

*Савенко Р.Г., д.т.н., проф.  
завідувач кафедри економічної кібернетики  
Скрильник І.І., старший викладач  
кафедри економічної кібернетики,  
Полтавський національний технічний  
університет імені Юрія Кондратюка*

## **ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ТЕРИТОРІАЛЬНОЮ ГРОМАДОЮ**

***Анотація.** Виходячи із актуальності процесів глобалізації та регіоналізації, що передбачає запровадження європейських стандартів у всі сфери суспільного життя в Україні, у статті розглядається застосування теоретико-графового моделювання для ефективного управління діяльністю територіальною громадою, зокрема оптимального розміщення соціально-економічних об'єктів. Для створення нових робочих місць та зменшення рівня безробіття населення запропоновано розрахунок оптимального розміщення швейного цеху на прикладі Глобинської територіальної громади Полтавської області. Показано, що утворення та подальший розвиток органів місцевого самоврядування потребує комплексного наукового підходу. Методи економіко-математичного та теоретико-графового моделювання можуть бути ефективно застосовані для вирішення проблем адміністративно-територіальної реформи.*

***Ключові слова:** адміністративна реформа, територіальна громада, граф, теоретико-графова модель, центр графа.*

UDC519.176

*Skrylnyk Irina, Senior Lecturer,  
Department of Economic Cybernetic,  
Poltava National Technical University  
named after Yuri Kondratyuk*

## **GRAPH THEORY APPLICATION FOR OPTIMAL MANAGEMENT TERRITORIAL COMMUNITIES**

***Summary.** Based on the relevance of globalization and regionalization, which involves the introduction of European standards in all spheres of public life companies in Ukraine, the article discusses the use of graph theoretic modeling for effective management of the local community, including optimal placement of socio-economic projects. To create new jobs and reduce unemployment population prompted the calculation of optimal placement sewing shop for example Globinskiy territorial communities of Poltava region. It is shown that the formation and further development of local self-government requires an integrated scientific approach. The methods of economic-mathematical and theoretical modeling graph can be effectively applied to address the administrative-territorial reform.*

***Keywords:** administrative reform, local community, graph-theoretical graph model, the center of the graph.*

**Вступ.** Одним із невід’ємних атрибутів держави є її адміністративно-територіальний устрій, який визначається і закріплюється Конституцією. Це створює умови для запезпечення територіальної цілісності, динамічного й збалансованого соціально-економічного розвитку, оптимізації системи управління територіями, створення стійкої системи взаємовідносин органів влади різних рівнів [1, с. 159 – 165, 2, С. 1-8].

Після проголошення незалежності України відразу виникло питання наукового обґрунтування оптимальної системи адміністративно-територіального устрою, який би як найкраще відповідав потребам розбудови української держави, забезпечував сталий її розвиток, сприяв підвищенню життя кожного громадянина.

Концепція адміністративної реформи постійно була у полі зору вищого керівництва держави, до неї вносилися відповідні зміни, приймалися закони, видавалися Укази. На сучасному етапі розвитку нашої держави особливої актуальності набули процеси глобалізації та регіоналізації, що передбачає запровадження європейських стандартів у всі сфери суспільного життя. Вирішуються питання щодо відповідності адміністративно-територіального устрою України основним європейським принципам побудови системи управління регіональним і місцевим розвитком, розбудови місцевого самоврядування.

У ході реалізації взятого курсу на реформи було сформульовано поняття «громада», як адміністративно-територіальна одиниця. Слід зауважити, що громада не може мати право на суб’єктність. Правовий статус територіальної громади визначений Конституцією України, Законом України «Про місцеве самоврядування», іншими нормативними актами. Згідно цього територіальна громада має правовий статус юридичної особи публічного права власності. Саме створення громади є частиною реформи адміністративно-територіального устрою країни.

Повноваження територіальних громад в Україні визначаються статтею 143 Конституції України. Територіальні громади села, селища, міста безпосередньо або через утворені ними органи місцевого самоврядування управляють майном, що є в комунальній власності; затверджують програми соціально-економічного та культурного розвитку і контролюють їх виконання; затверджують бюджети відповідних адміністративно-територіальних одиниць і контролюють їх виконання; встановлюють місцеві податки і збори відповідно до закону; забезпечують проведення місцевих референдумів та реалізацію їх результатів; утворюють, реорганізують та ліквідовують комунальні підприємства, організації і установи, а також здійснюють контроль за їх діяльністю; вирішують інші питання місцевого значення, віднесені законом до їхньої компетенції. Таким чином, повноваження територіальної громади згідно з Конституцією України поширюється на всі питання місцевого значення [2, С. 1-8].

За останній період на Полтавщині створено чотирнадцять територіальних громад, у перспективі – ще двадцять дев’ять. Процес їх створення набуває позитивної динаміки, дедалі усе більше активізується. Він вимагає не чисто формального підходу, а залучення спеціалістів, науковців різних напрямів.

Застосування методів економіко-математичного, теоретико-графового моделювання дає змогу створити моделі для управління діяльністю територіальної громади. До таких задач можна віднести проблеми оптимального розміщення адміністративних будівель, об’єктів соціально-культурного призначення, промислових підприємств та інфраструктури. До теоретико-графового моделювання проявляється все більш зростаючий інтерес. Практичне і прикладне застосування даної теорії можна знайти у працях І.М. Мельника [3, с. 49 – 56], О.М. Парубця [4, с. 380 – 383], О.Г. Климко [5, с. 169 – 175], С.П. Кобця, І.І. Скрильник [6, с. 220 – 224].

Мета дослідження: для створення нових робочих місць та зменшення рівня безробіття населення визначити оптимальне місце розміщення швейного підприємства Глобинської громади.

**Методика дослідження.** У зв'язку з тим, що територіальна громада є суб'єктом підприємницької діяльності у сфері надання суспільних послуг, до її компетенції входить створення підприємств комунальної власності, спільна діяльність з іншими суб'єктами підприємницької діяльності. Для кожної громади є актуальними такі питання: створення додаткових робочих місць для населення, зниження рівня безробіття, забезпечення сталого економічного розвитку. Враховуючи існуючі проблеми та потреби громади (регіону в цілому), перспективним є створення підприємств сфери послуг та легкої промисловості. Так, наприклад, перспективним є відкриття швейного підприємства (цеху). Розглянемо Глобинську територіальну громаду Полтавської області.

**Постановка задачі.** До складу Глобинської територіальної громади ввійшло шість сільських рад: Глобинська, Жуківська, Бабичівська, Опришківська, Пирогівська, Борисівська. На рис. 1 представлено граф  $G$  (топологічну структуру Глобинської територіальної громади), у якому вершини – відповідні населені пункти, ребра – дороги, що їх сполучають.

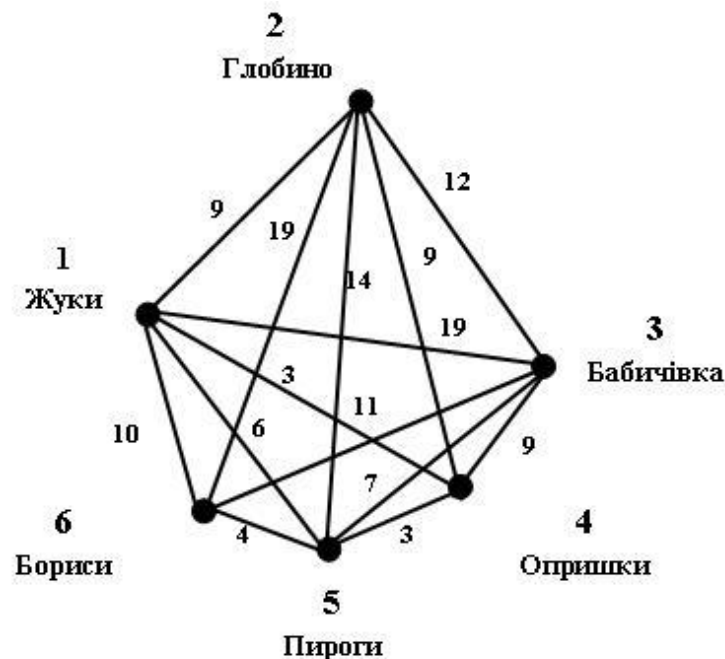


Рис. 1. Граф  $G$ , топологічна структура Глобинської територіальної громади

Для створення нових робочих місць та зменшення рівня безробіття населення громада пропонує побудувати швейне підприємство (цех), щоб відстань від нього до найбільш віддалених населених пунктів була найменшою. Щоб зменшити кількість поїздок, пропонується побудувати це підприємство на базі одного з сіл. Визначити оптимальне місце розташування швейного підприємства Глобинської громади

**Математична модель.** Для вирішення даної проблеми необхідно:

- виконати розрахунок мінімальних відстаней між усіма існуючими об'єктами;
- знайти центр топологічної структури.

**Розрахунок мінімальних відстаней між усіма існуючими об'єктами.** Для заданої топології, застосувавши алгоритм Флойда, виконується розрахунок мінімальних

відстаней між усіма існуючими об'єктами [7, с. 189 – 191]. Він базується на використанні послідовності з  $n$  перетворень (ітерацій) початкової матриці ваг  $C$ . При цьому на  $k$ -й ітерації матриця представляє довжини найкоротших шляхів між кожною парою вершин з тим обмеженням, що шлях між  $x_i$  та  $x_j$  (для будь-яких  $x_i$  та  $x_j$ ) міститься у якості проміжних лише вершинах з множини  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Припустимо, що у початковій матриці ваг  $c_{ii} = 0$  для всіх  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  і  $c_{ij} = \infty$ , якщо у графі відсутня дуга  $(x_i, x_j)$ . Присвоюємо початкові значення.

Крок 1. Покладемо, що  $k = 0$ .

Крок 2.  $k = k + 1$ .

Крок 3. Для усіх  $i \neq k$ , таких, що  $c_{ik} \neq \infty$  і для всіх  $j \neq k$ , таких, що  $c_{kj} \neq \infty$  вводимо операцію

$$c_{ij} = \min[c_{ij}, (c_{ik} + c_{kj})]. \quad (1)$$

Крок 4.

Якщо  $c_{ii} < 0$ , то в графі  $G$  існує цикл від'ємної ваги, що містить вершину  $x_i$  і розв'язку немає. Закінчення.

Якщо  $c_{ii} \geq 0$  і  $k = n$ , то отримано розв'язок. Матриця  $[c_{ij}]$  дає довжину усіх найкоротших шляхів. Закінчення.

Якщо  $c_{ii} \geq 0$ , але  $k < n$ , то повернутися до кроку 2.

Самі ж найкоротші шляхи можна знайти за заданими довжинами з допомогою рекурсивної процедури. При цьому як доповнення до вагової матриці  $C$  зберігається та оновлюється друга  $(n \times n)$  матриця  $\Theta = [\theta_{ij}]$ . Елемент  $\theta_{ij}$  вказує вершину, що є попередньою вершиною  $x_j$  у найкоротшому шляху від  $x_i$  до  $x_j$ .

У відповідності з формулою (1) на кроці 3 алгоритму оновлення матриці відбувається таким чином:

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \theta_{k,j}, & \text{якщо } (c_{ik} + c_{kj}) < c_{ij}, \text{ що визначається у} \\ & \text{квадратних дужках формули (1);} \\ \text{не змінюється, якщо } c_{ij} \leq (c_{ik} + c_{kj}). \end{cases} \quad (2)$$

У кінці алгоритма найкоротші шляхи отримуємо безпосередньо із завершальної матриці  $\Theta$ .

*Знаходження центру топологічної структури.* Поняття центра графа допускає наступне узагальнення: можна розглядати не окрему точку (центр), а множину із  $p$  точок, які утворюють кратний центр ( $p$ -центр) (7, с. 111–112).

Нехай  $X_p$  – підмножина множини  $X$  вершин графа  $G = (X, \Gamma)$ . Через  $d(X_p, x_i)$  позначимо найкоротші відстані між вершинами множини  $X_p$  та вершиною  $x_i$ , тобто

$$d(X_p, x_i) = \min_{x_j \in X_p} [d(x_j, x_i)] \quad (3)$$

Аналогічно,

$$d(x_i, X_p) = \min_{x_j \in X_p} [d(x_i, x_j)] \quad (4)$$

Числа розділення для множини вершин обчислюємо за наступними формулами:

$$s_o(X_p) = \max_{x_j \in X} [v_j d(X_p, x_j)] \quad (5)$$

$$s_i(X_p) = \max_{x_j \in X} [v_j d(x_j, X_p)] , \quad (6)$$

де  $s_o(X_p)$  та  $s_i(X_p)$  – числа зовнішнього та внутрішнього розділу множини  $X_p$ .

Множина  $X_{po}^*$ , для якої

$$s_o(X_{po}^*) = \min_{X_p \subseteq X} [s_o(X_p)] \quad (7)$$

називається  $p$ -кратним зовнішнім центром графа  $G$ . Аналогічно визначається  $p$ -кратний внутрішній центр.

*Розв'язання задачі.* Практичні розрахунки за даною моделлю проводилися у додатку Excel.

Спочатку було побудовано початкову вагову матрицю  $C$  графа  $G$  – топологічної структури Глобинської територіальної громади (рис. 2).

|   | A               | B | C  | D  | E  | F    | G  | H    | I |
|---|-----------------|---|----|----|----|------|----|------|---|
| 1 | Населені пункти |   | 1  | 2  | 3  | 4    | 5  | 6    |   |
| 2 | Жуки            | 1 | 0  | 9  | 19 | 3    | 6  | 10   |   |
| 3 | Глобино         | 2 | 9  | 0  | 12 | 9    | 14 | 19   |   |
| 4 | Бабичівка       | 3 | 9  | 12 | 0  | 9    | 7  | 11   |   |
| 5 | Опришки         | 4 | 3  | 9  | 9  | 0    | 3  | 1000 |   |
| 6 | Пирого          | 5 | 6  | 14 | 7  | 3    | 0  | 4    |   |
| 7 | Бориси          | 6 | 10 | 19 | 11 | 1000 | 4  | 0    |   |
| 8 |                 |   |    |    |    |      |    |      |   |

**Рис. 2. Вагова матриця  $C$  графа  $G$  – топологічної структури Глобинської територіальної громади**

Далі знаходяться найкоротші шляхи між будь-якими двома вершинами графа  $G$  за допомогою алгоритма Флойда. Результатом розрахунків є матриця найкоротших відстаней, що була отримана на шостій ітерації (рис. 3).

|    | A               | B | C  | D  | E  | F | G  | H  | I   |
|----|-----------------|---|----|----|----|---|----|----|-----|
| 49 | Населені пункти |   | 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | k=6 |
| 50 | Жуки            | 1 | 0  | 9  | 12 | 3 | 6  | 10 |     |
| 51 | Глобино         | 2 | 9  | 0  | 12 | 9 | 12 | 16 |     |
| 52 | Бабичівка       | 3 | 9  | 12 | 0  | 9 | 7  | 11 |     |
| 53 | Опришки         | 4 | 3  | 9  | 9  | 0 | 3  | 7  |     |
| 54 | Пирого          | 5 | 6  | 12 | 7  | 3 | 0  | 4  |     |
| 55 | Бориси          | 6 | 10 | 16 | 11 | 7 | 4  | 0  |     |
| 56 |                 |   |    |    |    |   |    |    |     |

**Рис. 3. Визначення найкоротших відстаней графа  $G$**

Визначено  $p$ -кратні зовнішні та внутрішні центри графа  $G$  (рис. 3).

|    | A               | B | C  | D  | E  | F | G  | H  | I  | J                | K |
|----|-----------------|---|----|----|----|---|----|----|----|------------------|---|
| 58 | Населені пункти |   | 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  |    |                  |   |
| 59 | Жуки            | 1 | 0  | 9  | 12 | 3 | 6  | 10 | 12 |                  |   |
| 60 | Глобино         | 2 | 9  | 0  | 12 | 9 | 12 | 16 | 16 |                  |   |
| 61 | Бабичівка       | 3 | 9  | 12 | 0  | 9 | 7  | 11 | 12 |                  |   |
| 62 | Опришки         | 4 | 3  | 9  | 9  | 0 | 3  | 7  | 9  | зовнішній центр  |   |
| 63 | Пирого          | 5 | 6  | 12 | 7  | 3 | 0  | 4  | 12 |                  |   |
| 64 | Бориси          | 6 | 10 | 16 | 11 | 7 | 4  | 0  | 16 |                  |   |
| 65 |                 |   | 10 | 16 | 12 | 9 | 12 | 16 |    |                  |   |
| 66 |                 |   |    |    |    |   |    |    |    | внутрішній центр |   |

**Рис. 3. Визначення  $p$ -кратних центрів графа  $G$**

Зовнішнім центром графа  $G$  є вершина 4 (с. Опришки), оскільки  $s_o(X_{po}^*)=9$ .  
Внутрішнім центром графа  $G$  є вершина 4 (с. Опришки), оскільки  $s_t(X_{pt}^*)=9$ .

Центром топологічної структури Глобинської територіальної громади є вершина 4 (с. Опришки).

Модель знаходження центру враховує зміну середовища, тому при розширенні чи скороченні територіальної громади алгоритм можна застосувати знову, використовуючи нові показники.

**Висновки.** Побудовано теоретико-графову модель визначення оптимального місця розташування швейного цеху Глобинської територіальної громади.

Виходячи з отриманого результату дослідження, швейне підприємство (цех) Глобинської територіальної громади можна розмістити у с. Опришки.

Отримані результати моделювання можуть бути рекомендовані при складанні перспективних планів розвитку територіальної громади, залученні інвестицій, створенні підприємств спільної діяльності.

Таким чином, організація і проведення адміністративної реформи України, створення територіальних громад потребує комплексного наукового підходу, який включає, у тому числі, і застосування методів теоретико-графового моделювання.

Дана задача може бути використана у навчальному процесі на кафедрі економічної кібернетики при викладанні дисциплін «Топологія економічних структур: аналіз та моделювання», «Математичне моделювання».

### *Література*

1. Павлюк А.П. Реформування адміністративно-територіального устрою України: проблеми та перспективи реалізації / Стратегічні пріоритети №1(2), 2007 С. 159 – 165 [Електронний ресурс] : <http://old.niss.gov.ua/book/StrPryor/2/4-3-Pavliuk.pdf>.
2. Гриневич В.В. Моделі адміністративно-територіального устрою в Україні: політичні реалії, експерименти та перспектива реформування / Теорія та практика державного управління. Вип.1(44) 2014 С. 1-8 [Електронний ресурс] : <http://www.kbuara.kharkov.ua/e-book/tpdu/2014-1/doc/3/05.pdf>
3. Мельник І.М. Графовий підхід до побудови економетричної моделі як задачі цілочисельного програмування / І.М. Мельник, В.С. Степашко // Економіко-математичне моделювання соціальних систем, 2004. – Вип. 8. – С. 49 – 56. – Бібліогр.: 3 назв. – укр.
4. Парубець О.М. Моделювання мережових структур на транспорті з використанням елементів теорії графів / О.М. Парубець // Глобальні та національні проблеми економіки, 2015. – Вип. 3 – С. 380 – 383.
5. Климко О.Г. Застосування апарату теорії графів до вдосконалення функціонування торгівельної мережі / О.Г. Климко, М.С. Вольна // Економіка і регіон. Математичні методи, моделі й інформаційні технології в економіці. – № 5 (42). – ПолтНТУ, 2013. – С. 169 – 175.
6. Кобець С.П., Скрильник І.І. Застосування теорії графів для оптимального управління економічними об'єктами / І.І. Скрильник, С.П. Кобець // Вісник Одеського національного університету. Економіка. – Т. 21. – Випуск 1. – Одеса, 2016. – С. 220 – 224.
7. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М.: МИР, 1978. – 429 с.