

УДК 004.724

О.І. Тиртишніков, В.М. Курчанов, М.О. Мавріна, Ю.М. Корж

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава

ОСОБЛИВОСТІ АПАРАТНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ У ТОРОЇДАЛЬНО-РЕШІТЧАСТИХ КОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ

Розглянуті особливості апаратної реалізації оптимального покоординатного адаптивного алгоритму маршрутизації повідомлень у тороїдально-решітчастих комунікаційних мережах різних типів. На основі проведеного аналізу виконано оцінювання апаратних витрат на реалізацію даного алгоритму у мережах вказаного класу.

Ключові слова: тороїдально-решітчаста комунікаційна мережа, гіперкуб, апаратна маршрутизація, оптимальний алгоритм маршрутизації, мультипроцесорна комп'ютерна система.

Вступ

Протягом всієї еволюції мультипроцесорних комп'ютерних систем (МПКС) – від «історичних» до найсучасніших – у них широко застосовуються комунікаційні мережі (КМ), топології яких утворюють клас тороїдально-решітчастих структур (ТРС) – n -розмірні тори на основі прямокутних n -решіток або гіпертори (булеві гіперкуби або n -куби також можуть розглядатися як найпростіші ТРС змінної розмірності) [1 – 4]. Це обумовлено наступними властивостями структур даного класу [1, 5, 6]:

- конфігурація решітчастих (або стільникових) топологічних структур (ТС) відповідає специфіці науково-технічних завдань, що вимагають оброблення великих масивів різної розмірності;

- неунівалентні n -решітки легко перетворюються на унівалентні n -тори шляхом введення в їх структуру додаткових зв'язків [6];

- основні топологічні метрики тороїдально-решітчастих КМ (ТРКМ) будь-якого розміру N можуть бути точно оцінені в процесі топологічного синтезу мережі за допомогою простих аналітичних виразів;

- ТРКМ надають широкі можливості їх оптимізації (вибору співвідношення між топологічною вартістю КМ та значеннями метрик, що характеризують її надійність і максимальну затримку передачі повідомлень);

- маршрутизація повідомлень в ТРКМ здійснюється на основі простої кубічної функції, що припускає схему адресації вузлів за допомогою рефлексивного коду Грея [1]. Відповідно, алгоритм маршрутизації ґрунтується на операції порозрядного порівняння адрес вузла-відправника та вузла-приймача за допомогою логічної операції XOR (виключне АБО, сума за модулем 2), що легко реалізується апаратним шляхом.

Однак, у відомій авторам літературі відсутня узагальнена оцінка апаратних витрат на реалізацію вузлових маршрутизаторів (ВМ) для ТРКМ

різних типів. Відповідно, метою даного дослідження є оцінювання апаратних витрат на апаратну реалізацію оптимального покоординатного адаптивного алгоритму маршрутизації повідомлень з урахуванням особливостей ТРКМ різних типів.

Властивості алгоритму маршрутизації

При використанні кубічної функції маршрутизації, що припускає адресацію вузлів за допомогою рефлексивного коду Грея, двійкові адреси будь-яких двох сусідніх вузлів відрізняються тільки одним розрядом, причому позиція розряду може бути умовно ототожнена з відповідним «виміром» ТС.

Як приклад, на рис. 1 зображений чотирьохрозмірний гіперкуб (4D-куб) з відповідною схемою адресації вузлів.

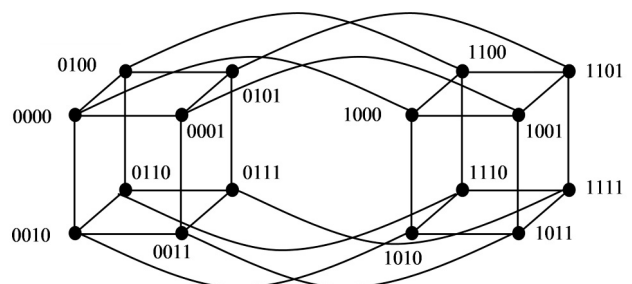


Рис. 1. 4D-куб та схема адресації його вузлів

Якщо результат виконання операцій XOR над двійковими адресами вузла-відправника та вузла-приймача приводить до 1 в заданій бітійній позиції, то повідомлення має бути посланим по каналу, який належить відповідному «виміру» ТС (маршрутизація є покоординатною).

Очевидно, що кількість повністю альтернативних шляхів (що не перетинаються на будь-якому їх відрізку) між будь-якими двома вузлами унівалентної КМ не може перевищувати її розмірності (ступеня вузлів). Для гіперкуба кількість таких шляхів між найбільш віддаленими вузлами дорівнює його

розмірності n , але кількість альтернативних шляхів найкоротшої довжини між двома довільними вузлами визначається тільки кількістю одиничних бітів в результаті виконання операції XOR над адресами цих вузлів.

Кубічне правило реалізує оптимальний (вибираються тільки найкоротші шляхи) покоординатний алгоритм маршрутизації [3]. Для забезпечення адаптивності алгоритму (можливості здійснення вибору одного з декількох рівноправних альтернативних шляхів передачі повідомлень з урахуванням їх завантаження) необхідно доповнити його правилом визначення пріоритетності можливих напрямків передачі. Наприклад, результат порівняння адрес вузла-відправника та вузла-приймача може аналізуватися, починаючи зі старшого розряду (пріоритети розрядів – у порядку старшинства) з урахуванням сигналів готовності (знаходження в справному стані та незайнятості) сусідніх вузлів. Взагалі, пріоритетність можливих напрямків передачі (фактично-порядок аналізу бітів в результаті порівняння адрес вузла-відправника та вузла-приймача) не впливає на апаратну складність ВМ.

Приклад синтезу логічної схеми вузлового маршрутизатора

Як приклад, синтезуємо ВМ для 4D-куба (рис. 1), що реалізує апаратним способом алгоритм маршрутизації, описаний раніше.

Модель ВМ у вигляді «чорного ящика», для якого визначені множини вхідних та вихідних сигналів, представлена на рис. 2.

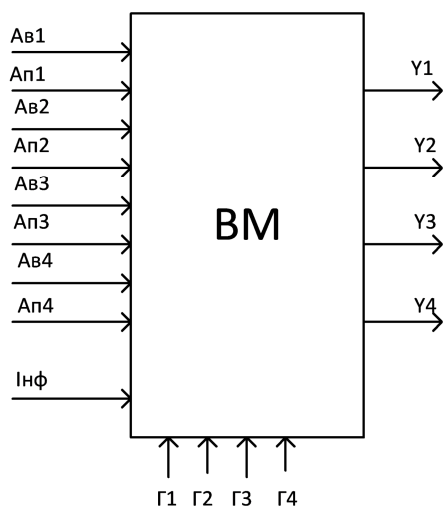


Рис. 2. Модель ВМ

На рисунку позначені наступні вхідні та вихідні сигнали:

- $A_{b4}, A_{b3}, A_{b2}, A_{b1}$ – розряди адреси вузла-відправника;
- $A_{n4}, A_{n3}, A_{n2}, A_{n1}$ – розряди адреси вузла-приймача;

- Inf – інформаційний вхід (вхід повідомлень);
- $\Gamma_4, \Gamma_3, \Gamma_2, \Gamma_1$ – сигнали готовності сусідніх вузлів;
- Y_4, Y_3, Y_2, Y_1 – виходи (можливі напрямки передачі повідомлень).

Без урахування вузлових стеків (черг повідомлень), ВМ є комбінаційною схемою.

Маємо чотири логічні функції (ЛФ) тринадцяти аргументів (уточнимо, що для конкретного вузла-відправника його адреса є константою). Для гіперкуба довільної розмірності n , відповідно, маємо n ЛФ $3n+1$ аргументів.

Формальний синтез логічної схеми ВМ ускладнюється великою кількістю аргументів ЛФ, але вона може бути суттєво зменшена.

По-перше, очевидно, що порозрядне порівняння адрес вузла-відправника та вузла-приймача виконується за допомогою набору з n суматорів за модулем 2.

По-друге, сигнали готовності сусідніх вузлів можна врахувати за допомогою набору з n двохходових елементів «І», аналогічний набір необхідний для комутації інформаційного входу на один з виходів ВМ.

Узагальнена структурна схема ВМ для гіперкуба довільної розмірності зображена на рис. 3.

Літерами ЛВ (логіка вибору) позначена частина схеми, що реалізує правило вибору шляху передачі повідомлення з урахуванням пріоритетності можливих напрямків передачі (визначається порядком старшинства бітів в результаті порівняння адрес вузла-відправника та вузла-приймача).

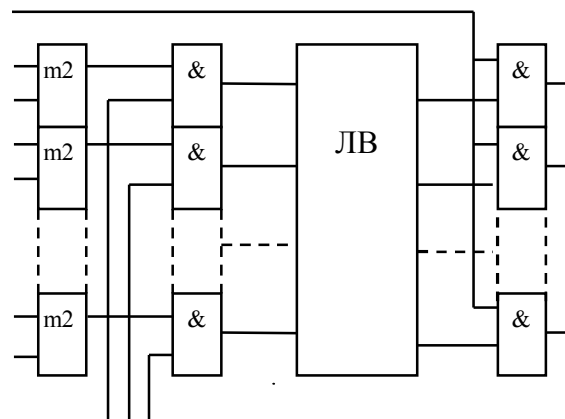


Рис. 3. Узагальнена структурна схема ВМ

Видно, що блок ЛВ має, у загальному випадку, n входів та n виходів, тобто для $n=4$ необхідно отримати чотири ЛФ чотирьох змінних. Вказані функції подані таблицею істинності 1.

В таблиці вхідні аргументи $A_4 \dots A_1$ визначаються виразом:

$$A_i = (A_{bi} \oplus A_{ni}) \Gamma_i \dots \quad (1)$$

Таблиця 1

Логічні функції ЛВ ВМ

A_4	A_3	A_2	A_1	Y_4	Y_3	Y_2	Y_1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0

З таблиці отримаємо ЛФ ВМ в аналітичному вигляді:

$$\begin{aligned}
 Y_4 &= A_4, \\
 Y_3 &= \overline{A_4} A_3 \overline{A_2} \overline{A_1} + \overline{A_4} A_3 \overline{A_2} A_1 + \overline{A_4} A_3 A_2 \overline{A_1} + \\
 &+ \overline{A_4} A_3 A_2 A_1 = \overline{A_4} A_3 \overline{A_2} + \overline{A_4} A_3 A_2 = \overline{A_4} A_3, \\
 Y_2 &= \overline{A_4} A_3 \overline{A_2} \overline{A_1} + \overline{A_4} A_3 A_2 \overline{A_1} = \overline{A_4} A_3 \overline{A_2}, \\
 Y_1 &= \overline{A_4} A_3 A_2 \overline{A_1}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Узагальнені логічні функції логіки вибору вузлового маршрутизатора

Аналогічним способом отримаємо ЛФ ЛВ для 2D-куба (3) та 3D-куба (4):

$$\begin{aligned}
 Y_2 &= A_2, \\
 Y_1 &= \overline{A_2} A_1.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 Y_3 &= A_3, \\
 Y_2 &= \overline{A_3} A_2 \overline{A_1} + \overline{A_3} A_2 A_1 = \overline{A_3} A_2, \\
 Y_1 &= \overline{A_3} A_2 A_1.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Використовуючи метод математичної індукції, на основі порівняльного аналізу виразів (2-4), можна отримати просте рекурентне правило для одержання ЛФ ЛВ ВМ $Y_{n,i}$ гіперкуба довільної розмірності $n \geq 2$ з відповідних ЛФ $Y_{n-1,i}$ гіперкуба розмірності $n-1$:

$$\begin{aligned}
 Y_{n,n} &= A_n, \\
 Y_{n,i} &= \overline{A_n} Y_{n-1,i}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Наприклад, ЛФ ЛВ ВМ 5D-куба можуть бути отримані застосуванням сформульованого правила до виразів (2):

$$\begin{aligned}
 Y_{5,5} &= A_5, \\
 Y_{5,4} &= \overline{A_5} A_4, \\
 Y_{5,3} &= \overline{A_5} A_4 A_3, \\
 Y_{5,2} &= \overline{A_5} A_4 A_3 A_2, \\
 Y_{5,1} &= \overline{A_5} A_4 A_3 A_2 A_1.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Оцінювання апаратурних витрат на реалізацію вузлового маршрутизатора

Оцінювання апаратурних витрат на реалізацію комбінаційних схем зручно проводити у вигляді кількості вентилів, необхідних для реалізації логічної схеми.

Під вентилям традиційно розуміють логічні елементи АБО, ТА, АБО-НІ, ТА-НІ на два входи.

Вказані елементи з більшою кількістю входів розглядаються як еквівалентні схеми на двовходових елементах.

Суматори за модулем 2 та елементи рівності, на підставі відомих виразів для перетворення відповідних ЛФ в булевий базис, вважаються такими, що складаються з трьох вентилів.

Окремі інвертори, як правило, не враховуються.

Тоді, у першому наближенні, на підставі структурної схеми вузлового маршрутизатора (рис. 3) апаратурні витрати на його реалізацію для n -розмірного гіперкуба W_n ($n \geq 2$) можна оцінити в наступний спосіб:

$$W_n = 5n + W_{nl}, \tag{7}$$

де $5n$ – кількість вентилів, необхідна для реалізації всіх суматорів за модулем 2 та логічних елементів «І»,

W_{nl} – апаратурні витрати на реалізацію ЛВ, які, очевидно, залежать від розмірності гіперкуба (в загальному випадку – від порядку вузлів ТРС).

Тенденція збільшення W_{nl} зі збільшенням розмірності гіперкуба може бути оцінена безпосередньо на підставі виразів (2 – 6):

$$W_{nl} = \sum_{i=1}^{n-1} i; n \geq 2. \tag{8}$$

Аналізуючи отримані ЛФ ЛВ ВМ для n -кубів різної розмірності (2, 3, 4, 5) неважко помітити присутність у них повторюваних елементарних кон'юнкцій, причому кожна функція $Y_{n,i-1}$ може бути отримана з частини функції $Y_{n,i}$ (а саме, з кон'юнкції всіх інверсних аргументів) виконанням всього двох елементарних кон'юнкцій.

Таким чином, за умови однократного виконання вказаних кон'юнкцій, оцінка W_{nl} може бути отримана в наступний спосіб:

$$W_{nl} = 3 + 2(n-3) = 2n - 3; n \geq 2. \quad (9)$$

Відповідно, апаратні витрати на ВМ в цілому становлять:

$$W_n = 5n + 2n - 3 = 7n - 3. \quad (10)$$

Таким чином, апаратні витрати на реалізацію окремого ВМ зі збільшенням розмірності n -куба (та, відповідно, порядку його вузлів $d=n$) зростають лінійно.

Очевидно, даний висновок може бути розповсюджений на всі тороїдально-решітчасті комунікаційні мережі, що ґрунтуються на кубічному правилі маршрутизації.

Відповідно, загальні апаратні витрати на реалізацію всіх вузлових маршрутизаторів ТРКМ, що складається з N вузлів порядку d :

$$W_{Nd} = N(7d - 3). \quad (11)$$

З урахуванням відомого співвідношення між розміром булевого гіперкуба та порядком його вузлів $N_{hc} = 2^d$ [1, 5], загальні апаратні витрати на реалізацію всіх ВМ n -розмірного гіперкуба становлять:

$$W_{hc} = N_{hc} (7 \log_2 N_{hc} - 3) = 2^d (7d - 3). \quad (12)$$

Отже, можна зробити висновок, що забезпечення лінійного зростання сукупних апаратних витрат на реалізацію всіх вузлових маршрутизаторів тороїдально-решітчастих комунікаційних мереж, зі збільшенням її розміру, можливе тільки для структур, що не є булевими гіперкубами, тобто надають можливість масштабування ТС без збільшення порядку її вузлів.

Висновки

Проведено оцінювання апаратних витрат на апаратну реалізацію оптимального покоординатного адаптивного алгоритму маршрутизації повідомлень з урахуванням особливостей ТРКМ різних типів (гіперкубів та ТС, для яких порядок вузлів не залежить від розміру структури).

Обґрунтований висновок про те, що забезпечення лінійного зростання сукупних апаратних витрат на реалізацію тороїдально-решітчастих комунікаційних мереж можливе тільки для структур, що не є булевими гіперкубами, тобто надають можливість масштабування структури комунікаційної мережі без збільшення порядку її вузлів.

Список літератури

1. Мельник, А.О. *Архітектура комп'ютера: Наукове видання: підручник / А.О. Мельник*. - Луцьк : Волинська обласна друкарня, 2008. - 470 с.
2. Тиртишніков, О.І. *Класифікація комунікаційних мереж багатопроцесорних комп'ютерних систем на основі уточненого поняття розмірності / О.І. Тиртишніков, Ю.М. Корж, Ботвін О.О. // Системи обробки інформації : зб. наук. пр. - Х.: ХУПС, 2016. - Вип. 2 (139). - С. 126-131.*
3. Корнеев, В.В. *Параллельные вычислительные системы / В.В. Корнеев*. - М.: Нолидж, 1999. - 320 с.
4. Орлов, С.А. *Организация ЭВМ и систем : учебник для вузов / С.А. Орлов, Б.Я. Цилькер*. - СПб.: Питер, 2011. - 688 с.
5. Kotsis, G. *Interconnection topologies and routing for parallel processing systems / G. Kotsis*. - Wien: ACPC, Technical Report Series, ACPC / TR 92-19, 1992. - 95 p.
6. Артамонов, Г.Т. *Топология регулярных вычислительных сетей и сред*. - М.: Радио и связь, 1985. - 192 с.

Надійшла до редколегії 10.02.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Л. Ляхов, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава.

ОСОБЕННОСТИ АППАРАТНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ В ТОРОИДАЛЬНО-РЕШЕТЧАТЫХ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

А.И. Тыртышников, В.Н. Курчанов, М.А. Маврина, Ю.М. Корж

Рассмотрены особенности аппаратной реализации оптимального покоординатного адаптивного алгоритма маршрутизации сообщений в тороидально-решетчатых коммуникационных сетях различных типов. На основе проведенного анализа выполнено оценивание аппаратных затрат на реализацию данного алгоритма в сетях указанного класса.

Ключевые слова: тороидально-решетчатая коммуникационная сеть, гиперкуб, аппаратная маршрутизация, оптимальный алгоритм маршрутизации, мультипроцессорная компьютерная система.

FEATURES OF HARDWARE ROUTING IN THE TOROIDAL-LATTICED COMMUNICATION NETWORKS

O.I. Tyrtysnikov, V.N. Kurchanov, M.O. Mavrina, Y.M. Korzh

Features of the hardware implementation of the optimal coordinate-wise adaptive algorithm for message routing in toroidal-latticed communication networks of various types are considered. Based on the performed analysis, estimation the hardware cost for the implementation of this algorithm in the networks of this class was evaluated.

Keywords: toroidal-latticed communication network, hypercube, hardware routing, optimal routing algorithm, multiprocessor computer system.