.2 [8]). Перехід від епюр напружень у бетоні й арматурі до зосереджених зусиль у перерізі рекомендується виконувати за допомогою числового інтегрування зусиль в нескінченно малих ділянках нормального перерізу з використанням деформаційного методу.

У загальному випадку положення нейтральної лінії та розподіл деформацій у перерізі згинальних елементів, які зазнають дії зовнішньої поздовжньої сили  $N_{Ed}$ , визначають із рівнянь статичної рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль (рис. 2.1):



$$\sum \sigma_{cn} A_{cn} + \sum \sigma_{si} A_{si} - N_{Ed} = 0; \quad (2.1)$$

$$\sum \sigma_{cn} A_{cn} z_{cxn} + \sum \sigma_{si} A_{si} z_{sxi} = M_{Edy}; \quad (2.2)$$

$$\sum \sigma_{cn} A_{cn} z_{cyn} + \sum \sigma_{si} A_{si} z_{syi} = M_{Edx}, \quad (2.3)$$

в яких  $M_{Edx}$  і  $M_{Edy}$  – згинальні моменти від зовнішнього навантаження, які діють відносно координатних осей  $X$  та  $Y$ ;

$A_{cn}$ ,  $z_{cxn}$ ,  $z_{cyn}$ ,  $\sigma_{cn}$  – відповідно площа, координати центра ваги  $n$ -ї частки (ділянки) бетону та напруження на рівні його центра ваги;

$A_{si}$ ,  $z_{sxi}$ ,  $z_{syi}$ ,  $\sigma_{si}$  – відповідно площа, координати центра ваги  $i$ -го стрижня арматури і напруження в ньому.

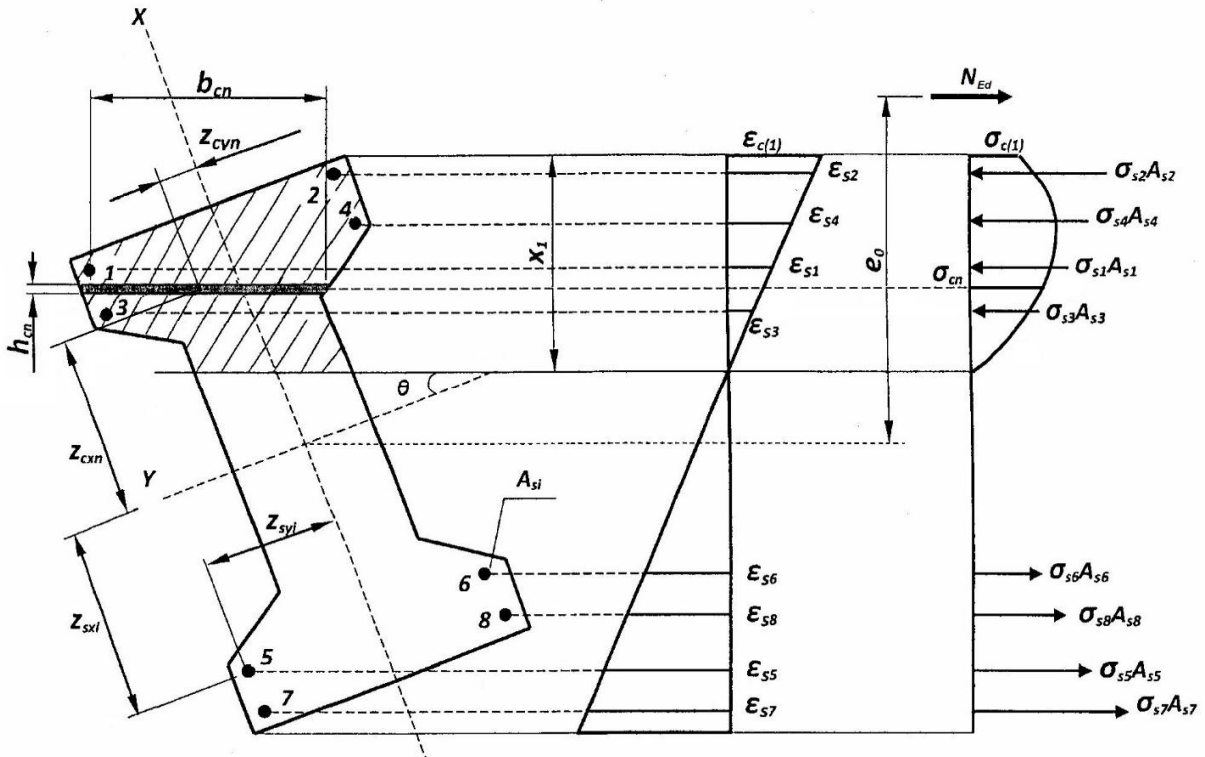


Рисунок 2.3 – Напружено-деформований стан перерізу при двохосьовому впливі згинальних моментів та поздовжніх сил

Систему координатних осей рекомендується приймати з початком у центрі ваги перерізу.

На кожному кроці розрахунку перевіряють виконання критеріїв вичерпання несучої здатності згідно з умовами 4.1 [8]. При цьому перевіряються наступні граничні умови:

$$\varepsilon_{c(1)} \leq \varepsilon_{cu1,cd} \text{ або } \varepsilon_{cu3,cd} \quad (2.4)$$

$$|\varepsilon_{s,max}| \leq \varepsilon_{ud} - \varepsilon_p \quad (2.5)$$

де  $\varepsilon_p$  – відносне видовження напруженої арматури при нульових деформаціях оточуючого бетону, які дорівнюють  $\varepsilon_p = \sigma_{p,max} / E_p$ .

Розрахунки за нелінійною деформаційною моделлю НДС перерізу ЗБЕ рекомендується виконувати з допомогою комп'ютерних програм за наступним алгоритмом.

1. У першому наближенні задаються кутом нахилу нейтральної лінії як для пружного матеріалу. Приймається, що для вибраної системи координат (рис. 2.3) кут між нейтральною лінією та віссю  $Y$  буде дорівнювати

$$\theta = \arctg \frac{I_y M_{Edy}}{I_x M_{Edx}}. \quad (2.6)$$

2. Задаючись величиною деформацій найбільш стиснутої фібри бетону (для визначення несучої здатності можна приймати  $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu1,cd}$  або  $\varepsilon_{cu3,cd}$ ), послідовними наближеннями знаходять таке значення деформацій найбільш розтягнутого стрижня арматури (рис. 2.3, стрижень 7), за якого виконується умова рівняння рівноваги (2.1). У випадку коли  $\varepsilon_{s,max} > \varepsilon_{ud} - \varepsilon_p$ , приймається  $\varepsilon_{s,max} = \varepsilon_{ud} - \varepsilon_p$  і відшукуються такі значення деформацій  $\varepsilon_{c(1)}$  найбільш стиснутої фібри бетону, за яких задовольняється умова рівняння рівноваги (2.1).

Напруження в бетоні та в  $i$ -му стрижні арматури визначаються на основі гіпотези плоских перерізів і відповідних діаграм деформування бетону й арматури.

3. Використовуючи формули (2.2) і (2.3), визначають моменти внутрішніх зусиль  $M_{Rdx}$  і  $M_{Rdy}$ . Якщо значення обох моментів будуть більші або менші відповідних зовнішніх моментів  $M_{Edx}$  і  $M_{Edy}$ , то несуча здатність перерізу вважається відповідно забезпеченою або не забезпеченою.

4. Якщо один із моментів (наприклад,  $M_{Rdy}$ ) менший відповідного зовнішнього моменту  $M_{Rdy} < M_{Edy}$  і другий більший  $M_{Rdx} > M_{Edx}$ , задаються іншим кутом  $\theta$  нахилу нейтральної осі (більшим ніж був прийнятий раніше) і знову виконують аналогічні розрахунки згідно з вище викладеними пунктами 3 – 4.

### 2.1.3 Спрощений метод розрахунку за Єврокодом 2

При застосуванні спрощеного методу використовуються нижченаведені положення за нормами 5.8.9 [11]. Особливу увагу слід звернути на встановлення перерізу з критичним сполученням моментів вдовж елемента.

У якості першого кроку може виконуватись окремий розрахунок для кожного головного напрямку без урахування косоного деформування. Дефекти необхідно враховувати тільки у напрямку, де вони мають несприятливі впливи.

Немає потреби у подальшій перевірці, якщо гнучкість відповідає двом нижченаведеним умовам:

$$\lambda_y/\lambda_z \leq 2 \text{ та } \lambda_z/\lambda_y \leq 2, \quad (2.7)$$

та, якщо відносні ексцентриситети  $e_y/h$  і  $e_z/b$  (рис. 2.2) задовольняють одну з наступних умов:

$$\frac{e_y/h_{eq}}{e_z/b_{eq}} \leq 0,2 \quad \text{або} \quad \frac{e_z/h_{eq}}{e_y/b_{eq}} \leq 0,2, \quad (2.8)$$

де  $b, h$  – ширина і висота перерізу;

$h_{eq} = i_z \sqrt{12}$  і  $b_{eq} = i_y \sqrt{12}$  – для всіх еквівалентних прямокутних перерізів;

$\lambda_y, \lambda_z$  – гнучкості  $l_0 / i$  відносно осей  $y$  та  $z$  відповідно;

$i_y, i_z$  – радіуси інерції відносно осей  $y$  та  $z$  відповідно;

$e_z = M_{Edy} / N_{Ed}$  – ексцентриситет прикладання сили  $N_{Ed}$  у напрямку осі  $z$ ;

$e_y = M_{Edz} / N_{Ed}$  – ексцентриситет прикладання сили  $N_{Ed}$  у напрямку осі  $y$ ;

$M_{Edy}$  – розрахункове значення моменту відносно осі  $y$  з урахуванням моменту другого порядку;

$M_{Edz}$  – розрахункове значення моменту відносно осі  $z$  з урахуванням моменту другого порядку;

$N_{Ed}$  – розрахункове значення осьової сили.

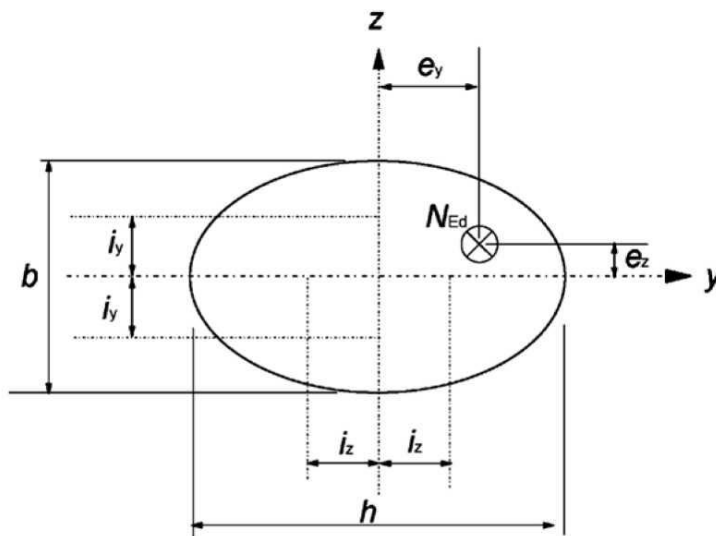


Рисунок 2.2 – Визначення ексцентриситетів  $e_y$  та  $e_z$

Якщо умови виразів (2.7) та (2.8) не задовольняються, то косе деформування необхідно враховувати з впливами другого порядку в кожному напрямку (крім випадків, коли ними можна знехтувати згідно з вимогами норм 5.8.2 (б) або 5.8.3 [11]). У разі відсутності точного розрахунку поперечного перерізу на дію двовісного згинання можна застосовувати наступний спрощений критерій:

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1,0, \quad (2.9)$$

де  $M_{Edz/y}$  – розрахункове значення моменту від зовнішнього навантаження відносно відповідної осі, включно з моментом другого порядку;

$M_{Rdz/y}$  – розрахункове значення моменту опору у відповідному напрямку;

$a$  – експонента:

– для круглих та еліптичних перерізів  $a = 2$ ;

– для прямокутних перерізів:

$N_{Ed}/N_{Rd}$	0,1	0,7	1,0
$a$	1,0	1,5	2,0

## 2.2 Недоліки методів розрахунку косодеформованих залізобетонних елементів за нормами

Загальний метод розрахунку за нормами [8] та [11] в основному викладає офіційну направленість у розв'язанні задач міцності залізобетонних

елементів в нормальному перерізі при їх косому деформуванні Цей метод не доведений до рівня інженерного застосування та має ряд недоліків:

- значна трудомісткість розрахунку;
- неможливість прямого підбору арматури;
- застосування методу визначення положення нейтральної лінії як для пружних матеріалів;
- відсутність умов розмежування форм стиснутої зони бетону.

Таким чином, загальний метод розрахунку потребує суттєвого доопрацювання та вдосконалення з метою розширення можливості його застосування при вирішенні задач з проектування косодеформованих ЗБЕ.

### **2.3 Основи розрахунку залізобетонних елементів на складні види деформацій на основі досліджень наукової школи ПолтНТУ**

Починаючи з другої половини 30-х років минулого сторіччя вперше в СРСР експериментально-теоретичні дослідження косостиснутих елементів провів М.С. Торяник у Полтавському інженерно-будівельному інституті.

Для розробки загальних методів розрахунку при складних видах деформацій в лабораторії залізобетонних конструкцій ПолтНТУ проведені багаточисельні дослідження над звичайними і попередньо напруженими залізобетонними елементами на косий позацентровий стиск, косий згин і косий згин із крученням.

Була досліджена міцність косозігнутих елементів прямокутного і таврового перерізів зі звичайною та попередньо напруженою арматурою; несуча здатність жорстких і гнучких косостиснутих елементів прямокутного і двотаврового перерізів з поздовжньою арматурою зі сталей знижених класів,

а також з непрямою і високоміцною арматурою з попереднім напруженням і без нього; визначалася межа переармування і гранична висота стиснутої зони.

Розроблені методи розрахунку несучої здатності звичайних і попередньо напружених залізобетонних елементів різноманітних перерізів: на косий позацентровий стиск з поздовжнім і непрямим армуванням, на косий згин, косий згин з крученням, косе позацентрове обтиснення при виготовленні збірних попередньо напружених елементів.

На основі загальноприйнятих передумов (НиТУ 123-55) М.С. Торяник теоретично показав і експериментально підтвердив можливість застосування в розрахунках міцності косозавантажених залізобетонних елементів нової моделі напружено-деформованого стану в стадії руйнування. Використовуючи основні рівняння механіки деформівного твердого тіла він на основі прийнятої моделі отримав формули визначення не тільки несучої здатності залізобетонних елементів, але й підбору геометричних параметрів їх прямокутного, таврового та Г-подібного перерізів елементів при косому згинанні, а також прямокутного перерізу при косому стисканні [12 – 16].

Метод розрахунку, запропонований М.С. Торяником у роботі [13], базується на наступних передумовах:

- вплив опору розтягнутої зони бетону на роботу залізобетонного елемента не враховується;
- зусилля в розтягнутій зоні повністю сприймаються поздовжньою арматурою;
- напруження в розтягнутій та стиснутій арматурах досягають розрахункового опору;
- напруження в стиснутій зоні бетону приймаються рівними розрахунковому опору бетону на стиск;

– напруження в бетоні по висоті стиснутої зони і в арматурі приймається рівномірно розподіленими;

– дискретне розташування арматурних стержнів замінюється рівномірно розподіленим.

Інтерес до вивчення залізобетонних елементів, котрі в процесі експлуатації зазнають впливів косоного силового деформування (косоного стиску та косоного згинання) значно підвищився в останнє півсторіччя. На відрізьку цього часу найбільш широко і повно досліджувались залізобетонні елементи при косому стиску та косому згинанні в роботах М.С. Торяника та його учнів-послідовників: В.І. Бабича, Є.М. Бабича, П.Ф. Вахненка, О.В. Горика, М.М. Губія, К.Х. Долі, В.І. Клименка, Є.В. Клименка, В.М. Конделя, А.М. Павлікова, О.В. Редкіна, С.І. Рогового, М.Є. Рогози, Ю.М. Руденка, Л.І. Сердюка, Л.В. Фалєєва, О.Г. Шаповала, О.А. Шкурупія, М.Л. Ярового та інших.

У працях цих дослідників вивчалась несуча здатність гнучких та жорстких косостиснутих елементів прямокутного і таврового перерізів з поздовжньою арматурою зі сталей як низьких класів, так і з попереднім напруженням; міцність косозігнутих залізобетонних елементів прямокутного та таврового перерізів зі звичайною та попередньо напруженою арматурою; межа переармування перерізів при їх косому згинанні. Ці дослідження ґрунтувались на моделях, максимально наближених до дійсного напружено-деформованого стану, умовах рівноваги, чисельних експериментах, статистичній обробці та співставлень досліджень різних авторів.

Незважаючи на значну кількість досліджень, багато питань, що стосуються розрахунку міцності косозігнутих залізобетонних елементів, потребує подальшого вивчення. Навіть ті розрахунки, які сьогодні вважаються найбільш прийнятними, все ще порівняно складні, а деякі з них



не повною мірою відображають дійсний напружено-деформований стан елементів. Методи розрахунку, розроблені лише на основі умов рівноваги, в сучасних умовах застосування деформаційної моделі розрахунку втрачають свою актуальність.

Отже, єдиної всебічно охоплюючої усі фактори впливу на зміну напружено-деформованого стану залізобетонного елемента порівняно простої і цілком достовірної методики розрахунку міцності залізобетонних конструкцій, котрі зазнають впливу складних завантажень, поки що не розроблено.

#### **2.4 Напрями удосконалення методів розрахунку залізобетонних елементів на складні види деформацій**

Розвиток теорії розрахунку залізобетону немислимий без застосування моделювання НДС ЗБЕ на заданій стадії його роботи чи дослідження у визначеному перерізі. Повнота картини загальної моделі НДС ЗБЕ за сутністю являє собою синтез менших за об'ємом окремих моделей явищ чи критеріїв в окремо розглядуваному матеріалі – бетоні чи арматурі. Тому розрахункові моделі напружено-деформованого стану ЗБЕ до сьогодні будуються на принципах поведінки залізобетону як композитного матеріалу.

Удосконалення теорії розрахунку косодеформованих залізобетонних елементів значною мірою пов'язано з вивченням механізму деформування стиснутого бетону як структурно неоднорідного матеріалу. Ця проблема привернула до себе увагу вчених-дослідників з моменту встановлення факту про фізичну нелінійність деформування бетону як анізотропного матеріалу.

Кульмінаційного загострення дана проблема набула в задачах з неодносним напруженим станом бетону, оскільки за таких умов роботи бетону фізична нелінійність в ньому проявляється на усіх етапах деформування, зростаючи з наближенням до граничної поверхні руйнування, що особливо притаманно косодеформованим залізобетонним елементам [16, 18 – 19].

Застосування в моделюванні НДС косодеформованих залізобетонних елементів реальних діаграм фізичного стану бетону та арматури, при розв'язанні задач з розрахунків будівельних конструкцій, можна віднести до початку нового етапу розвитку теорії косодеформованого залізобетону. Завдяки впровадженню в розрахункові схеми результатів проведених досліджень з вивчення діаграм стану бетону стає можливим розв'язання ряду важливих проблем з питань створення деформаційної моделі напружено-деформованого стану залізобетонного елемента в стадії руйнування в умовах роботи на косе згинання та косий позацентровий стиск. При цьому необхідним є визначення закритичних деформацій крайньої фібри стиснутого бетону в поперечному перерізі косодеформованих ЗБЕ.

## РОЗДІЛ 3

### ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ЯКІ ПРАЦЮЮТЬ В УМОВАХ СКЛАДНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

#### 3.1 Деформативність бетону

Серед найважливіших проблем в теорії розрахунку залізобетону як і раніше залишається задача повного вивчення природи нелінійного деформування бетону під впливом деструктивних процесів залежно від різних факторів. Розв'язання цієї проблеми відкриває реальні можливості побудови моделі НДС залізобетонного елемента, котра повно і об'єктивно буде відтворювати картину його стану на тій чи іншій стадії роботи в умовах косоного деформування.

Загальний аспект методики застосування нелінійних властивостей бетону в інженерних розрахунках вперше було викладено на міжнародній нараді, присвяченій розрахункам будівельних конструкцій, в 1958 році у м. Москва німецьким вченим Г. Рюшем. Він відмітив, що вивчення роботи бетону слід розглядати як єдину проблему незалежно від виду силового деформування [31]. Доповідачем були наведені експериментальні графіки залежностей фібрових деформацій бетону залежно від міцності бетону. Також вперше було продемонстровано вплив форми поперечного перерізу на граничні фіброві деформації бетону: показано, що для елементів з трикутною формою перерізу вони більші і коливаються зі збільшенням висоти стиснутої зони в межах від 3,7‰ до 5,2‰, а для елементів з прямокутною формою перерізу відповідно від 2,7‰ до 3,4‰.

З 70-х років минулого століття почали активно з'являтися роботи, присвячені дослідженням діаграми стану бетону. Вони були викладені в

працях В.М. Бондаренка [32], М.В. Смирнова та Є.І Гамаюнова [33]; В.М Байкова, С.В. Горбатова та З.А. Дімітрова [34]; В.Я. Бачинського, А.М. Бамбури, С.С Ватагіна, О.Б Гурковського, Н.В Журавльової та М.С. Безбожної [23, 24, 35 – 37]; М.С. Торяника [38]; П.Ф. Вахненко та В.М. Конделя [39]; Г.К Рубена, Л.Р Маїляна та М.Ю Беккієва [40]; В.В. Дехтярьова, К.А. Гагаріна [41], О.Ф. Яременка, Н.Н. Сороки, А.С. Карнаухової [42], а також багатьох інших вчених.

Одночасно з радянськими вченими над проблемою побудови діаграми фізичного стану бетону з метою застосування її у деформаційній розрахунковій моделі міцності ЗБЕ працювало багато вчених інших країн [43 – 47]. Ними показано, що бетони, як і гірські породи, чавуни та інші структурно неоднорідні матеріали утворюють групу, яку можна назвати псевдопластичними матеріалами з особливими механічними властивостями. В елементах із бетону при неоднорідних напружено-деформованих станах перерозподіл напружень у передграничних і граничних станах супроводжується зменшенням напружень (розміцненням) в найбільш деформованих фібрах поперечного перерізу з одночасним зростанням в них деформацій. Явище розміцнення бетону та подібних до нього за фізичними властивостями інших матеріалів поблизу стиснутої грані елемента виявлено, наприклад, і в експериментах радянських учених [41, 48]. Відмічена особливість опору бетону дії зовнішнього навантаження зумовлена проявом на спадній гілці діаграми фізичного стану бетону явища зменшення несучої здатності внаслідок зростання ступеня його деструктуризації в умовах силового деформування.

Особливості роботи бетону як псевдопластичного матеріалу (рис. 3.1) були усвідомлені при дослідженні його з використанням спеціальних навантажувальних установок і методик [48].

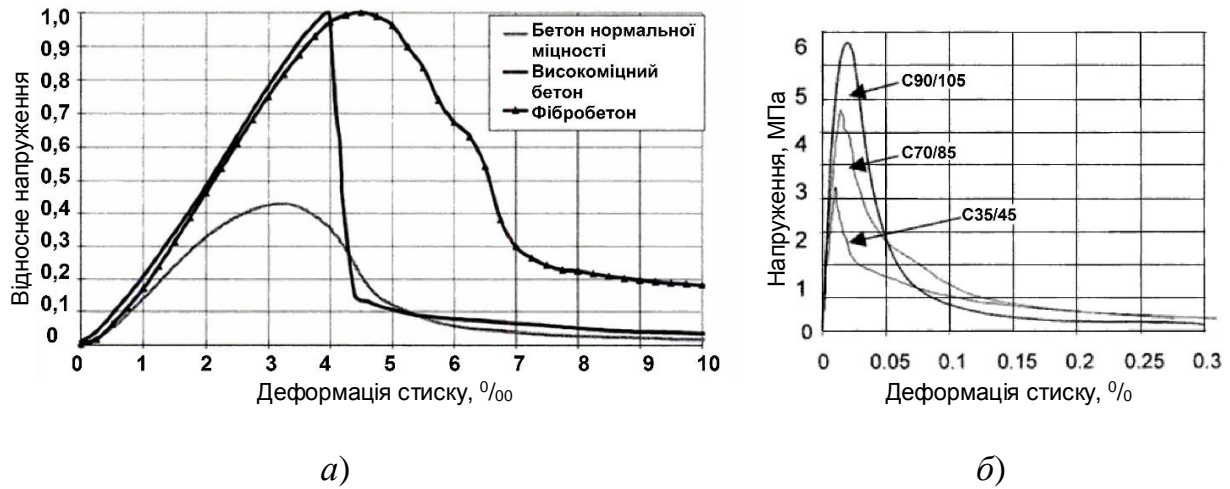


Рисунок 3.1 – Експериментальні діаграми стиску бетону:  
 а) – [43], б) – [44]

Проведеними дослідженнями встановлено, що при однорідних НДС спадну гілку діаграми фізичного стану бетону при стиску можливо зафіксувати тільки у *жорсткому режимі* навантаження. Тобто, коли жорсткість завантажувальної установки (преса) значно перевищує жорсткість дослідного зразка з одночасним забезпеченням контролю постійної швидкості зростання деформацій  $d\varepsilon/dt$  та стримуванням їх необмеженого зростання. Дослідами встановлено, що завищення величини  $d\varepsilon/dt$  призводить до передчасного руйнування зразків у закритичних станах, через що спадна частина діаграми стану бетону при стиску обривається. Тому для забезпечення виявлення спадної гілки достатньої протяжності слід вибирати необхідну величину  $d\varepsilon/dt$  із забезпеченням її постійного контролю. Як показано в роботі [49], дійсна (за окресленням) крива, що відповідає природі явища, може бути отримана тільки при дослідженні навантаженням, котре може контролювано знижуватись [50].

### 3.2 Діаграми фізичного стану бетону

До проблем вивчення діаграми стану бетону в останні два десятиріччя інтерес значно підвищився. Пояснення цьому – перехід будівельних норм країн пострадянського простору на деформаційні розрахункові моделі. Дослідженню діаграм стану бетону і їх реалізації у цей період, крім вище відмічених вчених, присвячені роботи А.Я. Барашикова, Є.М. Бабича, В.І. Бабича, О.Я. Берга, О.О. Гвоздєва, Ю.П. Гущі, В.С. Дорофєєва, А.С. Залєсова, О.І. Звєздова, Н.І. Карпенка, Ф.Є. Клименка, С.Ф. Клованича, В.В. Михайлова, Т.А. Мухамедієва, В.Г. Назаренка, І.Є. Прокоповича, Л.І. Стороженка, М.В. Савицького, К.Е. Таля, С.Л. Фоміна, В.С. Шмуклера, В.Г. Щелкунова, Є.А. Чистякова, А.В. Яшина та ін.

У працях [23, 24, 51 – 53] та багатьох інших цього періоду наводяться експериментальні дані, котрі дозволяють з достатньо високою точністю описувати висхідну гілку діаграми фізичного стану бетону. Докладні пропозиції з узагальнення експериментальних даних цієї частини діаграми наведені у багатьох роботах, однією з яких, наприклад, може служити публікація [54]. Наведені та інші роботи однозначно свідчать, що висхідна гілка діаграми стану бетону є достатньо стабільною: в початковій її частині пластичні деформації бетону проявляються несуттєво, бетон практично не зазнає впливу деструктивних процесів, характерні параметри діаграми при її побудові для різних класів бетону визначаються достатньо точно у порівнянні з даними експериментів. Але значні складності виникають з представленням спадної гілки діаграми. Незважаючи на велику кількість накопичених експериментальних даних однозначного єдиного аспекту про вплив деструктивних процесів на хід деформування бетону під навантаженням при описанні спадної гілки діаграми стану бетону поки що немає. Про це свідчать

роботи [25, 31, 55 – 57] та інші. Особливо це стосується неоднозначності в підходах як до проведення експериментів з її отримання, так і тлумачення понять і фізичної сутності її параметричних точок [58], зокрема поняття «гранична деформація». Роботи [49, 59] свідчать про складну залежність цієї величини від різних факторів, недостатню вивченість, що ставить задачу уточнення цієї величини шляхом пошуку методів однозначного експериментального визначення і аналітичного оцінювання.

Питання про можливість застосування діаграм фізичного стану центрально стиснутого бетону при оцінці напруженого стану ЗБЕ при згинанні та позацентровому стисканні перевірялось за даними середніх значень деформацій бетону стиснутої зони, отриманих в роботі [60] за умов жорсткого завантаження на позацентровий стиск ЗБЕ. Експериментально отримані в цій роботі діаграми при їх співставленні зі звичайними кривими  $\sigma_c - \varepsilon_c$  при центральному стиску бетонних зразків підтвердили можливість використання діаграм  $\sigma_c - \varepsilon_c$ , які отримані при осьовому (однорідному) стиску для визначення напруженого стану ЗБЕ при їх згинанні та позацентровому стисканні [61].

Про необхідну кількість визначальних параметрів, котра обумовлює існування повної діаграми стану бетону та про їх сутність викладено в роботах В.М. Байкова [26, 34, 52]. У загальному випадку залежність між напруженнями та деформаціями бетону при стиску повинна відповідати наступним умовам:

– при певному значенні деформацій  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$  напруження в бетоні досягають максимального значення  $\sigma_c = f_{cm}$ ;

– перша похідна  $d\sigma_c / d\varepsilon_c$  (тангенс кута нахилу дотичної до кривої  $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$ ) при  $\varepsilon_c = 0$  повинна відповідати початковому модулю  $E_{cm}$  пружності бетону;

- перша похідна  $d\sigma_c / d\varepsilon_c$  при  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$  повинна бути рівною нулю;
- ураховуючи, що крива залежності  $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$  на ділянці від  $\varepsilon_{c1}$  до  $\varepsilon_{cu1}$  за окресленням наближається до дуги кола, можна кривизни цієї кривої в точках  $A$  і  $D$  вважати однаковими  $(d^2\sigma_c / d\varepsilon_c^2)_A = (d^2\sigma_c / d\varepsilon_c^2)_D$ ;
- при значенні  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu1}$  напруження у бетоні складає деяку частку від максимального напруження  $f_{cm}$ .

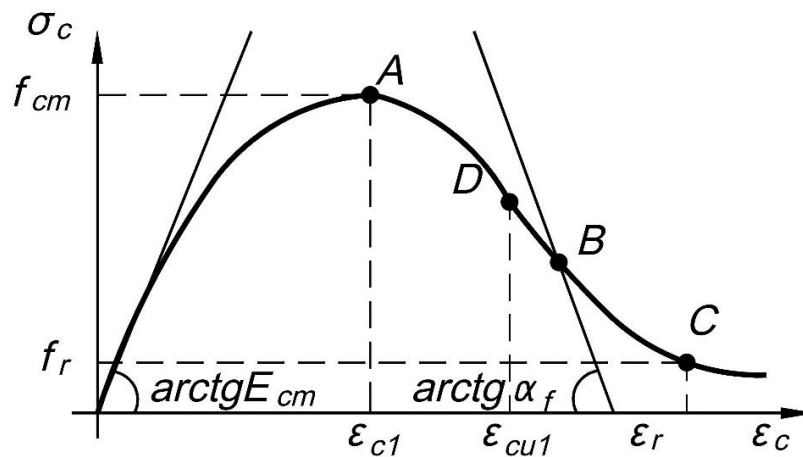


Рисунок 3.2 – Модель фізичного стану бетону на стиск та її параметри:  
 А – точка максимуму напружень; В – точка перегину спадної гілки або модуля спаду;  
 С – точка залишкових значень деформацій та залишкової міцності;  
 D – точка граничних значень деформацій

У загальному вигляді повну діаграму стиску слід представляти зі спадною гілкою з максимально можливою протяжністю [58]. Кінцевим її параметром пропонується вважати точку С ( $\varepsilon_r, f_r$ ), що відповідає залишковій міцності бетону  $f_r$  (рис. 3.2) і являє залишковий рівень несучої здатності повністю зруйнованого елемента.

Проміжне значення «модуля спаду» деформацій  $\operatorname{tg} \alpha_f$  та значення величин  $\varepsilon_r, f_r$  спадної гілки разом із відомими величинами висхідної гілки діаграми стиску  $\operatorname{tg} \alpha = E_{cm}, f_{cm}, \varepsilon_{c1}$  (рис. 3.2) являють собою параметричні точки діаграми фізичного стану бетону при стиску. Такі діаграми можуть служити



достатньо наближеними до дійсних в НДС ЗБЕ при оцінці його несучої здатності в умовах надмірного навантаження.

### 3.3 Критичні та граничні значення параметрів діаграм стану бетону

З попереднього аналізу параметрів, котрі визначають умови існування діаграми стану бетону випливає, що і при моделюванні напружено-деформованого стану елемента їх повинно бути щонайменше п'ять. Але одним з них як найсуперечливішим та найважливішим, так і ще недостатньо вивченим є параметр  $\varepsilon_{cu}$  – гранична деформація бетону на стиск, котра використовується в деформаційній моделі розрахунку ЗБЕ.

На сьогодні в існуючих методиках визначення цієї величини чітко окреслились два напрями. Сутність першого полягає у тому, що значення деформації  $\varepsilon_{cu}$  у розрахунках приймається за даними експериментальних досліджень еталонних зразків бетонних призм на центральний стиск залежно тільки від класу та виду бетону [23 – 24]. Недоліком даного напрямку є те, що він ґрунтується на ототожненні двох різних за фізичною суттю величин – граничних значень деформацій бетону при центральному стиску бетонних елементів і граничних значень деформацій  $\varepsilon_{cu}$  стиснутого бетону в ЗБЕ, – чим обмежується можливість використання в розрахунках міцності ЗБЕ властивостей бетону як псевдопластичного матеріалу.

В багатьох моделях діаграм значення деформацій  $\varepsilon_{cu}$  приймають як константу, котра відповідає залишковій міцності бетону  $0,85f_{cm}$ , або дещо відмінним від цієї величини значенням, наприклад у нормативних документах Росії [62] або в працях [18, 34, 39, 54, 63] та інших.

Такий підхід до оцінки граничних деформацій бетону, як свідчать діаграми на рисунку 3.1, не є об'єктивно обґрунтованим, особливо це відчутно на стадіях, що передують руйнуванню ЗБЕ, а також при моделюванні поведінки залізобетонних елементів порівняно невисоких класів. Наслідком такого підходу є непогодженість даних про цю величину як у працях різних авторів, так і в нормативних документах. Так, наприклад, в Єврокодi 2 [11] при розрахунках ЗБЕ прямокутного профілю рекомендується застосовувати номінальні значення параметра  $\varepsilon_{cu}$  залежно від його класу (табл 3.1), котрі суттєво відрізняються від значень, що рекомендуються ДБН В.2.6 – 98:2009 [7] та роботи [50], що свідчить про необхідність уточнення розглядуваного параметра.

**Таблиця 3.1** – Значення граничних деформацій  $\varepsilon_{cu}$  бетону залежно від його класу

Клас бетону, С (В)	12/15 (15)	16/20 (20)	20/25 (25)	25/30 (30)	30/35 (35)	32/40 (40)	35/45 (45)	40/50 (50)	45/55 (55)	50/60 (60)
$\varepsilon_{cu1}$ , ‰ за Єврокодом 2 [11]	3,5									
$\varepsilon_{cu1,ck}$ , ‰ за ДБН В.2.6 – 98:2009 [7]	4,40	4,15	3,85	3,55	3,25	3,00	2,83	2,63	2,50	2,40
$\varepsilon_{cu}$ , ‰ за [50]	4,14	3,89	3,64	3,38	3,13	2,88	2,63	2,37	–	–

У другому напрямі граничні значення деформації  $\varepsilon_{cu}$  бетону на стиск у ЗБЕ в розрахунках їх міцності приймаються безпосередньо з теоретичних розрахунків, у розрахункову модель яких впроваджена залежність-діаграма стану бетону, ураховуються усі фізико-механічні характеристики бетону й арматури [25 – 28]. Цим самим пропонується розмежовувати поняття граничних значень деформацій  $\varepsilon_{cu}$  стиснутого бетону в ЗБЕ та граничних значень деформацій бетону на стиск у бетонних елементах.

Вперше ідея можливості оцінювання граничних значень деформацій бетону залежно від силового фактору  $M$  чи  $N$  була викладена Г. Рюшем [31]. Суть її полягає в тому, що максимальне значення моменту  $M_R$  чи поздовжнього зусилля  $N_R$  опору ЗБЕ при відповідному силовому деформуванні виникає при величині фібрових деформацій бетону меншій її найбільшого можливого значення. Але до практичного способу реалізації ця ідея доведена не була, оскільки не був відтворений в аналітичному вигляді зв'язок діаграми  $\sigma_c - \varepsilon_c$  з діаграмою  $N_R - \varepsilon_c$  або  $M_R - \varepsilon_c$  як явища трансформації першої в другу, тобто трансформації діаграми стану бетону в діаграму стану елемента. Якщо аналізувати сукупний вклад робіт в напрям розв'язання ідеї, закладеної в публікації [31], то авторами роботи [10, 28 – 30, 33, 40, 64] він повністю був вказаний, а практична реалізація цього напрямку була продемонстрована на прикладі стиснутого елемента в публікації [26], а на прикладі елемента при поперечному згинанні – у праці [40].

Шлях розв'язання в повному обсязі проблеми визначення граничних фібрових деформацій бетону в перерізі косодеформованих елементів вказаний в роботах [29 – 30].

Крім параметра  $\varepsilon_{cu}$  не менш важливими є параметр циліндричної (призмової) міцності бетону  $f_{cm}$  з відповідним йому параметром  $\varepsilon_{c1}$  – деформації бетону при максимальних напруженнях (рис. 3.2). Обидва ці параметри у порівнянні з першим мають дещо меншу, але все ж таки значну кількість протиріч. Особливо це стосується величини  $\varepsilon_{c1}$ , серед неузгодженостей для якої є найбільш характерними такі як: різні значення для однакових класів бетону, зростання в одних випадках і зменшення в інших для однакових умов, неузгодженість параметрів  $f_{cm}$  і  $\varepsilon_{c1}$  при обчисленні за різними залежностями та інші. Свідченням цьому є робота [31], в котрій наведені достатньо переконливі дані про діаметральність як між точками

зору, так і результатами виконаних експериментальних досліджень в період 50-х років минулого століття з відмічених проблем. В подальшому загально встановлена картина неузгодженостей майже не змінювалась, що видно з робіт [23, 65, 66] та інших. І, як показує практика розвитку теорії опору залізобетону та аналіз проведених з цього питання досліджень, розв'язаною дана проблема з усунення відмічених протиріч могла і може бути здійснена тільки на основі загальноприйнятої методики оцінювання відповідності значень  $f_{cm}$  та  $\varepsilon_{c1}$  їх дійсній фізичній сутності.

### 3.4 Апроксимації діаграм стану бетону та арматури

На сьогодні в моделюванні процесу деформування стиснутого бетону механізм його руйнування раціонально представляти оптимізаційними апроксимаціями  $\sigma_c - \varepsilon_c$  шляхом врахування явища закритичного деформування бетону спадною гілкою діаграми його стану.

Серед перших дослідників, котрі запропонували конкретні функціональні залежності для описування діаграми деформацій бетону  $\sigma_c - \varepsilon_c$  був N.J. Everard. Він запропонував представляти діаграму  $\sigma_c - \varepsilon_c$  у вигляді синусоїди [67]

$$\sigma_c = f_c \sin \frac{\pi \varepsilon_c}{2 \varepsilon_{c1}}, \quad (3.1)$$

яка стала прообразом подібної за структурою і змістом залежності у вигляді тригонометричного ряду [68]:

$$\sigma_c = f_c \left( \left( \frac{\varepsilon_{c1}}{8 \pi \varepsilon_{c0}} + \frac{3}{4} \right) \sin \frac{\pi \varepsilon_c}{2 \varepsilon_{c1}} + \left( \frac{\varepsilon_{c1}}{8 \pi \varepsilon_{c0}} - \frac{1}{4} \right) \sin \frac{3 \pi \varepsilon_c}{2 \varepsilon_{c1}} \right). \quad (3.2)$$

Обидві наведені залежності (3.1) і (3.2) суттєво завищують значення деформацій для бетонів міцністю 40 МПа і нижче при експлуатаційних рівнях навантажень. Крім того, остання формула є достатньо складною при застосуванні її в моделюванні НДС ЗБЕ, що було основною ланкою в низці її недоліків при використанні на практиці. З метою усунення цієї прогалини багато дослідників [69, 70] пропонували до застосування функціональну залежність у вигляді звичайної параболи

$$\sigma_c = a_1 \varepsilon_c + a_2 \varepsilon_c^2. \quad (3.3)$$

Але, як показує аналіз залежності (3.3) і обумовлення самих авторів публікації [70], без штучного зменшення величин фібрових деформацій застосування її у загальному випадку неефективне.

В останні двадцять років поширеним напрямом стало застосування діаграм фізичного стану бетону у вигляді поліномів 5-го ступеню. До найвідоміших серед них відносяться залежності запропоновані в роботах [24, 55, 71, 72] та прийняті за основу в нормах [7, 8]. Усі ці пропозиції за сутністю зводяться до використання у загальному вигляді полінома

$$\sigma_c = f_c \sum_{k=1}^n a_k (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})^k \quad (3.4)$$

з варіативно змінюваними в ньому за даними експериментів значеннями коефіцієнтів  $a_k$ . Усі запропоновані поліноми-залежності значно краще у порівнянні з (3.1) – (3.3) узгоджуються з експериментальними діаграмами  $\sigma_c - \varepsilon_c$ , але мають такі ж самі недоліки, хоча і в менш вираженій формі.

Одночасно з «суцільними» поліномами-залежностями в практику моделювання діаграм фізичного стану бетону почали упроваджувати «складені» поліноми, тобто такі, котрі складаються з декількох поліномів,

з'єднаних між собою глїдко загальними граничними умовами. Такї поліноми ще називають сплайн-функціями.

Аналіз найбільш широко застосовуваних сплайнів, викладений у працях [18, 25, 59, 73], показує, що різниця в їх використанні різними авторами полягає тільки у представленні коефіцієнтів  $C_i$  та  $D_i$  загального виразу

$$\sigma_c = \begin{cases} C_1 \varepsilon_c + C_2 \varepsilon_c^2 + C_3 \varepsilon_c^3 & \text{при } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}, \\ D_0 + D_1 \varepsilon_c + D_2 \varepsilon_c^2 & \text{при } \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}. \end{cases} \quad (3.5)$$

Сплайн-функція (3.5) серед інших має суттєвий недолік стосовно необхідності розмежування стиснутої зони бетону ЗБЕ на ділянки інтегрування зі значеннями висхідної та спадної гілок діаграми стану бетону. Це призводить до необхідності розв'язання кубічних рівнянь і виконання трудомістких інтегрувань з визначення параметрів НДС при розв'язанні задач міцності ЗБЕ в нормальних перерізах навіть при плоских видах деформування [25, 59].

Оскільки тригонометричні та поліномічні функції не задовольняли багатьох вимог з моделювання діаграм стану бетону, то з'явилися нові типи функцій, серед яких значний інтерес представляє запропонована в роботах [74, 75] досить проста лінійно-показникова функція

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_{cm} e^{-\varepsilon_c / \varepsilon_{c1}}. \quad (3.6)$$

Дещо пізніше в удосконаленому вигляді [76] функцію (3.6) пропонується подавати в такому вигляді:

$$\sigma_c = \nu_{c1} E_{cm} \varepsilon_{c1}^{1-\nu_{c1}} \varepsilon_c^{\nu_{c1}}, \quad (3.7)$$

але, як відмічається у праці [57], здійснене удосконалення до бажаних результатів між збіжністю розрахункових даних з експериментальними на всій діаграмі стану бетону  $\sigma_c - \varepsilon_c$  не приводить, а тому, як звідси випливає, в деформаційній моделі навскісно завантажених ЗБЕ (3.7) може використовуватись тільки при значеннях деформацій  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$ .

В роботах [30, 77 – 81] на основі аналізу різних моделей аналітичних функцій діаграми стану бетону показано, що найкращу збіжність з експериментальними даними дають результати розрахунків параметрів НДС косодеформованих ЗБЕ із застосуванням дробово-раціональної залежності  $\sigma_c - \varepsilon_c$ , прийнятої за основу в Євронормах [11] (рис. 3.3) у вигляді

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (3.8)$$

де  $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$ ;  $k = 1,05E_{cm}\varepsilon_{c1} / f_{cm}$ ;

$\varepsilon_{c1}$  – деформації при максимальних напруженнях за табл. 3.1 [11].

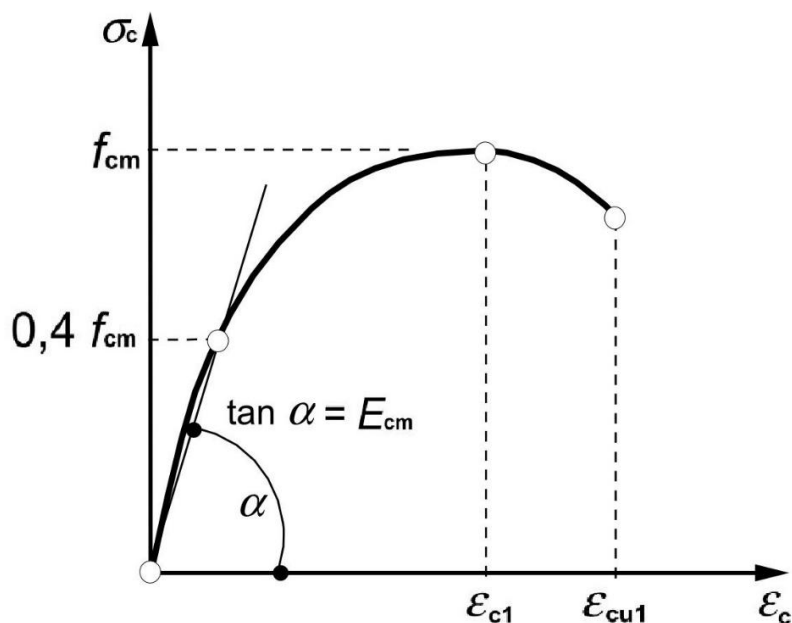


Рисунок 3.3 – Схематичне зображення залежності «напруження-деформації» для розрахунків конструкцій за [11]

Вираз (3.8) справедливий при  $0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu1}$ , де  $\varepsilon_{cu1}$  – номінальні граничні деформації бетону при стиску.

На сьогодні в чинні нормативні документи України з проектування залізобетонних конструкцій [7, 11] включені дві різні з математичної точки зору функції (3.4) та (3.8) для описання процесу деформування бетону від

стиску. При цьому результати розрахунків міцності залізобетонних елементів з використанням цих функцій мають деяку розбіжність. З метою усунення даного протиріччя в роботах [82 – 83] отримані уточнені коефіцієнти  $a_k$  полінома, котрі дозволяють досягти гармонізації функції полінома 5-го ступеню та дробово-раціональної функції і тим самим усувають протиріччя між нормами [7] та [11].

Багатьма діючими будівельними нормами різних країн поряд з криволінійними апроксимаціями діаграми стану бетону використовуються дволінійні або трилінійні функції-діаграми із загальними базовими параметричними точками з подібними значеннями напружень і деформацій.

Так, окрім залежності (3.8) в [11] пропонується використовувати спрощені апроксимації діаграми деформування бетону. Зокрема, в якості альтернативи може використовуватись діаграма (рис. 3.4, *a*), що складається з двох гілок: параболи й відрізка прямої, та описується наступними залежностями:

$$\sigma_c = f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right) \text{ при } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}; \quad (3.9)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{при } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}, \quad (3.10)$$

де  $n$  – показник ступеню,  $n = 2$  для бетонів класу C50/60 і нижче;

$\varepsilon_{c2}$  – деформація бетону при максимальному напруженні (табл. 3.1 [11]);

$\varepsilon_{cu2}$  – граничне значення деформації бетону (табл. 3.1 [11]).

Також в Єврокодї 2 [11] пропонується застосовувати дволінійну діаграму  $\sigma_c - \varepsilon_c$  (рис. 3.4, *б*) зі значеннями деформацій  $\varepsilon_{c3} = 0,00175$  та  $\varepsilon_{cu3} = 0,0035$  для бетонів класу C50/60 і нижче. Для бетонів більш високих класів значення  $\varepsilon_{c3}$  збільшуються, а  $\varepsilon_{cu3}$  зменшуються та визначаються за відповідними залежностями (табл. 3.1 [11]).



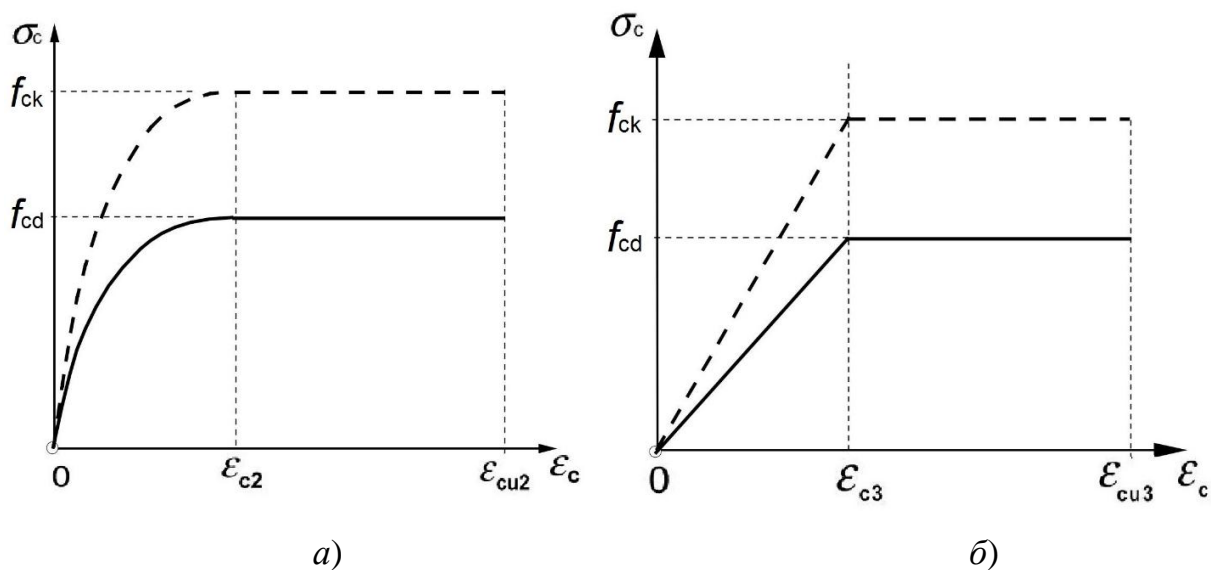


Рисунок 3.4 – Схематичне зображення спрощених діаграм  $\sigma_c - \varepsilon_c$  при стиску за [11]: *a* – параболічно-прямокутна діаграма; *б* – дволінійна діаграма

В якості розрахункових діаграм стану бетону, що визначають зв'язок між напруженнями та відносними деформаціями, в Російських нормах [62] приймають трилінійну та дволінійну діаграми. При цьому рекомендується використовувати дволінійну діаграму стану бетону для визначення напружено-деформованого стану стиснутої зони бетону при розрахунку міцності залізобетонних елементів за деформаційною моделлю. Використання трилінійної діаграми рекомендується при розрахунку на утворення тріщин.

Таким чином, спираючись на викладені вище дослідження можна стверджувати, що проблема пошуку функції-апроксимації діаграми фізичного стану бетону не втратила своєї актуальності й нині.

Для моделювання роботи арматурної сталі, що застосовується в залізобетоні, можуть бути застосовані дві моделі діаграм стану на розтяг сталі: «умовна» та «істинна». За першою моделлю напруження з моменту прикладання навантаження до розриву приймаються в припущенні

незмінності початкової площі поперечного перерізу дослідного зразка, у другому випадку дотримуються припущення про функціональну залежність напружень від фактичної площі поперечного перерізу, котра змінюється в процесі деформування. З досвіду застосування арматурної сталі, оскільки граничні її деформації при роботі у складі залізобетонного елемента аж до руйнування рідко перевищують 2...3%, прийнято використовувати «умовну» модель діаграми розтягу сталі.

Вважається, що така модель поділяється на два типи: за першим працює звичайна арматура в залізобетонних конструкціях з низьковуглецевих так званих «м'яких» сталей А240, А400, А500 [11, 17] з явно вираженою ділянкою текучості і значним відносним видовженням при розриві (рис. 3.5, а); за другим працює попередньо напружена арматура з вуглецевих та низьколегованих «твердих» сталей класів А600, А800, А1000 [11, 17] з діаграмами деформацій без ділянки текучості (рис. 3.5, б).

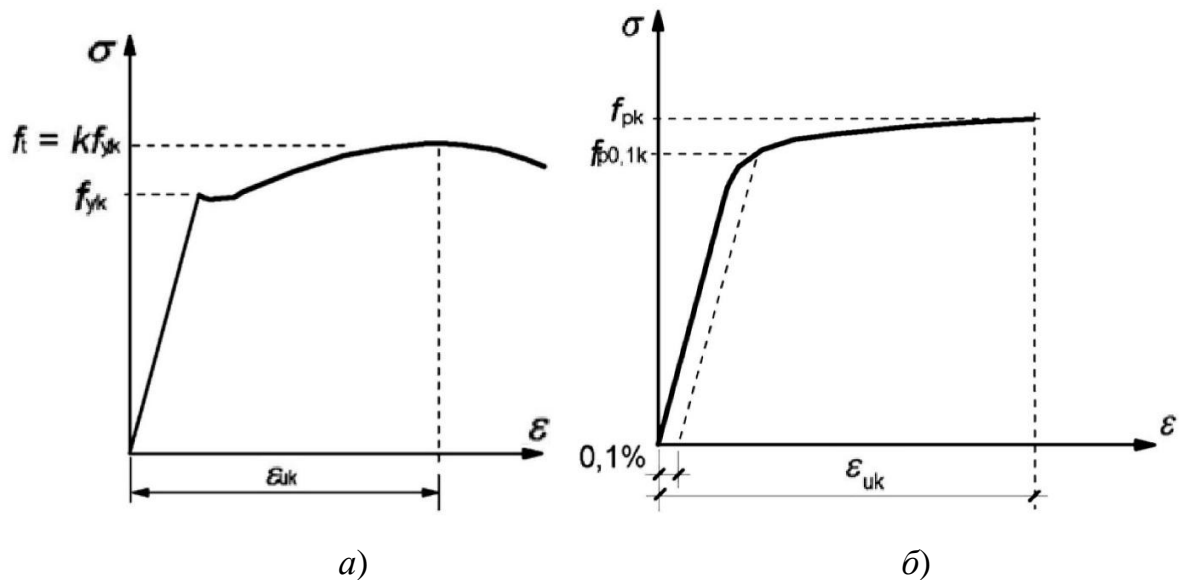


Рисунок 3.5 – Діаграми «напруження-деформації» для арматури за [11]:  
а – звичайної; б – напруженої

Основні характеристики (фізична межа текучості, умовна межа текучості, межа міцності) зв'язку «напруження-деформації» названих моделей нормовані, а проміжні їх значення мають різні підходи в методі моделювання, але в основному орієнтовані на застосування способу математичної та фізичної подібності [84 – 88].

Закони, котрими моделюється діаграма деформування арматурних сталей, як правило, складаються з декількох з'єднаних між собою граничними умовами різних аналітичних залежностей на пружній, пружно-пластичній та пластичній ділянках у вигляді прямих чи зворотних апроксимацій, з числа яких найбільш відомі [11] та інші. Такі моделі-апроксимації залежать від класу арматури і розділені на два, як відмічено вище, відомі типи – для арматури з фізичною та умовною межею текучості.

Перевагами цих сучасних моделей-апроксимацій діаграм стану арматури є врахування межі міцності, що дозволяє в розрахунках контролювати небезпеку розриву арматури при руйнуванні елемента в нормальному перерізі.

Процес деформування арматурних сталей з фізичною межею текучості, як правило, моделюють діаграмою з двома лінійними ділянками. Зокрема, в Єврокодi 2 [11] для описання процесу деформування арматури запропоновано використовувати два види дволінійних діаграм (рис. 3.6, *a*). Пружна ділянка обох діаграм обмежена значенням деформацій, що дорівнюють  $f_{yd} / E_s$ . Похила ділянка діаграми на рис. 3.6, *a* обмежується нормованим значенням деформацій  $\varepsilon_{ud}$ , а горизонтальна складова діаграми має необмежену довжину.

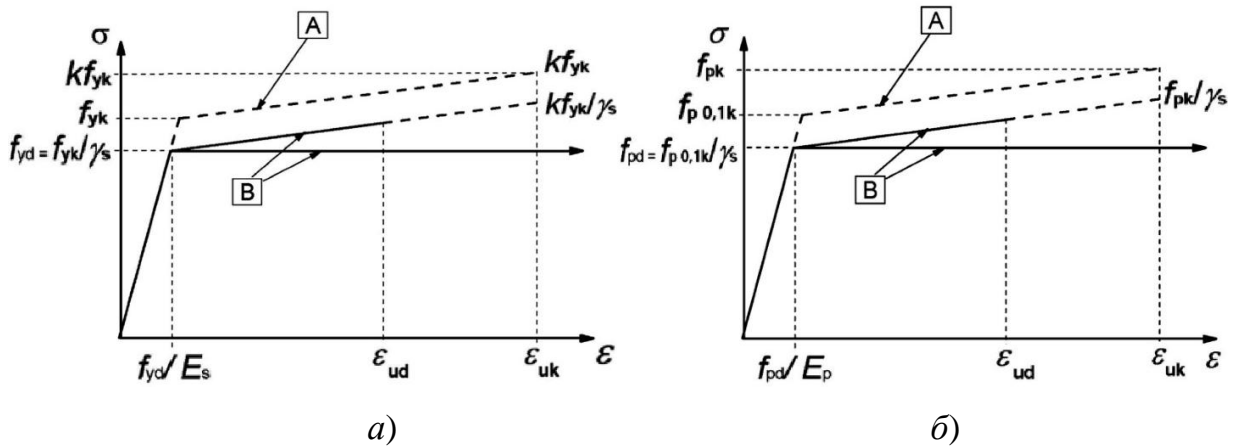


Рисунок 3.6 – Ідеалізовані (А) та розрахункові (В) залежності «напруження-деформації» для арматури за [11]: а – звичайної; б – напруженої

При моделюванні роботи арматурних стержнів зі сталей з умовною межею текучості (рис. 3.6, б) моделі діаграм деформацій також можуть представлятись складеними з двох прямолінійних ділянок.

Отже, як свідчать перелічені публікації серед відомих апроксимацій діаграм стану арматури існують певні відмінності. Але більшість дослідників сходяться на тому, що процес деформування арматури з фізичною межею текучості слід моделювати за допомогою дволінійних діаграм, які з поміж інших переваг дозволяють в розрахунках контролювати небезпеку розриву арматури при руйнуванні елемента в нормальному перерізі.

### 3.5 Екстремальний критерій міцності нормального перерізу

Як відомо, розв'язання задач несучої здатності ЗБЕ в нормальних перерізах опирається на поняття критерію їх міцності, яких на сьогодні існує декілька. Так, за [89] під цим поняттям розуміється стан ЗБЕ, в нормальному перерізі якого напруження в найвіддаленішій від нейтральної лінії точці

стиснутої зони бетону  $\sigma_{c(1)} = f_{cd}$ . За своєю суттю даний критерій можна віднести до *силового*, оскільки момент руйнування оцінюється характеристикою силового походження – граничним значенням напруження в бетоні на стиск. Відповідно до [89] вираз даного критерію міцності для будь-яких силових впливів можна представити залежністю

$$\sigma_{c(1)} = f_{cd} = const. \quad (3.11)$$

Але суттєвим недоліком критерію (3.11) є те, що він не в повній мірі враховує особливості пружно-пластичного деформування бетону в складі ЗБЕ від конкретного силового впливу. Тому в задачах, котрі використовують цей критерій, як розрахункова, так і фізична модель напружено-деформованого стану являють собою спрощені його форми. Особливо це є відчутним при застосуванні в стиснутій зоні ЗБЕ арматури з «твердих сталей», оскільки використати їх фізичні характеристики у повному об'ємі розглянутий критерій не ставить за необхідне.

Інший за своєю суттю підхід в понятті критерію міцності, який усуває в певній мірі відмічений недолік критерію [89], застосовано в нормах [11]. Цим критерієм пропонується вважати руйнування ЗБЕ в нормальному перерізі в момент, коли не напруження, а деформації в бетоні в найвіддаленішій від нейтральної лінії точці досягають граничного значення. Даний критерій є *деформаційним* і він має такий вигляд:

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu2} \text{ або } \varepsilon_{cu3} \quad (3.12)$$

де  $\varepsilon_{c(1)}$  – поточне значення відносних фібрових деформацій бетону найбільш стиснутого ребра або грані залежно від випадку силового деформування ЗБЕ,  $\varepsilon_{cu2}$ ,  $\varepsilon_{cu3}$  – граничні значення відносних деформацій стиску бетону за діаграмами  $\sigma_c - \varepsilon_c$  (рис. 3.4, а) та (рис. 3.4, б) відповідно.

У критерію (3.12) значення граничних відносних деформацій бетону  $\varepsilon_{cu}$  запропоновано визначати експериментально на рівні найбільш стиснутої грані ЗБЕ, тобто в його складі, що є значним кроком вперед у вдосконаленні методів розрахунку ЗБЕ.

Наведені критерії (3.11), (3.12) і їх ретельний аналіз показують, що поряд з їх позитивними сторонами все ж таки вони обидва не враховують у достатній мірі прояв фізико-механічних властивостей бетону залежно від виду завантаження, форми стиснутої зони, коефіцієнта армування та ін.

Критеріями (3.11) і (3.12) також не враховується явище розміцнення бетону на рівні і поблизу стиснутої грані залізобетонного елемента, котрий зазнає неоднорідного напружено-деформованого стану (НДС), що характеризується зменшенням напружень в межах найбільш деформованих ділянок при рості деформацій і збільшенням напружень в менш деформованих ділянках.

Шлях до усунення відмічених недоліків у загальних рисах побічно вперше було викладено у працях [26, 33], але обґрунтування можливості впровадження в практику *екстремального* критерію міцності дано в [28]. Під екстремальним критерієм міцності ЗБЕ пропонується приймати значення фібрових деформацій бетону на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії точки стиснутої зони при досягненні ним максимального значення зусилля опору руйнуванню.

Аналізуючи праці [53, 64] можна прийти до висновку, що екстремальним значенням моменту  $M_{R,max}$  повинно бути не що інше як найбільше значення моменту, котрим можна характеризувати міцність ЗБЕ у закритичному стані при значеннях фібрових деформацій  $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu}$ , котрі відповідають спадній гілці діаграми стану бетону. Існування такої

відповідності між діаграмою  $M_R - \varepsilon_{c(1)}$ , трансформованою з діаграми  $\sigma_c - \varepsilon_{c(1)}$ , і прийнятим законом діаграми стану бетону доведено в роботі [30].

В роботі [28] на діаграмі стану елемента  $M_R - \varepsilon_{c(1)}$  (рис. 3.7), трансформованій з діаграми стиску бетону  $\sigma_c - \varepsilon_{c(1)}$  (рис. 3.3) відмічена точка  $T (\varepsilon_{cu}, M_{R,max})$ , котра за ствердженнями авторів однозначно відповідає максимальній міцності ЗБЕ з характерним (граничним) значенням фібрових деформацій бетону  $\varepsilon_{cu}$  в ЗБЕ в момент його руйнування.

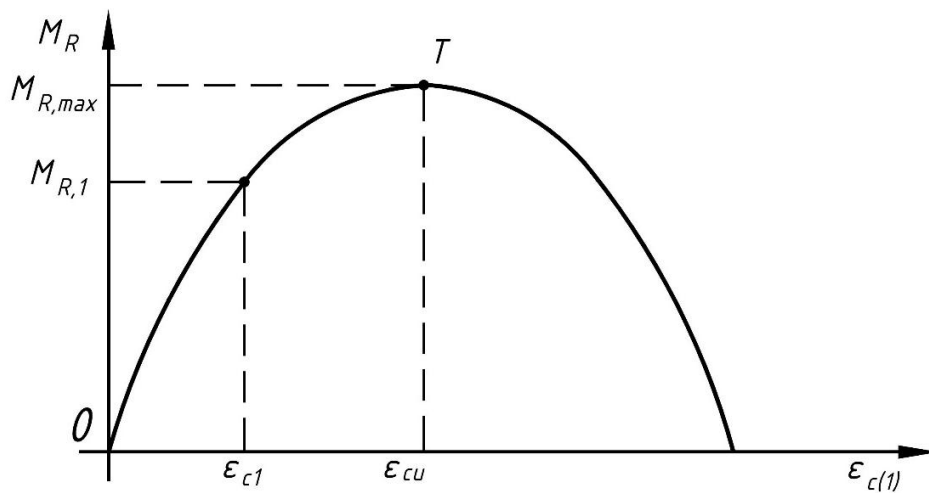


Рисунок 3.7 – Діаграма стану елемента  $M_R - \varepsilon_{c(1)}$  трансформована з діаграми  $\sigma_c - \varepsilon_{c(1)}$

Відповідно до запропонованого визначення, екстремальний критерій міцності для косодеформованих елементів буде мати такий аналітичний вигляд

$$F_R(\varepsilon_{cu}, \theta_u) = \max F_R(\varepsilon_{c(1)}, \theta) \quad (3.13)$$

де  $F_R$  – внутрішнє зусилля, що виникає від косоного деформування;  $\varepsilon_{c(1)}$  – фіброві деформації бетону в складі ЗБЕ, які залежать від виду завантаження, коефіцієнта армування, фізико-механічних характеристик бетону, форми стиснутої зони бетону та ін. (тому  $\varepsilon_{c(1)} \neq const$ );

$\theta$  – кут нахилу нейтральної лінії.

Оскільки значення деформацій  $\varepsilon_{cu}$  відповідають максимальному значенню зусилля опору руйнуванню, то даний критерій за аналогією до викладеного у [28] можна називати екстремальним.

Екстремальний критерій міцності нормальних перерізів ЗБЕ усуває відмічені недоліки критеріїв, доповнює деформаційну модель напружено-деформованого стану ЗБЕ повною діаграмою (рис. 3.3) стану бетону і ґрунтується на рівняннях механіки деформівного твердого тіла. Наявність такого критерію дозволяє по-перше – проектувати ЗБЕ зі всебічним урахуванням впливу на несучу здатність різних факторів, а по-друге – чітко усвідомлювати фізичну суть явища руйнування нормального перерізу ЗБЕ у граничному стані.

### **3.6 Граничні значення деформацій бетону стиснутої зони залежно від її форми**

Для розв'язання задач міцності на основі деформаційної моделі із застосуванням у розрахунках теоретично обчислених значень  $\varepsilon_{cu}$  необхідно використовувати запропоноване в роботах [22, 27 – 28] поняття екстремального критерію міцності. Використання саме цього поняття дає можливість отримувати формули для обчислення граничних значень  $\varepsilon_{cu}$ . Проблема обчислення граничних фібрових деформацій  $\varepsilon_{cu}$  бетону в перерізі косодеформованих елементів у повному обсязі вирішена в роботах [29 – 30].

Для косозігнутих елементів екстремальний критерій (3.13) набуває вигляду

$$M_R(\eta_u, \theta_u) = \max M_R(\eta_{c(1)}, \theta), \quad (3.14)$$

де  $M_R$  – момент внутрішньої пари сил, що виникає від косоного згинання;



$\eta_{c(1)} = \varepsilon_{c(1)} / \varepsilon_{cl}$  – рівень деформацій бетону в найбільш стиснутому ребрі ЗБЕ.

Загальну формулу для обчислення граничних значень рівня деформацій бетону  $\eta_u$  в найбільш стиснутому ребрі отримано в [29 – 30] на основі (3.14) при дослідженні на екстремум функції  $f_1 = M_R(\eta_{c(1)}, \theta)$ , для отримання якої застосована залежність  $\sigma_c - \varepsilon_c$  за (3.8), за умовою

$$\frac{\partial M_R(\eta_{c(1)}, \theta)}{\partial \eta_{c(1)}} = 0. \quad (3.15)$$

Використовуючи такий підхід, за допомогою методів комп'ютерної алгебри для обчислення значень  $\eta_u$  при трикутній формі стиснутої зони шукану формулу отримано в [30] у вигляді

$$\eta_u = \frac{e^\lambda - 1}{k - 2}, \quad K \neq 2, \quad (3.16)$$

де  $\lambda$  – корінь характеристичного рівняння:

$$\begin{aligned} &59 - 336k + 600k^2 - 3a + (18(1 - 6k + 11k^2) - a)\lambda + (156 - 828k + \\ &+ 1422k^2 - 7a)e^\lambda + (24(2 - 10k + 17k^2) - 2a)\lambda e^\lambda + (177 - 744k + \\ &+ 1092k^2 - 5a)e^{2\lambda} - (36(1 - 8k + 16k^2) - 3a)\lambda e^{2\lambda} + (72(1 - 4k + \\ &+ 6k^2) - 2a)\lambda^2 e^{2\lambda} - (112 - 366k + 312k^2 - a)e^{3\lambda} + (21 - 6b)e^{4\lambda} - \\ &- 5(6 - b)\lambda e^{4\lambda} + (12 - b)e^{5\lambda} - e^{6\lambda} = 0, \end{aligned} \quad (3.17)$$

в якому  $a = 36k^3(4 - k)$ ;  $b = 6k(2 - k)$ .

При  $k = 2$  в розрахунках міцності косозігнутих ЗБЕ граничний рівень відносних граничних деформацій  $\eta_u$  бетону на стиск на рівні стиснутого ребра трикутної форми стиснутої зони ЗБЕ визначається з рівняння [22]

$$\eta_u^2 - 8\eta_u + 10 = 0. \quad (3.18)$$

При наближенні кута  $\beta$  нахилу силової площини зовнішніх зусиль до значень, при яких кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії набуває значень близьких до нуля, деформації стиснутого ребра практично континуально розподіляються по верхній грані елемента, як при плоскому згинанні. При цьому форма стиснутої зони бетону набуває вигляду прямокутника.

В результаті диференціювання функції  $f_2 = M_R(\eta_{c(1)}, \theta)$ , записаної для прямокутної форми стиснутої зони бетону, за умовою (3.15) отримано рівняння

$$\begin{aligned} & -(k-2)^5 \eta_u^5 + (2k-1)(2k-3)(k-2)^4 \eta_u^4 + 24(k-1)^2 (k-2)^3 \eta_u^3 - \\ & -12(k^2-2k-1)(k-1)^2 (k-2)^2 \eta_u^2 + 12(k-1)^4 (\eta_u k - 2\eta_u + 1) \times \\ & \times \ln((k-2)\eta_u + 1)^2 - 12\eta_u (k-2)(k-1)^2 (\eta_u k - 2\eta_u + 2) \times \\ & \times (\eta_u k - 2\eta_u + 1) \ln((k-2)\eta_u + 1) = 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Змінюючи в (3.17) або (3.19) значення  $k$  можна отримувати відповідні граничні значення  $\eta_u$ . А представивши (3.17) та (3.19) у вигляді відповідно функцій  $\eta_u = f_1(k)$  і  $\eta_u = f_2(k)$ , легко побудувати графіки (рис. 3.8) залежності  $\eta_u$  від  $k$  для оптимально армованих балкових залізобетонних елементів. При цьому будемо мати 2 графіки, перший з яких (верхній графік на рис 3.8) буде відноситись до ЗБЕ з трикутною формою стиснутої зони, а другий (нижній графік на рис. 3.8) – до елементів з прямокутною формою.

Аналіз графіків на рисунку 3.8 показує, що ділянка між ними є не що інше як діаграма можливих значень рівнів відносних деформацій бетону  $\eta_u$  залежно від інших відмінних від  $k$  факторів (наприклад  $A_s$ ,  $\beta$ ,  $\theta$  та ін.). З графіку видно, що при зміні значень характеристики  $k$  у межах 5,0...2,0, що відповідає бетонам класів С12/15 – С50/60, граничні значення рівнів відносних деформацій бетону  $\eta_u$  в ЗБЕ з прямокутною формою стиснутої зони

коливаються в діапазоні 1,412...1,270, а для ЗБЕ з трикутною формою стиснутої зони – в межах 1,83 – 1,546 [30].

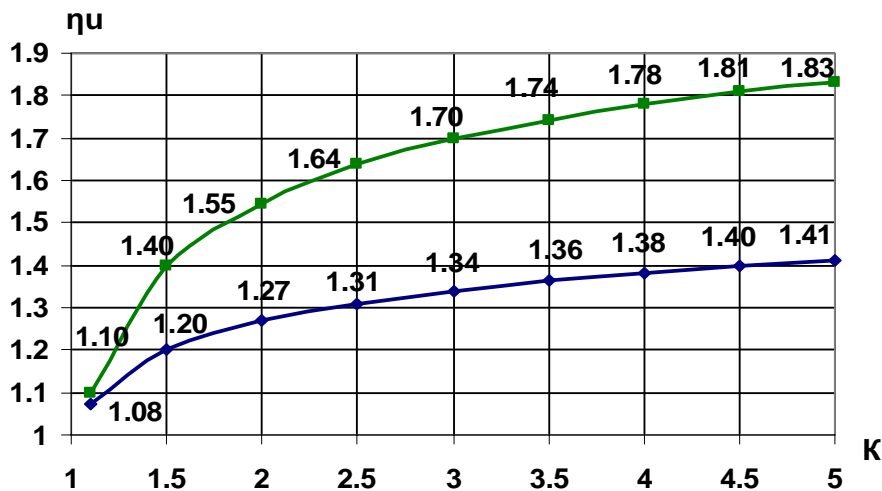


Рисунок 3.8 – Графіки граничних рівнів деформацій бетону для косозігнутих елементів з трикутною формою стиснутої зони (верхня крива) і для елементів з прямокутною формою стиснутої зони (нижня крива)

Отримані аналітичні залежності та побудовані діаграми сукупності можливих граничних значень рівнів фібрових деформацій бетону залежно від будь-яких факторів для використання їх в проектуванні будівельних конструкцій з бетонів низьких, середніх та високих класів (рис. 3.8).

Розв'язання (4.72) дає сукупність значень рівнів деформацій бетону, що характеризують собою роботу бетону у закритичній стадії і знаходяться між відповідними значеннями  $\eta_u$  для ЗБЕ з трикутною і прямокутною формами стиснутої зони. Ці значення на діаграмі рис. 3.8 розташовуються в межах верхнього і нижнього графіків і можуть бути визначені методами лінійної або нелінійної інтерполяції залежно від факторів впливу.

## РОЗДІЛ 4

### РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ КОСОМУ ЗГІНАННІ

#### 4.1 Умова паралельності площин дії зовнішнього та внутрішнього моментів

При розв'язанні задач з розрахунку міцності залізобетонних елементів при косому згинанні застосовують умову про розташування рівнодійних зусиль в стиснутій ( $N_c$ ) і розтягнутій ( $N_s$ ) зонах нормального перерізу в площині, що паралельна площині дії моменту від зовнішніх сил (рис. 4.1.) [16, 30, 77]. Вказана умова була докладно обґрунтована та доведена в [77]. Отже, до сукупності застосованих передумов прийнятої розрахункової моделі обов'язково включається умова про паралельне положення внутрішньої та зовнішньої силових площин.

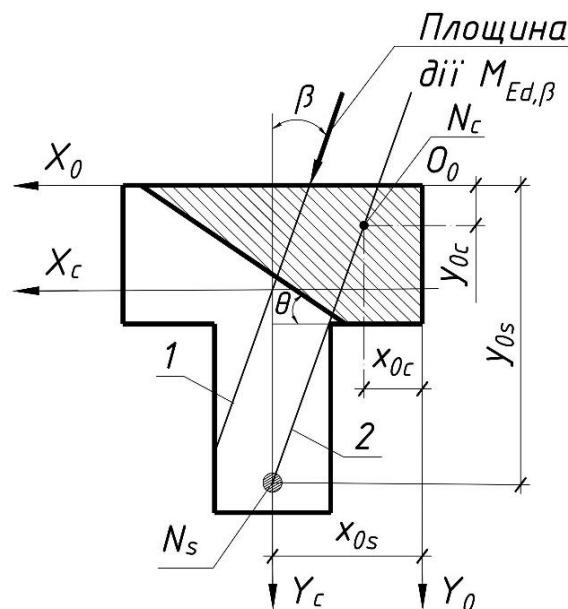


Рисунок 4.1 – Схема розташування площин дії моментів від зовнішніх та внутрішніх зусиль в нормальному перерізі косозігнутого елемента таврового профілю: 1 – зовнішня силова площина; 2 – внутрішня силова площина

Викладену умову можна використати при визначенні кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії, розглядаючи зовнішній момент  $M_{Ed,\beta}$ , який діє в площині, що складає кут  $\beta$  з координатною віссю  $Y_0$  (рис. 4.1). На основі передумов прийнятої розрахункової схеми цей момент має ортогональні складові:  $M_{Ed,X_c}$  – момент відносно вісі  $X_c$  і  $M_{Ed,Y_c}$  – момент відносно вісі  $Y_c$ , що пов'язані співвідношенням

$$\frac{M_{Ed,Y_c}}{M_{Ed,X_c}} = \operatorname{tg}\beta. \quad (4.1)$$

Відповідно до умов рівноваги зусиль в перерізі косозігнутого залізобетонного елемента зовнішні моменти  $M_{Rd,X_c}$  і  $M_{Ed,Y_c}$  урівноважуються відповідними внутрішніми моментами  $M_{Rd,X_0}$  і  $M_{Rd,Y_0}$  від рівнодійних внутрішніх зусиль в стиснутій та розтягнутій зонах перерізу відносно осей  $X_0$  та  $Y_0$  відповідно. Оскільки робота розтягнутого бетону майже не впливає на міцність косозігнутого елемента, в якості рівнодійної внутрішніх зусиль в розтягнутій зоні перерізу прийнята рівнодійна  $N_s$  зусиль в розтягнутій арматурі:

$$M_{Ed,Y_c} = M_{Rd,Y_0} = N_c x_{0c} - N_s x_{0s}, \quad (4.2)$$

$$M_{Ed,X_c} = M_{Rd,X_0} = N_c y_{0c} - N_s y_{0s}, \quad (4.3)$$

де  $x_{0c}$ ,  $y_{0c}$ ,  $x_{0s}$ ,  $y_{0s}$  – координати точок прикладання рівнодійних зусиль  $N_c$  і  $N_s$  відповідно в стиснутій та розтягнутій зонах перерізу.

З урахуванням того, що при згинанні  $N_c = N_s$ , підставивши (4.2) – (4.3) в (4.1), матимемо

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{x_{0s} - x_{0c}}{y_{0s} - y_{0c}}. \quad (4.4)$$

У (4.4)  $x_{0s} - x_{0c}$  і  $y_{0s} - y_{0c}$  являють собою плечі внутрішніх моментів  $M_{Rd,Y_0}$  та  $M_{Ed,X_0}$  у площинах їх дії та є катетами прямокутного трикутника, оскільки площини дії названих моментів між собою перпендикулярні. Гіпотенуза цього трикутника є плечем моменту внутрішньої пари сил  $N_s$  –

$N_c$  і одночасно являє собою слід внутрішньої силової площини під кутом  $\beta$  до вертикальної осі перерізу. Але оскільки ця площина, в якій діє внутрішній момент, перпендикулярна до перерізу ЗБЕ, то вона також складає кут  $\beta$  з вертикальною головною площиною перерізу і є паралельною до силової площини дії зовнішніх сил. Що вимагалось довести і внаслідок чого (4.4) є шуканим рівнянням, за допомогою котрого можна визначити величину кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії до горизонтальної головної площини перерізу.

Для косостиснутих елементів вигляд умови (4.4) не зміниться, оскільки при такій різновидності силового деформування усі сили, як зовнішні, так і внутрішні будуть лежати в одній силовій площині, котра проходить через точки прикладання рівнодійної  $N_s$  зусиль в розтягнутій зоні перерізу і зовнішньої сили  $N_{Ed}$ . Це впливає з того, що момент рівнодійної  $N_c$  внутрішніх зусиль стиснутої зони відносно будь-якої точки лінії перетину вказаної площини з перерізом повинен дорівнювати нулю, оскільки відносно цієї лінії моментів зусилля  $N_s$  і  $N_{Ed}$  не створюють, бо проходять через неї. Отже внутрішнє зусилля  $N_c$  проходить також через лінію  $N_s - N_{Ed}$ .

Враховуючи вищенаведене доведення, в моделюванні загального виду напружено-деформованого стану ЗБЕ приймається умова про паралельність площин дії зовнішніх і внутрішніх зусиль (моментів) у вигляді залежності (4.4).

## **4.2 Оптимізаційний принцип проектування косодеформованих залізобетонних елементів**

При розв'язанні задач з проектування елементів із залізобетону замість критерію (3.13) необхідно застосувати критерій *мінімуму* кількості

арматури в поперечному перерізі, котрий за аналогією до викладеного в [90, 91] стосовно розглядуваного силового деформування у загальному випадку можна представити так

$$A_s(\eta_u, \theta_u \dots) = \min A_s(\eta_{c(1)}, \theta \dots) \quad (4.5)$$

Для визначення невідомих при розв'язанні задач з розрахунку необхідної кількості робочої арматури косодеформованих залізобетонних елементів необхідно мати ще одну додаткову залежність. Ця залежність повинна давати змогу обчислювати оптимальні значення кута  $\theta_u$  як функції кута  $\beta$ . Для одержання шуканої залежності між  $\theta_u$  і  $\beta$  в [77] запропоновано оптимізаційний критерій геометричних параметрів напружено-деформованого стану косодеформованого ЗБЕ в закритичній стадії

$$Z_{c,\beta}(\theta_u, \beta) = \max Z_{c,\beta}(\theta, \beta), \quad (4.6)$$

де  $Z_{c,\beta}$  – проекція відстані між внутрішніми зусиллями  $N_c$  та  $N_s$  (плеча внутрішньої пари сил) на площину, паралельну площині дії зовнішнього моменту  $M_{Ed,\beta}$  (рис. 4.2).

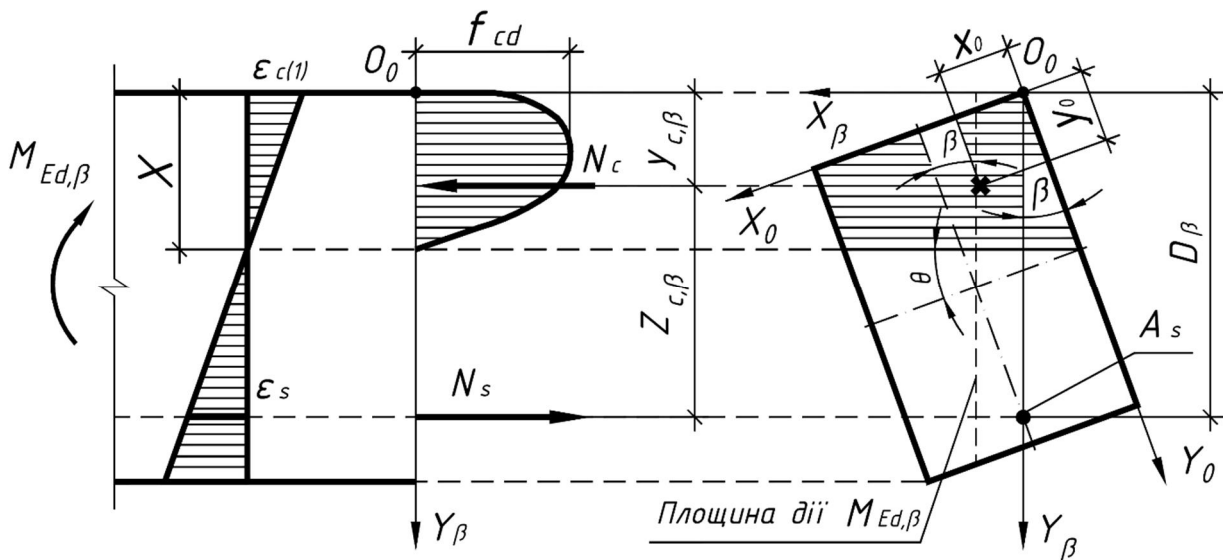


Рисунок 4.2 – Розрахункова схема ЗБЕ у закритичній стадії при  $\beta \neq 0$

Оскільки з фізичної сутності даного критерію випливає, що характерне (граничне) значення кута  $\theta_u$  нахилу нейтральної лінії повинно задовольняти одночасно як (4.6), так і (4.5) та (3.13), то з урахуванням виразу (4.6) для косодеформованих ЗБЕ критерій (4.5) (у площині, ортогональній до нейтральної лінії) набуває вигляду

$$A_s(\eta_u(\theta_u), \theta_u) = \min A_s(\eta_{c(1)}, \theta). \quad (4.7)$$

Таке представлення критерію (4.5) у порівнянні з аналогами [90, 91] значно розширює його можливості, а саме: отримавши за (4.7) рівняння

$$\frac{dA_s}{d\theta} = \frac{\partial A_s}{\partial \theta} + \frac{\partial A_s}{\partial \eta_{c(1)}} \frac{\partial \eta_{c(1)}}{\partial \theta} = 0, \quad (4.8)$$

потім легко можна вивести аналітичну залежність між  $\eta_u$  і  $\theta_u$ . З (4.7) також випливає, що граничні рівні  $\eta_u$  фібрових деформацій бетону залежать від форми стиснутої зони перерізу, оскільки зміна кута  $\theta$  призводить до зміни форми стиснутої зони [77].

Функція  $Z_c = f(\theta, \beta)$  для її дослідження відповідно до (4.6) з метою установлення залежності  $\theta_u = f(\beta)$ , може бути подана у вигляді (рис. 4.2)

$$Z_{c,\beta} = D_\beta - y_{c,\beta} \quad (4.9)$$

де  $D_\beta$ ,  $y_{c,\beta}$  – відповідно функції робочої висоти і координати точки прикладання рівнодійної  $N_c$  напружень в бетоні стиснутої зони у площині, паралельній площині дії зовнішнього моменту  $M_{Ed,\beta}$  в системі координат  $X_\beta O_\beta Y_\beta$ , що утворюється з системи  $X_0 O_0 Y_0$ , у результаті її повороту по ходу часової стрілки на кут  $\beta$  (рис. 4.2).

Враховуючи, що в системі координат  $X_\beta O_\beta Y_\beta$

$$y_{c,\beta} = x_0 \sin \beta + y_0 \cos \beta, \quad (4.10)$$

функціональна залежність (4.9) після підстановки в неї замість  $x_0$  і  $y_0$  відповідних виразів для координат точки прикладання рівнодійної напружень в бетоні стиснутої зони в системі координат  $X_0 O_0 Y_0$  [10] набуває такого вигляду:



$$Z_{c,\beta} = D_{\beta} - \psi_1 \sqrt{2A_c} \left( \sqrt{\operatorname{ctg}\theta} \sin\beta + \sqrt{\operatorname{tg}\theta} \cos\beta \right), \quad (4.11)$$

де  $A_c = A_s f_{yd} / f_{cd}$ ,  $\psi_1 = f(\eta_u)$ .

З (4.11) отримано рівняння

$$\frac{\partial Z_{c,\beta}}{\partial \theta} = \frac{\operatorname{sc}^2 \theta_u}{\sqrt{\operatorname{tg}\theta_u}} \cos\beta - \frac{\operatorname{csc}^2 \theta_u}{\sqrt{\operatorname{ctg}\theta_u}} \sin\beta = 0, \quad (4.12)$$

розв'язок якого дає  $\operatorname{tg}\theta_u = \operatorname{tg}\beta$  або  $\theta_u = \beta$ . Це означає, що оптимальну кількість арматури в розв'язанні відповідних задач можна знайти, застосовуючи запропоновану модель напружено-деформованого стану в закритичній стадії, при кутах нахилу нейтральної лінії  $\theta = \theta_u = \beta$ . Слід відмітити, що даний розв'язок є справедливим, як при косому згинанні, так і косому стиску, оскільки критерій (4.6) і функція (4.11) представлені в загальному вигляді.

### **4.3 Принципи розрахунку міцності в нормальному перерізі косозігнутих елементів на основі деформаційної моделі**

#### **4.3.1 Передумови**

Теоретичні дослідження міцності косозігнутих залізобетонних елементів пов'язані зі значними труднощами. Перш за все це пояснюється тим, що форма стиснутої зони поперечного перерізу залежить від багатьох факторів: кута  $\beta$  нахилу площини дії зовнішніх сил, розташування арматури в перерізі та співвідношення його розмірів, способу армування і коефіцієнта армування, фізико-механічних характеристик арматури та бетону, рівня завантаження та інших. Все наведене свідчить на користь того, що розрахункову модель напружено деформованого стану косозігнутих залізобетонних елементів у нормальному перерізі необхідно

приймати в загальному вигляді із застосуванням передумов та гіпотез, які дозволять її спростити.

В основу розрахунку міцності косозігнутих ЗБЕ покладені наступні передумови за 6.1 [11]:

- плоскі перерізи в процесі завантаження залишаються плоскими, тобто закон розподілення деформацій бетону та арматури по висоті нормального перерізу приймається лінійним;

- деформації у зчепленій арматурі дорівнюють деформаціям оточуючого бетону, як при розтягу, так і при стиску;

- міцність бетону на розтяг не враховується;

- напруження у стиснутій зоні бетону визначаються на основі залежності «напруження-деформації» (3.8);

- напруження у звичайній арматурі визначаються на основі розрахункових діаграм за рис. 3.6, а.

Вважається справедливою умова про паралельність площин дії зовнішніх і внутрішніх зусиль (моментів) у вигляді залежності (4.4).

За критерій руйнування косозігнутого елемента приймається екстремальний критерій за (3.14).

### **4.3.2 Модель НДС**

Для практичних розрахунків міцності косозігнутих залізобетонних елементів розрахункова схема НДС, створена на основі прийнятих передумов (4.3.1), матиме вигляд, представлений на рис. 4.3. Дана схема розглядається в загальному вигляді та пропонується до використання при всіх можливих випадках утворення форм стиснутої зони бетону в тавровому перерізі ЗБЕ.

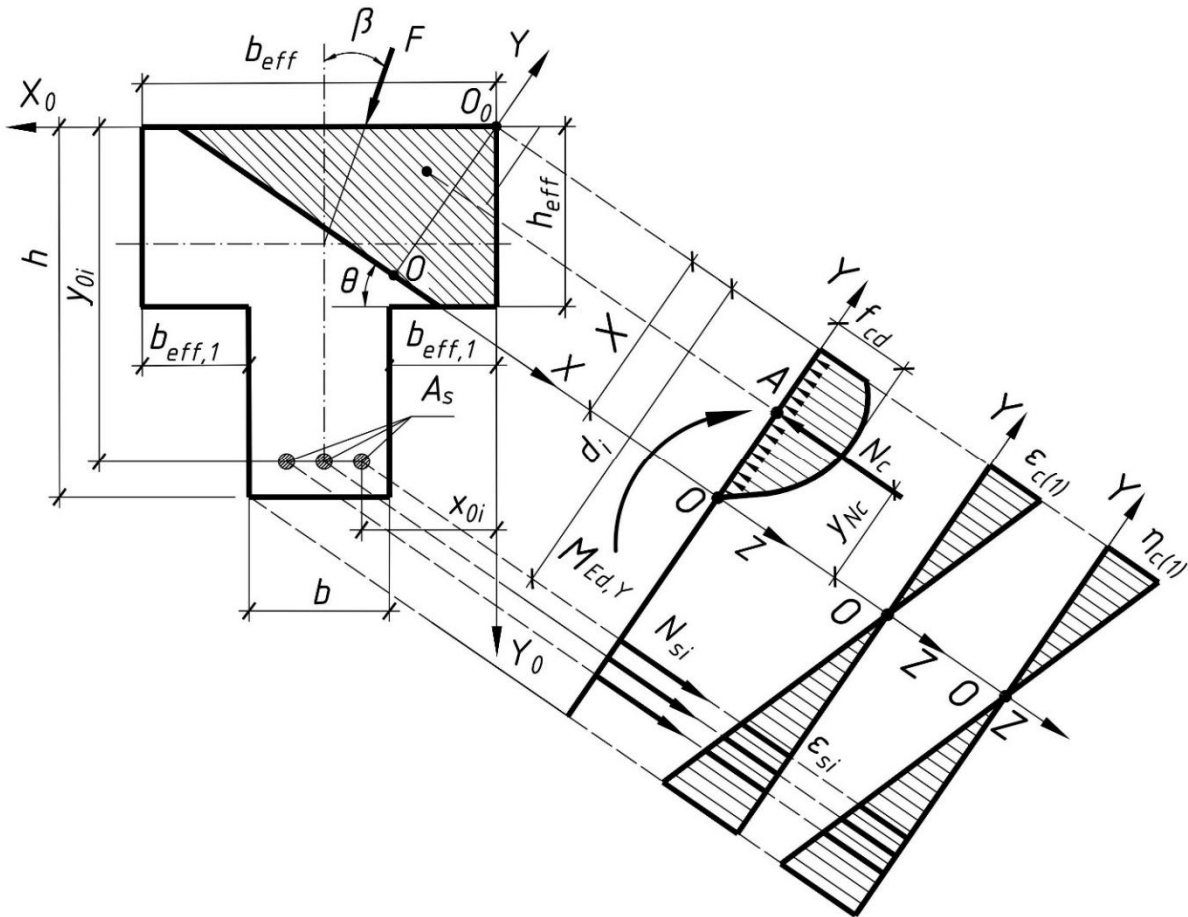


Рисунок 4.3 – Розрахункова схема НДС нормального перерізу косозігнутого елемента таврового профілю в момент руйнування

### 4.3.3 Вихідні рівняння

Система рівнянь рівноваги записується в декартовій системі координат  $XYZ$ , початок якої знаходиться в точці  $O$  перетину нейтральної лінії з висотою стиснутої зони (рис. 4.3). Вісь  $Y$  співпадає з висотою стиснутої зони і направлена у сторону найбільш стиснутої фібри перерізу, вісь  $X$  співпадає з нейтральною лінією, а вісь  $Z$  паралельна поздовжній осі елемента.

Вихідні розрахункові рівняння рівноваги записані у вигляді:

$$\sum Z = \sum_{i=1}^n N_{si} - N_c = 0; \quad (4.13)$$

$$\sum M_A = M_{Rd,Y} - M_{Ed,Y} = 0, \quad (4.14)$$

де

$$M_{Rd,Y} = \sum_{i=1}^n N_{si} (d_i - X + y_{Nc}); \quad (4.15)$$

$N_{si}$ ,  $N_c$  – рівнодійні зусиль відповідно в  $i$ -тому арматурному стержні та в бетоні стиснутої зони відповідно;

$n$  – кількість поздовжніх арматурних стержнів у нормальному перерізі косозігнутого елемента;

$d_i$  – відстань від найбільш стиснутої фібри бетону перерізу до точки прикладання рівнодійної  $N_{si}$  зусиль в  $i$ -тому арматурному стержні

$$d_i = x_{0,si} \sin \theta + y_{0,si} \cos \theta; \quad (4.16)$$

$x_{0,si}$ ,  $y_{0,si}$  – координати точки прикладання рівнодійної  $N_{si}$  зусиль в  $i$ -тому арматурному стержні в системі координат  $X_0O_0Y_0$ ;

$\theta$  – кут нахилу нейтральної лінії;

$X$  – висота стиснутої зони бетону;

$y_{Nc}$  – відстань від нейтральної лінії до точки прикладання рівнодійної  $N_c$ ;

$M_{Rd,Y}$ ,  $M_{Ed,Y}$  – значення згинальних моментів від дії внутрішніх та зовнішніх зусиль відповідно в площині координатної вісі  $Y$  в момент вичерпання міцності залізобетонного елемента в нормальному перерізі.

Визначення рівнодійної  $N_{si}$  зусиль в  $i$ -тому арматурному стержні площею  $A_{si}$  пропонується виконувати залежно від значення напружень  $\sigma_{si}$ , що відповідають деформаціям  $\varepsilon_{si}$  на розрахунковій дволінійній діаграмі стану арматури (рис. 3.6), на основі наступного виразу:

$$N_{si} = \sigma_{si} A_{si}, \quad (4.17)$$

де

$$\sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_{si} \quad \text{при} \quad 0 < |\varepsilon_{si}| \leq f_{ydi} / E_{si}; \quad (4.18)$$

$$\sigma_{si} = f_{ydi} \quad \text{при} \quad |\varepsilon_{si}| > f_{ydi} / E_{si}. \quad (4.19)$$

При цьому значення деформацій в арматурі  $\varepsilon_{si}$  пов'язані зі значеннями відносних деформацій  $\varepsilon_{c(1)}$  бетону найбільш стиснутого ребра за допомогою прийнятої гіпотези плоских перерізів, що виражається залежністю

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_{c(1)} y_{si}}{X}, \quad (4.20)$$

де  $y_{si}$  – координата точки прикладання рівнодійної  $N_{si}$  зусиль в  $i$ -тому арматурному стержні в системі координат  $XYZ$ .

Значення рівнодійної  $N_c$  зусиль в бетоні та відстань  $y_{Nc}$  до точки її прикладання можна отримати з використанням функції  $\sigma_c = f(y)$  розподілення напружень в стиснутій зоні бетону в площині  $YOZ$  за залежностями:

$$N_c = \iint_{A_c} \sigma_c dx dy; \quad (4.21)$$

$$y_{N_c} = \frac{S_{cx}}{N_c} = \frac{\iint_{A_c} \sigma_c y dx dy}{\iint_{A_c} \sigma_c dx dy}, \quad (4.22)$$

де  $A_c$  – площа стиснутої зони бетону.

Закон розподілення напружень  $\sigma_c = f(y)$  в стиснутій зоні перерізу в системі координат  $XYZ$  отримано з аналітичного виразу (3.8) закону деформування бетону при осьовому стиску.

Оскільки вважається, що напруження в бетоні стиснутої зони розподіляються у вигляді криволінійної поверхні, твірні якої паралельні до нейтральної лінії, то рівняння функціональної залежності розподілення напружень слід записати в координатній площині  $YOZ$ , що проходить через найбільш віддалену від нейтральної лінії точку стиснутої зони ортогонально до нейтральної лінії.

Використовуючи гіпотезу про лінійний розподіл деформацій по перерізу (рис. 4.3), можна виразити деформації (рівень деформацій)  $\varepsilon_c$  ( $\eta_c$ )

бетону для будь-якої точки перерізу через значення фібрових деформацій (рівня деформацій) бетону  $\varepsilon_{c(1)}$  ( $\eta_{c(1)}$ ) стиснутої зони на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії точки:

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{c(1)}y}{X} \quad \text{або} \quad \eta = \frac{\eta_{c(1)}y}{X}, \quad (4.23)$$

де  $\varepsilon_c$  ( $\eta$ ) – відносна деформація (рівень деформацій) волокна бетону стиснутої зони, що має координату  $y$  в площині  $YOZ$ .

Закон  $\sigma_c = f(y)$ , отриманий з (3.8) у результаті переходу від системи координат  $\sigma_c - \eta$  до системи координат  $XYZ$  за допомогою співвідношення (4.23), для бетонів різних класів має вигляд:

$$\sigma_c = \frac{f_{cm}\eta_{c(1)}y(kX - \eta_{c(1)}y)}{(X + (k-2)\eta_{c(1)}y)X}. \quad (4.24)$$

Отриманий закон (4.24) розподілення напружень у цілому має загальний вигляд і крім відмічених особливостей зручний ще і тим, що дозволяє в моделюванні напружено-деформованого стану ЗБЕ отримувати з нього залежності  $\sigma_c = f(y, \eta_{c(1)}, X)$  як для однорідно, так і для неоднорідно деформованого ЗБЕ.

Для переходу від системи координат  $XYZ$  до  $X_0Y_0Z_0$  у (4.24) значення координати  $y$  визначається через поточні координати  $x_0, y_0$  системи  $X_0Y_0Z_0$  за формулою перетворення координат

$$y = X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta. \quad (4.25)$$

Функція (4.24) у загальному вигляді з урахуванням (4.25) в системі координат  $X_0Y_0Z_0$  приймається для моделювання розподілення напружень в бетоні стиснутої зони різних форм у вигляді поверхонь напружень за рівнянням:

$$\sigma_c = \frac{f_{cd}\eta_{c(1)}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)(kX - \eta_{c(1)}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta))}{X^2 + (k-2)X\eta_{c(1)}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)}. \quad (4.26)$$

Функції (4.24) та (4.26) можна застосовувати, що показано в роботах [30] та [77], в розв'язанні різних задач зі значним скороченням обсягу обчислень.

#### 4.3.4 Розрахункові параметри НДС

Як показує аналіз рівнянь рівноваги (4.13) – (4.14), напружено деформований стан косозігнутого ЗБЕ на деякому рівні завантаження однозначно визначається трьома параметрами –  $X$ ,  $\theta$ ,  $\eta_{c(1)}$ . Тобто, обчисливши значення цих параметрів, можна стверджувати, що напружено-деформований стан в даній стадії цілком визначений. З цього випливає, що рішення поставленої задачі зводиться до того, щоб розв'язати систему рівнянь (4.13) – (4.14) відносно невідомих параметрів  $X$ ,  $\theta$ ,  $\eta_{c(1)}$ . Але, як не складно помітити, при такому підході до розв'язання системи рівнянь (4.13) – (4.14), який ставить за мету визначення параметрів НДС косозігнутого залізобетонного елемента, кількість невідомих перевищує число рівнянь.

Одним із невідомих, котре не можна визначити за допомогою наявних рівнянь, є граничне значення рівня деформацій  $\eta_{c(1)}$  в найвіддаленішій від нейтральної лінії точці стиснутого бетону. Іншими словами, у момент руйнування ЗБЕ необхідно знайти таке значення  $\eta_{c(1)}$ , яке відповідає його несучій здатності при повністю вичерпаних можливостях матеріалів, а саме: коли напруження в арматурі досягли межі її міцності, в бетоні стиснутої зони завершився процес його розміцнення в найвіддаленіших від нейтральної лінії фібрах, значення внутрішнього моменту при цьому набуває максимуму. Таке значення  $\eta_{c(1)}$  при виконанні усіх необхідних умов можна знайти з рівняння (3.15), яке отримано в результаті використання введеного поняття екстремального критерію міцності (3.14).

Для визначення іншого невідомого параметра – кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії застосовується формула (4.4), одержана з прийнятої умови про паралельність площин дії зовнішніх та внутрішніх зусиль.

Таким чином, сукупність прийнятих передумов та положень дозволяє отримати необхідні залежності для визначення всіх невідомих параметрів при моделюванні НДС косозігнутих залізобетонних елементів. При цьому слід мати на увазі, що залежно від значення окремих параметрів, котрі входять до рівнянь (4.13) – (4.14) положення нейтральної лінії, а отже і форма стиснутої зони бетону може змінюватись. Тому для використання розглянутої методики розрахунку на практиці необхідно отримати розрахункові формули для різних випадків форм стиснутої зони бетону в нормальному перерізі елемента таврового профілю.

#### **4.4 Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів таврового перерізу за нелінійною деформаційною моделлю**

Задача розрахунку міцності косозігнутих залізобетонних елементів таврового профілю за нелінійною деформаційною моделлю розглядається на прикладі перерізу з трикутною формою стиснутої зони бетону. Для розв'язання поставленої задачі вихідними величинами приймаються: розміри перерізу елемента, площа поперечного перерізу арматури  $A_s$ , кут  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини до вертикальної осі симетрії перерізу (рис.4.4), характеристики бетону  $f_{cd}$ ,  $E_{cd}$ ,  $\varepsilon_{c1,cd}$  та арматури  $f_{yd}$ ,  $E_s$ , закони розподілу напружень в бетоні стиснутої зони та арматурі.

Невідомими величинами вважаються: граничні значення деформації  $\varepsilon_{c(1)}$  в бетоні на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії точки і відповідні їм значення напружень в бетоні  $\sigma_{c(1)}$ , значення деформацій в арматурі  $\varepsilon_s$  та відповідні їм значення напружень  $\sigma_s$ , висота стиснутої зони



$X$ , кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу, граничний внутрішній згинальний момент  $M_{Rd,Y}$ , котрий може бути сприйнятий ЗБЕ при його руйнуванні.

З метою спрощення виведення розрахункових формул задача розв'язується для випадку, коли напруження в арматурі розтягнутої зони досягають значень  $\sigma_s = f_{yd}$ . При цьому сумарна площа розтягнутої арматури розглядається зосередженою в точці прикладання рівнодійної зусиль від дискретно розташованих по перерізу розтягнутих стержнях, що є можливим на основі даних досліджень [77].

Ураховуючи вище викладене спрощення переріз розглядається як тавровий одиночно армований з трикутною формою стиснутої зони при деформаціях  $\varepsilon_s$  та напруженнях  $\sigma_s = f_{yd}$  в розтягнутій арматурі, а також граничних значеннях деформацій (рівня деформацій)  $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu}$  ( $\eta_{c(1)} = \eta_u$ ) і напруженнях  $\sigma_{c(1)}$  у бетоні на рівні найбільш віддаленої від нейтральної осі точки.

Відповідно до поставленої задачі розрахунковими параметрами стосовно прийнятої схеми (рис. 4.4) стану ЗБЕ в момент сприймання ним максимального значення згинального моменту будуть:

$X$  – висота стиснутої зони перерізу;

$\varepsilon_{cu}$  ( $\eta_u$ ) – граничні значення відносних деформацій (рівня деформацій) в бетоні стиснутої зони на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії фібри перерізу;

$\theta$  – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу;

$M_{Rd,Y}$  – максимальне значення внутрішнього моменту в площині координатної вісі  $Y$ .

Для виведення розрахункових формул використовуються основні рівняння рівноваги (4.13) – (4.14) та передумови 4.3.1 до них.

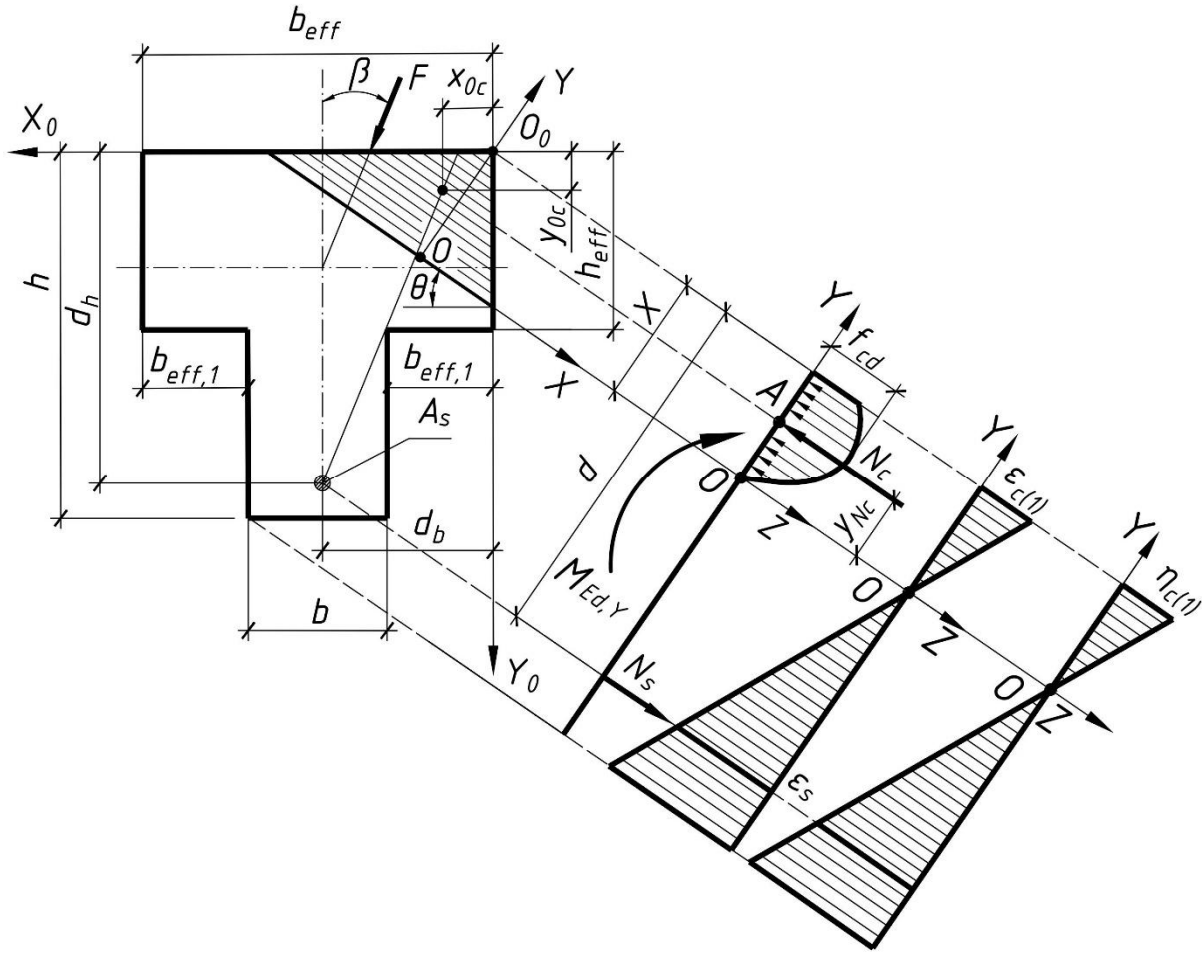


Рисунок 4.4 – Розрахункова схема визначення міцності нормального перерізу косозігнутого ЗБЕ таврового профілю з трикутною формою стиснутої зони

Ураховуючи викладені вище спрощення, розрахункові рівняння рівноваги в площині координатної осі  $Y$  перпендикулярної до нейтральної лінії записані у вигляді:

$$\sum Z = N_s - N_c = 0; \quad (4.27)$$

$$\sum M_A = M_{Rd,Y} - M_{Ed,Y} = 0, \quad (4.28)$$

де

$$M_{Rd,Y} = N_s (d - X + y_{N_c}). \quad (4.29)$$

Спочатку, для виведення шуканих залежностей, були отримані вирази рівнодійної  $N_c$  в (4.27), а також відстань  $y_{N_c}$  від нейтральної лінії до точки прикладання  $N_c$  у (4.28). При цьому використана функція (4.24).

Ці остаточні вирази для трикутної форми стиснутої зони перерізу (рис.4.4) мають такий вигляд:

$$N_c = \int_0^X \int_{x_1}^{x_2} \frac{f_{cm} \eta_{c(1)} y (kX - \eta_{c(1)} y)}{(X + (k-2)\eta_{c(1)} y) X} dx dy = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \omega_1; \quad (4.30)$$

$$y_{Nc} = \frac{S_c}{N_c} = X \frac{\varphi_1}{\omega_1}; \quad (4.31)$$

$$S_c = \int_0^X \int_{x_1}^{x_2} \frac{f_{cm} \eta_{c(1)} y (kX - \eta_{c(1)} y)}{(X + (k-2)\eta_{c(1)} y) X} y dx dy = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta} \varphi_1, \quad (4.32)$$

де  $x_1 = (y - X) / \operatorname{tg} \theta$ ;  $x_2 = (X - y) \operatorname{tg} \theta$  – відповідно рівняння сторін трикутної стиснутої зони перерізу в системі координат  $YOX$ .

У (4.30) – (4.32)  $\omega_1$  і  $\varphi_1/\omega_1$  – відповідно коефіцієнти повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони та відносного значення координати прикладання зусилля  $N_c$  для випадку трикутної форми стиснутої зони. У результаті інтегрування для загального випадку ( $k \neq 2$ ) отримано, що

$$\omega_1 = \frac{(k-1)^2 (c(c-2 \ln c) - 1)}{(k-2)^4 \eta_{c(1)}^2} - \frac{1}{3} \frac{\eta_{c(1)}}{(k-2)}, k \neq 2; \quad (4.33)$$

$$\varphi_1 = \frac{(k-1)^2 (1 - c^2 + 2c \ln c)}{(k-2)^5 \eta_{c(1)}^3} - \frac{c - 2(k-1)^2 - 1}{6(k-2)^2}, k \neq 2, \quad (4.34)$$

де  $c = 1 + \eta_{c(1)} (k - 2)$ .

У випадку, коли  $k = 2$  формули (4.33) та (4.34) значно спрощуються до таких залежностей:

$$\omega_1 = \frac{\eta_{c(1)}}{6} (4 - \eta_{c(1)}), k = 2; \quad (4.35)$$

$$\varphi_1 = \frac{\eta_{c(1)}}{30} (10 - 3\eta_{c(1)}), k = 2. \quad (4.36)$$

Вирази (4.30) – (4.31) для розглядуваного випадку стиснутої зони, після підстановки їх у рівняння рівноваги (4.27) та (4.28), дозволяють останні привести до вигляду:

$$f_{yd} A_s = f_{cd} X^2 \omega_1 / \sin 2\theta \quad (4.37)$$

$$M_{Ed,Y} = M_{Rd,Y} = f_{yd} A_s \left( d - \frac{\omega_1 - \varphi_1}{\sqrt{\omega_1^3}} \sqrt{\frac{f_{yd} A_s \sin 2\theta}{f_{cd}}} \right); \quad (4.38)$$

де  $d$  – робоча висота перерізу (рис. 4.4)

$$d = d_b \sin \theta + d_h \cos \theta. \quad (4.39)$$

Як показує аналіз (4.16) та (4.17), для визначення невідомих  $M_{Rd,Y}$  (граничного значення внутрішнього моменту в площині координатної осі  $Y$ ),  $X$  (висоти стиснутої зони),  $\theta$  (кута нахилу нейтральної лінії) та величини  $\eta_u$  (відносного граничного значення деформацій бетону на стиск) необхідно мати ще дві додаткові залежності. Ці залежності повинні давати змогу обчислювати рівень відносних деформацій бетону на стиск  $\eta_u$  та кут  $\theta$ .

Деформації  $\eta_u$  слід визначати на основі застосування екстремального критерію міцності нормального перерізу (3.5). Для перерізів залізобетонних елементів з трикутною формою стиснутої зони бетону значення деформацій  $\eta_u$  отримуються з графіків, наведених на рисунку 3.8.

Для одержання залежності  $\theta = f(\beta)$ , за допомогою якої можна обчислити кут нахилу нейтральної лінії  $\theta$ , застосована умова про паралельність площин дії внутрішнього  $M_{Rd,\beta}$  та зовнішнього  $M_{Ed,\beta}$  моментів (4.1). Відповідно до цієї умови в системі координат  $X_0 O_0 Y_0$  (рис. 4.4) справедливим є співвідношення

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d_b - x_{0c}}{d_h - y_{0c}}, \quad (4.40)$$

де  $d_b$ ,  $d_h$  – робочі висоти відповідно в напрямку осей  $X_0$  і  $Y_0$  поперечного перерізу косозігнутого ЗБЕ;

$x_{0c}$ ,  $y_{0c}$  – координати точки прикладання рівнодійної в бетоні стиснутої зони в системі координат  $X_0 O_0 Y_0$ , обчислення яких можна здійснити за наступними формулами:

$$x_{0c} = S_{Y_0} / N_c; \quad (4.41)$$

$$y_{0c} = S_{X_0} / N_c, \quad (4.42)$$

в яких  $S_{Y_0}$ ,  $S_{X_0}$  – статичні моменти об'ємних фігур розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осей  $Y_0$  і  $X_0$  відповідно.

Ураховуючи що, як свідчать роботи [30] та [77], кут нахилу нейтральної лінії практично не залежить від характеристики  $K$ , легко отримати формулу для обчислення кута  $\theta$ . Для цього з метою спрощення алгебраїчних перетворень прийнято  $k = 2$ . Тоді рівнодійна зусиль у стиснутій зоні бетону (рис. 4.4) з використанням (4.26)

$$N_c = \int_0^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0\sin\theta}{\cos\theta}} \sigma_c dy_0 = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \frac{\eta_{c(1)}}{6} (4 - \eta_m) = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \omega_1, \quad (4.43)$$

а статичні моменти

$$S_{Y_0} = \int_0^{\frac{X}{\sin\theta}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0\sin\theta}{\cos\theta}} \sigma_c dy_0 = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \frac{X}{\sin\theta} \frac{\eta_{c(1)} (5 - \eta_{c(1)})}{30} = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \frac{X}{\sin\theta} \varphi_{1,X_0} \quad (4.44)$$

$$S_{X_0} = \int_0^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0\sin\theta}{\cos\theta}} \sigma_c y_0 dy_0 = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \frac{X}{\cos\theta} \frac{\eta_{c(1)} (5 - \eta_{c(1)})}{30} = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \frac{X}{\cos\theta} \varphi_{1,Y_0} \quad (4.45)$$

Після підстановки (4.43) – (4.45) в (4.41) і (4.42) отримано, що координати точки прикладання зусилля  $N_c$

$$y_0 = \frac{X}{\cos\theta} \frac{\varphi_{1,Y_0}}{\omega_1}, \quad (4.46)$$

$$x_0 = \frac{X}{\sin\theta} \frac{\varphi_{1,X_0}}{\omega_1}. \quad (4.47)$$

З (4.37) отримано, що висота стиснутої зони

$$X = \sqrt{\frac{A_c \sin 2\theta}{\omega_1}}, \quad (4.48)$$

де  $A_c = A_s f_{yd} / f_{cd}$ .

З використанням виразу (4.48) із (4.46) та (4.47) формули обчислення координат прикладання рівнодійної в стиснутій зоні приведені до вигляду

$$y_0 = \psi_1 \sqrt{2A_c \operatorname{tg} \theta}; \quad (4.49)$$

$$x_0 = \psi_1 \sqrt{2A_c \operatorname{ctg} \theta}, \quad (4.50)$$

що дає можливість після їх підстановки у (4.40) отримати рівняння

$$\psi_1 \sqrt{2A_c} \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta + (d_b - d_h \operatorname{tg} \beta) \sqrt{\operatorname{tg} \theta} - \psi_1 \sqrt{2A_c} = 0 \quad (4.51)$$

де

$$\psi_1 = \frac{\varphi_{1,x0}}{\omega_1 \sqrt{\omega_1}}, \quad \varphi_{1,x0} = \varphi_{1,y0}. \quad (4.52)$$

Залежністю (4.52) у вище отриманих формулах враховується вплив пластичних деформацій бетону на кут нахилу нейтральної лінії.

Після виконання відповідних алгебраїчних перетворень розв'язок (4.51) відносно  $\operatorname{tg} \theta$  дав формулу обчислення кута  $\theta$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\left( \sqrt{a^2 + 8A_c \psi_1^2 \operatorname{tg} \beta} - a \right)^2}{8A_c \psi_1^2 \operatorname{tg}^2 \beta}, \quad (4.53)$$

де  $a$  – відстань від найбільш стиснутого ребра до точки перетину верхньої грані перерізу балки з силовою площиною моменту від дії внутрішніх сил

$$a = d_b - d_h \operatorname{tg} \beta. \quad (4.54)$$

#### **4.5 Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів таврового перерізу за спрощеною деформаційною моделлю**

З метою спрощення розрахункових залежностей та отримання аналітичних формул для виконання розрахунків міцності косозігнутих ЗБЕ

з різними формами стиснутої зони бетону може застосовуватися спрощена деформаційна модель.

Спрощена деформаційна модель ґрунтується на загальних передумовах розрахунку (4.3.1), при цьому для опису розподілу напружень в стиснутій зоні бетону в складі ЗБЕ застосовується прямокутна епюра (рис. 4.5), а в якості критерію міцності приймається деформаційний критерій за залежністю

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd} \cdot \quad (4.55)$$

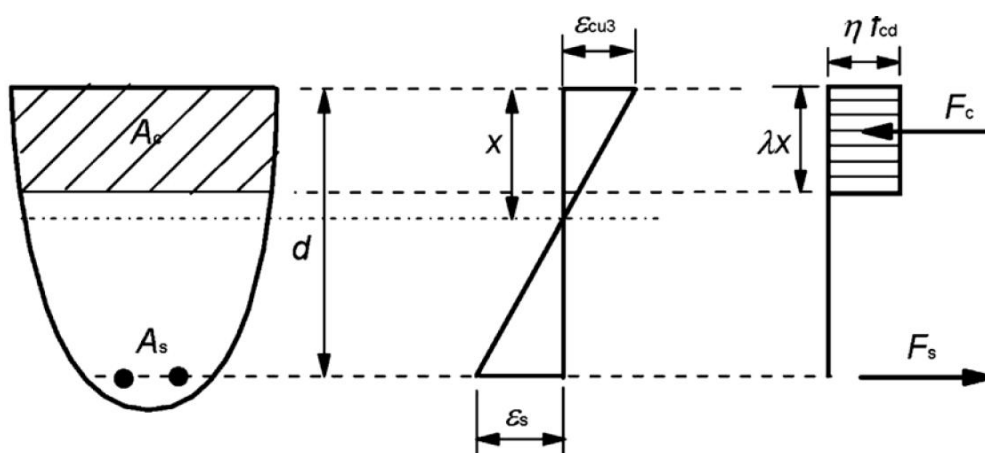


Рисунок 4.5 – Прямокутний характер розподілу напружень

Коефіцієнт  $\lambda$ , що визначає фактичну висоту стиснутої зони, і коефіцієнт  $\eta$ , що визначає фактичну міцність, згідно з 3.1.7 [11] приймають так:

$$\lambda = 0,8 \quad \text{при} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ МПа}; \quad (4.56)$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400 \quad \text{при} \quad 50 \leq f_{ck} \leq 90 \text{ МПа}; \quad (4.57)$$

$$\eta = 1,0 \quad \text{при} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ МПа} \quad (4.58)$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50) / 200 \quad \text{при} \quad 50 \leq f_{ck} \leq 90 \text{ МПа}. \quad (4.59)$$

Якщо ширина стиснутої зони зменшується у напрямі найбільш стиснутого волокна, що є характерним при косому згинанні, то значення  $\eta f_{cd}$  необхідно зменшувати на 10 %.

#### 4.5.1 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону (1-й випадок)

При розв'язанні задачі визначення міцності косозігнутого залізобетонного елемента таврового профілю за спрощеною деформаційною моделлю вихідними величинами приймаються: розміри нормального перерізу елемента; площа поперечного перерізу арматури  $A_s$ ; характеристики бетону  $f_{cd}$ ,  $E_{cd}$ ,  $\varepsilon_{c1,cd}$  та арматури  $f_{yd}$ ,  $E_s$ ; кут  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини до вертикальної осі симетрії перерізу. За розрахунковий приймається нормальний переріз із трапецієподібною формою стиснутої зони бетону на ділянці чистого косої згинання (рис. 4.6).

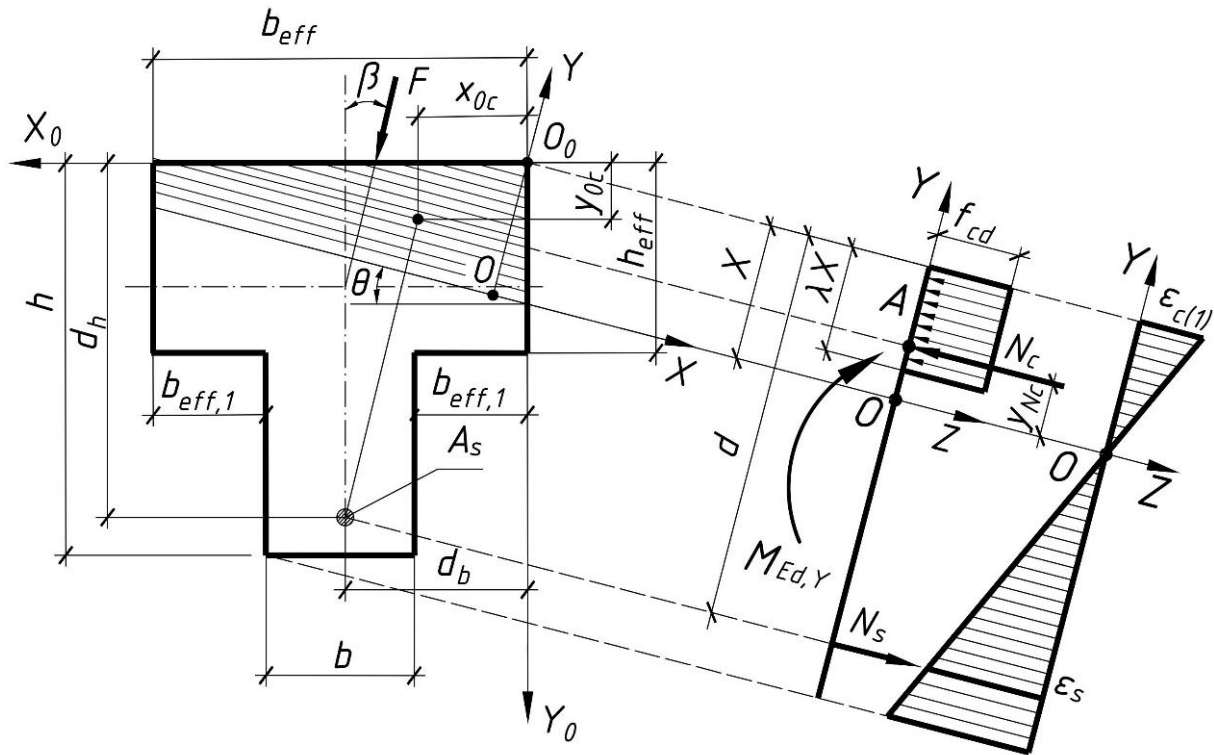


Рисунок 4.6 – Розрахункова схема для розрахунку міцності в нормальному перерізі косозігнутої залізобетонної балки при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (1-й випадок)

До невідомих величин віднесені: значення деформацій  $\varepsilon_{c(1)}$  в бетоні на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії точки, значення деформацій  $\varepsilon_s$  та напружень  $\sigma_s$  в арматурі, висота стиснутої зони  $X$ , кут  $\theta$  нахилу



нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу, максимальне значення внутрішнього моменту  $M_{Rd,Y}$  при згинанні.

#### 4.5.1.1 Розрахункові рівняння рівноваги

Загальні рівняння рівноваги для розглядуваної розрахункової схеми (рис. 4.6) матимуть вигляд (4.27) – (4.28).

Для одержання необхідних розрахункових формул спочатку були отримані вирази рівнодійної  $N_c$  в (4.27), а також відстані від нейтральної лінії до точки прикладання  $N_c$  в (4.28). Шукані вирази для трапецієподібної форми стиснутої зони перерізу (рис.4.6) отримані у такому вигляді:

$$N_c = \frac{\eta f_{cd} b_{eff}}{\cos \theta} \left( \lambda X - \frac{b_{eff} \sin \theta}{2} \right); \quad (4.60)$$

$$y_{N_c} = \frac{3X^2 (2\lambda - \lambda^2) - b_{eff} \sin \theta (3X - b_{eff} \sin \theta)}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}. \quad (4.61)$$

Оскільки задача розв'язується для випадку, коли напруження в арматурі розтягнутої зони досягають значень  $\sigma_s = f_{yd}$ , то рівнодійна зусиль в розтягнутій арматурі визначається за залежністю

$$N_s = f_{yd} A_s. \quad (4.62)$$

Після підстановки (4.60) – (4.62) в (4.27) – (4.28) для трапецієподібної форми стиснутої зони (1-й випадок) отримані формули для визначення висоти  $X$  стиснутої зони бетону та граничного значення моменту  $M_{Rd,Y}$  в площині координатної осі  $Y$ :

$$X = \frac{f_{yd} A_s \cos \theta}{\eta f_{cd} \lambda b_{eff}} + \frac{b_{eff} \sin \theta}{2\lambda}; \quad (4.63)$$

$$M_{Ed,Y} = M_{Rd,Y} = f_{yd} A_s \left( d - \frac{3\lambda^2 X^2 - b_{eff}^2 \sin^2 \theta}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)} \right), \quad (4.64)$$

де  $d$  – робоча висота перерізу за (4.39).

#### 4.5.1.2 Кут нахилу нейтральної лінії

Залежність  $\theta = f(\beta)$  для визначення кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії можна отримати, використовуючи умову про паралельність площин дії внутрішнього  $M_{Rd,\beta}$  та зовнішнього  $M_{Ed,\beta}$  моментів (п. 4.6). Співвідношення (4.40) є справедливим для прийнятої розрахункової схеми (рис. 4.6). Координати точки прикладання зусилля  $N_c$  обчислюються за формулами:

$$x_{0,c} = \frac{b_{eff} (3\lambda X - 2b_{eff} \sin \theta)}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}; \quad (4.65)$$

$$y_{0,c} = \frac{3\lambda^2 X^2 - 3\lambda X b_{eff} \sin \theta + b_{eff}^2 \sin^2 \theta}{3 \cos \theta (2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}. \quad (4.66)$$

Після підстановки (4.63) в (4.65) та (4.66) отримано, що формули обчислення координат прикладання рівнодійної зусиль в стиснутій зоні набувають вигляду

$$x_{0,c} = \frac{b_{eff}}{2} - \frac{b_{eff}^3 \operatorname{tg} \theta}{12A_c}, \quad (4.67)$$

$$y_{0,c} = \frac{A_c}{2b_{eff}} + \frac{b_{eff}^3 \operatorname{tg}^2 \theta}{24A_c}, \quad (4.68)$$

де

$$A_c = \frac{f_{yd} A_s}{\eta f_{cd}}. \quad (4.69)$$

Підстановка (4.67) та (4.68) у вихідну формулу (4.40) дає можливість отримати рівняння, розв'язком якого відносно  $\operatorname{tg} \theta$  буде формула, що дозволяє обчислювати кут  $\theta$  залежно від кута  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини

$$\operatorname{tg} \theta = -\operatorname{ctg} \beta + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \beta - \frac{24tA_c \operatorname{ctg} \beta}{b_{eff}^3}}, \quad (4.70)$$

$$\text{де } t = d_b - d_h \operatorname{tg} \beta + \frac{A_c \operatorname{tg} \beta - b_{\text{eff}}^2}{2b_{\text{eff}}}.$$

#### 4.5.2 Елементи з трикутною формою стиснутої зони бетону (2-й випадок)

При розв'язанні поставленої задачі за вихідні дані та невідомі прийняті ті ж величини, що і при розв'язанні попередньої (п. 4.5.1). При цьому за розрахунковий приймається нормальний переріз із трикутною формою стиснутої зони бетону на ділянці чистого косоного згинання (рис. 4.7).

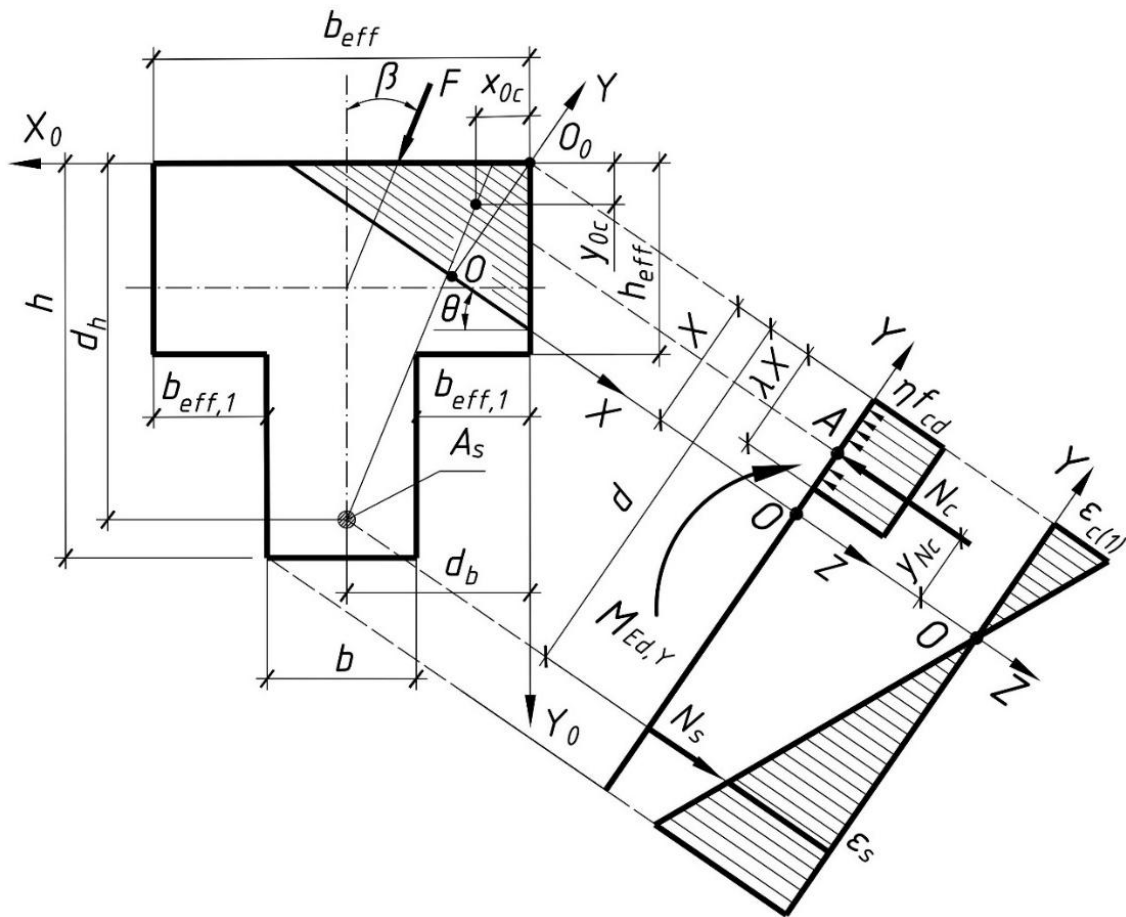


Рисунок 4.7 – Розрахункова схема для розрахунку міцності в нормальному перерізі косозігнутої залізобетонної балки при трикутній формі стиснутої зони бетону (2-й випадок)

### 4.5.2.1 Розрахункові рівняння рівноваги

Загальні рівняння рівноваги для розглядуваної розрахункової схеми (рис. 4.7) матимуть вигляд (4.27) – (4.28).

Шукані вирази рівнодійної  $N_c$  в (4.27), а також відстані від нейтральної лінії до точки прикладання  $N_c$  в (4.28) для трикутної форми стиснутої зони перерізу (рис.4.7) набувають такого вигляду:

$$N_c = \frac{\eta f_{cd} \lambda^2 X^2}{\sin 2\theta}; \quad (4.71)$$

$$y_{N_c} = \frac{X(3-2\lambda)}{3} \quad (4.72)$$

Оскільки задача розв'язується для випадку, коли напруження в арматурі розтягнутої зони досягають значень  $\sigma_s = f_{yd}$ , то рівнодійна зусиль в розтягнутій арматурі визначається за залежністю (4.62).

Після підстановки (4.71) – (4.72) в (4.27) – (4.28) для трикутної форми стиснутої зони отримані формули для визначення висоти  $X$  стиснутої зони бетону та граничного значення моменту  $M_{Rd,Y}$  в площині координатної вісі  $Y$ :

$$X = \sqrt{\frac{f_{yd} A_s \sin 2\theta}{\eta f_{cd} \lambda^2}}; \quad (4.73)$$

$$M_{Ed,Y} = M_{Rd,Y} = f_{yd} A_s \left( d - \frac{2\lambda X}{3} \right), \quad (4.74)$$

де  $d$  – робоча висота перерізу за (4.39).

### 4.5.2.2 Кут нахилу нейтральної лінії

Для визначення кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії застосовується співвідношення (4.40). Координати точки прикладання зусилля  $N_c$  при

трикутній формі стиснутої зони бетону (2-й випадок) обчислюються за формулами:

$$x_{0,c} = \frac{\lambda X}{3 \sin \theta}; \quad (4.75)$$

$$y_{0,c} = \frac{\lambda X}{3 \cos \theta}. \quad (4.76)$$

Після підстановки (4.73) в (4.75) та (4.76) отримано, що формули обчислення координат прикладання рівнодійної зусиль в стиснутій зоні набувають вигляду:

$$x_{0,c} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2A_c}{\operatorname{tg} \theta}}; \quad (4.77)$$

$$y_{0,c} = \frac{1}{3} \sqrt{2A_c \operatorname{tg} \theta}, \quad (4.78)$$

де  $A_c$  – визначається за (4.69).

Підстановка (4.77) та (4.78) у вихідну формулу (4.40) дала можливість отримати формулу, що дозволяє обчислювати кут  $\theta$  залежно від кута  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини для трикутної форми стиснутої зони бетону

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\left( \sqrt{c^2 + 8A_c \operatorname{tg} \beta} - c \right)^2}{8A_c \operatorname{tg}^2 \beta} \quad (4.79)$$

де  $c = 3d_b - 3d_h \operatorname{tg} \beta$ .

### **4.5.3 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону (3-й випадок)**

Розв'язання поставленої задачі здійснюється за аналогією до попередніх (п. 4.5.1 та 4.5.2). За розрахунковий приймається нормальний

переріз із трапецієподібною формою стиснутої зони бетону на ділянці чистого косого згинання (рис. 4.8).

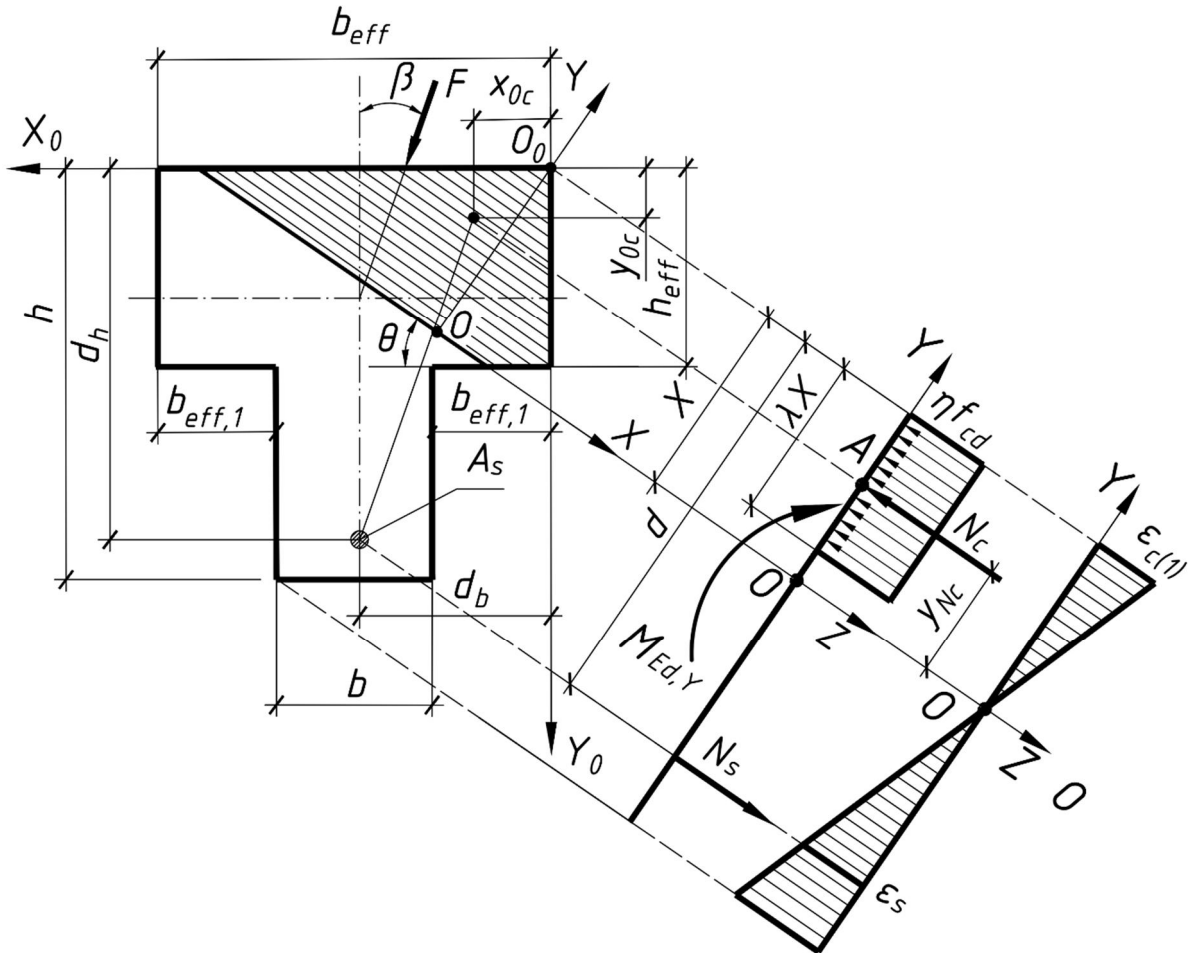


Рисунок 4.8 – Розрахункова схема для розрахунку міцності в нормальному перерізі косозігнутої залізобетонної балки при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (3-й випадок)

#### 4.5.3.1 Розрахункові рівняння рівноваги

Загальні рівняння рівноваги для розглядуваної розрахункової схеми (рис. 4.8) матимуть вигляд (4.27) – (4.28).

Вирази для рівнодійної  $N_c$  та відстані від нейтральної лінії до точки прикладання  $N_c$  в (4.28) при трапецієподібній формі стиснутої зони перерізу (3-й випадок) (рис.4.8) отримані у такому вигляді:

$$N_c = \frac{\eta f_{cd} h_{eff}}{\sin \theta} \left( \lambda X - \frac{h_{eff} \cos \theta}{2} \right); \quad (4.80)$$

$$y_{N_c} = \frac{3X^2 (2\lambda - \lambda^2) - h_{eff} \cos \theta (3X - h_{eff} \cos \theta)}{3(2\lambda X - h_{eff} \cos \theta)} \quad (4.81)$$

Рівнодійна зусиль в розтягнутій арматурі визначається за залежністю (4.62).

Після підстановки (4.62) та (4.80) – (4.81) в (4.27) – (4.28) для трапецієподібної форми стиснутої зони (3-й випадок) отримані формули для визначення висоти  $X$  стиснутої зони бетону та граничного значення моменту  $M_{Rd,Y}$  в площині координатної осі  $Y$ :

$$X = \frac{f_{yd} A_s \sin \theta}{\eta f_{cd} \lambda h_{eff}} + \frac{h_{eff} \cos \theta}{2\lambda}; \quad (4.82)$$

$$M_{Ed,Y} = M_{Rd,Y} = f_{yd} A_s \left( d - \frac{3\lambda^2 X^2 - h_{eff}^2 \cos^2 \theta}{3(2\lambda X - h_{eff} \cos \theta)} \right), \quad (4.83)$$

де  $d$  – робоча висота перерізу за (4.39).

#### 4.5.3.2 Кут нахилу нейтральної лінії

Для визначення кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії застосовано співвідношення (4.40), яке є справедливим для прийнятої розрахункової схеми (рис. 4.8). Координати точки прикладання зусилля  $N_c$  при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (3-й випадок) обчислюються за формулами:

$$x_{0,c} = \frac{3\lambda^2 X^2 - 3\lambda X h_{eff} \cos \theta + h_{eff}^2 \cos^2 \theta}{3 \sin \theta (2\lambda X - h_{eff} \cos \theta)}; \quad (4.84)$$

$$y_{0,c} = \frac{h_{eff} (3\lambda X - 2h_{eff} \cos \theta)}{3(2\lambda X - h_{eff} \cos \theta)}. \quad (4.85)$$

Після підстановки (4.82) в (4.84) та (4.85) отримано, що формули обчислення координат прикладання рівнодійної зусиль в стиснутій зоні набули вигляду

$$x_{0,c} = \frac{A_c}{2h_{eff}} + \frac{h_{eff}^3 \operatorname{ctg}^2 \theta}{24A_c} \quad (4.86)$$

$$y_{0,c} = \frac{h_{eff}}{2} - \frac{h_{eff}^3 \operatorname{ctg} \theta}{12A_c} \quad (4.87)$$

де  $A_c$  – визначається за (4.69).

Підстановка (4.86) та (4.87) у вихідну формулу (4.40) дала можливість отримати формулу, що дозволяє обчислювати кут  $\theta$  залежно від кута  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (3-й випадок)

$$\operatorname{ctg} \theta = -\operatorname{tg} \beta + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + \frac{24mA_c}{h_{eff}^3}} \quad (4.88)$$

$$\text{де } m = d_b - d_h \operatorname{tg} \beta + \frac{h_{eff}^2 \operatorname{tg} \beta - A_c}{2h_{eff}}.$$

#### 4.5.4 Елементи з п'ятикутною формою стиснутої зони бетону

(4-й випадок)

За розрахунковий приймається нормальний переріз із п'ятикутною формою стиснутої зони бетону на ділянці чистого косоного згинання (рис. 4.9).



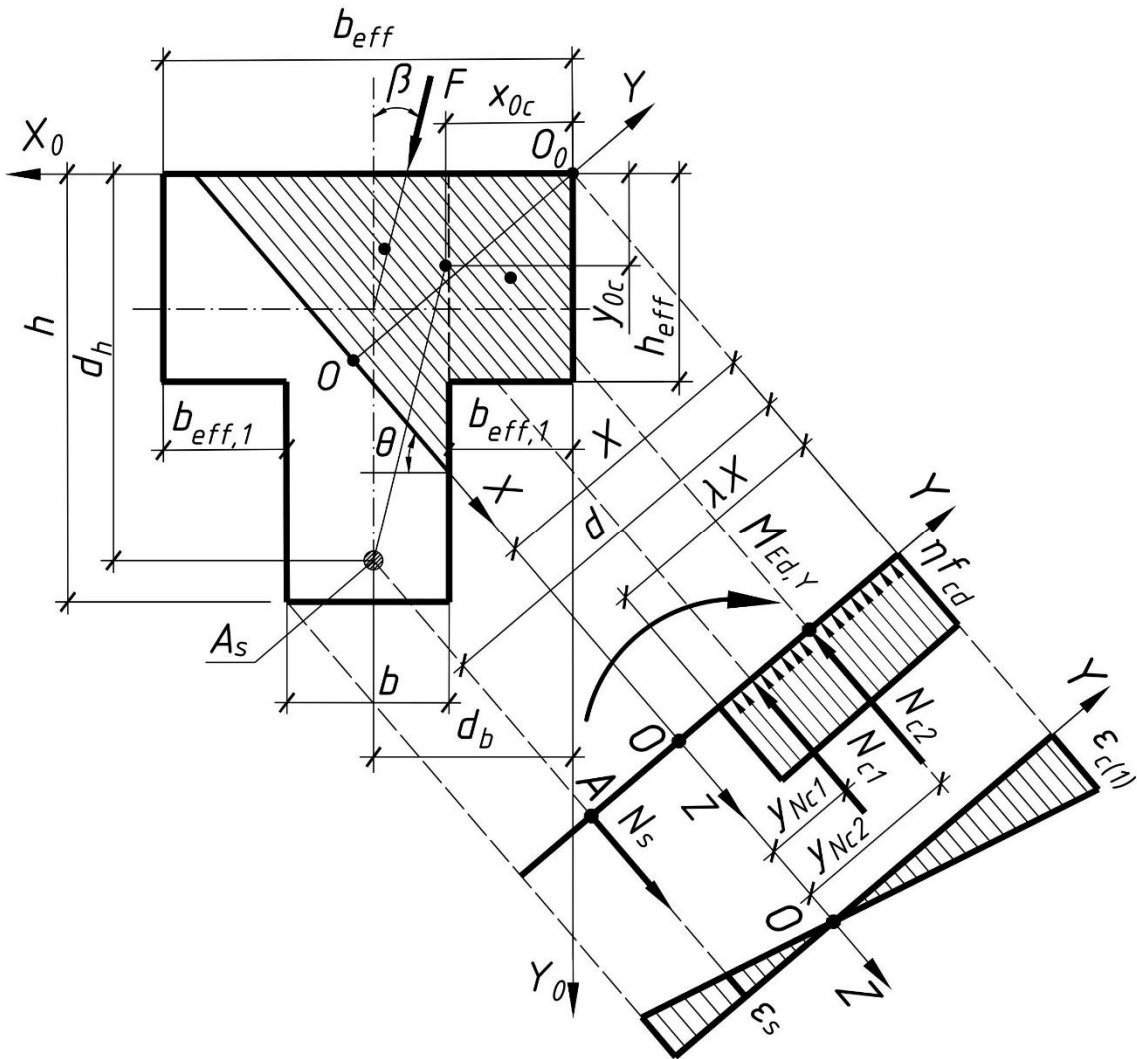


Рисунок 4.9 – Розрахункова схема для розрахунку міцності в нормальному перерізі косозігнутої залізобетонної балки при п'ятикутній формі стиснутої зони бетону (4-й випадок)

#### 4.5.4.1 Розрахункові рівняння рівноваги

З метою спрощення розрахункових залежностей стиснута зона п'ятикутної форми умовно розбивається на дві частини: трикутну та прямокутну (котра являє собою звис стиснутої полиці). Загальні рівняння рівноваги в такому випадку для розглядуваної розрахункової схеми (рис. 4.9) матимуть наступний вигляд:

$$\sum Z = N_s - N_{c1} - N_{c2} = 0; \quad (4.89)$$

$$\sum M_A = M_{Rd,Y} - M_{Ed,Y} = 0, \quad (4.90)$$

де

$$M_{Rd,Y} = N_{c1} (d - X + y_{N_{c1}}) + N_{c2} (d - X + y_{N_{c2}}). \quad (4.91)$$

$N_{c1}, N_{c2}$  – рівнодійні зусиль в межах трикутної та прямокутної частин стиснутої зони бетону відповідно;

$y_{N_{c1}}, y_{N_{c2}}$  – відстані від нейтральної лінії до точки прикладання рівнодійних  $N_{c1}, N_{c2}$  відповідно.

Вирази рівнодійних  $N_{c1}, N_{c2}$  та відстаней від нейтральної лінії до точок їх прикладання для п'ятикутної (трикутної та прямокутної) форми стиснутої зони перерізу (рис.4.9) отримані у такому вигляді:

$$N_{c1} = \eta f_{cd} A_{c1} = \frac{\eta f_{cd}}{2} \left( \frac{\lambda X}{\sin \theta} - b_{eff,1} \right) \left( \frac{\lambda X}{\cos \theta} - b_{eff,1} \operatorname{tg} \theta \right); \quad (4.92)$$

$$N_{c2} = \eta f_{cd} A_{c2} = \eta f_{cd} b_{eff,1} h_{eff}; \quad (4.93)$$

$$y_{N_{c1}} = \frac{X(3 - 2\lambda) - b_{eff,1} \sin \theta}{3}; \quad (4.94)$$

$$y_{N_{c2}} = X - \frac{h_{eff} \cos \theta + b_{eff,1} \sin \theta}{2}, \quad (4.95)$$

де  $A_{c1}, A_{c2}$  – площі відповідно трикутної та прямокутної частин умовної стиснутої зони (в межах якої епюра напружень в бетоні приймається прямокутною).

Оскільки задача розв'язується для випадку, коли напруження в арматурі розтягнутої зони досягають значень  $\sigma_s = f_{yd}$ , то рівнодійна зусиль в розтягнутій арматурі визначається за залежністю (4.62).

Після підстановки (4.92) – (4.95) в (4.89) – (4.90) для п'ятикутної форми стиснутої зони отримані формули для визначення висоти  $X$  стиснутої зони бетону та граничного значення моменту  $M_{Rd,Y}$  в площині координатної вісі  $Y$ :

$$X = \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{\lambda} + \frac{\sqrt{A_{c1} \sin 2\theta}}{\lambda}; \quad (4.96)$$

$$M_{Ed,Y} = M_{Rd,Y} = N_{c1} \left( d - \frac{2\lambda X + b_{eff,1} \sin \theta}{3} \right) + N_{c2} \left( d - \frac{h_{eff} \cos \theta + b_{eff,1} \sin \theta}{2} \right), \quad (4.97)$$

де

$$A_{c1} = A_c - A_{c2} \quad (4.98)$$

$$A_{c2} = b_{eff,1} h_{eff} \quad (4.99)$$

$A_c$  – визначається за (4.69);

$d$  – робоча висота перерізу за (4.39).

#### 4.5.4.2 Кут нахилу нейтральної лінії

Шукану залежність  $\theta = f(\beta)$  для визначення кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії можна отримати, використовуючи умову про паралельність площин дії внутрішнього  $M_{Rd,\beta}$  та зовнішнього  $M_{Ed,\beta}$  моментів (п. 4.5). Співвідношення (4.40) для прийнятої розрахункової схеми (рис. 4.9) записано у вигляді:

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{S_{1,xs} + S_{2,xs}}{S_{1,ys} + S_{2,ys}}, \quad (4.100)$$

де  $S_{1,xs}$ ,  $S_{1,ys}$  – статичні моменти трикутної ( $A_{c1}$ ) частини площі стиснутої зони відносно осей ( $X_s$ ,  $Y_s$ ), що проходять через точку прикладання рівнодійної зусиль в розтягнутій зоні, відповідно;

$S_{1,ys}$ ,  $S_{2,ys}$  – статичні моменти прямокутної ( $A_{c2}$ ) частини площі стиснутої зони відносно осей ( $X_s$ ,  $Y_s$ ), що проходять через точку прикладання рівнодійної зусиль в розтягнутій зоні, відповідно.

Статичні моменти площі обчислюються за формулами:

$$S_{1,xs} = A_{c1} \left( d_h - \frac{\lambda x_1}{3} \right); \quad (4.101)$$

$$S_{2,xs} = A_{c2} \left( d_h - \frac{h_{eff}}{2} \right); \quad (4.102)$$

$$S_{1,ys} = A_{c1} \left( d_b - b_{eff,1} - \frac{2A_c}{\lambda x_1} \right); \quad (4.103)$$

$$S_{2,ys} = A_{c2} \left( d_b - \frac{b_{eff,1}}{2} \right), \quad (4.104)$$

де

$A_{c1}, A_{c2}$  – визначаються за (4.98) та (4.99) відповідно;

$x_1$  – див. рис. 4.9.

Підстановка (4.101) – (4.104) у вихідну формулу (4.100) дала можливість отримати рівняння, розв'язком якого відносно  $\lambda x_1$  буде наступна формула

$$\lambda x_1 = -n + \sqrt{n^2 + 2A_{c1} \operatorname{ctg} \beta} \quad (4.105)$$

$$\text{де } n = 1,5 \left( \frac{S_{2,ys} \operatorname{ctg} \beta - S_{2,xs}}{A_{c1}} + (d_b - b_{eff,1}) \operatorname{ctg} \beta - d_h \right).$$

Кут  $\theta$  обчислюється за геометричною залежністю:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\lambda^2 x_1^2}{2A_{c1}}. \quad (4.106)$$

## 4.6 Випадки положення нейтральної лінії в тавровому перерізі косозігнутих залізобетонних елементів

### 4.6.1 Групи форм стиснутої зони бетону

При плоскому згинанні ( $\beta = 0^\circ$ ) в тавровому перерізі залізобетонних елементів за умови застосування прямокутного характеру розподілу напружень в бетоні стиснутої зони на умовній висоті висоті  $\lambda x$  (рис. 4.5)

можливі два випадки положення нейтральної лінії залежно від величини умовної висоти стиснутої зони:

$$\lambda x = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} b_{eff}}. \quad (4.107)$$

Якщо  $\lambda x \leq h_{eff}$ , то умовна нейтральна лінія (межа прямокутної епюри напружень) проходить в межах полички, інакше при  $\lambda x > h_{eff}$  – в межах ребра.

За умов косоного згинання кількість випадків положення нейтральної лінії в перерізі суттєво збільшується, а стиснута зона бетону може набувати 6 різних форм (табл. 4.1).

Аналіз цих форм показав, що залежно від положення умовної нейтральної лінії при плоскому згині відносно центра ваги стиснутої полички можна виділити 3 групи однорідних за способом утворення умовних форм стиснутої зони бетону:

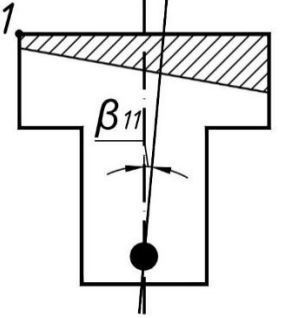
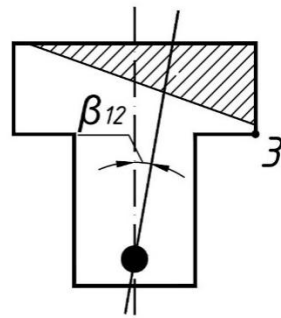
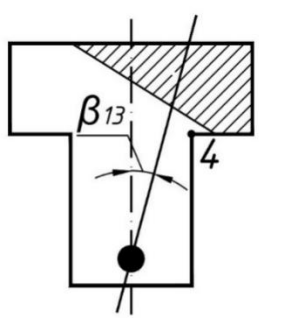
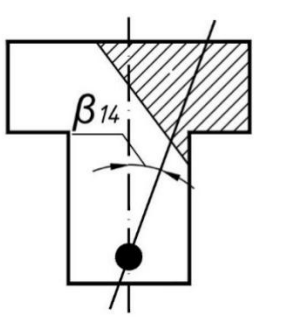
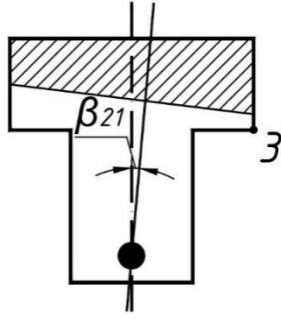
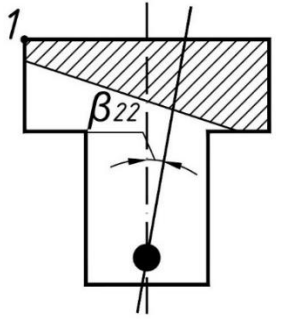
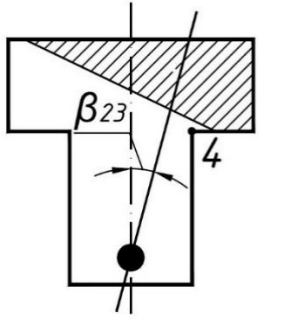
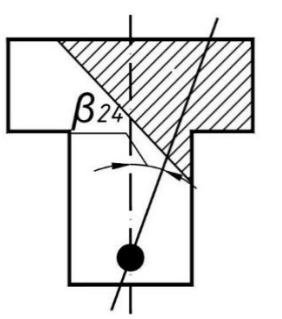
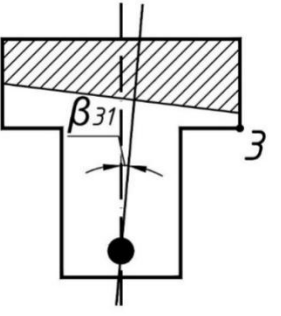
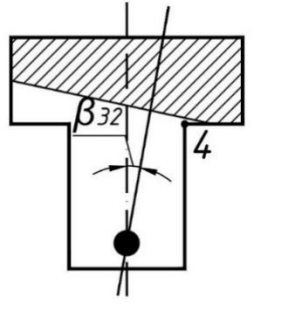
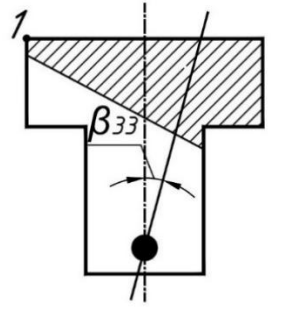
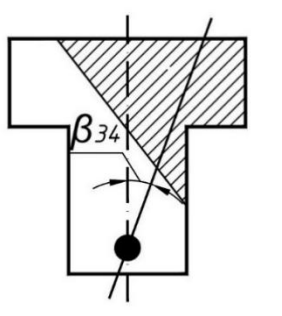
$$1 \text{ група} \quad \lambda x \leq 0,5h_{eff}; \quad (4.108)$$

$$2 \text{ група} \quad 0,5h_{eff} < \lambda x \leq 0,5h_{eff} \left( 1 + \frac{b_{eff}}{b} \right); \quad (4.109)$$

$$3 \text{ група} \quad 0,5h_{eff} \left( 1 + \frac{b_{eff}}{b} \right) < \lambda x \leq h_{eff}. \quad (4.110)$$

В кожному з трьох груп входять чотири форми умовної стиснутої зони бетону, котрі послідовно утворюються в тавровому перерізі косозігнутого елемента при поступовому збільшенні кута  $\beta$  нахилу зовнішньої силової площини за інших незмінних умов. Для кожної форми стиснутої зони відмічена точка перерізу (табл. 4.1), при переході нейтральної лінії через яку відбувається зміна розглядуваної форми на наступну за порядком утворення в групі форму.

Таблиця 4.1 – Можливі групи форм умовної стиснутої зони у тавровому перерізі косозігнутих балок

Номер групи	Форма умовної стиснутої зони			
1				
2				
3				

#### 4.6.2 Граничні випадки положення умовної нейтральної лінії для першої групи форм стиснутої зони

У першій групі форм стиснутої зони можливі 3 граничних положення умовної нейтральної лінії (табл. 4.2), які розмежовують 4 форми стиснутої зони. Для кожного граничного положення отримані вирази координат точки прикладання рівнодійної  $N_c$  напружень в стиснутій зоні бетону в системі координат  $X_0O_0Y_0$  за умови застосування прямокутного характеру розподілу напружень в бетоні стиснутої зони на умовній висоті  $\lambda x$  (рис. 4.5).

При визначенні форми стиснутої зони для конкретного випадку розрахунку використовують теорему про паралельність площин дії зовнішнього та внутрішнього згинальних моментів та дані таблиці 4.2.

Параметром для визначення форми стиснутої зони є кут  $\beta_i$  ( $i$  – номер граничного положення нейтральної лінії) між вертикаллю і площиною дії внутрішньої пари сил (рис. 4.10).

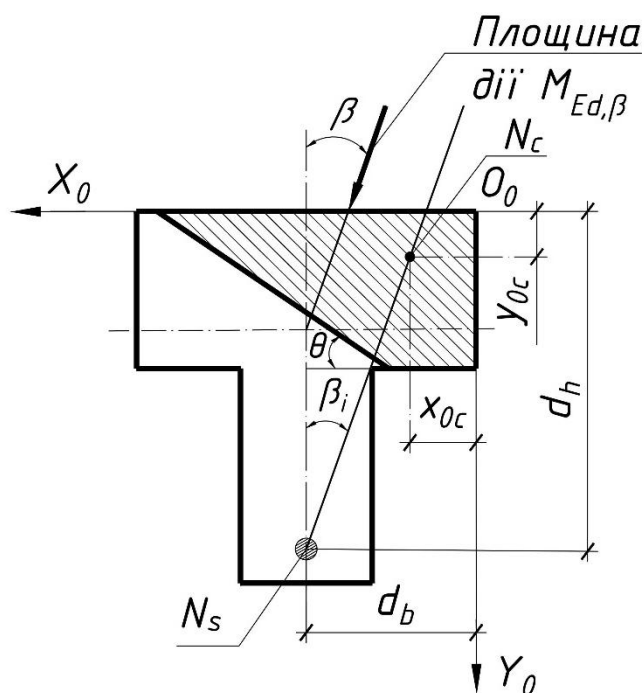


Рисунок 4.10 – Схема поперечного перерізу косозігнутого елемента до визначення положення нейтральної лінії

Таблиця 4.2 – Можливі форми умовної стиснутої зони в тавровому перерізі для першої групи форм ( $\lambda x \leq 0,5h_{eff}$ )

Форми умовної стиснутої зони			
Граничні положення умовної нейтральної лінії			
Координати точки приклад. рівнод. зусиль	$x_{1.1-1.2} = \frac{2A_c}{b_{eff}}$ $y_c = \frac{x_{1.1-1.2}}{3}$ $x_c = \frac{b_{eff}}{3}$		
1.1	1.2	1.3	1.4
1.1-1.2	1.2-1.3	1.3-1.4	
$x_{1.2-1.3} = \frac{2A_c}{h_{eff}}$ $x_{1.3-1.4} = \frac{2A_c}{h_{eff}} - b_{eff,1}$			
$y_c = \frac{h_{eff} (2b_{eff,1} + x_{1.3-1.4})}{3(x_{1.3-1.4} + b_{eff,1})}$ $x_c = \frac{x_{1.3-1.4}^2 + x_{1.3-1.4} \cdot b_{eff,1} + b_{eff,1}^2}{3(x_{1.3-1.4} + b_{eff,1})}$			



З рисунка 4.10 видно, що

$$\beta_i = \arctg \left( \frac{d_b - x_{0c}}{d_h - y_{0c}} \right), \quad (4.111)$$

де  $d_b$ ,  $d_h$  – робочі висоти в напрямку ширини ( $b$ ) та висоти ( $h$ ) перерізу балки відповідно;

$y_{0c}$ ,  $x_{0c}$  – координати точки прикладання рівнодійної  $N_c$  напружень у бетоні стиснутої зони розглядуваної граничної форми.

Визначення форми стиснутої зони здійснюється шляхом поступового порівняння (в порядку формоутворення) кута  $\beta$  нахилу площини дії зовнішнього моменту  $M_{Ed,\beta}$  з кутом  $\beta_i$  нахилу площини дії внутрішнього моменту при граничних положеннях умовної нейтральної лінії. Шукана форма стиснутої зони буде розташована в таблиці 4.2 між тими двома граничними положеннями, для яких змінюється знак нерівності при порівнянні. Якщо для першого граничного випадку отримано,  $\beta < \beta_{1.1-1.2}$ , то форма умовної стиснутої зони – трапеція (табл. 4.2, 1.1). У випадку  $\beta > \beta_{1.3-1.4}$ , шукана форма стиснутої зони – п'ятикутник (табл. 4.2, 1.4).

Аналогічним чином здійснюється визначення форми умовної стиснутої зони бетону для інших груп (табл. 4.1).

**РОЗДІЛ 5**  
**ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ КОСОЗІГНУТИХ**  
**ЕЛЕМЕНТІВ ТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ ЗА СПРОЩЕНОЮ**  
**ДЕФОРМАЦІЙНОЮ МОДЕЛЛЮ**

**5.1 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону**  
**(табл. 4.2, випадок 1.1)**

**Приклад 1.** Дано: залізобетонна балка таврового профілю (рис. 5.1) з

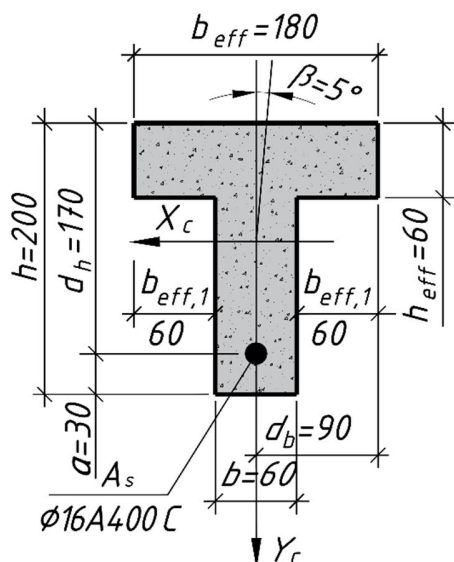


Рис. 5.1 – До прикладу 1

розмірами перерізу  $b_{eff} = 180$  мм,  $b_{eff,1} = b_{eff,2} = 60$  мм,  $b = 60$  мм,  $h_{eff} = 60$  мм,  $h = 200$  мм, балка виготовлена з бетону класу C25/30 ( $f_{cd} = 17$  МПа,  $E_{cd} = 25$  ГПа,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,0$  ‰); у балці арматура класу A400C ( $f_{yd} = 364$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа) розташована на відстані її центру ваги до нижньої грані перерізу  $a = 30$  мм, площа перерізу арматури  $A_s = 201,1$  мм<sup>2</sup>; кут між вертикальною віссю симетрії перерізу та площиною дії зовнішнього навантаження  $\beta = 5^\circ$ .

*Необхідно* визначити максимальне значення згинального моменту, який може сприймати балка.

*Розрахунок.* Визначаємо групу форм стиснутої зони перерізу балки залежно від її величини умовної висоти при плоскому згинанні за формулою (4.107):

$$\lambda_x = \frac{f_{yd} A_p}{\eta f_{cd} b_{eff}} = \frac{364 \cdot 201,1}{0,9 \cdot 17 \cdot 180} = 27 \text{ мм.}$$

Оскільки  $\lambda x = 27 \text{ мм} < 0,5h_{eff} = 0,5 \cdot 60 = 30 \text{ мм}$ , то форма стиснутої зони бетону в перерізі відноситься до першої групи.

Встановимо форму стиснутої зони в перерізі балки для наведених у таблиці 4.2 граничних положень нейтральної лінії першої групи форм стиснутої зони. Для цього за формулою (4.108) обчислюємо значення кута  $\beta_i$  нахилу силової площини внутрішньої пари сил до вертикалі і порівнюємо його з кутом  $\beta = 5^\circ$  між вертикаллю і площиною дії зовнішнього моменту. Порівняльний аналіз розпочинаємо з першого граничного положення нейтральної лінії (табл. 4.2; 1.1):

$$x_{1.1-1.2} = \frac{2A_c}{b_{eff}} = \frac{2 \cdot 4784}{180} = 53 \text{ мм},$$

$$\text{де } A_c = \frac{f_{yd} A_s}{\eta f_{cd}} = \frac{364 \cdot 201,1}{0,9 \cdot 17} = 4784 \text{ мм}^2.$$

Координати точки прикладання рівнодійної  $N_c$  напружень в бетоні стиснутої зони

$$x_c = \frac{x_{1.1}}{3} = \frac{53}{3} = 18 \text{ мм},$$

$$y_c = \frac{b_{eff}}{3} = \frac{180}{3} = 60 \text{ мм}.$$

Кут нахилу силової площини внутрішньої пари сил до вертикалі для першого граничного положення нейтральної лінії

$$\beta_{1.1-1.2} = \arctg\left(\frac{d_b - y_c}{d_h - x_c}\right) = \arctg\left(\frac{90 - 60}{170 - 18}\right) = 11^\circ.$$

Оскільки  $\beta = 5^\circ < \beta_{1.1-1.2} = 11^\circ$ , то можна зробити висновок, що маємо випадок 1.1 (табл. 4.2), при якому форма стиснутої зони – трапеція (1-й випадок).

Для встановленого випадку визначаємо за формулою (4.70) кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії

$$\operatorname{tg}\theta = -\operatorname{ctg}\beta + \sqrt{\operatorname{ctg}^2\beta - \frac{24tA_c\operatorname{ctg}\beta}{b_{\text{eff}}^3}} = -\operatorname{ctg}5^\circ + \sqrt{\operatorname{ctg}^25^\circ + \frac{24 \cdot 13,7 \cdot 4784 \cdot \operatorname{ctg}5^\circ}{180^3}} = 0,134,$$

$$\text{де } t = d_b - d_h \operatorname{tg}\beta + \frac{A_c \operatorname{tg}\beta - b_{\text{eff}}^2}{2b_{\text{eff}}} = 90 - 170 \operatorname{tg}5^\circ + \frac{4784 \cdot \operatorname{tg}5^\circ - 180^2}{2 \cdot 180} = -13,7 \text{ мм},$$

знаходимо  $\theta = 7,64^\circ$ .

За формулою (4.63) обчислюємо значення висоти стиснутої зони:

$$X = \frac{f_{yd} A_s \cos\theta}{\eta f_{cd} \lambda b_{\text{eff}}} + \frac{b_{\text{eff}} \sin\theta}{2\lambda} = \frac{364 \cdot 201,1 \cdot \cos 7,64^\circ}{0,9 \cdot 17 \cdot 0,8 \cdot 180} + \frac{180 \cdot \sin 7,64^\circ}{2 \cdot 0,8} = 47,89 \text{ мм}.$$

Визначаємо, чи досягають напруження в розтягнутій арматурі розрахункового значення міцності на межі текучості, тобто перевіряємо виконання другої частини умови (4.19).

Для цього визначаємо значення деформацій арматури із застосуванням умови (4.20) та деформаційного критерію міцності за формулою (4.55)

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{c(1)} y_s}{X} = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} y_s}{X} = \frac{0,0030 \cdot (-132,57)}{47,89} = -0,0083,$$

де  $y_s = X - d = 47,89 - 180,46 = -132,57$  мм – координата точки прикладання рівнодійної  $N_s$  в системі координат  $XYZ$ ;

$$d = d_b \sin\theta + d_h \cos\theta = 90 \cdot \sin 7,64^\circ + 170 \cdot \cos 7,64^\circ = 180,46 \text{ мм за (4.39)}.$$

Отже, умова (4.19) виконується  $|\varepsilon_s| = 0,0083 > 364/210000 = 0,0017$ .

Підраховуємо значення моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині координатної вісі  $Y$  за формулою (4.64):

$$M_{Rd,Y} = f_{yd} A_s \left( d - \frac{3\lambda^2 X^2 - b_{eff}^2 \sin^2 \theta}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)} \right) = 364 \cdot 201,1 \times$$

$$\times \left( 180,46 - \frac{3 \cdot 0,8^2 \cdot 47,89^2 - 180^2 \sin^2 7,64^\circ}{3(2 \cdot 0,8 \cdot 47,89 - 180 \cdot \sin 7,64^\circ)} \right) = 11,44 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} =$$

$$= 11,44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Значення згинального моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині дії зовнішнього навантаження (під кутом  $\beta$  до вертикальної вісі симетрії перерізу):

$$M_{Rd,\beta} = \frac{M_{Rd,\beta}}{\cos(\theta - \beta)} = \frac{11,44}{\cos(7,64^\circ - 5^\circ)} = 11,45 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

## 5.2 Елементи з трикутною формою стиснутої зони бетону (табл. 4.2, випадок 1.2)

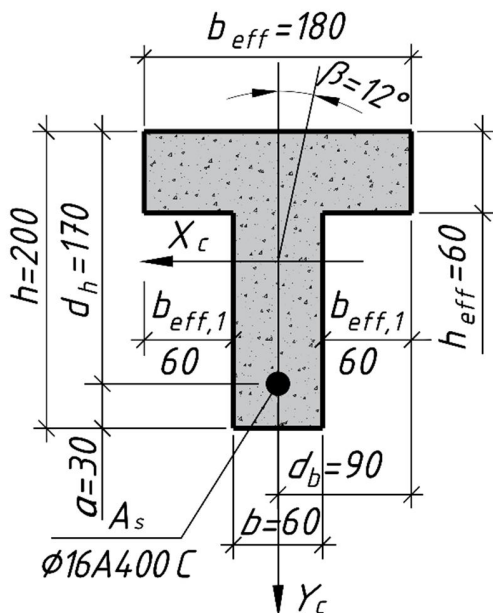


Рис. 5.2 – До прикладу 2

**Приклад 2.** Дано: залізобетонна балка таврового профілю (рис. 5.2) з розмірами перерізу  $b_{eff} = 180$  мм,  $b_{eff,1} = b_{eff,2} = 60$  мм,  $b = 60$  мм,  $h_{eff} = 60$  мм,  $h = 200$  мм, балка виготовлена з бетону класу С25/30 ( $f_{cd} = 17$  МПа,  $E_{cd} = 25$  ГПа,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,0$  ‰); у балці арматура класу А400С ( $f_{yd} = 364$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа) розташована на відстані її центру ваги до нижньої грані перерізу  $a = 30$  мм, площа перерізу арматури  $A_s = 201,1$  мм<sup>2</sup>; кут

між вертикальною віссю симетрії перерізу та площиною дії зовнішнього навантаження  $\beta = 12^\circ$ .

*Необхідно* визначити максимальне значення згинального моменту, який може сприймати балка.

*Розрахунок.* Форма стиснутої зони бетону в перерізі балки, що розглядається, відноситься до першої групи форм (див. приклад 1).

Оскільки  $\beta = 12^\circ > \beta_{1.1-1.2} = 11^\circ$  (див. приклад 1), то для визначення форми стиснутої зони бетону слід виконати порівняння величини кута  $\beta$  з граничним кутом  $\beta_{1.2-1.3}$  (табл. 4.2).

Обчислюємо координати точки прикладання рівнодійної  $N_c$  напружень в бетоні стиснутої зони для другого граничного положення нейтральної лінії:

$$x_c = \frac{h_{eff}}{3} = \frac{60}{3} = 20 \text{ мм},$$

$$y_c = \frac{x_{1.2}}{3} = \frac{159}{3} = 53 \text{ мм},$$

$$\text{де } x_{1.2-1.3} = \frac{2A_c}{h_{eff}} = \frac{2 \cdot 4784}{60} = 159 \text{ мм},$$

$$A_c = \frac{f_{yd} A_s}{\eta f_{cd}} = \frac{364 \cdot 201,1}{0,9 \cdot 17} = 4784 \text{ мм}^2.$$

Кут нахилу силової площини внутрішньої пари сил до вертикалі для другого граничного положення нейтральної лінії

$$\beta_{1.2-1.3} = \arctg\left(\frac{d_b - y_c}{d_h - x_c}\right) = \arctg\left(\frac{90 - 53}{170 - 20}\right) = 14^\circ.$$

Оскільки  $\beta = 12^\circ < \beta_{1.2-1.3} = 14^\circ$ , то можна зробити висновок, що маємо випадок 1.2 (табл. 4.2), при якому форма стиснутої зони – трикутник (2-й випадок).

Визначаємо за формулою (4.79) кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\left(\sqrt{c^2 + 8A_c \operatorname{tg} \beta} - c\right)^2}{8A_c \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{\left(\sqrt{161,6^2 + 8 \cdot 4784 \cdot \operatorname{tg} 12^\circ} - 161,6\right)^2}{8 \cdot 4784 \cdot \operatorname{tg}^2 12^\circ} = 0,318,$$

де  $c = 3d_b - 3d_h \operatorname{tg} \beta = 3 \cdot 90 - 3 \cdot 170 \cdot \operatorname{tg} 12^\circ = 161,6$  мм,

знаходимо  $\theta = 17,67^\circ$ .

За формулою (4.73) обчислюємо значення висоти стиснутої зони:

$$X = \sqrt{\frac{f_{yd} A_s \sin 2\theta}{\eta f_{cd} \lambda^2}} = \sqrt{\frac{364 \cdot 201,1 \cdot \sin 2 \cdot 17,67^\circ}{0,9 \cdot 17 \cdot 0,8^2}} = 65,76 \text{ мм.}$$

Визначаємо, чи досягають напруження в розтягнутій арматурі розрахункового значення міцності на межі текучості, тобто перевіряємо виконання другої частини умови (4.19).

Для цього визначаємо значення деформацій арматури із застосуванням умови (4.20) та деформаційного критерію міцності за формулою (4.55)

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{c(1)} y_s}{X} = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} y_s}{X} = \frac{0,0030 \cdot (-123,54)}{65,76} = -0,0056,$$

де  $y_s = X - d = 65,76 - 189,30 = -123,54$  мм – координата точки прикладання рівнодійної  $N_s$  в арматурі в системі координат XYZ;

$$d = d_b \sin \theta + d_h \cos \theta = 90 \cdot \sin 17,67^\circ + 170 \cdot \cos 17,67^\circ = 189,30 \text{ мм за (4.39).}$$

Отже, умова (4.19) виконується  $|\varepsilon_s| = 0,0056 > 364/210000 = 0,0017$ .

Підраховуємо значення моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині координатної вісі  $Y$  за формулою (4.74):

$$\begin{aligned} M_{Rd,Y} &= f_{yd} A_s \left( d - \frac{2\lambda X}{3} \right) = 364 \cdot 201,1 \left( 189,30 - \frac{2 \cdot 0,8 \cdot 65,76}{3} \right) = \\ &= 11,29 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 11,29 \text{ кН} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Значення згинального моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині дії зовнішнього навантаження (під кутом  $\beta$  до вертикальної вісі симетрії перерізу):

$$M_{Rd,\beta} = \frac{M_{Rd,\beta}}{\cos(\theta - \beta)} = \frac{11,29}{\cos(17,67^\circ - 12^\circ)} = 11,35 \text{ к} \cdot \text{Нм}.$$

### 5.3 Елементи з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону (табл. 4.2, випадок 1.3)

**Приклад 3.** Дано: залізобетонна балка таврового профілю (рис. 5.3) з розмірами перерізу  $b_{eff} = 180$  мм,  $b_{eff,1} = b_{eff,2} = 60$  мм,  $b = 60$  мм,  $h_{eff} = 60$  мм,

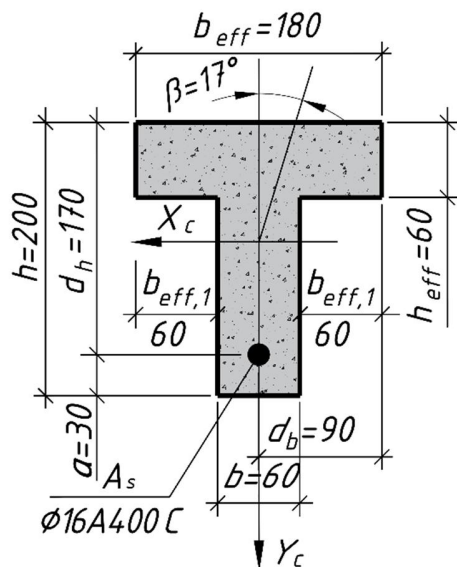


Рис. 5.3 – До прикладу 3

$h = 200$  мм, балка виготовлена з бетону класу C25/30 ( $f_{cd} = 17$  МПа,  $E_{cd} = 25$  ГПа,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,0$  ‰); у балці арматура класу A400C ( $f_{yd} = 364$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа) розташована на відстані її центру ваги до нижньої грані перерізу  $a = 30$  мм, площа перерізу арматури  $A_s = 201,1$  мм<sup>2</sup>; кут між вертикальною віссю симетрії перерізу та площиною дії зовнішнього навантаження  $\beta = 17^\circ$ .

*Необхідно* визначити максимальне значення згинального моменту, який може сприймати балка.

*Розрахунок.* Форма стиснутої зони бетону в перерізі, що розглядається, відноситься до першої групи форм (див. приклад 1).



Оскільки  $\beta = 12^\circ > \beta_{1.2-1.3} = 14^\circ$  (див. приклад 2), то для визначення форми стиснутої зони бетону слід виконати порівняння величини кута  $\beta$  з граничним кутом  $\beta_{1.3-1.4}$  (табл. 4.2).

Обчислюємо координати точки прикладання рівнодійної  $N_c$  напружень в бетоні стиснутої зони для третього граничного положення нейтральної лінії

$$x_c = \frac{h_{eff} (2b_{eff,1} + x_{1.3})}{3(x_{1.3} + b_{eff,1})} = \frac{60(2 \cdot 60 + 99)}{3(99 + 60)} = 28 \text{ мм},$$

$$y_c = \frac{x_{1.3}^2 + x_{1.3} \cdot b_{eff,1} + b_{eff,1}^2}{3(x_{1.3} + b_{eff,1})} = \frac{99^2 + 99 \cdot 60 + 60^2}{3(99 + 60)} = 41 \text{ мм},$$

$$\text{де } x_{1.3-1.4} = \frac{2A_c}{h_{eff}} - b_{eff,1} = \frac{2 \cdot 4784}{60} - 60 = 99 \text{ мм},$$

$$A_c = \frac{f_{yd} A_s}{\eta f_{cd}} = \frac{364 \cdot 201,1}{0,9 \cdot 17} = 4784 \text{ мм}^2.$$

Кут нахилу силової площини внутрішньої пари сил до вертикалі для другого граничного положення нейтральної лінії

$$\beta_{1.2-1.3} = \arctg\left(\frac{d_b - y_c}{d_h - x_c}\right) = \arctg\left(\frac{90 - 41}{170 - 28}\right) = 19^\circ.$$

Оскільки  $\beta = 17^\circ < \beta_{1.3-1.4} = 19^\circ$ , то можна зробити висновок, що маємо випадок 1.3 (табл. 4.2), при якому форма стиснутої зони – трапеція (3-й випадок).

Визначаємо за формулою (4.88) кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії

$$\begin{aligned} \text{ctg}\theta &= -\text{tg}\beta + \sqrt{\text{tg}^2\beta + \frac{24mA_c}{h_{eff}^3}} = -\text{tg}17^\circ + \sqrt{\text{tg}^2 17^\circ + \frac{24 \cdot 7,3 \cdot 4784}{60^3}} = \\ &= 1,687 \end{aligned}$$

де

$$m = d_b - d_h \operatorname{tg} \beta + \frac{h_{eff}^2 \operatorname{tg} \beta - A_c}{2h_{eff}} = 90 - 170 \cdot \operatorname{tg} 17^\circ + \frac{60^2 \operatorname{tg} 17^\circ - 4784}{2 \cdot 60} =$$

$$= 7,3 \text{ мм},$$

знаходимо  $\theta = 30,66^\circ$ .

За формулою (4.82) обчислюємо значення висоти стиснутої зони:

$$X = \frac{f_{yd} A_s \sin \theta}{\eta f_{cd} \lambda h_{eff}} + \frac{h_{eff} \cos \theta}{2\lambda} = \frac{364 \cdot 201,1 \cdot \sin 30,66^\circ}{0,9 \cdot 17 \cdot 0,8 \cdot 60} + \frac{60 \cdot \cos 30,66^\circ}{2 \cdot 0,8} =$$

$$= 83,09 \text{ мм}.$$

Визначаємо, чи досягають напруження в розтягнутій арматурі розрахункового значення міцності на межі текучості, тобто перевіряємо виконання другої частини умови (4.19).

Для цього визначаємо значення деформацій арматури із застосуванням умови (4.20) та деформаційного критерію міцності за формулою (4.55)

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{c(1)} y_s}{X} = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} y_s}{X} = \frac{0,0030 \cdot (-109,05)}{83,09} = -0,0039,$$

де  $y_s = X - d = 83,09 - 192,14 = -109,05 \text{ мм}$  – координата точки прикладання рівнодійної  $N_s$  в системі координат  $XYZ$ ;

$$d = d_b \sin \theta + d_h \cos \theta = 90 \cdot \sin 30,66^\circ + 170 \cdot \cos 30,66^\circ = 192,14 \text{ мм за (4.39)}.$$

Отже, умова (4.19) виконується  $|\varepsilon_s| = 0,0039 > 364/210000 = 0,0017$ .

Підраховуємо значення моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині координатної вісі  $Y$  за формулою (4.83):

$$\begin{aligned}
 M_{Rd,Y} &= f_{yd} A_s \left( d - \frac{3\lambda^2 X^2 - h_{eff}^2 \cos^2 \theta}{3(2\lambda X - h_{eff} \cos \theta)} \right) = \\
 &= 364 \cdot 201,1 \cdot \left( 192,14 - \frac{3 \cdot 0,8^2 \cdot 83,09^2 - 60^2 \cdot \cos^2 30,66^\circ}{3(2 \cdot 0,8 \cdot 83,09 - 60 \cdot \cos 30,66^\circ)} \right) = 10,89 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = \\
 &= 10,89 \text{ кН} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

Значення згинального моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині дії зовнішнього навантаження (під кутом  $\beta$  до вертикальної вісі симетрії перерізу)

$$M_{Rd,\beta} = \frac{M_{Rd,\beta}}{\cos(\theta - \beta)} = \frac{10,89}{\cos(30,66^\circ - 17^\circ)} = 11,20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

#### 5.4 Елементи з п'ятикутною формою стиснутої зони бетону (табл. 4.2, випадок 1.4)

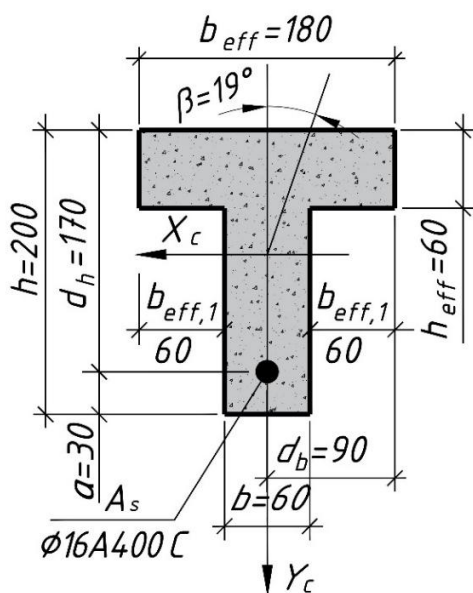


Рис. 5.4 – До прикладу 4

**Приклад 4.** Дано: залізобетонна балка таврового профілю (рис. 5.3) з розмірами перерізу  $b_{eff} = 180$  мм,  $b_{eff,1} = b_{eff,2} = 60$  мм,  $b = 60$  мм,  $h_{eff} = 60$  мм,  $h = 200$  мм, балка виготовлена з бетону класу C25/30 ( $f_{cd} = 17$  МПа,  $E_{cd} = 25$  ГПа,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,0$  ‰); у балці арматура класу A400C ( $f_{yd} = 364$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа) розташована на відстані її центру ваги до нижньої грані перерізу  $a = 30$  мм, площа перерізу арматури  $A_s = 201,1$  мм<sup>2</sup>;

кут між вертикальною віссю симетрії перерізу та площиною дії зовнішнього навантаження  $\beta = 19,1^\circ$ .

Необхідно визначити максимальне значення згинального моменту, який може сприймати балка.

*Розрахунок.* Форма стиснутої зони бетону в перерізі, що розглядається, відноситься до першої групи форм (див. приклад 1).

Оскільки  $\beta = 19,1^\circ > \beta_{1.3-1.4} = 19^\circ$  (див. приклад 3), то можна зробити висновок, що маємо випадок 1.4 (табл. 4.2), при якому форма стиснутої зони – п'ятикутник (4-й випадок).

Визначаємо за формулою (4.106) кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\lambda^2 x_1^2}{2A_{c1}} = \frac{60,2^2}{2 \cdot 1184} = 1,53,$$

де за (4.105)

$$\lambda x_1 = -n + \sqrt{n^2 + 2A_{c1} \operatorname{ctg} \beta} = -26,7 + \sqrt{(26,7)^2 + 2 \cdot 1184 \operatorname{ctg} 19,1^\circ} = 60,2 \text{ мм};$$

$$\begin{aligned} n &= 1,5 \left( \frac{S_{2,ys} \operatorname{ctg} \beta - S_{2,xs}}{A_{c1}} + (d_b - b_{\text{eff},1}) \operatorname{ctg} \beta - d_h \right) = \\ &= 1,5 \left( \frac{216000 \operatorname{ctg} 19,1^\circ - 504000}{1184} + (90 - 60) \operatorname{ctg} 19,1^\circ - 170 \right) = 26,7 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\text{за (4.102)} \quad S_{2,xs} = A_{c2} \left( d_h - \frac{h_{\text{eff}}}{2} \right) = 3600 \left( 170 - \frac{60}{2} \right) = 504000 \text{ мм}^2;$$

$$\text{за (4.104)} \quad S_{2,ys} = A_{c2} \left( d_b - \frac{b_{\text{eff},1}}{2} \right) = 3600 \left( 90 - \frac{60}{2} \right) = 216000 \text{ мм}^2;$$

$$\text{за (4.99)} \quad A_{c2} = b_{\text{eff},1} h_{\text{eff}} = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ мм}^2;$$

$$\text{за (4.69)} \quad A_c = \frac{f_{yd} A_s}{\eta f_{cd}} = \frac{364 \cdot 201,1}{0,9 \cdot 17} = 4784 \text{ мм}^2;$$

за (4.98)  $A_{c1} = A_c - A_{c2} = 4784 - 3600 = 1184 \text{ мм}^2$ .

Знаходимо  $\theta = 56,84^\circ$ .

За формулою (4.96) обчислюємо значення висоти стиснутої зони:

$$X = \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{\lambda} + \frac{\sqrt{A_{c1} \sin 2\theta}}{\lambda} = \frac{60 \sin 56,84^\circ}{0,8} + \frac{\sqrt{1184 \sin 2 \cdot 56,84^\circ}}{0,8} = 103,95 \text{ мм}^2.$$

Визначаємо, чи досягають напруження в розтягнутій арматурі розрахункового значення міцності на межі текучості, тобто перевіряємо виконання другої частини умови (4.19).

Для цього визначаємо значення деформацій арматури із застосуванням умови (4.20) та деформаційного критерію міцності за формулою (4.55)

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{c(1)} y_s}{X} = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} y_s}{X} = \frac{0,0030 \cdot (-64,37)}{103,95} = -0,0019,$$

де  $y_s = X - d = 103,95 - 168,32 = -64,37 \text{ мм}$  – координата точки прикладання рівнодійної  $N_s$  в системі координат  $XYZ$ ;

$$d = d_b \sin \theta + d_h \cos \theta = 90 \cdot \sin 56,84^\circ + 170 \cdot \cos 56,84^\circ = 168,32 \text{ мм за (4.39)}.$$

Отже, умова (4.19) виконується  $|\varepsilon_s| = 0,0019 > 364/210000 = 0,0017$ .

Підраховуємо значення моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині координатної вісі  $Y$  за формулою (4.97):

$$\begin{aligned} M_{Rd,Y} &= N_{c1} \left( d - \frac{2\lambda X + b_{eff,1} \sin \theta}{3} \right) + N_{c2} \left( d - \frac{h_{eff} \cos \theta + b_{eff,1} \sin \theta}{2} \right) = \\ &= 18115 \left( 168,32 - \frac{2 \cdot 0,8 \cdot 103,95 + 60 \sin 56,84^\circ}{3} \right) + \\ &+ 55080 \left( 168,32 - \frac{60 \cos 56,84^\circ + 60 \sin 56,84^\circ}{2} \right) = 1,74 \cdot 10^6 + 6,98 \cdot 10^6 = \\ &= 8,72 \cdot 10^6 \text{ Нмм} = 8,72 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

де за (4.92)  $N_{c1} = \eta f_{cd} A_{c1} = 0,9 \cdot 17 \cdot 1184 = 18115 \text{ кН}$ ;

за (4.93)  $N_{c2} = \eta f_{cd} A_{c2} = 0,9 \cdot 17 \cdot 3600 = 55080 \text{ кН}$ .

Значення згинального моменту, який може сприймати балка в нормальному перерізі в площині дії зовнішнього навантаження (під кутом  $\beta$  до вертикальної вісі симетрії перерізу)

$$M_{Rd,\beta} = \frac{M_{Rd,\beta}}{\cos(\theta - \beta)} = \frac{8,72}{\cos(56,84^\circ - 19,1^\circ)} = 11,02 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

**ДОДАТОК А**

**ТАБЛИЦІ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК,  
ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ У РОЗРАХУНКАХ**

Таблиця А.1 – Характеристики міцності та деформативності бетону

	Клас міцності бетону											Аналітична залежність/пояснення
	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/35	C32/40	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60	
$f_{ck,cube}$ (МПа)	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	
$f_{cm,cube}$ (МПа)	13	19	25	32	38	45	51	58	64	71	77	$f_{cm,cube} = f_{ck,cube} / (1 - 1,64V_c)$
$f_{ck,prism}$ (МПа)	7,5	11	15	18,5	22	25,5	29	32	36	39,5	43	
$f_{cd}$ (МПа)	6	8,5	11,5	14,5	17	19,5	22	25	27,5	30	33	$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$
$f_{ctm}$ (МПа)	1,2	1,6	1,9	2,2	2,6	2,8	3	3,2	3,5	3,8	4,1	
$f_{ctk,0,05}$ (МПа)	0,8	1,1	1,3	1,5	1,8	2	2,1	2,2	2,5	2,7	3	$f_{ctk,0,05} = 0,7 f_{ctm}$ 5% вибірки
$f_{ctk,0,95}$ (МПа)	1,6	2	2,5	2,9	3,4	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	5,3	$f_{ctk,0,95} = 1,3 f_{ctm}$ 95% вибірки
$E_{cm}$ (ГПа)	18	23	27	30	32,5	34,5	36	37,5	39	39,5	40	
$E_{ck}$ (ГПа)	15	20	23	26	29	31	32	34	35	36	37	
$E_{cd}$ (ГПа)	12,6	16,3	20	23	25	27	28,5	30,5	32	33	34	
$\varepsilon_{c1,ck}$ (‰)	1,57	1,61	1,66	1,71	1,76	1,81	1,86	1,90	1,94	1,98	2,02	
$\varepsilon_{c1,cd}$ (‰)	1,56	1,58	1,62	1,65	1,69	1,72	1,76	1,80	1,84	1,87	1,91	
$\varepsilon_{cu1,ck}$ (‰)	4,5	4,4	4,15	3,85	3,55	3,25	3	2,83	2,63	2,5	2,4	
$\varepsilon_{cu1,cd}$ (‰)	3,75	3,7	3,59	3,44	3,28	3,1	2,93	2,72	2,57	2,43	2,29	
$\varepsilon_{c3,ck}$ (‰)	0,5	0,55	0,65	0,71	0,76	0,82	0,91	0,94	1,03	1,1	1,16	$\varepsilon_{c3,ck} = f_{ck,prism} / E_{ck}$
$\varepsilon_{c3,cd}$ (‰)	0,48	0,52	0,58	0,63	0,68	0,72	0,77	0,83	0,86	0,91	0,97	$\varepsilon_{c3,cd} = f_{cd} / E_{cd}$
$\varepsilon_{cu3,ck}$ (‰)	4,05	3,96	3,73	3,46	3,2	2,93	2,7	2,55	2,37	2,25	2,16	$\varepsilon_{cu3,ck} = 0,9 \varepsilon_{cu1,ck}$
$\varepsilon_{cu3,cd}$ (‰)	3,38	3,33	3,23	3,1	3	2,8	2,64	2,45	2,31	2,19	2,06	$\varepsilon_{cu3,cd} = 0,9 \varepsilon_{cu1,cd}$

\*) - величини  $f_{ck,cube}$  в таблиці наведені для значення коефіцієнта варіації  $V_c$ , який дорівнює 13,5 %



Таблиця А.2 – Характеристики міцності та деформативності арматури

Характеристика арматури	A240C	A400C	A500C		B500
			Ø8 – 22	Ø25 – 40	
$f_{yk}$ (МПа)	240	400	500		500
$\gamma_s$	1,05	1,10	1,15	1,20	1,20
$f_{yd}$ (МПа)	229	364	435	417	417
$f_{ywd}$ (МПа)	170	285	300		300
$E_s$ (МПа)	$2,1 \times 10^5$	$2,1 \times 10^5$	$2,1 \times 10^5$		$1,9 \times 10^5$
$\varepsilon_{ud}$	0,025	0,025	0,020		0,012

Таблиця А.3 – Значення параметрів  $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\chi$  залежно від значень  $K$  та  $\eta_u$ 

параметр	$K$								
	1,18	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$\eta_u$	1,075	1,2	1,268	1,309	1,339	1,363	1,382	1,398	1,412
$\omega$	0,587	0,673	0,732	0,767	0,792	0,811	0,826	0,838	0,848
$\varphi$	0,3835	0,4214	0,443	0,455	0,462	0,467	0,471	0,474	0,476
$\chi$	0,591	0,555	0,539	0,53	0,526	0,523	0,52	0,518	0,517
$\varphi/\omega$	0,653	0,626	0,605	0,593	0,583	0,576	0,57	0,566	0,561
$\frac{\omega - \varphi}{\omega}$	0,347	0,374	0,395	0,407	0,417	0,424	0,43	0,434	0,439

Таблиця А.4 – Граничні значення коефіцієнтів  $\bar{\xi}_R$ ,  $\bar{\alpha}_R$ 

Клас розтягнутої арматури	$K$							
	2		2,5		3		3,5	
	$\bar{\xi}_R$	$\bar{\alpha}_R$	$\bar{\xi}_R$	$\bar{\alpha}_R$	$\bar{\xi}_R$	$\bar{\alpha}_R$	$\bar{\xi}_R$	$\bar{\alpha}_R$
A240C	0,690	0,368	0,674	0,375	0,666	0,381	0,661	0,386
A400C	0,583	0,329	0,565	0,334	0,556	0,338	0,551	0,342
A500C (Ø8 – 22)	0,539	0,311	0,521	0,315	0,512	0,319	0,507	0,323
A500C (Ø25 – 40)	0,550	0,315	0,532	0,320	0,522	0,324	0,517	0,327
B500	0,525	0,305	0,507	0,309	0,497	0,312	0,492	0,316

Таблиця А.5 – Значення коефіцієнтів  $\bar{\xi}$ ,  $\bar{\zeta}$ ,  $\bar{\alpha}_m$ 

K=2			K=2,5			K=3			K=3,5		
$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$
0,014	0,995	0,010	0,013	0,995	0,010	0,013	0,995	0,010	0,012	0,995	0,010
0,027	0,989	0,020	0,026	0,989	0,020	0,025	0,989	0,020	0,025	0,990	0,020
0,041	0,984	0,030	0,039	0,984	0,030	0,038	0,984	0,030	0,037	0,984	0,030
0,055	0,978	0,039	0,052	0,979	0,039	0,050	0,979	0,039	0,049	0,979	0,039
0,068	0,973	0,049	0,065	0,973	0,049	0,063	0,974	0,049	0,062	0,974	0,049
0,082	0,968	0,058	0,078	0,968	0,058	0,076	0,968	0,058	0,074	0,969	0,058
0,096	0,962	0,067	0,091	0,963	0,067	0,088	0,963	0,067	0,086	0,963	0,067
0,109	0,957	0,077	0,104	0,958	0,077	0,101	0,958	0,077	0,099	0,958	0,077
0,123	0,952	0,086	0,117	0,952	0,086	0,114	0,953	0,086	0,111	0,953	0,086
0,137	0,946	0,095	0,130	0,947	0,095	0,126	0,947	0,095	0,123	0,948	0,095
0,150	0,941	0,103	0,143	0,942	0,104	0,139	0,942	0,104	0,136	0,943	0,104
0,164	0,935	0,112	0,156	0,936	0,112	0,151	0,937	0,112	0,148	0,937	0,112
0,178	0,930	0,121	0,169	0,931	0,121	0,164	0,932	0,121	0,160	0,932	0,121
0,191	0,925	0,129	0,182	0,926	0,130	0,177	0,926	0,130	0,173	0,927	0,130
0,205	0,919	0,138	0,195	0,920	0,138	0,189	0,921	0,138	0,185	0,922	0,138
0,219	0,914	0,146	0,208	0,915	0,146	0,202	0,916	0,147	0,197	0,916	0,147
0,232	0,908	0,154	0,222	0,910	0,155	0,215	0,911	0,155	0,210	0,911	0,155
0,246	0,903	0,163	0,235	0,904	0,163	0,227	0,905	0,163	0,222	0,906	0,163
0,260	0,898	0,171	0,248	0,899	0,171	0,240	0,900	0,171	0,234	0,901	0,171
0,273	0,892	0,178	0,261	0,894	0,179	0,252	0,895	0,179	0,247	0,895	0,179
0,287	0,887	0,186	0,274	0,889	0,187	0,265	0,890	0,187	0,259	0,890	0,187
0,301	0,881	0,194	0,287	0,883	0,194	0,278	0,884	0,195	0,271	0,885	0,195
0,314	0,876	0,202	0,300	0,878	0,202	0,290	0,879	0,202	0,284	0,880	0,202
0,328	0,871	0,209	0,313	0,873	0,209	0,303	0,874	0,210	0,296	0,875	0,210
0,342	0,865	0,216	0,326	0,867	0,217	0,316	0,869	0,217	0,308	0,869	0,217
0,355	0,860	0,224	0,339	0,862	0,224	0,328	0,863	0,224	0,321	0,864	0,225
0,369	0,855	0,231	0,352	0,857	0,231	0,341	0,858	0,232	0,333	0,859	0,232
0,382	0,849	0,238	0,365	0,851	0,238	0,353	0,853	0,239	0,345	0,854	0,239

K=2			K=2,5			K=3			K=3,5		
$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$
0,396	0,844	0,245	0,378	0,846	0,245	0,366	0,847	0,246	0,358	0,848	0,246
0,410	0,838	0,252	0,391	0,841	0,252	0,379	0,842	0,253	0,370	0,843	0,253
0,423	0,833	0,258	0,404	0,835	0,259	0,391	0,837	0,259	0,382	0,838	0,260
0,437	0,828	0,265	0,417	0,830	0,266	0,404	0,832	0,266	0,395	0,833	0,266
0,451	0,822	0,271	0,430	0,825	0,272	0,417	0,826	0,273	0,407	0,828	0,273
0,464	0,817	0,278	0,443	0,820	0,279	0,429	0,821	0,279	0,419	0,822	0,280
0,478	0,811	0,284	0,456	0,814	0,285	0,442	0,816	0,286	0,432	0,817	0,286
0,492	0,806	0,290	0,469	0,809	0,291	0,454	0,811	0,292	0,444	0,812	0,292
0,505	0,801	0,296	0,482	0,804	0,297	0,467	0,805	0,298	0,456	0,807	0,298
0,519	0,795	0,302	0,495	0,798	0,303	0,480	0,800	0,304	0,469	0,801	0,305
0,533	0,790	0,308	0,508	0,793	0,309	0,492	0,795	0,310	0,481	0,796	0,311
0,546	0,785	0,314	0,521	0,788	0,315	0,505	0,790	0,316	0,493	0,791	0,316
0,560	0,779	0,319	0,534	0,782	0,321	0,518	0,784	0,322	0,506	0,786	0,322
0,574	0,774	0,325	0,547	0,777	0,326	0,530	0,779	0,327	0,518	0,780	0,328
0,587	0,768	0,330	0,560	0,772	0,332	0,543	0,774	0,333	0,530	0,775	0,333
0,601	0,763	0,336	0,573	0,766	0,337	0,555	0,769	0,338	0,543	0,770	0,339
0,615	0,758	0,341	0,586	0,761	0,343	0,568	0,763	0,343	0,555	0,765	0,344
0,628	0,752	0,346	0,599	0,756	0,348	0,581	0,758	0,349	0,567	0,760	0,349
0,642	0,747	0,351	0,612	0,751	0,353	0,593	0,753	0,354	0,580	0,754	0,355
0,656	0,741	0,356	0,625	0,745	0,358	0,606	0,748	0,359	0,592	0,749	0,360
0,669	0,736	0,361	0,639	0,740	0,363	0,619	0,742	0,364	0,604	0,744	0,365
0,683	0,731	0,365	0,652	0,735	0,367	0,631	0,737	0,369	0,617	0,739	0,369
0,697	0,725	0,370	0,665	0,729	0,372	0,644	0,732	0,373	0,629	0,733	0,374
0,710	0,720	0,374	0,678	0,724	0,376	0,656	0,726	0,378	0,641	0,728	0,379
0,724	0,715	0,379	0,691	0,719	0,381	0,669	0,721	0,382	0,654	0,723	0,383
0,738	0,709	0,383	0,704	0,713	0,385	0,682	0,716	0,387	0,666	0,718	0,388
0,751	0,704	0,387	0,717	0,708	0,389	0,694	0,711	0,391	0,678	0,713	0,392
0,765	0,698	0,391	0,730	0,703	0,394	0,707	0,705	0,395	0,691	0,707	0,396

K=2			K=2,5			K=3			K=3,5		
$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$	$\bar{\xi}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\alpha}_m$
0,779	0,693	0,395	0,743	0,697	0,398	0,720	0,700	0,399	0,703	0,702	0,400
0,792	0,688	0,399	0,756	0,692	0,401	0,732	0,695	0,403	0,715	0,697	0,404
0,806	0,682	0,402	0,769	0,687	0,405	0,745	0,690	0,407	0,728	0,692	0,408
0,820	0,677	0,406	0,782	0,682	0,409	0,757	0,684	0,411	0,740	0,686	0,412
0,833	0,671	0,410	0,795	0,676	0,412	0,770	0,679	0,414	0,752	0,681	0,416
0,847	0,666	0,413	0,808	0,671	0,416	0,783	0,674	0,418	0,765	0,676	0,419
0,861	0,661	0,416	0,821	0,666	0,419	0,795	0,669	0,421	0,777	0,671	0,423
0,874	0,655	0,419	0,834	0,660	0,423	0,808	0,663	0,425	0,789	0,665	0,426
0,888	0,650	0,422	0,847	0,655	0,426	0,821	0,658	0,428	0,802	0,660	0,429
0,902	0,644	0,425	0,860	0,650	0,429	0,833	0,653	0,431	0,814	0,655	0,432
0,915	0,639	0,428	0,873	0,644	0,432	0,846	0,648	0,434	0,826	0,650	0,435
0,929	0,634	0,431	0,886	0,639	0,435	0,858	0,642	0,437	0,839	0,645	0,438
0,943	0,628	0,434	0,899	0,634	0,437	0,871	0,637	0,440	0,851	0,639	0,441
0,956	0,623	0,436	0,912	0,628	0,440	0,884	0,632	0,442	0,863	0,634	0,444
0,970	0,618	0,438	0,925	0,623	0,442	0,896	0,627	0,445	0,876	0,629	0,447
0,984	0,612	0,441	0,938	0,618	0,445	0,909	0,621	0,447	0,888	0,624	0,449
0,997	0,607	0,443	0,951	0,613	0,447	0,922	0,616	0,450	0,900	0,618	0,451
			0,964	0,607	0,449	0,934	0,611	0,452	0,913	0,613	0,454
			0,977	0,602	0,451	0,947	0,606	0,454	0,925	0,608	0,456
			0,990	0,597	0,453	0,959	0,600	0,456	0,937	0,603	0,458
						0,972	0,595	0,458	0,950	0,598	0,460
						0,985	0,590	0,460	0,962	0,592	0,462
						0,997	0,584	0,462	0,974	0,587	0,464
									0,987	0,582	0,465
									0,999	0,577	0,467

Таблиця А.6 – Соргамент арматури

Номинальний діаметр стержня <sup>1</sup> , мм	Розрахункова площа поперечного перерізу стержня, мм <sup>2</sup> при кількості стержнів									Теоретична маса 1 м довжини арматури <sup>3</sup> , кг	Діаметр арматури класів <sup>2</sup>			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		A240C	A400C	A500C	B500
3	7,1	14,1	21,2	28,3	35,3	42,4	49,5	56,5	63,6	0,056	-	-	-	+
4	12,6	25,1	37,7	50,3	62,8	75,4	88	100,5	113,1	0,099	-	-	-	+
5	19,6	39,3	58,9	78,5	98,2	117,8	137,4	157,1	176,7	0,154	-	-	-	+
6	28,3	57	85	113	141	170	198	226	254	0,222	+	+	+	+
8	50,3	101	151	201	251	302	352	402	452	0,395	+	+	+	+
10	78,5	157	236	314	393	471	550	628	707	0,616	+	+	+	+
12	113,1	226	339	452	565	679	792	905	1018	0,888	+	+	+	+
14	153,9	308	462	616	770	924	1078	1232	1385	1,208	+	+	+	-
16	201,1	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	1,579	+	+	+	-
18	254,5	509	763	1018	1272	1527	1781	2036	2290	1,998	+	+	+	-
20	314,2	628	942	1257	1571	1885	2199	2513	2827	2,466	+	+	+	-
22	380,1	760	1140	1521	1901	2281	2661	3041	3421	2,984	+	+	+	-
25	490,9	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	3,854	+	+	+	-
28	615,8	1232	1847	2463	3079	3695	4310	4926	5542	4,834	+	+	+	-
32	804,2	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	6,313	+	+	+	-
36	1017,9	2036	3054	4072	5089	6107	7125	8143	9161	7,991	+	+	+	-
40	1256,6	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	9,864	+	+	+	-

1 Номинальний діаметр арматурних стержнів періодичного профілю відповідає номінальному діаметру рівновеликих за площею поперечного перерізу гладких стержнів.

2 Знак + означає наявність діаметра в сортаменті для арматури даного класу.

3 Теоретична маса 1 м довжини арматури класу Вр-1 приймається рівною: при Ø3 - 0,052 кг; Ø4 - 0,092 кг; Ø5 - 0,144 кг.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дыховичный Ю.А. Сборный железобетонный унифицированный каркас: Опыт московского строительства. Проектирование, исследование, изготовление, монтаж, перспективы развития / Ю.А. Дыховичный, В.А. Максименко. – М.: Стройиздат, 1985. – 296 с.

2. Проектирование и расчет многоэтажных гражданских зданий и их элементов: (Учеб. пособие для вузов) / П.Ф. Дроздов, М.И. Додонов, Л.Л. Паньшин, Р.Л. Саруханян ; Под ред. П. Ф. Дроздова. – М.: Стройиздат, 1986.– 351 с.

3. Залізобетонні конструкції: Підручник / А.Я. Барашиков, Л.М. Будникова, Л.В. Кузнецов та ін.; За ред. А. Я. Барашикова. – К.: Вища шк., 1995. – 591 с.

4. Торяник М.С. Состояние и дальнейшее направление исследований железобетонных элементов, находящихся в сложном напряженном состоянии / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко. // Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций, и их внедрение в сельскохозяйственное строительство: Республиканская конференция. Полтава, 1982. – С. 6 – 9.

5. Сучасні конструктивні системи будівель із залізобетону : Монографія. / А.М. Павліков, Д.К. Балясний, О.В. Гарькава, О.О. Довженко, С.М. Микитенко, Н.М. Пінчук, Д.Ф. Федоров ; За ред. А.М. Павлікова. – Горішні Плавні: ФОП Олексієнко В.В., 2017. – 156 с.

6. Pavlikov A. Industrial Uncapital Ungirder Frame Structure for Residential Buildings / A. Pavlikov, N. Pinchuk, O. Garkava // Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering / Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University. – Poltava, 2016. – Issue 2 (47). – P. 96 –

103. [Електронний ресурс] – Режим доступу: [http://znp.pntu.edu.ua/files/archive/ua/47\\_2016/14.pdf](http://znp.pntu.edu.ua/files/archive/ua/47_2016/14.pdf).

7. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В.2.6 – 98:2009 / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.

8. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. ДСТУ Б В.2.6 – 156:2010 / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с.

9. Павліков А.М. Використання діаграми стану бетону при визначенні площі поздовжньої арматури в залізобетонних балках / А.М. Павліков // Галузеве машинобудування, будівництво: Зб. наук. праць. – Полтава: ПНТУ, 2004. – Вип. 14. – С.20 – 22.

10. Павліков А.М. Розрахунок міцності нормального перерізу косозігнутих залізобетонних елементів в умовах закритичних деформацій бетону стиснутої зони / А.М. Павліков // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. стат. /Нац. ун-т водн. госп. та природокористув. – Рівне: НУВГта П, 2005. – Вип. 12.– С.240 – 249.

11. Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд: ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. – К.: Мінрегіонбуд України, 2012. – 312 с.

12. Торяник М.С. Расчет на косо́й изгиб железобетонных подкрановых балок, прогонов покрытий и горизонтальных элементов каркаса наружных стен зданий с двойной и одиночной арматурой / М.С. Торяник // Бетон и железобетон. – 1960. – №6. – С.28–29.

13. Торяник М.С. Косое внецентренное сжатие и кривой изгиб в железобетоне / М.С. Торяник – К.: Госстройиздат УССР, 1961. – 156 с.

14. Торяник М.С. Расчет на кривой изгиб по несущей способности предварительно-напряженных железобетонных элементов / М.С. Торяник // Бетон и железобетон. – 1965. – №1. – С.34–40.

15. Торяник М.С. Расчет железобетонных элементов двутаврового сечения на кривое внецентренное сжатие с малыми эксцентриситетами / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко // Бетон и железобетон. – 1968. – №6. – С.44–48.

16. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / [М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко, Л.В.Фалеев и др.]; под ред. М.С. Торяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 297 с.

17. Прокат арматурний для залізобетонних конструкцій. Загальні технічні умови : ДСТУ 3760:2006. – К.: Держспоживстандарт України, 2007. – 28 с.

18. Вахненко П.Ф. Современные методы расчета железобетонных конструкций на сложные виды деформаций / П.Ф. Вахненко. – К.: Будівельник, 1992. – 112 с.: іл.

19. Тимофеев М.І. Розрахунок і дослідження залізобетонних конструкцій при складних деформаціях: Автореф. дис. ...доктора техн. наук: 05.23.01 / М.І. Тимофеев. – К.: Науково-дослідний інститут будівельних конструкцій, 1998. – 36 с.

20. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций / А.А. Гвоздев, С.А. Дмитриев, Ю.П. Гуца и др.– М. : Стройиздат, 1978. – 204 с.

21. Чистяков Е.А. Деформации внецентренно сжатых железобетонных элементов в стадии, близкой к разрушению / Е.А. Чистяков, С.С. Мамедов // Теория железобетона; под ред. К.В. Михайлова, С.А. Дмитриева. – М.:



Стройиздат, 1972. – С. 116 – 123.

22. Павліков А.М. Використання діаграми стану бетону при визначенні міцності косозігнутих залізобетонних балок / А.М. Павліков, Є.В. Дяченко // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – Полтава: ПолтНТУ, 2004. – Вип. 14. – С. 23 – 25.

23. Бамбура А.М., Гурковский А.Б. К построению деформационной теории железобетона стержневых систем на экспериментальной основе // Будівельні конструкції. – К.: Будівельник, 2003. – Вип. 59.– С. 121 – 130.

24. Бамбура А.М. Экспериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.23.01 „Будівельні конструкції, будівлі та споруди“ / А.М. Бамбура; ХДТУБА. – Х., 2006. – 39 с.

25. Роговой С. И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчет прочности нормальных сечений / С.И. Роговой. – Полтава, 2002. – 183 с.

26. Байков В. Н. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям напряжения-деформации бетона и арматуры / В.Н. Байков, С.В. Горбатов // Бетон и железобетон. – 1985. – №6. – С.13 – 14.

27. Митрофанов В.П. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов / В.П. Митрофанов, С.И. Арцев // Проблеми теорії і практики залізобетону: зб. наук. статей, присвячених пам'яті проф. М.С. Торяника. – Полтава: ПДТУ імені Юрія Кондратюка, 1997. – С. 333 – 337.

28. Митрофанов В.П. Екстремальний критерій міцності залізобетонних елементів у деформаційній моделі / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – Київ : НДІБК, 2005. – Вип. 62.– Т.1.

– С.205 – 212.

29. Павліков А.М. Розрахунок граничних значень деформацій бетону стиснутої зони нормального перерізу косозігнутих залізобетонних елементів / А.М. Павліков // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – Полтава : ПолтНТУ, 2005. – Вип. 15. – С.36 – 42.

30. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с.

31. Рюш Г. Исследование работы изгибаемых элементов с учетом упругопластических деформаций / Г. Рюш // Международное совещание по расчету строительных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1961. – С. 183 – 189.

32. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона / В.М. Бондаренко. – Харьков: Изд. Харьковского ун-та, 1962. – 322 с.

33. Смирнов Н.В. К расчету центрально сжатых железобетонных элементов / Н.В. Смирнов, Е.И. Гамаюнов // Бетон и железобетон. – 1973. – №11. – С. 34 – 35.

34. Байков В.Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров // Изв. вузов: Стр-во и архит. – 1977. – № 6. – С. 15 – 19.

35. Бачинский В.Я. О построении диаграммы состояния бетона по результатам испытаний железобетонных балок / В.Я. Бачинский, А.Н. Бамбура, С.С. Ватагин // Строительные конструкции: Респ. межведомст. науч.-техн.сб. НИИСК Госстроя СССР. – К.: Будівельник, 1985. – Вып. 38. – С. 43 – 46.

36. Журавлева Н.В. Экспериментальное исследование диаграммы сжатия тяжелого бетона и приложение ее к оценке несущей способности железобетонных конструкций / Н.В. Журавлева : Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – К.: НИИСК Госстроя СССР, 1988. – 20 с.

37. Бамбура А.Н. Результаты экспериментальных исследований «напряжения-деформации» при длительном действии нагрузки / А.Н. Бамбура, М.С. Безбожная // Научно-практические проблемы современного железобетона: Первая Всеукр. научн.-техн. конф. – К., 1996. – С. 43 – 44.

38. Торяник М.С. О расчете на кривой изгиб железобетонных элементов на основе экспериментальных зависимостей  $\sigma_b$ - $\varepsilon_b$  с учетом нисходящей ветви / М.С. Торяник // Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций, и их внедрение в сельскохозяйственное строительство: Республиканская конференция. – Полтава, 1982. – С. 61 – 63.

39. Вахненко П.Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П.Ф. Вахненко, В.М. Кондель // Проблеми теорії і практики залізобетону: Зб. наук. праць. – Полтава, 1997. – С. 77 – 80.

40. Рубен Г.К. Приближенный метод расчета прочности нормальных сечений симметричной произвольной формы на основе обобщенных аналитических диаграмм деформирования материалов / Г.К. Рубен, Л.Р. Маилян, М.Ю. Беккиев // Автоматизация проектных работ в сельском строительстве. – Ростов-на-Дону, 1985. – С. 52 – 55.

41. Дегтярев В.В. Метод экспериментального определения напряженного состояния железобетонного сечения при изгибе / В.В. Дегтярев, К.А. Гагарин // Труды ЦНИИС.– М.: Транспорт, 1969. – Вып. 70. – С.41 – 46.

42. Яременко О.Ф. Застосування реальних діаграм матеріалів в розрахунках залізобетонних конструкцій / О.Ф. Яременко, Н.Н. Сорока, А.С. Карнаухова // Проблеми теорії і практики залізобетону: Зб. наук. статей, присвячений 100-річчю з дня народження проф. М.С. Торяника. – Полтава: ПДТУ ім. Юрія Кондратюка, 1997. – С. 493 – 496.

43. Ansari F. Stress-Strain Response and Failure Surface of High Strength Concrete under Generalized State of Stress / F. Ansari // Innovations and Developments in Concrete Materials and Constructions: Proc. of Int. Conf. held at the Dundee, Scotland, UK, 9-11 Sept. 2002. – London: Thomas Telford, 2002. – P. 781 – 794.

44. Konig G. Modelling the Increase of Ductility of HPC under Compressive Forces – A Fracture Mechanics Approach / G. Konig, L. Kutzing // High Performance Fiber Reinforced Cement Composites: Proc. of the 3-th Int. RILEM Workshop. – Mainz, 1999. – P. 251 – 259.

45. Jensen J.J. Safety and Reliability of Concrete Structures / J.J. Jensen // High Performance Concrete Exposed to Extreme Loading: Proc. of the 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. – Sandefjord, Norway, 1999. – Vol. 1. – P. 368 – 377.

46. Tan G.A. Mechanical Properties of High-Strength Concrete and Their dependence on Moisture Conditions / G.A. Tan, A.K.H. Kwan, P.K.K. Lee // High Performance Concrete Exposed to Extreme Loading: Proc. of the 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. – Sandefjord, Norway, 1999. – Vol. 2. – P. 1322 – 1330.

47. Mikai David J. Efficient Representation of Concrete Constitutive Data for Moment Capacity Calculation / David J. Mikai // ACI Structural Journal. – Vol. 96 № 5. – 1999. – P. 720 – 727.

48. Николаевский В.Н. Механические свойства горных пород / В.Н. Николаевский, Л.Д. Лившиц, П.А. Сизов // Деформации и разрушение. Итоги науки и техники: Сер. «Механика деформируемого твердого тела». – 1987. – Т. 11. – С. 123 – 250.

49. Гольшев А.Б. О природе деформирования бетона при осевом сжатии и адекватных моделях / А.Б. Гольшев // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Зб. наук. пр. Держ. НДІ буд. конструкцій Держбуду України. – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Кн. 1. – С. 93 – 98.

50. Проектирование железобетонных конструкций: справочное пособие / [А.Б. Гольшев, В.Я. Бачинский, В.П. Полищук и др.] ; под ред. А.Б. Гольшева. – К.: Будивельник, 1990. – 544 с.

51. Мулин Н.М. Деформации железобетонных элементов при работе стержневой арматуры в упругопластической стадии / Н.М. Мулин, Ю.П. Гуца // Бетон и железобетон. – 1970. – № 3. – С. 24 – 26.

52. Байков В.Н. Взаимосвязь диаграммы прочности двусосно-сжатого бетона и характеристик  $\sigma - \varepsilon$  при одноосном сжатии и растяжении / В.Н. Байков // Бетон и железобетон. – 1991. – № 11. – С. 24 – 26.

53. Митрофанов В.П. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов / В.П. Митрофанов, С.И. Арцев // Проблеми теорії і практики залізобетону: зб. наук. статей, присвячених пам'яті проф. М.С. Торяника. – Полтава: ПДТУ імені Юрія Кондратюка, 1997. – С. 333 – 337.

54. Михайлов В.В. Некоторые предложения по описанию диаграммы деформаций бетона при загрузении / В.В. Михайлов, М.П. Емельянов, Л.С. Дудолодов, В.М. Матисов // Изв. вузов. Стр-во и архит. – 1984. – № 2. – С. 23 – 27.

55. Бамбура А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния и несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов / А.Н. Бамбура // Научно-практические проблемы современного железобетона: Первая Всеукр. научн.-техн. конф. – К., 1996. – С. 36 – 39.

56. Узун И.А. Развитие методов четные модели железобетонных элементов / И.А. Узун. – Одесса: ИМК «Город мастеров», 2000. – 248 с.

57. Ромашко В.М. Деякі особливості діаграми деформування бетону / В.М. Ромашко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2006. – Вип.14. – С.294 – 301.

58. Про граничну деформацію стиснутої грані бетону в нормальному перерізі залізобетонних елементів / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков, Б.П. Митрофанов, О.А. Шкурूपій // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – Полтава : ПолтНТУ, 2004. – Вип. 14. – С.95 – 102.

59. Роговой С.И. Методология расчета прочности нормальных сечений бетонных и железобетонных конструкций (на основе деформационной расчетной модели): дис. на соискание науч. степени доктора техн. наук : спец. 05.23.01 „Строительные конструкции, здания и сооружения“ / С.И. Роговой. – Полтава, 2005.– 371 с.

60. Hognestad E. Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design / E. Hognestad, N.W. Hanson, D. McHenry // ACI Journal. – 1955. – Vol. 27. – No4.– P. 455–479.

61. Павлов А.П. Введение в теорию железобетона / А.П. Павлов. – Ленинград: ЛИСИ, 1974. – Ч. I. – 96 с.

62. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения: СНиП 52-010-03. – М.: Минрегион России, 2012. – 157 с.

63. Дорофеев В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: монография / В.С. Дорофеев, В.Ю. Барданов. – Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.

64. Бачинский В.Я. О потере устойчивости деформирования изгибаемого бруса / В.Я. Бачинский //Строительные конструкции: Респ. межведомст. науч.-техн. сб. НИИСК Госстроя СССР. – К.: Будівельник, 1982. – Вып. 35. – С. 55 – 58.

65. Нелепов А.Р. Анализ методик по определению максимальных деформаций бетона сжатой зоны стержневых элементов / А.Р. Нелепов // Изв. вузов. Стр-во. – 1999. – №1. – С. 126 – 130.

66. Несветаев Г.В. К вопросу определения основных констант деформирования бетона / Г.В. Несветаев // Изв. вузов. Стр-во. – 1999. – №5. – С. 136 – 139.

67. Everard N.J Ultimate Strength Design-Serviceability Investigation. A Unified Method for Reinforced Concrete Bridge Design / N.J. Everard // Intl Symp Concr Bridge Des Proc /Can, 1969. – P. 385 – 405.

68. Яшин А.В. Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии / А.В. Яшин // Новое о прочности железобетона; Под ред. К. В. Михайлова. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 17 – 30.

69. Холмянский М.М. К механизму деформирования и разрушения бетона при сжатии и растяжении / М.М. Холмянский // Бетон и железобетон. – 1989. – № 9. – С. 25 – 26.

70. Бабич В.И. Расчет элементов железобетонных конструкций деформационным методом / В.И. Бабич, Д.В. Кочкарев // Бетон и железобетон. – 2004. – №2. – С.12 – 16.

71. Байков В.Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для

бетона и высокопрочной арматуры / В.Н. Байков // Изв. вузов. Стр-во и архит. – 1981. – № 5. – С. 26 – 32.

72. Карпенко Н.И. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, А.Н. Петров // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1986. – С. 7 – 25.

73. Вахненко П.Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П.Ф. Вахненко, В.М. Кондель // Проблеми теорії і практики залізобетону: Зб. наук. праць. – Полтава, 1997. – С. 77 – 80.

74. Маилян Д.Р. Влияние армирования и эксцентриситета сжимающего усилия на деформативность бетона и характер диаграммы сжатия / Д.Р. Маилян // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона. – Ростов-на-Дону, 1979. – С. 70 – 82.

75. Бондаренко В.М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона // В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко. – М.: Стройиздат, 1982. – 287 с.

76. Бабич Є.М. До питання побудови діаграми деформування бетону та визначення коефіцієнта повноти епюри напружень / Є.М. Бабич, Ю.О. Крусь // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць.– Рівне: Вид-во РДТУ, 2001. – Вип. 6. – С.94 – 104.

77. Павліков А.М. Напружено-деформований стан навскісно завантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : Дис. ...докт. техн. наук: 05.23.01 / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 159 с.

78. Дяченко Є.В. Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів з урахуванням повної діаграми фізичного стану бетону: Дис. ...канд. техн. наук: 05.23.01 / Є.В. Дяченко. – Полтава, 2006. – 159 с.



79. Павліков А.М. Визначення розрахункових значень деформацій бетону стиснутої грані в залізобетонних згинальних елементах / А.М. Павліков // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Зб. наук. праць – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Кн. 1.– С.219 – 224.

80. Павліков А.М. Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів прямокутного перерізу з використанням діаграми стану бетону ЄКБ-ФІП / А.М. Павліков, Є.В. Дяченко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць – Рівне, 2005. – Вип. 12. – С.235 – 240.

81. Павліков А.М. Порівняння теоретичних і експериментальних значень міцності косозігнутих балок в стадії закритичного деформування бетону / А.М. Павліков, Є.В. Дяченко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне, 2005. – Вип. 13. – С.233 – 236.

82. Павліков А.М. Гармонізація залежностей напруження-деформації, застосовуваних ДБН В. 2.6-98: 2009 / А.М. Павліков, П.А. Юрко // Будівельні конструкції. – К., 2013. – Вип. 78 (1). – С. 104 – 108.

83. Юрко П.А. Міцність нормальних перерізів стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі: Дис. ...канд. техн. наук: 05.23.01 / П.А. Юрко. – Полтава, 2016. – 194 с.

84. Прокат арматурний для залізобетонних конструкцій. Загальні технічні умови : ДСТУ 3760:2006. – К.: Держспоживстандарт України, 2007. – 28 с.

85. ГОСТ 10884–81. Сталь арматурная термомеханически упрочненная для железобетонных конструкций. Технические условия. – М.: Изд-во стандартов, 1996. – 17 с.

86. ГОСТ 6727–80. Проволока из низкоуглеродистой стали холоднотянутая для армирования железобетонных конструкций. Технические условия. – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 6 с.

87. Байков В.Н. Об уточнении аналитических зависимостей диаграммы растяжения арматурных сталей / В.Н. Байков, С.А. Матадян, Л.С. Дудолодов, В.М. Митасов // Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1983. – № 9.– С. 1 – 5.

88. Крусъ Ю.О. Аналітичне представлення та способи апроксимації реальних діаграм деформування арматурних сталей / Крусъ Ю.О. // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць.– Рівне: Вид-во РДТУ, 2006. – Вип. 14. – С. 215 – 225.

89. Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП 2.03.01-84\*. – М.:ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.

90. Mitrofanov V.P. Optimization strength theory of reinforced concrete bar elements and structures with practical aspects of its use / V.P. Mitrofanov // Proceedings of the Danish Society for Structural Science and Engineering. – Kobenhavn, 2000. – P. 73 – 125.

91. Павліков А.М. Використання діаграми стану бетону при визначенні площі поздовжньої арматури в залізобетонних балках / А.М. Павліков // Галузеве машинобудування, будівництво: Зб. наук. праць. – Полтава: ПНТУ, 2004. – Вип. 14. – С.20 – 22.

ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ  
В УМОВАХ СКЛАДНОГО ДЕФОРМУВАННЯ  
ТА ЇХ РОЗРАХУНОК:  
навчальний посібник

Комп'ютерна верстка О.В. Гарькава та А.М. Павліков  
Редактор А.М. Павліков

---

Підписано до друку 30.10.2018 р.  
Формат 60 x 84/16. Папір офсетний. Друк RISO  
Ум. друк. арк. 4,82. Наклад 20 прим.

---

Віддруковано з оригінал-макета у поліграфічному центрі  
Полтавського національного технічного університету  
імені Юрія Кондратюка  
Першотравневий проспект, 24, м. Полтава, 36011  
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготівників і  
розповсюджувачів видавничої продукції  
Серія ДК, №3130 від 06.03.2008

---