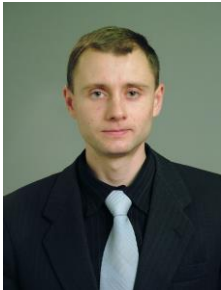


**УДК 624.012**



**ГАРЬКАВА О.В.**

Канд.технічних наук, доц., Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава, Україна,  
e-mail: olga-boiko@ukr.net,  
тел. +38(067) 450 03 70,  
ORCID: 0000-0003-2214-3128



**ГАСЕНКО А.В.**

Канд.технічних наук, доц., Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава, Україна,  
e-mail: gasentk@gmail.com,  
тел. +38(050) 404 64 88,  
ORCID: 0000-0003-1045-8077

## **ВИЗНАЧЕННЯ МІЦНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОЛОН ПРИ КОСОМУ СТИСКУ**

**АНОТАЦІЯ:** З огляду на широке розповсюдження косостиснутих елементів у практиці проектування та зведення каркасних промислових і цивільних будівель у статті запропонований практичний метод розрахунку міцності залізобетонних колон, що працюють в умовах косоного стиску.

Метод розроблений на основі передумов, що рекомендуються діючими нормами із проектування залізобетонних конструкцій. Проблема складності застосування нелінійної деформаційної моделі при дослідженні складнодеформованих елементів успішно вирішена шляхом впровадження дволінійних діаграм деформування бетону й арматури та деформаційного критерію міцності.

Для визначення кута нахилу нейтральної лінії в перерізі косостиснутого елемента застосована умова розташування рівнодійних зусиль у стиснутому бетоні та розтягнутій арматурі в одній площині із поздовжньою силою від зовнішнього навантаження.

Виведені аналітичні залежності для визначення всіх невідомих параметрів при розрахунку міцності косостиснутих колон для випадку трикутної форми стиснутої зони бетону. Отримані рівняння можуть бути використані при розв'язанні задач

проектування косостиснутих колон, а також при виконанні перевірних розрахунків міцності.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** залізобетон, колона, міцність, косий стиск, розрахунок.

**ГАРЬКАВАЯ О.В.**

Канд.технических наук, доц., Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава, Украина,  
e-mail: olga-boiko@ukr.net,  
тел. +38(067) 450 03 70,  
ORCID: 0000-0003-2214-3128

**ГАСЕНКО А.В.**

Канд.технических наук, доц., Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава, Украина,  
e-mail: gasentk@gmail.com,  
тел. +38(050) 404 64 88,  
ORCID: 0000-0003-1045-8077

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН ПРИ КОСОМ СЖАТИИ**

**АННОТАЦИЯ:** Учитывая широкое распространение кососжатых элементов в практике проектирования и возведения каркасных промышленных и гражданских зданий в статье предложен практический метод расчета прочности железобетонных колонн, работающих в условиях косоугольного сжатия.

Метод разработан на основе предпосылок, рекомендуемых действующими нормами по проектированию железобетонных конструкций. Проблема сложности применения нелинейной деформационной модели при исследовании складнодеформированных элементов успешно решена путем внедрения двухлинейных диаграмм деформирования бетона и арматуры и деформационного критерия прочности.

Для определения угла наклона нейтральной линии в сечении кососжатого элемента использовано условие расположения равнодействующих усилий в сжатом бетоне и растянутой арматуре в одной плоскости с продольной силой от внешней нагрузки.

Выведены аналитические зависимости для определения всех неизвестных параметров при расчете прочности кососжатых колонн для случая треугольной формы сжатой зоны бетона. Полученные уравнения могут быть использованы при решении задач проектирования кососжатых колонн, а также при выполнении проверочных расчетов прочности.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** железобетон, колонна, прочность, косое сжатие, расчет.

**HARKAVA O.V.**

PhD, Ass. Prof., Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Poltava, Ukraine  
e-mail: olga-boiko@ukr.net,  
tel. +38(067) 450 03 70,  
ORCID: 0000-0003-2214-3128

**HASENKO A.V.**

PhD, Ass. Prof., Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Poltava, Ukraine  
e-mail: gasentk@gmail.com,

tel. +38(050) 404 64 88,  
ORCID: 0000-0003-1045-8077

## **STRENGTH DETERMINATION OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS UNDER BIAXIAL COMPRESSION**

**ABSTRACT:** Today, builders are increasingly faced with the phenomenon of biaxial compression in practice designing and building constructions, buildings and structures. Biaxial compressed structures are: columns of industrial and civil frame buildings; columns of overpasses, bridges, bunker buildings, water towers, frame foundations for turbogenerators and other structures.

An increasing percentage of reinforced concrete elements are subjected to biaxial compression due to application of non-typical decisions of structural systems of buildings and individualization of designing and manufacturing of reinforced concrete elements. Uncapital Ungirder Frame Structure which is widespread in the construction industry in Ukraine, particularly in Poltava can serve an example of such progress in the construction industry.

Both the edge and the middle columns of the Uncapital Ungirder Frame Structure are biaxial bended due to the absence of consoles in the joint of the column and the column strip, which provide application an external load in only one plane.

Analysis of the recent publications shows that it is the most appropriate to advance existing proposals of bearing capacity calculations of biaxial compressed elements by applying nonlinear deformation model, deformation strength criterion and stress-strain diagrams of materials.

The practical method of strength calculation of biaxial compressed reinforced concrete columns of Uncapital Ungirder Frame Structure is developed. The method is based on assumptions which are recommended by Eurocode 2. The problem of difficulty applying nonlinear deformation model in the study of biaxial deformed elements is successfully solved by the introduction of the bi-linear stress-strain relations for concrete and reinforcement and deformative criterion of strength.

As a result of theoretical research the analytical dependences for determination of all unknown parameters in solving problems of strength of biaxial compressed reinforced concrete columns with triangular compressed zone are received on the basis of deformation model with the bi-linear stress-strain relations of materials. The derived equations can be used when checking the bearing capacity of biaxial compressed columns, and in definition the required quantity of reinforcement. The generality of adopted design model is confirmed.

**KEY WORDS:** reinforced concrete, column, strength, biaxial compression, calculation.

### **ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ.**

На сьогодні будівельникам все частіше доводиться зустрічатися з проблемою врахування косоного стиску на практиці проектування та зведення колон каркасних промислових і цивільних будівель. Це обумовлюється цілою низкою причин як конструктивного, так і технологічного чи експлуатаційного характеру.

Косому стиску крім колон каркасних будівель піддаються також стійки естакад, мостів, бункерних споруд, водонапірних башт, рамних фундаментів під турбогенератори та інші конструкції.

Як показує практика, велика кількість конструкцій, запроектованих для роботи в умовах плоского позацентрового стиску, в силу різноманітних непередбачених факторів тією чи іншою мірою також зазнають навскісного стискання. Зазначені причини можна умовно поділити на групи, до яких входять наступні: технологічні

неточності при виготовленні конструкцій; неточності при монтажі конструкцій; сейсмічні навантаження; місцеве руйнування залізобетонних конструкцій; зміна перерізів елементів у ході реконструкції будівель і споруд як в цілому, так і їх частин; нерівномірний температурний вплив; неоднорідність залізобетону.

В умовах косоного стиску опиняється все більша частина залізобетонних елементів також через застосування нетипових вирішень конструктивних систем будівель та індивідуалізацію проектування й виготовлення залізобетонних елементів. Прикладом подібного прогресу в галузі будівництва може слугувати безкапітельно-безконсольно-безбалкова конструктивна система будівель, котра набула широкого розповсюдження в будівельній галузі України [1]. Ця система характеризується широкими можливостями планувальних рішень, які не впливають на стійкість та теплоємність будівлі [2].

Як крайні, так і середні колони безкапітельно-безконсольно-безбалкового каркаса зазнають наскісного деформування, що виникає через особливості влаштування вузла стикування колон та надколонних плит перекриття [3]. Відсутність консолей у вузлі стикування (рис. 1), котрі б забезпечували прикладання зовнішнього навантаження тільки в одній площині, спричиняє виникнення явища косоного стиску в колонах.



**Рис. 1.** Фрагменти спирання надколонних плит на колону 16-ти поверхової будівлі безкапітельно-безконсольно-безбалкової конструктивної системи.

На сьогодні залізобетонні конструкції, що працюють за умов косоного стиску, дуже часто розраховують на плоский позацентровий стиск в ортогональних головних площинах інерції. Проектувальники вимушені вдаватись до такого спрощення, оскільки досконалого і одночасно досить простого методу розрахунку міцності косостиснутих елементів, котрий відповідає вимогам чинних норм із проектування залізобетонних конструкцій [4], поки що немає. А це, звичайно, призводить до викривлення дійсної картини роботи конструкції і, як наслідок, до перевитрати матеріалів і навіть – до аварій.

## **АНАЛІЗ ОСТАННІХ ПУБЛІКАЦІЙ.**

Значна кількість пропозицій щодо розрахунку міцності косодеформованих залізобетонних елементів наведена в роботах М.С. Торяника та його учнів у працях [5 – 7]. На основі експериментальних даних розроблені практичні методи розрахунку на складні види деформацій, які ґрунтуються на положенні про зв'язок між різними видами складних деформацій. Мається на увазі, що косий згин є частковим випадком косоного згину з крученням і косоного стиску. Більш того, такі прості види деформацій, як плоский і центральний стиск, плоский згин, також є частковими випадками косоного стиску.

Аналіз останніх публікацій [8 – 12] показує, що найбільш доцільно вдосконалювати існуючі пропозиції з розрахунків несучої здатності косостиснутих елементів шляхом застосування нелінійної деформаційної моделі, деформаційного критерію міцності та діаграм фізичного стану матеріалів. При цьому використання деяких спрощень при розробленні деформаційних методів обчислення міцності залізобетонних елементів, що працюють при складних деформаціях, дозволить отримати аналітичні залежності для розрахунку, зручні для використання в інженерній практиці.

**МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ:** вдосконалення методу розрахунку міцності залізобетонних косостиснутих колон на основі застосування спрощених дволінійних діаграм деформування матеріалів та деформаційного критерію міцності.

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.

Розглядається розрахунок міцності косостиснутої залізобетонної симетрично армованої колони з трикутною формою стиснутої зони бетону. В основу теоретичних досліджень покладені передумови розрахунку за нормами [4]. При цьому для описання роботи стиснутого бетону прийнята дволінійна діаграма за рис. 3.4 [4]. Зв'язок між напруженнями і деформаціями в арматурі описується дволінійною діаграмою з горизонтальною верхньою гілкою без необхідності перевірки граничної деформації за рис. 3.8 [4].

Розрахункова схема нормального перерізу косостиснутої залізобетонної колони квадратного профілю має вигляд, представлений на рисунку 2. Для виведення розрахункових формул записані загальні рівняння рівноваги зусиль у координатній площині  $YOZ$ , розташованій таким чином, що вісь  $Y$  перетинає найбільш стиснуте ребро перерізу і перпендикулярна до нейтральної лінії:

$$\sum Z = 0: N_c + \sum_{i=1}^n N_{si} - N_{Ed} = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0: N_c (y_{Ed} - y_c) + \sum_{i=1}^n N_{si} (y_{Ed} - y_{si}) = 0, \quad (2)$$

де  $N_c$  – рівнодійна напружень в бетоні стиснутої зони;

$N_{si}$  – зусилля в  $i$ -тому арматурному стрижні;

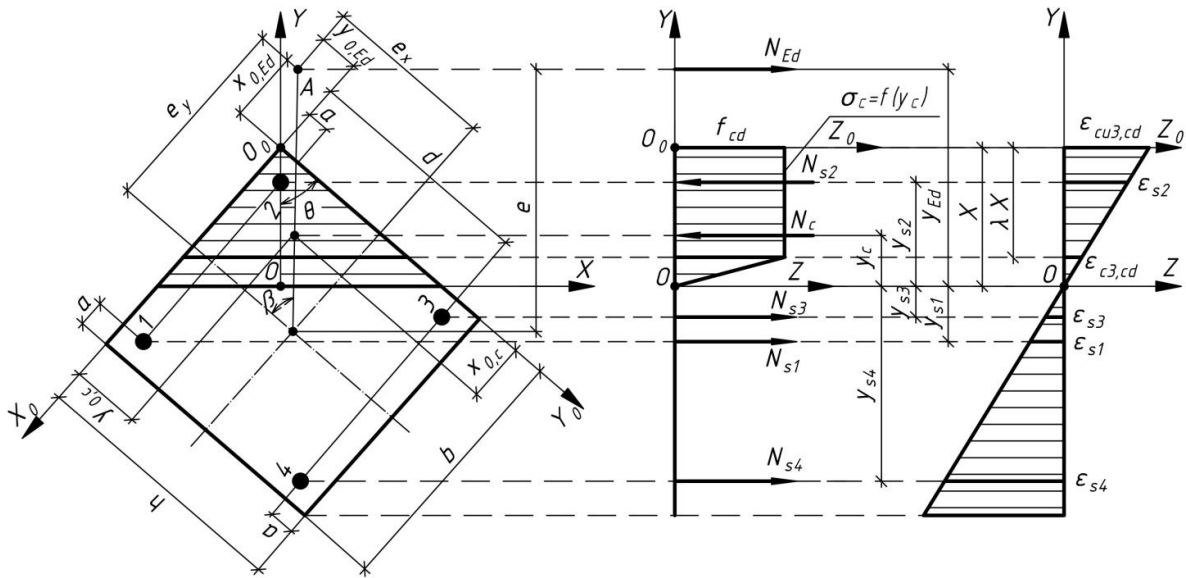
$n$  – кількість арматурних стрижнів у перерізі;

$N_{Ed}$  – поздовжня сила від зовнішнього навантаження;

$y_{Ed}$  – координата точки прикладання сили  $N_{Ed}$ ;

$y_c$  – координата точки прикладання зусилля  $N_c$ ;

$y_{si}$  – координата точки прикладання зусилля  $N_{si}$ .



**Рис. 2.** Розрахункова схема зусиль, напружень та деформацій у нормальному перерізі косостиснутої залізобетонної колони з трикутною формою стиснутої зони.

Для визначення зусилля  $N_c$  із застосуванням аналітичних виразів розрахункової дволінійної діаграми фізичного стану стиснутого бетону за рис. 3.4 [4] та гіпотези плоских перерізів (рис. 2) одержано закон  $\sigma_c = f(y)$  розподілу напружень в стиснутій зоні бетону в площині  $YOZ$ :

$$\text{при } 0 < y \leq X - \lambda X \quad \sigma_c = \frac{f_{cd} y}{X - \lambda X}; \quad (3)$$

$$\text{при } X - \lambda X < y \leq X \quad \sigma_c = f_{cd}, \quad (4)$$

де  $X$  – висота стиснутої зони;

$\lambda$  – рівень пластичності бетону.

Параметри  $X$  та  $\lambda$  (рис. 2) функціонально залежать від фібрових деформацій бетону та арматури (деформації стиску враховуються зі знаком «+», а деформації розтягу – зі знаком «-»):

$$X = \frac{\varepsilon_{c(1)} y_{sm}}{\varepsilon_{sm}}, \quad (5)$$

$$\lambda = 1 - \frac{\varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{c(1)}}, \quad (6)$$

де  $\varepsilon_{c(1)}$  – відносні деформації бетону найбільш стиснутого ребра колони (фіброві деформації бетону);

$y_{sm}$  – координата точки прикладання рівнодійної зусиль в найбільш розтягнутому арматурному стрижні, тобто  $y_{sm} = y_{s4}$  (рис. 2);

$\varepsilon_{sm}$  – відносні деформації найбільш розтягнутого арматурного стрижня (фіброві деформації арматури), тобто  $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s4}$  (рис. 2);

$\varepsilon_{c3,cd}$  – відносні деформації бетону, що відповідають межі трикутної ділянки епюри напружень у стиснутій зоні.

Шляхом інтегрування функції (8 – 9) отримані вирази для обчислення значень рівнодійної  $N_c$  та відстані  $y_c$  від точки її прикладання до нейтральної лінії для трикутної форми стиснутої зони бетону:

$$N_c = \int_0^{X-\lambda X} dy \int_{x_1}^{x_2} \frac{f_{cd} y}{X - \lambda X} dx + \int_{X-\lambda X}^X dy \int_{x_1}^{x_2} f_{cd} dx = \frac{f_{cd} X^2 \omega_1}{\sin 2\theta}; \quad (7)$$

$$S_{cx} = \int_0^{X-\lambda X} dy \int_{x_1}^{x_2} \frac{f_{cd} y}{X - \lambda X} \cdot y dx + \int_{X-\lambda X}^X dy \int_{x_1}^{x_2} f_{cd} \cdot y dx = \frac{f_{cd} X^3 \varphi_1}{\sin 2\theta}; \quad (8)$$

$$y_c = \frac{S_{cx}}{N_c} = X \frac{\varphi_1}{\omega_1}, \quad (9)$$

$$\text{де } x_1 = \frac{(y - X)}{\operatorname{tg} \theta}, \quad x_2 = (X - y) \operatorname{tg} \theta;$$

$\theta$  – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі симетрії перерізу;

$\omega_1, \varphi_1$  – відповідно коефіцієнти повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони та відносного значення координати точки прикладання зусилля  $N_c$ :

$$\omega_1 = \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{3}; \quad (10)$$

$$\varphi_1 = \frac{1 + \lambda + \lambda^2 - \lambda^3}{6}. \quad (11)$$

Визначення рівнодійних  $N_{si}$  пропонується виконувати залежно від значення напружень  $\sigma_{si}$ , що відповідають деформаціям  $\varepsilon_{si}$  на розрахунковій дволінійній діаграмі стану арматури, на основі виразу:

$$N_{si} = \sigma_{si} A_{si}, \quad (12)$$

де  $A_{si}$  – площа поперечного перерізу  $i$ -го стрижня арматури.

Значення напружень  $\sigma_{si}$  визначаються за законом Гука залежно від відносних деформацій арматури

$$\varepsilon_{si} = \frac{y_{si} \varepsilon_{cu3,cd}}{X}. \quad (13)$$

Координати точок прикладання сили  $N_{Ed}$  та зусиль  $N_{si}$  в арматурних стрижнях у квадратному перерізі симетрично армованої чотирма стрижнями колони при трикутній формі стиснутої зони бетону (рис. 2) визначатимуться так:

$$y_{Ed} = X + e - (0,5h \cos \theta + 0,5b \sin \theta); \quad (14)$$

$$y_{s1} = X - (a \cos \theta + (b - a) \sin \theta); \quad (15)$$

$$y_{s2} = X - (a \cos \theta + a \sin \theta); \quad (16)$$

$$y_{s3} = X - (h - a) \cos \theta - a \sin \theta, \quad (17)$$

$$y_{s4} = X - (h - a) \cos \theta - (b - a) \sin \theta, \quad (18)$$

де  $e$  – ексцентриситет прикладання сили  $N_{Ed}$  відносно центра ваги поперечного перерізу колони,  $e = e_x \cos \theta + e_y \sin \theta$ ;

$e_x, e_y$  – ексцентриситети прикладання сили  $N_{Ed}$  відносно горизонтальної та вертикальної осей симетрії поперечного перерізу колони відповідно;

$b$  – ширина поперечного перерізу залізобетонної колони;

$h$  – висота поперечного перерізу залізобетонної колони;

$a$  – відстань від центру ваги арматурного стрижня до найближчих граней поперечного перерізу колони.

Після підстановки залежностей (7) – (18) у рівності (1) – (2) отримаємо два рівняння з чотирма невідомими, а саме:  $X, \lambda, \theta, N_{Ed}$ . Для аналітичного розв'язання задачі необхідно ввести дві додаткові умови.

Перша умова – застосування деформаційного критерію міцності для визначення фібрових відносних деформацій бетону  $\varepsilon_{c(1)}$  у момент руйнування. Згідно з цим критерієм руйнування залізобетонного елемента в нормальному перерізі настає тоді, коли деформації в бетоні у найвіддаленішій від нейтральної лінії точці досягають граничного значення. Отже, міцність косостиснутої залізобетонної колони в нормальному перерізі перевіряється за такої умови деформування бетону:

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}. \quad (19)$$

Друга умова – використання теореми про розташування внутрішніх зусиль  $N_s$  і  $N_c$  та зовнішньої сили  $N_{Ed}$  в одній площині для визначення значення кута  $\theta$  нахилу нейтральної лінії. Згідно з цією теоремою можна записати дві залежності для кута  $\beta$  нахилу силової площини до вертикальної осі симетрії перерізу в системі координат  $X_0O_0Y_0$  (рис. 2):

$$\operatorname{tg}\beta = (x_{0,s} - x_{0,c}) / (y_{0,s} - y_{0,c}); \quad (20)$$

$$\operatorname{tg}\beta = (x_{0,s} - x_{0,Ed}) / (y_{0,s} - y_{0,Ed}), \quad (21)$$

де  $x_{0,Ed}, y_{0,Ed}$  – координати точки прикладання сили  $N_{Ed}$ ;

$$x_{0,Ed} = 0,5b - e_y; \quad (22)$$

$$y_{0,Ed} = 0,5h - e_x, \quad (23)$$

$x_{0,s}, y_{0,s}$  – координати точки прикладання рівнодійної  $N_s$

$$x_{0,s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{0,si}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}; \quad (24)$$

$$y_{0,s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{0,si}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}, \quad (25)$$

де  $\sigma_{si}$  – напруження в  $i$ -тому арматурному стрижні;

$A_{si}$  – площа перерізу  $i$ -того арматурного стрижня;

$x_{0,si}, y_{0,si}$  – координати розташування  $i$ -того арматурного стрижня;

$x_{0,c}, y_{0,c}$  – координати точки прикладання рівнодійної  $N_c$  в бетоні трикутної форми стиснутої зони, обчислення яких можна здійснити за формулами:

$$x_{0,c} = S_{c,Y_0} / N_c; \quad (26)$$

$$y_{0,c} = S_{c,X_0} / N_c, \quad (27)$$

де  $S_{c,y_0}, S_{c,x_0}$  – статичні моменти об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні трикутної стиснутої зони відносно осей  $Y_0$  і  $X_0$  відповідно.

Для визначення статичних моментів  $S_{c,y_0}, S_{c,x_0}$  необхідно отримати функцію розподілення напружень по площі стиснутої зони бетону в площині  $Y_0O_0Z_0$ . Шукану функцію можна отримати із закону  $\sigma_c = f(y)$  розподілу напружень в стиснутій зоні бетону в площині  $YOZ$  (3) – (4) шляхом паралельного переносу системи координат  $YOZ$  в напрямі осі  $Y$  на відстань  $X$  та її повороту проти годинникової стрілки на кут  $(180^\circ - \theta)$ . Формули перетворення координат здійснюватимуться за виразом:

$$y = X - y_0 \cos \theta - x_0 \sin \theta. \quad (28)$$

З використанням залежності (28) функцію  $\sigma_c = f(x_0; y_0)$  в системі координат  $X_0Y_0Z_0$  для бетону стиснутої зони одержано у вигляді

$$\text{при} \begin{cases} 0 < y_0 \leq \frac{\lambda X}{\cos \theta}; \\ 0 < x_0 \leq \frac{\lambda X}{\sin \theta}, \end{cases} \quad \sigma_c = f_{cd}; \quad (29)$$



$$\text{при } \begin{cases} \frac{\lambda X}{\cos \theta} < y_0 \leq \frac{X}{\cos \theta}; \\ \frac{\lambda X}{\sin \theta} < x_0 \leq \frac{X}{\sin \theta}, \end{cases} \quad \sigma_c = \frac{f_{cd} (X - y_0 \cos \theta - x_0 \sin \theta)}{X - \lambda X}. \quad (30)$$

Відповідні статичні моменти об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні трикутної стиснутої зони (рис. 2) визначаються в результаті наступного інтегрування

$$S_{c,x_0} = \int_0^{\frac{\lambda X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{y_1} \sigma_c y_0 dy_0 + \int_0^{\frac{\lambda X}{\sin \theta}} dx_0 \int_{y_1}^{y_2} \sigma_c y_0 dy_0 + \int_{\frac{\lambda X}{\sin \theta}}^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{y_2} \sigma_c y_0 dy_0 = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\omega_1 - \varphi_1}{2}, \quad (31)$$

$$S_{c,x_0} = \int_0^{\frac{\lambda X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{y_1} \sigma_c x_0 dy_0 + \int_0^{\frac{\lambda X}{\sin \theta}} dx_0 \int_{y_1}^{y_2} \sigma_c x_0 dy_0 + \int_{\frac{\lambda X}{\sin \theta}}^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{y_2} \sigma_c x_0 dy_0 = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\omega_1 - \varphi_1}{2}, \quad (32)$$

$$\text{де } y_1 = \frac{\lambda X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}; \quad y_2 = \frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}.$$

Після підстановки виразів (29) – (30) в (24) – (25) отримано формули для визначення координат точки прикладання зусилля  $N_c$  в системі координат  $X_0 Y_0 Z_0$ :

$$x_{0,c} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\omega_1 - \varphi_1}{2\omega_1}; \quad (33)$$

$$y_{0,c} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\omega_1 - \varphi_1}{2\omega_1}. \quad (34)$$

Таким чином, співставивши рівняння (20) та (21), отримаємо:

$$\frac{x_{0,s} - x_{0,Ed}}{y_{0,s} - y_{0,Ed}} = \frac{x_{0,s} - x_{0,c}}{y_{0,s} - y_{0,c}}. \quad (35)$$

Оскільки координати  $(x_{0c}, y_{0c})$  точки прикладання рівнодійної зусиль  $N_c$  в стиснутій зоні залежать від кута  $\theta$  згідно з (33) та (34), то рівність (35) за своєю суттю є залежністю, що відображає в неявному вигляді функцію  $\theta = f(\beta)$  та дозволяє визначати кут  $\theta$  нахилу нейтральної лінії в перерізі косостиснутої колони.

Сумісне розв'язання рівнянь (1) і (2) з урахуванням залежностей (19) та (35) дає можливість обчислити всі невідомі параметри напружено-деформованого стану косостиснутої залізобетонної колони в нормальному перерізі для випадку трикутної форми стиснутої зони, тобто розв'язати задачу визначення її міцності.

### ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.

У результаті проведених теоретичних досліджень на основі застосування деформаційної моделі з дволінійними діаграмами стану матеріалів отримані аналітичні залежності для визначення всіх параметрів, необхідних для розв'язання задач міцності косостиснутих залізобетонних колон при трикутній формі стиснутої зони бетону. Рівняння можуть бути використані як при перевірці несучої здатності косостиснутих колон, так і при підборі необхідної кількості арматури, чим підтверджується узагальненість прийнятої розрахункової моделі.

### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.

1. Ключко Оксана. Переживаючи економічну кризу, «Полтавабудінвест» розробляє нові технології, що здешевлюють будівництво на третину, і зводить сейсмостійкі багатоповерхівки / Оксана Ключко // Вечірня Полтава. – 2009. – №7 (834). – С.4.

2. Сучасні конструктивні системи будівель із залізобетону : Монографія. / Павліков А.М., Балясний Д.К., Гарькава О.В., Довженко О.О., Микитенко С.М., Пінчук Н.М., Федоров Д.Ф. ; За ред. А.М.Павлікова. – Горішні Плавні: ФОП Олексієнко В.В., 2017. – 156 с.

3. Довженко О.О. Методика розрахунку стикових з'єднань збірно-монолітних конструктивних систем під доступне житло в Україні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, А.О. Бігдан та ін. // Збірник наукових праць [Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка]. Сер. : Галузеve машинобудування, будівництво. – 2013. – Вип. 4(1). – С. 94 – 105.

4. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2001. – 230 p.

5. Торяник М.С. Косое внецентренное сжатие и косоу изгиб в железобетоне / М.С. Торяник. – К.: Госстройиздат Украины, 1961.– 156 с.

6. Торяник М.С. Расчет железобетонных элементов двутаврового сечения на косое внецентренное сжатие с малыми эксцентриситетами / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко // Бетон и железобетон. – 1968. – №6. – С.44 – 48.

7. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях. / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко, Л.В.Фалеев, Л.И. Сердюк и др.; Под ред. М.С. Торяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 297 с.

8. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с.

9. Bouzid T. Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads / T. Bouzid, K. Demagh // Slovak journal of civil engineering . – Bratislava: Slovak university of technology, 2011. – Vol.1. – P. 24 – 32.

10. Chen S.F. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section / Chen S.F., Teng J.G., Chan S.L. // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol. 127(6). – P. 678 – 685.

11. Hong H. Strength of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / H. Hong // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol.127(7). – P. 758 – 762.

12. Rodriguez J.A. Biaxial Interaction Diagrams for Short RC Columns of Any Cross Section / J.A. Rodriguez, D.J. Aristizabal-Ochoa // Journal of Structural Engineering, 1999. – Vol. 125. – Issue 6.

## REFERENCES.

1. Klochko Oksana. Perezhyvayuchy ekonomichnu kryzu, «Poltavabudinvest» rozroblyaye novi tekhnolohiyi, shcho zdeshevlyuyut' budivnytstvo na tretynu, i zvodyt' seysmostiyki bahatopoverkhivky / Oksana Klochko // Vechirnya Poltava. – 2009. – #7 (834). – S.4 [in Ukrainian].

2. Suchasni konstruktyvni systemy budivel' iz zalizobetonu : Monohrafiya. / Pavlikov A.M., Balyasnyy D.K., Har'kava O.V., Dovzhenko O.O., Mykytenko S.M., Pinchuk N.M., Fedorov D.F. ; Za red. A.M. Pavlikova. – Horishni Plavni: FOP Oleksiyenko V.V., 2017. – 156 s [in Ukrainian].

3. Dovzhenko O.O. Metodyka rozrakhunku stykovykh z'yednan' zbirno-monolitnykh konstruktyvnykh system pid dostupne zhytlo v Ukrayini / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyy, L.V. Karabash, A.O. Bihdan ta in. // Zbirnyk naukovykh prats' [Poltavs'koho natsional'noho tekhnichnoho universytetu im. Yu. Kondratyuka]. Ser. : Haluzeve mashynobuduvannya, budivnytstvo. – 2013. – Vyp. 4(1). – S. 94 – 105 [in Ukrainian].

4. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2001. – 230 p [in English].
5. Torjanik M.S. Kosoe vncentrennoe szhatie i kosoj izgib v zhelezobetone / M.S. Torjanik. – K.: Gosstrojizdat Ukrainy, 1961.– 156 s [in Russian].
6. Torjanik M.S. Raschet zhelezobetonyh jelementov dvutavrovogo sechenija na kosoe vncentrennoe szhatie s malymi jekscentrisitetami / M.S. Torjanik, P.F. Vahnenko // Beton i zhelezobeton. – 1968. – №6. – S.44 – 48 [in Russian].
7. Raschet zhelezobetonyh konstrukcij pri slozhnyh deformacijah. / M.S. Torjanik, P.F. Vahnenko, L.V.Faleev, L.I. Serdjuk i dr.; Pod red. M.S. Torjanika. – M.: Strojizdat, 1974. – 297 s [in Russian].
8. Pavlikov A.M. Nelineynna model' napruzhenno-deformovanoho stanu kosozavantazhenykh zalizobetonykh elementiv u zakrytychniy stadiyi : monohrafiya / A.M. Pavlikov. – Poltava, 2007. – 320 s [in Ukrainian].
9. Bouzid T. Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads / T. Bouzid, K. Demagh // Slovak journal of civil engineering . – Bratislava: Slovak university of technology, 2011. – Vol.1. – P. 24 – 32 [in English].
10. Chen S.F. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section / Chen S.F., Teng J.G., Chan S.L. // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol. 127(6). – P. 678 – 685 [in English].
11. Hong H. Strength of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / H. Hong // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol.127(7). – P. 758 – 762 [in English].
12. Rodriguez J.A. Biaxial Interaction Diagrams for Short RC Columns of Any Cross Section / J.A. Rodriguez, D.J. Aristizabal-Ochoa // Journal of Structural Engineering, 1999. – Vol. 125. – Issue 6 [in English].