ВНУТРІШНЬОПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

І. В. Рассоха[1], Л. М. Блажко[1], Т. О. Карпалюк[2]
[1]*Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава, Україна*
[2]*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна*
tamarakarpalyuk@ukr.net

Ключові слова: неперервне навчання, внутрішньопредметні зв'язки, системи рівнянь, полярна система координат.

Неперервне навчання — це засіб життєдіяльності людини, процес придбання нею необхідних знань, умінь, навичок і риса умови виникнення потреби в них, який відбувається протягом усього життя людини. Реалізація принципу наступності в навчанні є частиною загальної концепції неперервності навчання. Цінність ідеї неперервності навчання є беззаперечною, оскільки дозволяє людині протягом усього життя творчо і професійно розвиватися, підвищувати свою компетентність (Старикова, 2008).

Однією з важливих умов реалізації завдання побудови системи неперервної освіти, особливо у природничо-науковому циклі дисциплін, є забезпечення послідовності й системності, оскільки перехід до неї значною мірою трансформує традиційну методичну систему навчання, визначаючи нові фактори та створюючи інакші умови для реалізації наступності в навчанні. Взаємозв'язки між навчанням у середній школі та вищих навчальних закладах досліджували такі науковці, як В. М. Алфімов, В. І. Костенко, Л. О. Філатова (Филатова, 2005). Щодо реалізації принципу неперервності освіти, вважаємо доцільним проілюструвати її за рахунок використання внутрішньопредметних зв'язків. Пропонуємо наступну їх класифікацію:

1) зв'язки, засновані на вивченні одного й того ж об'єкта в різних розділах одного предмета чи дисципліни;

2) зв'язки, засновані на використанні одного й того ж наукового методу чи способу в різних розділах одного предмета чи дисципліни;

3) зв'язки, в основі яких лежить використання однієї теорії (формул, теорем, означень, законів) у різних розділах одного предмета чи дисципліни.

Розгляньмо на прикладі вивчення полярної системи координат у курсі вищої математики реалізацію принципу неперервності навчання через використання внутрішньопредметних зв'язків.

Як відомо, у курсі елементарної математики широко вивчаються різноманітні нелінійні системи рівнянь та методи їх розв'язання. При вивченні вищої математики даний матеріал майже не використовується й тому стоїть осторонь інших тем. Пропонуємо повернутися до даного питання, але вже в дещо іншому аспекті: покажімо студентам застосування полярної системи координат для розв’язання алгебраїчних задач.

Загальновідомо, що методи розв’язання нелінійних систем рівнянь можна розділити на аналітичні (метод підстановки, додавання тощо), прості (метод вгадування, графічний), чисельні (знаходження чисельного розв’язку можливе з певною точністю, тобто зводиться до визначення інтервалу, меншого від наперед заданого числа, у якому функція має принаймні один корінь). Для систем нелінійних рівнянь, на відміну від систем лінійних рівнянь, не знайдено якогось універсального, зручного для застосування на практиці методу розв’язування, а тому, розглядаючи кожну конкретну систему нелінійних рівнянь, доводиться застосовувати спеціальні методи, що ґрунтуються на використанні особливостей алгебраїчних рівнянь, які утворюють дану систему. При цьому може статися, що система має як нескінченну, так і скінченну кількість розв’язків або навіть зовсім не має розв’язків (Савелов, 1960).

Використаймо метод, що базується на переході від декартової системи координат до полярної, для розв’язання систем рівнянь.

Такий метод дозволяє вирішити питання сумісності системи, тобто існування розв’язків. Перевага полярної системи полягає в тому, що для деяких рівнянь вона дозволяє однозначно виразити одну змінну через іншу і завдяки цьому побудувати геометричні образи рівнянь, що входять до системи (Овчинников, Яремчук, & Михайленко, 2000). Після цього легко вирішується питання про існування та кількість розв’язків нелінійної системи. Іноді цей висновок випливає безпосередньо після запису рівнянь у полярній системі. Розгляньмо наступні приклади.

Приклад 1. Дослідити систему на сумісність:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ xy = 6. \end{cases}$$

Розв’язання. Після переходу до полярної системи координат одержуємо систему:

$$\begin{cases} \rho = 2, \\ \sin(2\phi) = 3. \end{cases}$$

Очевидно, щоостаннє рівняння не має розв’язків. Отже, система несумісна.

Наведімо приклади, у яких, зробивши перехід до полярної системи координат, знаходимо точні розв’язки систем рівнянь.

Приклад 2. Розв’язати системурівнянь:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x^2 - y^2} = y, \\ x^4 - y^4 = 81. \end{cases}$$

Розв’язання. Після переходу до полярної системи за формулами

$$\begin{cases} x = \rho\cos\phi, \\ y = \rho\sin\phi \end{cases}$$

система набуває вигляду

$$\begin{cases} \rho - \rho\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\phi} = \rho\sin\phi, \\ \rho^4\left(\cos^2\phi - \sin^2\phi\right) = 81. \end{cases}$$

Виконавши еквівалентні перетворення, одержимо:

$$\begin{cases} \rho^2 = 27, \\ \sin\phi = \dfrac{2}{3}; \end{cases} \text{або} \begin{cases} \rho^2 = 9, \\ \sin\phi = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho = 3\sqrt{3}, \\ \sin\phi = \dfrac{2}{3}, \cos\phi = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}; \end{cases} \text{або} \begin{cases} \rho = 3, \\ \sin\phi = 0, \cos\phi = \pm 1; \end{cases}$$

Виконавши обернену заміну, одержимо

Відповідь: $\left(\sqrt{15};2\sqrt{3}\right)$, $\left(-\sqrt{15};2\sqrt{3}\right)$, $\left(3;0\right)$, $\left(-3;0\right)$.

Приклад 3. Серед усіх розв'язків системи

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3, \\ a^2 + b^2 = 25, \\ xb + ya \geq 5\sqrt{3} \end{cases}$$

знайдіть такі, при яких вираз $x + a$ набуває найбільше значення.

Розв'язання. Перейдімо до полярної системи координат, використавши наступну заміну:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\phi, y = \rho\sin\phi, \\ a = r\cos\theta; b = r\sin\theta. \end{cases}$$

Після певних перетворень система набуде вигляду:

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{3}, \\ r = 5, \\ 5\sqrt{3}\sin\left(\theta + \phi\right) \geq 5\sqrt{3}. \end{cases}$$

Оскільки $\left|\sin\left(\theta + \phi\right)\right| \leq 1$, то $\theta + \phi = \dfrac{\pi}{2}$, тому

$$x + a = \sqrt{3}\cos\phi + 5\cos(\frac{\pi}{2} - \phi) = \sqrt{3}\cos\phi + 5\sin\phi =$$

$$= 2\sqrt{7}\left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}\cos\phi + \frac{5}{2\sqrt{7}}\sin\phi\right) = 2\sqrt{7}\sin\left(\phi + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{5}\right).$$

Значення останнього виразу буде найбільшим, якщо

$$\phi + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{\pi}{2}.$$

Тому

$$\begin{cases} x = \sqrt{3}\sin\left(\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right), y = \sqrt{3}\cos\left(\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right); \\ a = 5\cos\left(\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right), b = 5\sin\left(\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right). \end{cases}$$

Отже, вираз $x + a$ набуває найбільше значення, якщо

$$\begin{cases} x = \dfrac{3\sqrt{7}}{14}, y = \dfrac{5\sqrt{21}}{14}; \\ a = \dfrac{25\sqrt{7}}{14}, b = \dfrac{5\sqrt{21}}{14}. \end{cases}$$

Наведені приклади можна використовувати при вивченні вищої математики.

Отже, з вищенаведеного бачимо, що для побудови системи неперервної освіти при вивченні математики у вищих навчальних закладах важливо спиратися на знання. отримані ще в середній школі. Це спрощує сприйняття матеріалу студентами, а отже, допомагає їм здобути нові знання, що базуються на раніше отриманих. Одним з дієвих прийомів при цьому є використання внутрішньопредметних зв'язків, як це було показано вище.

Список літератури

Овчинников, П. П., Яремчук, Ф. П., & Михайленко, В. М. (2000). *Вища математика: Підручник*. Київ: Техніка.

Савелов, А. А. (1960). *Плоские кривые: Систематика, свойства, применения (справочное руководство)*. Москва: Физматлит.

Старикова, Л. Д. (2008). Современная трактовка непрерывности образования. *Высшее образование сегодня,* (10), 76—79.

Филатова, Л. О. (2005). *Развитие преемственности школьного и вузовского образования в условиях введения профильного обучения в старшем звене средней школы*. Москва: Лаборатория Базовых Знаний.