

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ПОЛТАВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

УДК 666.97.033.16.02-022.51(043.3)

КОРОТИЧ Юрій Юрійович

ДИСЕРТАЦІЯ
ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАЛОГАБАРИТНОГО
ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ВІБРОФОРМУВАННЯ БЕТОННИХ ВИРОБІВ

Спеціальність 133 — «Галузеве машинобудування»

Галузь знань 13 — «Механічна інженерія»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Ю. Ю. Коротич

Науковий керівник

доктор технічних наук, професор

Коробко Богдан Олегович

Полтава – 2023

АНОТАЦІЯ

Коротич Ю. Ю. Обґрунтування параметрів малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 133 — Галузеве машинобудування. Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Полтава, 2023.

Дисертація присвячена вирішенню актуальної науково-прикладної проблеми, яка полягає у розробці малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів, дослідженні та обґрунтуванні його параметрів для підвищення ефективності за рахунок зменшення собівартості виробничого процесу. Вібраційний спосіб ущільнення бетонних сумішей є найбільш поширеним серед багатьох способів завдяки простоті обладнання та високій ефективності. В той же час він потребує значних енерговитрат. В даній роботі пропонується метод підвищення ефективності малогабаритного віброформувального обладнання за допомогою важільного закріплення віброзбуджувача.

Перший розділ складається із розгляду та аналізу процесів вібраційного ущільнення бетонних сумішей, огляду існуючих способів ущільнення та віброформувального обладнання, насамперед малогабаритних віброплощадок, за основними класифікаційними ознаками. Розглянувши існуючі шляхи підвищення ефективності віброформувального обладнання, запропонована раціональна модель вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача. На основі огляду літературних джерел, досвіду підприємств, що виготовляють бетонні вироби, та сучасних вимог до енергоефективності обладнання зроблені висновки та сформульовані мета і задачі дослідження.

У другому розділі для з'ясування загальної тенденції впливу окремих параметрів вібраційного столу з важільним закріпленням віброзбуджувача на рух його робочого органу та його енергоспоживання отримана загальна

математична модель цієї механічної системи за кінематичною схемою, яка раніше не використовувалася. Для отримання математичної моделі були використані рівняння Лагранжа другого роду. Цей метод є найбільш загальним методом, який використовують при розв'язуванні задач про рух механічної системи. При цьому були використані методи математичної фізики та фізико-математичне моделювання методами прикладної механіки. У якості механічної системи, яка раніше не використовувалася, запропонована кінематична схема приводу вібростолу з важільним закріпленням вібробудувача. Розглянуте обладнання (вібростіл) моделювалося механічною системою, яка складається з чотирьох матеріальних тіл - плити, корпусу вібробудувача, дебаланса і ємності з бетонною сумішшю. Для визначення положення і опису вільних рухів вищезгаданих матеріальних тіл розглядуваної механічної системи була застосована ортогональна вібраційна система відліку з трьох систем координат. Визначивши кінетичну енергію чотирьох окремих матеріальних тіл, з яких складається механічна система, було складено функціональну залежність її загальної кінетичної енергії. Далі, беручи до уваги, що розглядувана механічна система має сім ступенів вільності з узагальненими координатами, а кожній узагальненій координаті відповідає узагальнена сила, з'ясовано, що розглядувана механічна система має сім узагальнених сил. Визначивши узагальнені сили, в результаті було отримано загальну математичну модель вібраційного столу з важільним закріпленням вібробудувача у вигляді системи з семи диференціальних рівнянь другого порядку. Отримана загальна математична модель дозволяє описувати положення та рух будь-якої точки та окремого матеріального тіла досліджуваного обладнання.

У третьому розділі експериментально досліджено вплив дії важільного закріплення вібробудувача на параметри віброуцільнення, а саме – на амплітуду коливань. Спочатку ряд дослідів проводились на спеціально створеній дослідній моделі вібростолу, яка була виконана у

невеликих розмірах (масштаб 1:10). Проведені дослідження підтвердили припущення про ефективність важільного закріплення віброзбуджувача. Для подальшого підтвердження ефективності використання конструкції вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача було створено дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів. На ньому здійснювалось обґрунтування раціональних значень як конструктивних, так і технологічних параметрів, які здатні впливати на ефективність процесу віброущільнення бетонної суміші. Для кращого з'ясування взаємозалежностей конструктивних і технологічних параметрів був використаний трифакторний експеримент другого порядку. Дослідження зміни кінетичної енергії дослідного обладнання (вібростолу) вказало на її збільшення за рахунок важільного закріплення віброзбуджувача. Це, в свою чергу, призводить до збільшення амплітуди вертикальних коливань. Тому збільшення довжини важеля у вказаному інтервалі (від 0 до 200 мм) призводить до енергозбереження, оскільки збільшення амплітуди віброколивань відбувається без збільшення параметрів потужності віброзбуджувача. Таким чином, досягнуто підвищення енергоефективності створеного дослідного обладнання. Воно забезпечено шляхом зменшення потужності приводу, зберігаючи при цьому рекомендовані для віброущільнення технологічні параметри. Порівняння експериментальних та теоретичних значень величини амплітуди вертикальних коливань засвідчує, що їх розбіжність знаходиться в межах 13...18 %, що вказує на достатній рівень адекватності створеної математичної моделі, яка описує процес віброформування бетонних виробів на вібростолі з важільним закріпленням віброзбуджувача.

У четвертому розділі представлена технічна характеристика малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням віброзбуджувача. Розроблені рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля для закріплення віброзбуджувача на малогабаритному обладнанні для віброформування

бетонних виробів. Проведено впровадження обладнання на підприємствах ТОВ «ГОТ» та ТОВ «ПРИМУМ АКТИВ» за розробленими кресленнями і рекомендаціями. Якість виготовлених бетонних виробів показала відповідність нормам ДСТУ Б В.2.6-2:2009. Витрати електроенергії при їх виробництві скоротились відповідно на 21% та 23%.

Ключові слова: амплітуда, важільне закріплення віброзбуджувача, частота віброколивань, бетонна суміш, віброзбуджувач, вібростіл, віброущільнення, важіль, дебаланс, кінетична енергія, збурююча сила, дослідження, обладнання, математична модель, енергозаощадження.

ABSTRACT

Korotych Y. Y. Concrete products small-sized vibration forming equipment parameter justification. – On the rights of the manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in the specialty 133 — Branch Mechanical Engineering. National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic". Poltava, 2023.

The dissertation is devoted to the solution of an urgent scientific and applied problem, which consists in the development of small-sized equipment for vibration molding of concrete products, research and substantiation of its parameters to increase efficiency by reducing the cost of the production process. The vibrating method of compacting concrete mixtures is the most common among many methods due to the simplicity of the equipment and high efficiency. At the same time, it requires significant energy consumption. In this work, a method for enhancing the efficiency of small-sized vibration forming equipment with vibrator lever attachment is proposed.

The first section consists of examination and analysis processes in concrete mixtures vibrational compaction with a single frequency, overview of existing compaction methods and vibration forming equipment, first, of small-sized vibration pads, according to the main classification criteria. Having considered the existing ways to improve the efficiency of vibration forming equipment, a rational model of a vibrating table with a vibrating exciter lever fastening is proposed.

Based on the review of literary sources, the experience of enterprises producing concrete products, and modern requirements for the equipment energy efficiency, conclusions are drawn, and the purpose and objectives of the study are formulated.

In the second section, to find out the general trend of the vibration table individual parameters with vibration exciter lever fastening influence on the movement of its working body and its energy consumption, a general mathematical model of this mechanical system according to the kinematic scheme is obtained, which has not been used before. To obtain a mathematical model, Lagrange equations of the second kind were used. This method is the most common method used in solving problems about the motion of a mechanical system. At the same time, the methods of mathematical physics and physical and mathematical modeling by the methods of applied mechanics were used. As a mechanical system, which has not been used before, a kinematic scheme of the vibrating table with a lever fastening of the vibration exciter is proposed. The equipment in question (vibrating table) was modelled as a mechanical system, which consists of four material bodies - a slab, a body of a vibration exciter, an imbalance and a container with a concrete mixture. To determine the position and describe the free motions of the above-mentioned material bodies of the mechanical system under consideration an orthogonal vibrational reference system of three coordinate systems was applied. By determining the kinetic energy of the four separate material bodies that make up a mechanical system, a functional dependence of its total kinetic energy was drawn up. Further, considering that the mechanical system in question has seven degrees of freedom with generalized coordinates, and each generalized coordinate corresponds to a generalized force, it is found that the mechanical system in question has seven generalized forces. Having determined the generalized forces, as a result, a general mathematical model of a vibration table with lever fixation of the vibration exciter in the form of a system of seven second-order differential equations was obtained. The obtained general mathematical model makes it possible to describe the position and motion of any point and a separate material body of the equipment under study.

In the third section, the effect of the lever fastening of the vibration exciter on the vibration compaction parameters is experimentally investigated, namely, to the amplitude of oscillations. Initially, several experiments were carried out on a specially created experimental model of a vibrating table, which was made in small sizes (scale 1:10). The experiments confirmed the assumptions about the effectiveness of the vibration exciter lever fastening. For further efficiency of using the design of the vibrating table with lever fastening of the vibration exciter confirmation, an experimental small-sized equipment for vibration forming of concrete products was created. It was used to substantiate the rational values of both structural and technological parameters that can affect the process of concrete mixture vibration compaction efficiency. For better design and technological parameters clarification interdependencies, a three-factor second-order experiment was used. Investigation of experimental equipment (vibrating table) kinetic energy changes indicated its increase due to the lever fastening of the vibration exciter. This, in turn, leads to an increase in the amplitude of vertical oscillations. Therefore, increasing the length of the lever in the specified interval (from 0 to 200 mm) leads to energy saving, since the increase in the amplitude of vibration oscillations occurs without increasing the power parameters of the vibration exciter. Thus, an increase in the energy efficiency of the created experimental equipment has been achieved. It is ensured by reducing the power of the drive, and at the same time, maintaining the technological parameters recommended for vibration compaction. Vertical oscillations amplitude magnitude experimental and theoretical values comparison certifies that their discrepancy is within 13... 18 %, which indicates a sufficient level of adequacy of the created mathematical model, which describes the of concrete products vibration molding process on a vibrating table with a lever fastening of the vibration exciter.

The fourth section presents the technical characteristics of small-sized equipment for vibration molding of concrete products with vibration exciter lever fastening. Recommendations on the purpose of the design and geometric dimensions of the lever for fixing the vibrating exciter on small-sized equipment

for vibration forming of concrete products have been developed. Implementation of equipment at enterprises was carried out on ТОВ «ГОТ» and ТОВ «ПРИМУМ АКТИВ» according to the developed drawings and recommendations. The quality of the manufactured concrete products showed compliance with the standards of ДСТУ Б В.2.6-2:2009. Electricity consumption in their production decreased by 21% and 23%, respectively.

Keywords: amplitude, lever fastening of the vibration exciter, vibration frequency, concrete mix, vibrating exciter, vibrating table, vibration compaction, lever, imbalance, kinetic energy, disturbing force, research, equipment, mathematical model, energy saving.

СПИСОК ОСНОВНИХ ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ

Праці, які відображають основні наукові результати дисертації

Публікації в наукових фахових виданнях України:

1. Korobko B., Korotych Yu. The influence of the lever fixturing of the vibration exciter on the overall efficiency of concrete-mix vibration. *Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2021. Vol. 1 (56). P. 12–17. <https://doi.org/10.26906/znp.2021.56.2492> (Особистий внесок: запропонована та розглянута конструкція вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача).
2. Korobko B., Zhyhylii S., Korotych Yu. Determination of the vibrating table kinetic energy. *Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2022. Vol. 2 (59). P. 17–26. <https://doi.org/10.26906/znp.2022.59.3095> (складена кінематична схема досліджуваного вібростолу, побудований графік зміни кінетичної енергії та проведений його аналіз).
3. Korotych Yu. Determination of generalized vibration table forcesюю. *Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2023. Vol. 1 (60). P. 5–11. <https://doi.org/10.26906/znp.2023.60.3108>

4. Коротич Ю. Ю. Складання математичної моделі вібраційного столу. *Технічні науки та технології*. 2023. № 3 (33). С. 83–96. DOI [10.25140/2411-5363-2023-3\(33\)-83-96](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-3(33)-83-96)

Публікації в наукових іноземних виданнях:

5. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження параметрів вібраційного столу з важільним закріпленням віброзбуджувача. *Modern engineering and innovative technologies*. 2023. Iss. 28, Part 1. P. 3–12. DOI: [10.30890/2567-5273.2023-28-01-019](https://doi.org/10.30890/2567-5273.2023-28-01-019) (проведено планування експерименту для підтвердження ефективності використання запропонованої конструкції вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача, знайдено ступені впливу зміни параметрів на амплітуду коливань вібростолу для обґрунтування їх раціональних значень, які забезпечують максимальне енергозбереження).

Матеріали і тези наукових доповідей міжнародних конференцій:

6. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Обґрунтування важільного закріплення віброзбуджувача відносно вібростолу. *Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки* : матеріали V Всеукр. наук.-техн. конф. (22 квіт. 2021 р., м. Полтава). Полтава, 2021. С. 23–25.

7. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження раціонального закріплення віброзбуджувача відносно вібростолу. *Тези 73-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (21 квіт. – 13 трав. 2021 р.)*. Полтава, 2021. Т. 1. С. 177–178.

8. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження впливу робочого навантаження вібростолу на ефективність віброуцільнення при важільном закріпленні його віброзбуджувача. *Тези доповідей 74-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (25 квіт. – 21 трав. 2022 р.)*. Полтава, 2022. Т. 1. С. 130–132.

9. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю., Жигилій С. М. Довизначення кінетичної енергії вібраційного столу. *Академічна й університетська наука* : зб. наук. пр. Секції за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф. «Сучасні рецепції

світоглядно-ціннісних орієнтирів Григорія Сковороди», 02 груд. 2022 р. : Т. 2. – Полтава, 2022. С. 113–115.

10. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Характер зміни амплітуди віброколивачів при застосуванні важільного закріплення вібробудувача. *Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки* : матеріали VI Всеукр. наук.-техн. конф. (11 трав. 2023 р., м. Полтава). Полтава, 2023. С. 13–15.

11. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. До визначення узагальнених сил вібраційного столу. *Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (Полтава, 02 трав.–25 трав. 2023 р.)*. Полтава, 2023. Т. 1. С. 248–250.

Патенти України на корисну модель:

12. Вібростіл з важільним закріпленням вібробудувача : пат. 146691 Україна: МПК В28В 1/08. № u202006563; заявл. 12.10.2020; опубл. 10.03.2021, Бюл. № 10.

ЗМІСТ

ВСТУП	13
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ І ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРОФОРМУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ	19
1.1 Розгляд процесу віброущільнення бетонних сумішей.....	19
1.2. Існуючі способи та обладнання.....	25
1.3. Шляхи підвищення ефективності віброформуального обладнання.....	27
1.4. Вибір конструктивної схеми віброформуального обладнання.....	29
1.5. Висновки, мета і завдання дослідження.	36
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ РУХУ ОБЛАДНАННЯ	38
2.1. Мета, задачі та методи теоретичних досліджень	38
2.2. Визначення кінетичної енергії	38
2.3. Визначення узагальнених сил	61
2.4. Складання математичної моделі	85
2.5. Висновки по розділу	100
РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ РУХУ ОБЛАДНАННЯ	102
3.1. Мета та задачі експериментальних досліджень.....	102
3.2. Дослідна модель вібростолу	103
3.3. Дослідження впливу важільного закріплення вібробуджувача на величину амплітуди вимушених коливань.....	108
3.4. Дослідження кінетичної енергії дослідного обладнання	112
3.5. Дослідження технологічних параметрів дослідного обладнання	113
3.5.1. Реалізація трифакторного експерименту.....	113
3.5.2. Визначення рівня впливу важільного закріплення на підвищення ефективності роботи дослідного обладнання.....	119
3.6. Аналіз результатів експериментальних та обчислювальних досліджень	124
3.7. Висновки по розділу.....	131
РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ОЦІНКА ЇХНЬОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ	132
4.1. Технічна характеристика малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів	132

4.2. Рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля для закріплення вібробуджувача при виробництві бетонних виробів на малогабаритному віброформувальному обладнанні.....	134
4.3. Впровадження результатів досліджень на виробництві.....	138
4.4. Висновки по розділу	142
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	144
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	146
ДОДАТКИ	158

ВСТУП

Актуальність роботи. В наш час використання бетонних виробів у будівництві займає значне місце. Останнім часом, зокрема, зростає потреба в малорозмірній бетонній продукції, такі як тротуарні плити, бордюри, перетинки та інші. Відповідно їх виготовлення потребує наявності простого, надійного та енергоощадного обладнання. Сучасні тенденції розвитку будівництва потребують розробки машин і технологій, які можуть забезпечити мінімізацію витрат енергії з реалізацією високої якості виконання технологічного процесу. Значний обсяг виробництва залізобетонних виробів і конструкцій та вимоги до їх якості, які невпинно зростають, зумовлюють постійне вдосконалення обладнання для їх виробництва. Процес виготовлення бетонних та залізобетонних виробів складається з операцій приготування, транспортування, розподілення та ущільнення бетонної суміші. Найбільш важливе місце в цьому процесі займають вібраційні машини для ущільнення будівельних сумішей, оскільки від його якості в значній мірі залежить і якість готового виробу – близько 70% усіх дефектів виникає саме під час ущільнення.

Найбільш відомими способами ущільнення є механічне трамбування, вібрування, пресування, вакуумування, центрифугування та ряд інших, які отримують комбінуючи перелічені способи. Одним з найбільш поширених є вібраційне ущільнення або віброформування виробів. Цим способом виготовляється більше половини всієї бетонної продукції. Але вібраційний процес ущільнення є доволі енергоємним. Тому підвищення енергоефективності віброформувального процесу є актуальною задачею.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота відповідає тематиці кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки та виконувалася у відповідності до напрямків і завдань науково - технічних програм Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» у складі держбюджетних науково-дослідницьких тем: «Створення ефективного малогабаритного

обладнання для комплексної механізації робіт в умовах будівельного майданчика» (номери державної реєстрації 0115U001078), «Дослідження і розроблення інженерних методів розрахунку опору руйнуванню і деформуванню бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних елементів, що зазнають неоднорідний напружено-деформований стан при різному характері навантаження та впливів» (номер державної реєстрації 0117U003248), що затверджені Міністерством освіти і науки України.

Мета дослідження. Мета роботи полягає в розробці та обґрунтуванні параметрів малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів для підвищення його ефективності та енергозаощадження за рахунок важільного закріплення віброзбуджувача.

Для досягнення зазначеної мети роботи сформульовані та вирішені наступні задачі досліджень:

- оцінка існуючих конструкцій віброформувального обладнання та існуючих методів підвищення їх ефективності, та насамперед, енергоефективності;
- отримання математичної моделі на базі розробленої розрахункової схеми запропонованої конструкції вібраційного столу та здійснення теоретичних досліджень процесу зміни технологічних параметрів в залежності від довжини важеля;
- проведення експериментальних досліджень робочого процесу дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів;
- обґрунтування параметрів дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів за умов мінімізації енергоємності робочого процесу;
- розроблення рекомендацій по вибору основних технологічних параметрів та оцінка результатів практичного впровадження.

Методи дослідження. При виконанні роботи для проведення досліджень щодо розробки конструкції малогабаритного обладнання для

віброформування бетонних виробів були використані [1] як загальні, так і спеціальні методи наукових досліджень. Серед загальних методів використовувались емпіричні і теоретичні методи досліджень. Серед спеціальних – економіко-статистичний метод, метод функціонально – вартісного аналізу і методи прогнозування та моделювання.

У першому розділі на етапі збору необхідних даних були використані емпіричні методи. Як усі методи збору, вони досить прості у виконанні і можуть застосовуватись у будь-яких напрямках. При проведенні аналізу були дотримані наступні вимоги: а) порівнювати слід ті явища, між якими може існувати визначена об'єктивна спільність; б) порівняння має здійснюватися за найбільш важливими істотними ознаками.

У другому розділі для отримання загальної математичної моделі використовувались рівняння Лагранжа другого роду. При цьому були використані методи математичної фізики та фізико-математичне моделювання методами прикладної механіки. Математична модель дозволяє проводити дослідження за допомогою умовних зображень об'єктів або їх аналогів, що мають аналогічні істотно важливі характеристики. Цей спосіб ще називається процесом постановки модельного експерименту. Модель замінює об'єкт та фактично є інформаційним зображенням об'єкта. Вона містить ключові риси об'єкта, відповідає його структурі, відображає системні зв'язки. У ряді випадків лише модель дає змогу перевірити правильність гіпотези, пов'язуючи інформаційне зображення сучасного і майбутнього станів.

У третьому розділі був проведений трифакторний експеримент другого порядку. Таким чином, було зроблено кореляційний аналіз, який дозволяє встановити залежність між ознаками і результируючим показником. Багатофакторна кореляція дозволяє встановити зв'язок між декількома ознаками і результируючим показником, що має усереднений характер для свого виявлення. Як аргументи виступають тільки ті положення, істинність яких була доведена. Аргументи є несуперечними і достатніми, тобто у своїй

сукупності вони є такими, щоб з них випливала теза, яка доводиться. Аналіз діючих взаємозалежностей здійснювався графічним методом, який використовувався не як самостійний метод, а як метод, який супроводжує, ілюструє, і пояснює інші висновки по іншим методам.

У четвертому розділі при впровадженні обладнання на виробництві результати випробувань здійснювались з використанням функціонально – вартісного аналізу, який забезпечує достовірність отриманих результатів та висновків. Це метод системного аналізу об'єкта, орієнтований на оптимізацію співвідношень споживчих властивостей виробу та витрат на його розробку, виробництво і використання.

Наукова новизна роботи полягає в наступному.

Вперше:

- одержана математична модель, яка пов'язує між собою основні параметри системи «робочий орган вібраційної установки і ущільнюоче середовище» і дозволяє, шляхом їх добору, здійснювати мінімізацію енерговитрат під час процесу віброущільнення;

- отримана формула визначення кінематичної енергії віброформуального обладнання, використання якої дозволяє здійснювати оптимізацію геометричних і кінематичних параметрів для забезпечення її максимального енергозбереження.

- встановлено за критерієм максимальних вібропереміщень вплив конструктивних параметрів на збереження енерговитрат віброобладнання з важільним закріпленням віброзбуджувача, що дозволило підвищити експлуатаційні характеристики запропонованої конструкції.

- встановлено раціональні діапазони параметрів робочих процесів віброущільнення розробленого обладнання з точки зору мінімальних енерговитрат при необхідній продуктивності.

Вдосконалено:

- методику добору геометричних параметрів конструкції віброустановок та існуючих методів розрахунку вібраційних установок шляхом мінімізації енерговитрат;

Отримало подальшого розвитку:

- концепція побудови та проектування вібраційних установок, яка базується на визначенні їхньої енергетичної властивості, що дозволяє кількісно оцінювати і мінімізувати енергетичні витрати установок в цілому.

Об'єктом досліджень є робочій процес малогабаритного віброформуального обладнання.

Предметом дослідження є параметри робочого процесу малогабаритного віброформуального обладнання.

Практичне значення одержаних результатів полягає:

- в одержанні авторського свідоцтва на корисну модель конструкції вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача, публікації основних результатів досліджень, пов'язаних із створенням вказаної конструкції, у наукових статтях;

- в обґрунтуванні геометричних і технологічних параметрів вібростолів для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням віброзбуджувача, вказані матеріали можуть бути використані на підприємствах і організаціях, які здійснюють проектування подібних конструкцій;

- в застосуванні на промислових підприємствах і організаціях, пов'язаних з віброформуванням бетонних виробів, рекомендацій з експлуатації вібростолів з важільним закріпленням віброзбуджувачів, про що свідчать довідки про впровадження.

Особистий внесок здобувача. Основні науково-практичні результати досліджень, наведені в дисертації, отримані автором особисто. У спільних наукових роботах авторові належать: вибір конструкції обладнання з важільним закріпленням віброзбуджувача [2]; складання кінематичної схеми досліджуваного вібростолу, побудова графіка зміни кінетичної енергії та

його аналіз [3]; проведення трифакторного експерименту другого порядку, виявлення ступенів впливу зміни параметрів на амплітуду коливань вібростолу [4].

Апробація результатів наукових досліджень. Основні положення досліджень висвітлювалося і обговорювалося на науково – технічних конференціях: V Всеукраїнська науково-технічна конференція, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава (2021); 73-я наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава (2021); III International Scientific and Practical Conference Energy Saving Machines and Technologies, Kyiv National University of Construction and Architecture. – К. (2022); 74-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава (2022); VI Всеукраїнська науково-технічна конференція, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава (2023); 75-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава (2023).

Публікації. Основні положення та результати проведених досліджень за темою дисертації опубліковано у 12 наукових працях, у тому числі: 4 статті у наукових фахових виданнях України категорії «Б»; 1 у періодичних наукових іноземних виданнях; 6 тез наукових доповідей в збірниках матеріалів всеукраїнських та міжнародних конференцій; 1 патент на корисну модель в «Український інститут інтелектуальної власності» (Укрпатент).

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 112 найменувань та додатків; викладена на 177 сторінках: основного тексту 133 сторінки, рисунків – 52, таблиць – 17.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРОФОРМУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ.

1.1 Розгляд процесу віброущільнення бетонних сумішей.

Вібраційні процеси ущільнення займають значне місце в будівництві та при виробництві будівельних матеріалів та конструкцій. Вони широко використовуються для ущільнення при формуванні різноманітних бетонних та залізобетонних виробів, таких як дорожні плити, стінові панелі та перекриття, бордюри, перетинки, тротуарна плитка та ін. Застосування технології віброущільнення забезпечує значне підвищення продуктивності та якості робіт. При виготовленні бетонних і залізобетонних виробів ущільнення бетонних сумішей є однією з відповідальних операцій. Віброущільнення бетонних виробів дуже широко використовується у будівельній галузі, процес його застосування розглядався низкою багатьох авторів [5-10]. Іншими словами можна сказати, що виробництво будівельних бетонних виробів без віброущільнення взагалі не здійснюється [11,12].

Широкому використанню бетонних виробів сприяли їхня механічна міцність, довговічність, точність геометричних розмірів, можливість перевлаштування обладнання для виробництва виробів інших форм та розмірів [13-18]. Вироби з бетонних елементів можна експлуатувати відразу після їх укладання, тобто піддавати дії експлуатаційного навантаження.

Процес віброформування базується на властивості бетонних сумішей розріджуватись та заповнювати форму під дією вібрації [19, 20].

Сучасний підхід щодо впровадження інноваційних енергоефективних технологій у виробництві бетонних виробів передбачає розроблення та застосування ефективних та енергоощадних прийомів ущільнення бетонної суміші. Кожний з методів ущільнення бетонних сумішей, окрім енергоощадності, повинен забезпечувати виконання таких умов [21-28]:

1) зближення на мінімально можливій відстані всіх частинок бетонної суміші, що ущільнюється, без її розшарування та механічного руйнування зерен заповнювача;

2) збереження у зразка бетонного будівельного виробу, який формується, при наступному твердінні суміші всієї кількості води затвору;

3) застосування складів бетону з витратами цементу, які використовуються для приготування якісних та довговічних бетонних виробів із заданими параметрами, при дотриманні оптимальної технології ущільнення твердих сумішей;

4) реальні можливості використання в'язучих та пластифікаторів для поліпшення властивостей бетонних виробів та вдосконалення технологічного процесу їх виготовлення.

Крім вищенаведених умов необхідно, щоб для кожного виду бетонних сумішей використовувалася відповідна технологія ущільнення. Наприклад, для сумішей із мінімально можливим вмістом води, тобто для важких бетонів, необхідне використання механічного трамбування або вібрування з притисканням [26, 29-31]. З виробництвом високоякісного цементу почали застосовуватись литі суміші із значним надлишком води [23, 32-34], ущільнення яких відбувається під дією сили ваги піску й гравію (щебеню).

Найпоширеніші в будівельній галузі малопластичні бетонні суміші ущільнюються за допомогою вібрування [35-39]. Це гарантує заповнення форми будь-якої складності та одержання бетонного виробу із заданими проектними властивостями.

Вібраційна технологія ущільнення бетонних сумішей має в даний час найбільше поширення [40]. Цей пріоритет у майбутньому збережеться, тому питання оптимізації вібраційних режимів, правильного підбору віброобладнання не втрачають своєї економічної та соціальної значущості.

Основним завданням теорії ущільнення цементобетонних сумішей є створення робочої гіпотези, що дозволяє описати процес деформування середовища, що ущільнюється, та обґрунтувати вибір, як ущільнюючого засобу, так і інтенсивності вібраційного впливу на цементобетонну суміш при мінімальних енергетичних витратах. Існуюча основна гіпотеза вібраційного ущільнення базується на уявленні про перехід бетонної суміші в

тиксотропний стан під впливом вібрації [41-43]. Ущільнення цементобетонних сумішей вібраційним впливом пов'язано з їх переходом у стан підвищеної плинності [44-46], в результаті чого значно знижуються сили в'язкого опору та спостерігається процес зближення частинок під дією сил тяжіння, при цьому не виключається і дія динамічних сил.

Ефект підвищеної плинності цементобетонних сумішей при накладанні вібрації можна пояснити таким чином [47].

Цементобетонна суміш є пухким багатокomпонентним середовищем з довільним орієнтуванням добре змочуваних мінеральних частинок (щебню, піску, цементу) та їх агрегатів, покритих водяною плівкою. У приготівленій суміші вода займає відносно великий відсотковий вміст, причому 4 – 7% її кількості перебуває у фізико-хімічному зв'язку, а решта - у фізико-механічному зв'язку з цементом та іншими мінеральними частинками [48, 49]. Фізико-механічно пов'язана вода, звана зведеною водою, утримується на поверхні частинок силами поверхневого натягу [48, 49]. Товщина водних плівок, відповідно, і величина сил поверхневого натягу залежать від вмісту води в суміші. Рухливі (пластичні) суміші в порівнянні з жорсткими сумішами мають підвищений вміст води. В рухомих сумішах водні плівки мають більшу товщину і меншу величину сил поверхневого натягу, ніж у жорстких сумішах. При цьому жорсткі суміші являють собою рихлу сипучу масу, а рухливі – суцільну пластичну масу. При вібраційному впливі в шарі цементобетонної суміші, що ущільнюється, виникають пружно-пластичні хвилі деформацій, які періодично створюють напруги стиснення та розтягування, що призводить до руйнування початкових зв'язків у суміші, збільшенню її рухливості, зіткненню та переорієнтації мінеральних частинок, їх зближення, витіснення частини повітря та утворення більш щільного середовища. У першій фазі процесу вібраційного ущільнення, що триває всього кілька секунд, відбувається помітна осадка (пластична деформація) цементобетонної суміші. При цьому відбувається додаткове перемішування суміші. Одночасно зі збільшенням рухомості суміші зростають інерційні

сили, що діють на мінеральні частинки і водні плівки, що їх покривають. При досягненні стану, коли інерційні сили перевищують сили поверхневого натягу, від поверхні великих частинок відокремлюється частина вільної води, яка спільно з частиною цементу утворює так зване цементне молочко. Це молочко заповнює міжзерновий простір і забезпечує роль мастила між мінеральними частинками, а також сприяє кращій передачі вібраційних впливів по всій товщині шару, що ущільнюється. Чим більше цементного молочка знаходиться у міжзерновому просторі, тим швидше відбувається процес ущільнення. Тому суміші з підвищеним вмістом води (пластичні суміші), що мають велику товщину водних плівок, ущільнюються ефективніше, ніж жорсткі суміші, оскільки мають менші сили поверхневого натягу водних плівок та для їх руйнування та виділення цементного молочка в міжзерновий простір потрібні вібраційні дії меншої інтенсивності. Для ущільнення жорстких цементобетонних сумішей потрібні вібраційні впливи більшої інтенсивності, здатні викликати інерційні сили, які за своєю величиною перевищують сили поверхневого натягу тонких водяних плівок. Оскільки інерційні сили пропорційні прискоренням, то для переведення сумішей в тиксотропний стан бажано використовувати високочастотні режими ущільнення з малими амплітудами [49]. За розрідженням цементобетонної суміші слідує заключний етап процесу ущільнення – формування щільної структури з одночасним руйнуванням агрегатів із дрібних частинок, що злиплися між собою, і витисненням цементного молочка на поверхню шару, що ущільнюється. Цей процес найбільш тривалий і для його інтенсифікації необхідно розвинути в цементобетонній суміші досить великий динамічний тиск. Підвищити динамічний тиск можливо за рахунок збільшення розмаху коливань, створення ефекту струшування шляхом одночасного накладання гармонійних коливань з різною частотою та амплітудою, застосуванням привантажень і вібропривантажень при формуванні виробів з жорстких цементобетонних сумішей. Кожен цикл вібраційного навантаження супроводжується руйнуванням початкової

структури середовища, що ущільнюється, його пружною та пластичною деформацією, частковим витисненням повітря та утворенням нової більш щільної структури з великою кількістю контактів та більшою міцністю. У міру зростання щільності зростають напруги, необхідні для руйнування зв'язків, що утворилися, і подальшого зростання ущільнення цементобетонної суміші, а пластична деформація суміші при кожному наступному циклі навантаження зменшується.

Підсумовуючи, процес ущільнення бетонної суміші можна умовно поділити на наступні стадії [50].

Перша характеризується утворенням суцільного середовища із рихлонасипаної бетонної суміші. При цьому здійснюється взаємне перекомпонування великих і дрібних частинок заповнювача з утворенням макроструктури бетону - його структурного каркасу. Тривалість першої стадії залежить від вихідної легкоукладальності бетонних сумішей: для литих сумішей Р4 вона становить 3...5 с, а для жорстких становить приблизно (0,5...1,0) Ж, де Ж - жорсткість, що визначається за ДСТУ Б В.2.7-96-2000. На другій стадії відбувається подальше зближення частинок заповнювача між собою і видалення деякої частини повітря, що залишилося. Тривалість другої стадії становить (1,0...4,0) Ж.

Жорсткі суміші можуть бути доущільнені за умови додаткового обтиснення (статичного або динамічного) після завершення перших двох стадій. При ущільненні рухомих (Р2...Р4) сумішей через швидке протікання процесу ущільнення чіткий поділ на стадії немає.

В залежності від легкоукладальності [51] бетонні суміші розподіляють у відповідності з таблицею 1.1.

Таблиця 1.1. Класифікація бетонних сумішей за легкоукладальністю.

Марка легкоукладальності	Позначення суміші	Показник легкоукладальності	
		Жорсткість Ж, с	Рухомість Р, см
1	2	3	4
Жорсткі	Ж4	31 – 60	–

Продовження табл. 1.1

1	2	3	4
	Ж3	21 – 30	–
	Ж2	11 – 20	–
	Ж1	5 – 10	–
Рухомі	P1	–	1 – 4
	P2	–	5 – 9
	P3	–	10 – 15
	P4	–	16 – 20
	P5	–	21 та більше

Для вібраційного формування застосовують обладнання з вібраційним, ударно-вібраційним та ударним характером ущільнюючих впливів. Робочі органи вібраційних формувальних машин за відсутності бетонної суміші здійснюють гармонійні коливання щодо положення рівноваги. Вібропереміщення, віброшвидкості та віброприскорення їх симетричні щодо положення рівноваги.

Тривалість формування залежить від конфігурації та розмірів виробів, насиченості арматурою, виду обладнання, інтенсивності вібраційного впливу на суміш та її рухомості [51].

Тривалість вібрації приймають орієнтовно такою, що дорівнює двом жорсткостям суміші та перевіряють дослідним формуванням.

Перевірку відповідності фактичних параметрів вібрації заданим слід проводити щотижня у чотирьох - шести характерних точках при повному паспортному завантаженні віброобладнання.

Для контролю параметрів вібрації допускається застосування будь-якої апаратури, що реєструє відповідні параметри коливань.

Контроль ступеня ущільнення бетонної суміші здійснюється відповідно до ДСТУ Б В.2.7-96-2000. Фактичне значення середньої щільності ущільненої бетонної суміші порівнюється з теоретичним та підраховується коефіцієнт ущільнення:

$$K_y = \frac{\rho_{\Phi}}{\rho_T}; \quad (1.1)$$

Рекомендована величина $K_u = 0,96 - 0,98$.

Рівномірність ущільнення бетонної суміші у виробі рекомендується перевіряти з використанням неруйнівних методів контролю однорідності бетону за ДСТУ Б В.2.7-226:2010. Найбільш поширеним методом є ультразвуковий.

Якість ущільнення бетонної суміші при вибраних режимах формування може бути оцінена випробуванням на міцність бетонних зразків-кубів відповідно до ДСТУ Б В.2.7-214:2010. Для цього форми зі зразками повинні ущільнюватися на обладнанні, що перевіряється. Тривалість ущільнення зразків визначається часом до появи цементного молока на верхній поверхні суміші, що формується. Потім через 10...15 с припиняють вібраційну дію. Межа міцності на стискування зразків повинна відповідати заданій марці бетону.

1.2. Існуючі способи та обладнання

Вібраційний метод ущільнення є основним при виготовленні бетонних та залізобетонних виробів і однією з найвідповідальніших операцій. Тому до вібраційних машин, які використовуються для ущільнення цементобетонних сумішей, пред'являються підвищені вимоги. Вони повинні мати порівняно просту конструкцію, високу надійність, порівняно невелику металоємність та низьку енергоємність, забезпечувати високу ефективність ущільнення. При масовому виробництві бетонних і залізобетонних виробів вони повинні забезпечувати формування виробів з малорухливих, жорстких цементобетонних сумішей, що сприятиме скороченню витрат цементу та підвищить міцність виробу [47].

Для ефективної та надійної роботи вібраційних формувальних машин, які відповідають переліченим вище вимогам, необхідно точно визначити їх параметри та встановити режими вібраційної дії залежно від допустимої тривалості вібрування, розміру та конфігурації виробів, якості його поверхонь і фізико-механічних характеристик матеріалу, що ущільнюється.

Отримання аналітичних залежностей між перерахованими показниками та основними параметрами вібраційної машини можливо на основі теорії вібраційного ущільнення цементобетонних сумішей, яка повинна бути математично описана в ясній і несуперечливій формі та експериментально підтверджена. До цього часу жодна із запропонованих гіпотез вібраційного процесу ущільнення цементобетонних сумішей не стала теорією у зазначеному вище сенсі, що говорить про відсутність єдиної загальноприйнятої методики розрахунку основних параметрів вібраційних формувальних машин.

Створення теорії вібраційного ущільнення цементобетонних сумішей та вивчення процесу взаємодії вібраційної машини з цементобетонним середовищем, що ущільнюється, представленої у вигляді системи з розподіленими параметрами, та розробки на цих основах конструктивного виконання та методики розрахунку основних параметрів вібраційних машин дозволяє створити енергозберігаюче високоефективне обладнання для формування бетонних та залізобетонних виробів.

Основними класифікаційними ознаками віброформувального обладнання є: спосіб формування, характер і спрямованість коливань, співвідношення вимушують і власних частот коливань, тип віброзбуджувача, кількість мас, що коливаються.

За способом вібраційного формування машини можна поділити на вібромайданчики, установки з горизонтальними коливаннями, віброштампи, ковзаючи вібропротяжні пристрої, глибинні вібромашини, формувальні пристрої комбінованих типів [52].

За характером та спрямованістю коливань машини поділяються: на гармонійні, на кругові, гармонійні з напрямом коливань у вертикальній чи горизонтальній площинах; негармонічні (ударно-вібраційні та ударні) з напрямком ущільнюючих впливів у горизонтальній або вертикальній площинах; машини з просторовими та багатокomпонентними коливаннями.

За співвідношенням вимушуючих і власних частот коливань - на дорезонансні, резонансні та зарезонансні машини, за типом віброзбуджувача - на машини з дебалансним, електромагнітним, кривошипно-шатунним та комбінованим збуджувачем коливань, за кількістю коливальних мас - на машини одномасні, двомасні, тримасні (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Класифікація віброформуального обладнання

1.3. Шляхи підвищення ефективності віброформуального обладнання.

Енергоефективність та енергозбереження – ключові поняття забезпечення ефективності як підприємств, так і держави в цілому. При

цьому саме промисловість є однією з галузей нерационального використання ресурсів, бо це негативно позначається на собівартості продукції [53].

Енергозбереження – це комплекс організаційних, виробничих, наукових, економічних, технічних та інших заходів, спрямованих на раціональне використання та економне витрачання енергетичних ресурсів.

Енергомісткість виробництва – це величина споживання енергії на основні та допоміжні технологічні процеси виготовлення продукції, виконання робіт на базі заданої технологічної системи.

Сучасний підхід щодо впровадження інноваційних енергоефективних технологій у виробництві бетонних виробів передбачає розроблення та застосування ефективних та енергоощадних прийомів [54-58] ущільнення бетонної суміші. Ними, насамперед, є наступні:

- якісна підготовка бетонної суміші на етапи перемішування, яка здатна забезпечити сприятливі умови віброущільнення при необхідних реологічних властивостях вихідної суміші бетону;

- використання у конструкції вібростенду віброопор раціональної та ефективної конструкцій, здатних утворювати спільний комплекс при мінімальних втратах ККД;

- суворе дотримання технологічних режимів та параметрів при ущільненні;

- використання більш раціональних та перспективних методів передачі вібрації від збудника до робочого органу;

- проведення теоретичних та практичних досліджень впливу зміни щільності і об'єму бетонної суміші відносно реальної конструкції вібростенду та конкретної технологічної задачі;

- застосування режимів вібраційного впливу, наближених до резонансних, з метою найбільшого енергозаощадження;

- широке використання спеціальних пластифікаторів, модифікуючих хімічних добавок, мікрокремнезему, фібр, полімерних компонентів здатних

покращувати якість і міцність бетону, у тому числі, враховуючи різні типи цементу;

- створення енергоощадних машин для ущільнення бетонних сумішей із застосуванням регульованих пристроїв, датчиків, які будуть реєструвати параметри коливань для налаштування вібромайданчика так, аби при ущільненні різних за формфактором і складом бетонної суміші виробів, амплітуда коливань лишалася у визначених межах на різних етапах ущільнення (регульованими пристроями в цьому випадку можуть бути пружні пневмоопори та регульовані демпфери коливань);

- впровадження частотно - регульованих асинхронних електроприводів, які дозволять змінювати режими частот віброущільнення на рівні регулювання електричного сигналу без застосування складних механічних приладів та вузлів;

1.4. Вибір конструктивної схеми віброформуального обладнання.

З усіх способів ущільнення найбільшого розповсюдження на заводах будівельної індустрії отримав спосіб об'ємного вібраційного ущільнення бетонних сумішей [59-61]. При цьому способі виробництва виробу для ущільнення використовують вібраційні установки (майданчики) або вібраційні формовочні установки [62-64]. Таке обладнання повинне забезпечувати високу продуктивність та якість продукції і має надавати можливості з швидкого переналагодження виробничих ліній у залежності від виробів, які будуть вироблятися.

Широко розповсюдженим видом віброформування є віброущільнення на станку, при якому форму з бетонною сумішшю встановлюють на віброплощадку, яку піддають коливанням від вібруючого органу. Для станкового вібрування застосовуються віброплощадки різного виду, в чому і полягають технологічні особливості методу. Класифікують віброплощадки за компонованням стола і вібруючого органу, вантажопідйомністю і основними параметрами вібрації [41]. Розрізняють віброплощадки з вертикально направленою вібрацією, що мають один стіл з розташованим знизу

віброзбуджувачем, і віброплощадки блочного типу, що складаються з уніфікованих блоків з одним віброзбуджувачем, розташованим під столом одного з блоків.

Основними параметрами вібрації є амплітуда вібропереміщення A (мм) і частота пульсації f (Гц), решта параметрів похідні. Для ущільнення бетонних сумішей використовуються віброплощадки в діапазоні частот від 10 до 75 Гц. Проте в більшості випадків використовуються віброплощадки з частотою 25...50 Гц, при амплітуді в межах 0,3...0,6 мм [41]. Основною перевагою стендового віброущільнення є його висока технологічна універсальність за номенклатурою виробів, що формуються.

Віброустановки для формування тротуарних плиток, блоків, бетонної цегли, фігурних елементів мощення [65] відносяться до малогабаритної вібраційної техніки. На них відбувається процес віброформування, який характеризується такими вже наведеними вище параметрами, як амплітуда та частота коливань [38]. Цей спосіб внаслідок інтенсивної дії на суміш, що ущільнюється, отримав загальну назву вібраційного. Цілком очевидно, що параметри вібраційного процесу – амплітуда, частота та їх функції – швидкість і прискорення, а також час ущільнення є основними характеристиками процесу. На рисунку 1.2 приведені типові схеми конструкцій віброустановок за типом приводу із одним навісним вібратором, із двома навісними вібраторами та із приводом від окремого електродвигуна.

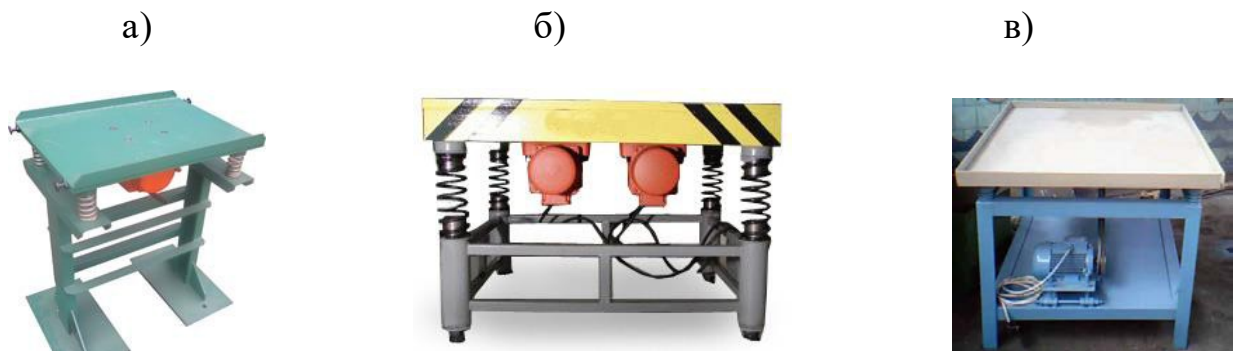


Рис. 1.2. Типові конструкції віброустановок для формування тротуарних плит: а – із одним навісним вібратором; б – із двома навісними вібраторами; в- із приводом від електродвигуна.

За типом коливань малогабаритна вібраційна техніка здійснює кругові коливання (рис. 1.2, а,в) та направлені коливання (рис. 1.2, б).

В технології ущільнення бетонних сумішей на подібному обладнанні прийнято використовувати лінійний (гармонійний, синусоїдальний) режим.



Рис. 1.3. Схема віброустановки з лінійним режимом.

В гармонійному режимі (рис. 1.3.) основними параметрами для визначення робочого процесу являються амплітуда і частота коливань, які задаються в залежності від складу суміші та габаритних розмірів майбутнього виробу. Саме завдяки цим параметрам в процесі ущільнення мають бути досягнуті потрібна міра щільності і однорідності бетонних виробів. Недоущільнення бетонної суміші на 1 % знижує міцнісні характеристики бетону на величину до 5...7%. [41]

Існують рекомендовані співвідношення між амплітудою та частотою коливань для гармонійних віброустановок [52], які приведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2. Співвідношення між амплітудою та частотою коливань для гармонійних віброустановок.

Частота коливань, c^{-1}	Амплітуда коливань, мм
157	0,8...1,2
250	0,6...0,8
314	0,6...0,8

Також серед вібраційних установок з вертикальними коливаннями найбільшого поширення в промисловості будівельних матеріалів отримали установки, які побудовані за одномасовою або двохмасовою схемами [66]. На

рисунку 1.4 наведено розрахункові схеми одномасової та двохмасової вібраційних систем.

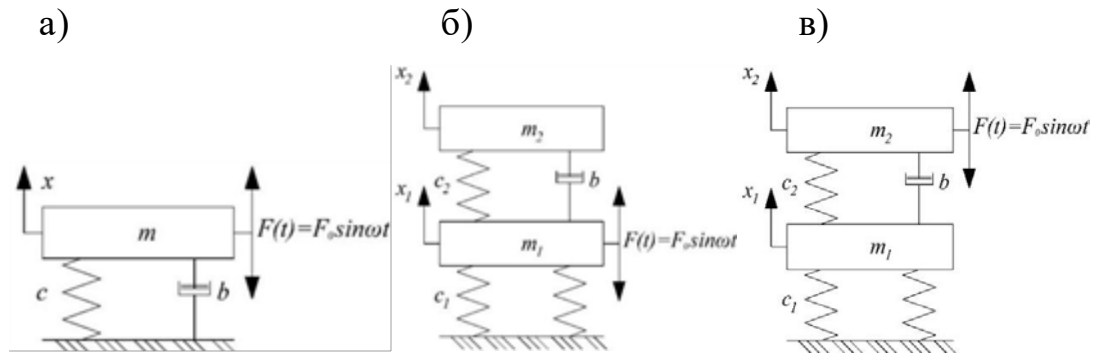


Рис.1.4. Схеми, за якими побудовані вібраційні майданчики з вертикальними коливаннями: а) одномасова; б) двохмасова з прикладенням змушуючої сили до нижньої маси; в) двохмасова з прикладенням змушуючої сили до верхньої маси.

У кожній з наведених схем є як свої переваги так і недоліки.

Вібромайданчики, які побудовані за одномасовою схемою, є найбільш простими за конструкцією машинами з високим ступенем надійності, які працюють у стійкому зарезонансному режимі при відношення частот вимушених ω та вільних ω_0 коливань:

$$\omega / \omega_0 = 7 \dots 10. \quad (1.2)$$

При цьому забезпечується умова віброізоляції фундаменту і, як результат, персоналу від шкідливого впливу вібрації.

Серед недоліків варто відмітити те, що хоч робота у зарезонансному режимі коливань і є стійкою, але йде перевитрата енергії, яка витрачається на коливання.

Вирішенням цієї проблеми може бути використання резонансного режиму коливань, при якому частота коливань ω збуджуючої сили наближається до власної частоти коливань ω_0 вібросистеми:

$$\omega / \omega_0 \approx 1. \quad (1.3)$$

Це у свою чергу приводить до врівноваження пружних і інерційних сил системи. Збуджуюча сила врівноважується лише силами опору, які порівняно з іншими силами у системи мають невисокі значення, через це для

досягнення необхідної величини амплітуд коливань у резонансному режимі потрібна менша, ніж для роботи у зарезонансному режимі коливань збурююча сила.

Однак на практиці резонансний режим коливань одномасових вібромайданчиків у промислових умовах не застосовується через те, що для отримання високої частоти власних коливань вібромайданчика, яка визначається з залежності:

$$\omega_0 = \sqrt{c/m}; \quad (1.4)$$

необхідно при незмінній масі системи m використовувати більш жорсткі пружні опори, що у свою чергу приводить до майже повної передачі коливань на фундамент, де перебуває персонал, який обслуговує вібромайданчик.

Вібромайданчики, які у своїй основі мають двомасову схему (див.рис.1.4, б, в) дозволяють реалізовувати енергоефективний резонансний режим коливань при одночасному забезпеченні умов віброізоляції фундаменту і персоналу.

Однак серед недоліків варто відмітити те, що підтримувати стійкий резонансний режим руху упродовж процесу ущільнення бетонної суміші у формі набагато складніше ніж зарезонансний. Особливо це актуально у промислових умовах де відбувається ущільнення різних як за формою так і за наповненням бетонних сумішей у формах. Великий вплив на режим коливання віброустановки чинить також бетонна суміш, густина якої ρ упродовж процесу ущільнення змінює своє значення з 1500 до майже 2400 кг/м³, паралельно з чим кількість повітря у суміші з 30 падає до майже 3%. Тому підтримання стійкого резонансного режиму коливань вимагає постійного налаштування технологічних параметрів у процесі ущільнення.

Беручи до уваги вищенаведене, нами було поставлено за мету створити малогабаритне віброформувальне обладнання за одномасовою схемою (рис. 1.3), яке б витрачало меншу кількість енергії на ущільнення

бетонних виробів, зберігаючи при цьому необхідні технологічні показники для збереження якості виробленої продукції.

Після здійснення поглибленого огляду фахової літератури, розгляду різноманітних, моделей малогабаритного віброформувального обладнання [67-75] та інженерних досліджень [76-83] був проведений докладний аналіз. Основне завдання при цьому полягало у тому, щоб суттєво не ускладнюючи будову вібраційного столу, створити умови для збільшення амплітуди вимушених коливань за рахунок раціонального нововведення і відповідно зменшити енерговитрати, застосовуючи привід з меншою потужністю.

Для цього пропонується ефективна модель вібростолу з важільним закріпленням вібробудувача [84] у вільному просторі під віброплитою (див. рис. 1.5).

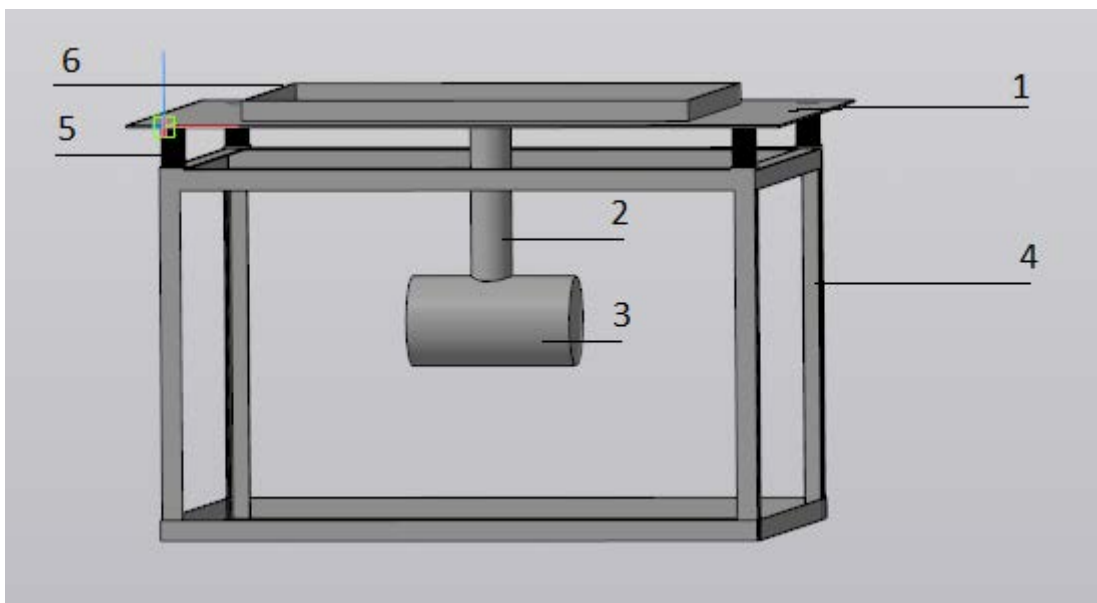


Рис. 1.5. Вібростіл з важільним закріпленням вібробудувача.

Вібростіл з важільним закріпленням вібробудувача складається з віброплити 1, до якої знизу по центру через важіль 2 жорстко приєднаний вібробудувач вимушених коливань 3. Віброплита 1 встановлена на нерухомій рамі 4 за допомогою пружних віброопор 5. Форма з бетонною сумішшю 6 також жорстко приєднана до віброплити 1.

Сформульоване завдання розв'язується завдяки раціональному важільному закріпленню віброзбуджувача 3 відносно віброплити 1 (див. рис.1.6).

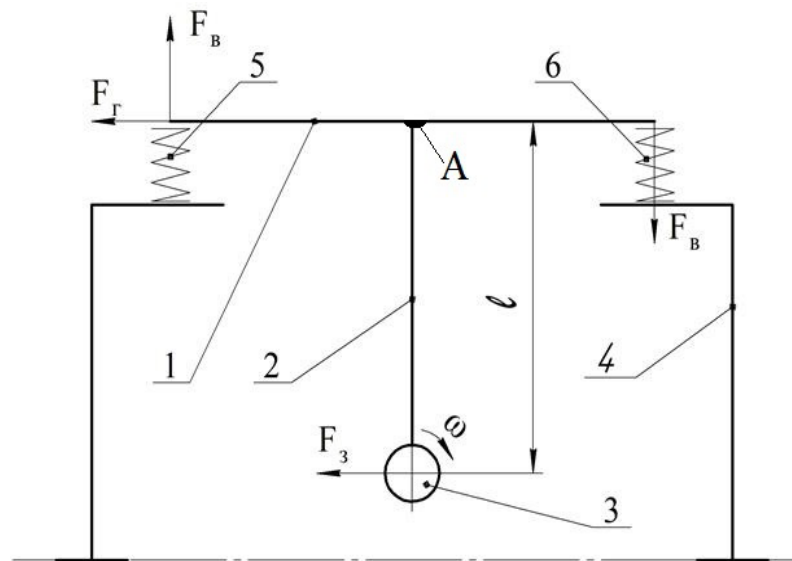


Рис. 1.6. Кінематична схема вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача.

Віброплита 1 закріплена на пружних опорах 5 і 6. Знизу, по центру до неї (точка А) жорстко під кутом 90 градусів закріплений важіль 2. Довжина важеля l визначається висотою каркаса 4 вібростолу, а збільшення його довжини l прогнозовано може впливати на зміну амплітуди віброколивань. Робота вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача полягає у наступному. Віброзбуджувач являє собою електродвигун з ексцентрично закріпленим вантажем. При обертанні валу електродвигуна віброзбуджувача збурююча сила спрямована у радіальному напрямку і змінює його по колу в межах 360 градусів. Наприклад, розглянемо миттєве горизонтальне направлення яке вказано на рис.1.6. Вібростіл з важелем уявляємо як жорстку конструкцію. Направлення віброколивань на віброплиті 1 в точці закріплення пружної опори 5 наступне. Горизонтальна складова F_{Γ} передається від горизонтальної сили віброзбуджувача F_3 . Але, крім горизонтальної складової F_{Γ} , виникає вертикальна складова $F_{\text{В}}$, дія якої обумовлена важільним закріпленням віброзбуджувача. При розгляді обертання віброплити з

важелем відносно точки «А» горизонтальна сила віброзбуджувача F_z намагається обернути віброплиту відносно точки «А» і спричиняє виникнення вказаної вертикальної складової сили F_v , значення якої тим більше, чим більша довжина l важеля 2. Спільна дія сил F_v та F_g у загальному вигляді, через консольне закріплення віброзбуджувача, суттєво збільшує значення віброколивань не лише для горизонтального спрямування сили F_z , а і для всіх 360 градусів спрямування.

1.5. Висновки, мета і завдання дослідження.

На основі огляду літературних джерел, досвіду підприємств, що виготовляють бетонні вироби, та сучасних вимог до енергоефективності обладнання можна зробити наступні висновки:

1. Серед багатьох способів формування бетонних виробів найбільш поширеним є вібраційний завдяки простоті обладнання та високій ефективності.

2. Вібраційні машини для ущільнення бетонних сумішей мають різноманітну конструкцію. Особливостям формування малогабаритних бетонних виробів найбільш повно відповідають машини, які мають у якості робочого органу віброплиту з дебалансним віброзбуджувачем.

3. Ефективність протікання процесу вібраційного ущільнення та формування у великій мірі залежить від правильного вибору типу та форми коливань робочого органу вібромашини, які в свою чергу необхідно підбирати, орієнтуючись на призначення даного виробу, технологією його формування, а також конструкцією самого органу вібраційної машини.

4. Для якісного віброформування малогабаритних бетонних виробів є необхідною дія гармонійних кругових коливань, які містять вертикальну складову.

5. Актуальним напрямком вібраційних методів ущільнення є підвищення енергоефективності обладнання за рахунок зменшення енергоспоживання.

Проведений аналіз дозволяє сформулювати мету і завдання дослідження.

Метою роботи є розробка та створення малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів з високою ефективністю за рахунок важільного закріплення віброзбуджувача.

Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити наступні завдання:

1. На основі обраної конструктивної схеми моделі вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача створити математичну модель, яка б об'єднувала між собою його конструктивні та технологічні параметри з важільним закріпленням віброзбуджувача, вказуючи їх вплив на амплітуду коливань робочої поверхні вібростолу.

2. На спеціально створеній дослідній моделі вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача провести дослідження, оцінити ефективність запропонованої конструкції, підтвердити теоретичні припущення про вплив дії важеля на параметри віброуцільнення.

3. Створивши дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів, одержати підтвердження математичної моделі адекватно описувати вплив зміни конструктивних і технологічних параметрів експериментальним шляхом, визначивши при цьому діапазони раціональних параметрів та режимів роботи обладнання.

4. Розробити рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля для закріплення віброзбуджувача на малогабаритному віброформувальному обладнанні при виробництві бетонних виробів та провести випробування розробленого обладнання на виробництві.

РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ РУХУ ОБЛАДНАННЯ.

2.1. Мета, задачі та методи теоретичних досліджень.

Для з'ясування загальної тенденції впливу окремих параметрів вібраційного столу для виготовлення бетонних виробів на рух його робочого органу та енергоспоживання, а також взаємного впливу руху окремих його вузлів, ставимо за мету отримати математичну модель цієї механічної системи за кінематичною схемою, яка раніше не використовувалася, за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду.

Для досягнення цієї мети необхідно виконати наступні завдання.

1. Скласти кінематичну схему вібростолу з віброзбуджувачем, розміщеним на вертикальному важелі під віброплитою.
2. Визначити кінетичну енергію окремих матеріальних тіл, з яких складається вібростіл.
3. Скласти функціональну залежність загальної кінетичної енергії вібростолу від діючих на нього факторів.
4. Визначити узагальнені сили даної механічної системи.
5. Створити математичну модель, яка б об'єднувала між собою конструктивні і технологічні параметри вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача, вказуючи їх вплив на амплітуду коливань робочої поверхні вібростолу.

При створенні математичної моделі були використанні [85-87] методи математичної фізики та фізико-математичне моделювання методами прикладної механіки.

2.2. Визначення кінетичної енергії.

Вібростіл складається (див. рис. 2.1) з плити 1 розмірами $2a_1 \times 2b_1$ в плані й товщиною $2\delta_1$, яка спирається на нерухому опорну поверхню за допомогою чотирьох пружних елементів жорсткістю c кожний. До плити 1 жорстко приєднаний важіль 2 довжиною $l_{\text{важ.}}$, до нижнього кінця якого

також жорстко приєднаний механічний відцентровий дебалансний збуджувач коливань (вібростолу), вісь обертання дебалансного вала 4 якого в стані спокою вібростолу розташована паралельно до довшої осі симетрії плити 1. На валові 4 жорстко закріплений дебаланс 5, обертання якого генерує, забезпечує і визначає робочий технологічний рух розглядуваного вібростолу. На плиті 1 симетрично розміщена й жорстко закріплена технологічна ємність для формування бетонних виробів.

Певна річ, першоджерелом функціонування вібраційного столу для виготовлення малогабаритних бетонних виробів є обертання дебалансного вала 4 з дебалансом 5 збуджувача коливань, параметри та характеристики якого повністю визначають [88] структуру, величину й ефективність динамічної дії на оброблюване середовище.

Для отримання математичної моделі скористаємося рівняннями Лагранжа другого роду [89]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, s), \quad (2.1)$$

де $q_1 = q_1(t)$, $q_2 = q_2(t)$, ..., $q_s = q_s(t)$ – узагальнені координати, які є сукупністю незалежних між собою параметрів, що однозначно задають положення механічної системи в просторі; $\dot{q}_1 = \frac{dq_1}{dt} = \dot{q}_1(t)$,

$\dot{q}_2 = \frac{dq_2}{dt} = \dot{q}_2(t)$, ..., $\dot{q}_s = \frac{dq_s}{dt} = \dot{q}_s(t)$ – похідні за часом від узагальнених координат, які є узагальненими швидкостями; s і T – відповідно кількість ступенів вільності та кінетична енергія механічної системи; Q_1, Q_2, \dots, Q_s – узагальнені сили; Q_i – узагальнена сила, що відповідає узагальненій координаті q_i .

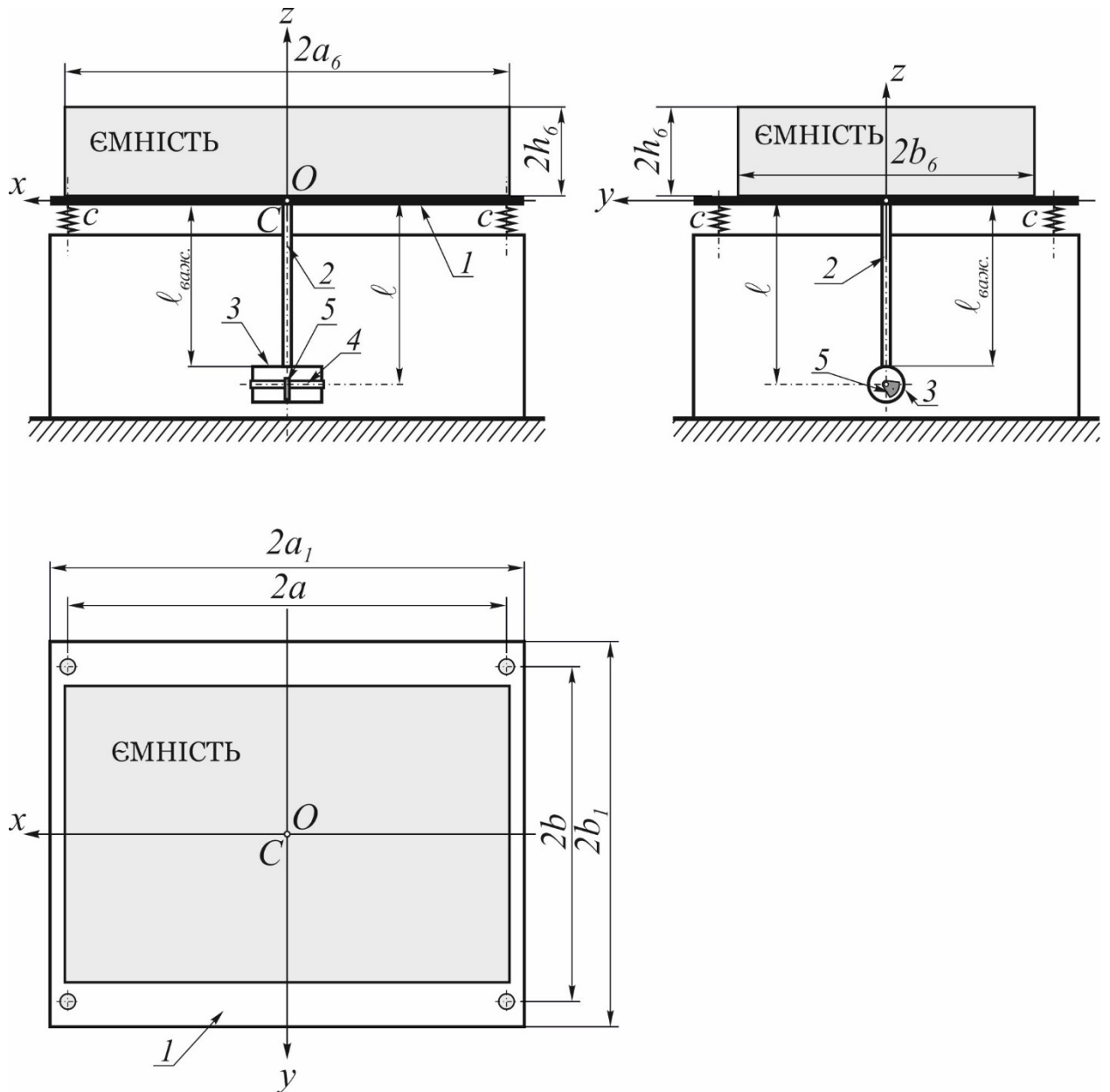


Рис. 2.1. Вібраційний стіл для виготовлення бетонних виробів

Метод рівнянь Лагранжа другого роду є найбільш загальним методом, який використовують при розв'язуванні задач про рух механічної системи. Рівняння (2.1) – це система звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно s невідомих функцій $q_i = q_i(t)$, що являють собою закон руху досліджуваної механічної системи. Кількість рівнянь (2.1) дорівнює числу s ступенів вільності, тобто їх найменш можливому числу, а форма запису цих рівнянь ніяк не залежить від конкретного вибору системи узагальнених координат.

Для знаходження кінетичної енергії T розглянемо на рисунку 2.2 кінематичну схему вібраційного столу, як механічну систему, що складається з плити 1 , яка є робочим органом вібраційного столу й яку будемо розглядати як абсолютно тверде тіло у формі однорідного прямокутного паралелепіпеду масою m_1 . Зовнішніми в'язями, що обмежують рух плити, є пружні елементи, віддалі між вертикальними повздовжніми осями яких дорівнюють $2a$ і $2b$ (див. рис. 2.1). Масою важеля 2 знехтуємо. Віброзбуджувач коливань складається з його корпусу 3 , який приймемо за абсолютно твердий однорідний порожній коловий циліндр масою m_3 , всередині якого має можливість обертатися дебалансний вал 4 (масою якого також знехтуємо) з розташованим на ньому дебалансом 5 , масою m й ексцентриситетом e . Центральна повздовжня вісь корпусу 3 віброзбуджувача визначає положення осі обертання його дебалансного вала 4 .

У першому наближенні закріплену на плиті ємність разом з бетонною сумішшю, що підлягає формуванню, будемо розглядати як однорідне тверде тіло 6 масою m_6 у формі прямокутного паралелепіпеду розмірами $2a_6 \times 2b_6 \times 2h_6$, яке жорстко приєднане до плити 1 (див. рис. 2.1).

Таким чином, розглядуваний вібраційний пристрій моделюється механічною системою, що складається з чотирьох матеріальних тіл.

Під час безпосередньої вібраційної дії, що визначає процес виготовлення (формування) бетонних виробів, матеріальні тіла 1 , 3 і 6 здійснюють складні просторові рухи, які можна вважати вільними. Рух вільного твердого тіла можна безліччю способів розкласти [90] на два рухи: а) поступальний рух разом з довільно обраною фіксованою точкою тіла, яку називають полюсом; б) сферичний рух навколо цього полюса.

Для визначення положення й опису вільних рухів матеріальних тіл розглядуваної механічної системи застосуємо ортогональну вібраційну систему відліку [91], яка складається з трьох систем координат: нерухомої

$Oxyz$ і рухомих $Cx'y'z'$ та $Cx_1y_1z_1$. Початок відліку O нерухокої системи $Oxyz$ пов'яжемо з центром інерції C плити 1 у положенні статичної рівноваги механічної системи, яке подано на рисунку 1, сумістивши відповідні координатні осі з головними центральними осями інерції плити.

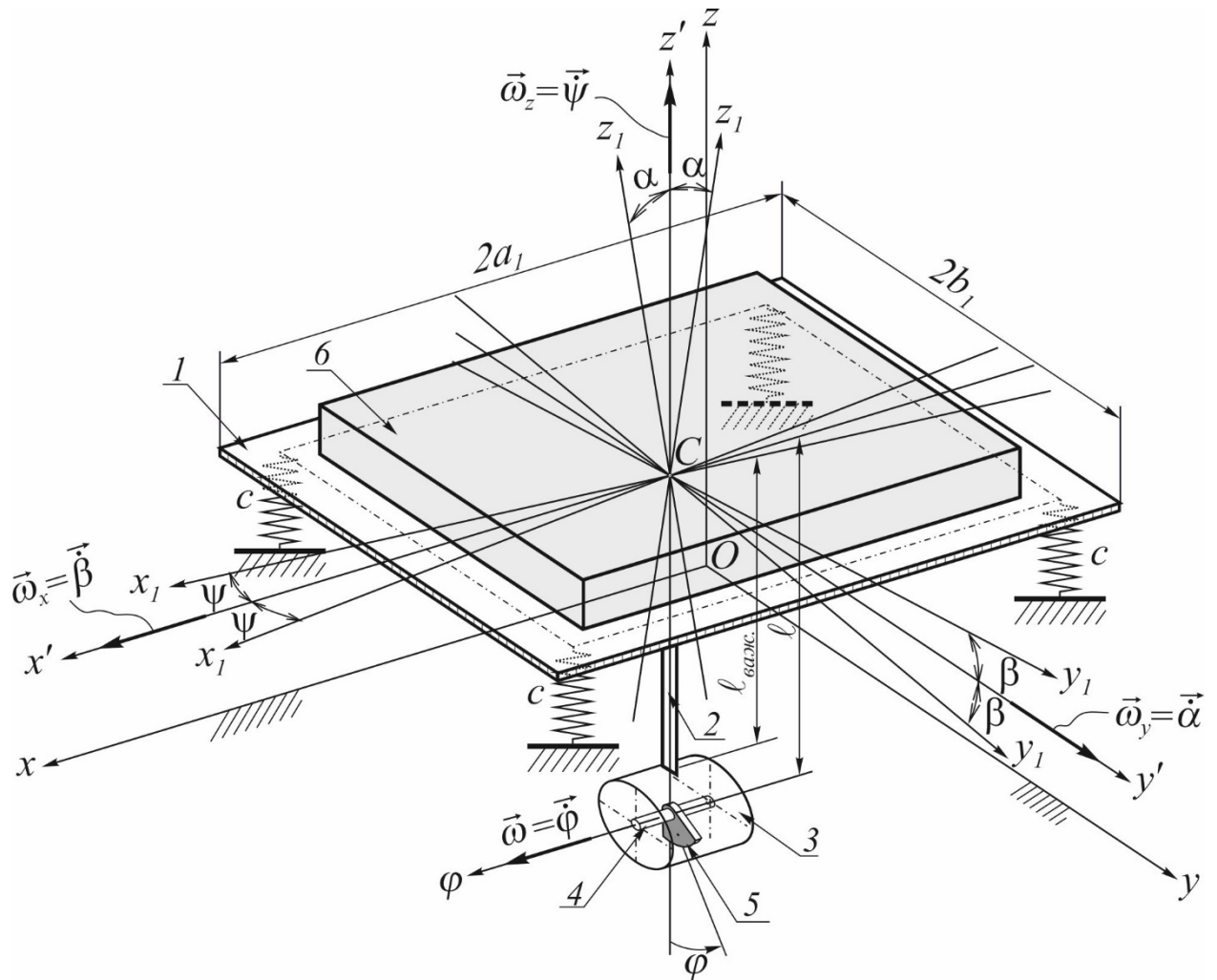


Рис. 2.2 Кінематична схема вібраційного столу

Початок відліку обох рухомих систем координат рухається разом із точкою C ; при цьому система $Cx'y'z'$ рухається поступально, через що її осі лишаються паралельними осям нерухокої системи координат, а система $Cx_1y_1z_1$ жорстко пов'язана з плитою 1 . Звісно, в положенні статичної рівноваги механічної системи всі три системи координат співпадають, а при

русі механічної системи точка C однозначно характеризує рух центра інерції плити відносно нерухомої системи координат $Oxyz$.

Ейлерові кути повороту рухомої системи відносно нерухомої будемо замінювати вібраційними кутами повороту α , β і ψ (рис. 2.3), де:

- α – визначає кут повороту плити I (або рухомої системи $Cx_1y_1z_1$) у фронтальній координатній площині $Cx'z'$ навколо осі Cy' або (що те саме) навколо нерухомої осі Oy із кутовою швидкістю $\dot{\alpha}$;
- β – кут повороту плити I у профільній площині $Cy'z'$ навколо осі Ox із кутовою швидкістю $\dot{\beta}$;
- ψ – кут повороту плити I у горизонтальній площині $Cx'y'$ навколо осі Oz із кутовою швидкістю $\dot{\psi}$.

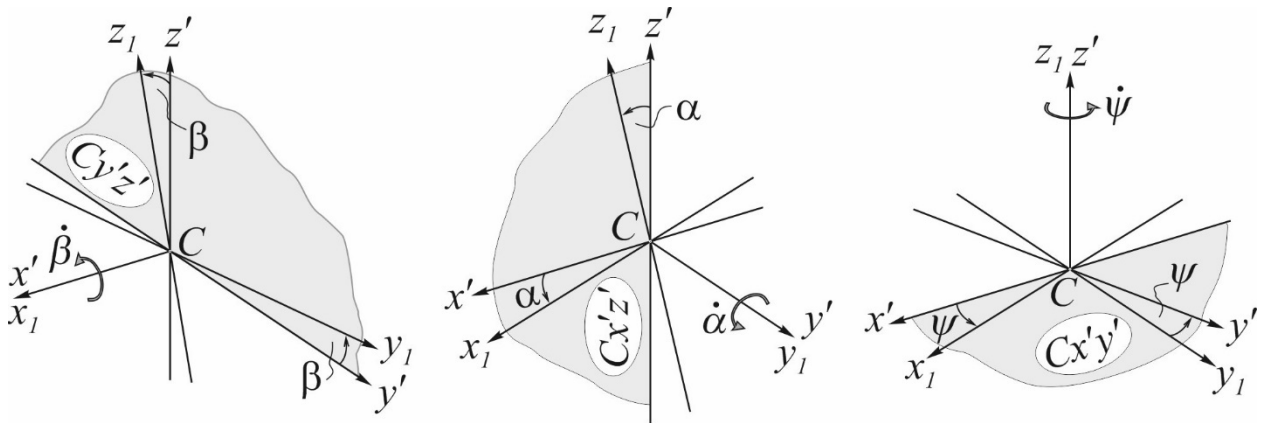


Рис. 2.3. Вібраційна система відліку

При русі механічної системи вібраційні кути α , β і ψ набувають тільки малих значень, що вигідно відрізняє їх від Ейлерових кутів, у яких лише кут нутації є малим, а кути прецесії та власного (чистого) обертання можуть бути й не малими. Вібраційні кути мають один порядок і задаються періодичними тригонометричними функціями; відповідні кутові швидкості

$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$, $\dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt}$ і $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ є одного порядку з кутовою швидкістю

$\omega = \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ обертання дебалансного вала 4.

Такі припущення дають можливість суттєво спростити процес визначення кінетичної енергії механічної системи й отримати більш просту математичну модель, яка з високим ступенем точності описує положення та рух будь-якої точки та окремого матеріального тіла досліджуваного вібраційного столу.

Оскільки механічна система, що моделює вібростіл, складається з чотирьох матеріальних тіл, то її кінетична енергія

$$T = T_1 + T_3 + T_5 + T_6, \quad (2.2)$$

де T_1 , T_3 , T_5 , і T_6 – відповідно кінетичні енергії плити 1, корпусу 3 вібробуджувача, дебалансу 5 і тіла 6, яким моделюється ємність (форма) разом з завантаженою в неї бетонною сумішшю.

Для знаходження T_1 оберемо за полюс центр інерції C плити 1; тоді за теоремою Кеніга [92]

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot v_C^2}{2} + \frac{J_{1\Omega_1} \cdot \omega_{1\Omega_1}^2}{2},$$

де v_C – модуль швидкості точки C ; $\omega_{1\Omega_1}$ – модуль миттєвої кутової швидкості плити 1 навколо осі Ω_1 миттєвого обертання, яка в розглядуваному положенні механічної системи проходить через точку C ; $J_{1\Omega_1}$ – осьовий момент інерції плити 1 відносно миттєвої осі Ω_1 .

Через те, що початок відліку рухомої системи відліку обрано в центрі інерції плити 1, то [93]

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot v_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(J_{1x_1} \omega_{1x}^2 + J_{1y_1} \omega_{1y}^2 + J_{1z_1} \omega_{1z}^2 - \right. \\ \left. - 2J_{1y_1z_1} \omega_{1y} \omega_{1z} - 2J_{1z_1x_1} \omega_{1z} \omega_{1x} - 2J_{1x_1y_1} \omega_{1x} \omega_{1y} \right),$$

де $J_{I_{x_1}}, J_{I_{y_1}}, J_{I_{z_1}}, J_{I_{x_1y_1}}, J_{I_{y_1z_1}}$ і $J_{I_{z_1x_1}}$ – відповідно моменти інерції плити I відносно координатних осей Cx_1, Cy_1 і Cz_1 та відносно координатних площин x_1y_1, y_1z_1 і z_1x_1 ; $\omega_{I_x}, \omega_{I_y}$ і ω_{I_z} – проекції миттєвої кутової швидкості $\vec{\omega}_{I\Omega_1}$ на відповідні осі нерухомої системи координат $Oxyz$.

Оскільки осі Cx_1, Cy_1 і Cz_1 є головними центральними осями інерції плити I , то її планарні моменти інерції [93]

$$J_{I_{x_1y_1}} = J_{I_{y_1z_1}} = J_{I_{z_1x_1}} = 0$$

й

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot v_C^2 + \frac{I}{2} \cdot (J_{I_{x_1}} \cdot \omega_{I_x}^2 + J_{I_{y_1}} \cdot \omega_{I_y}^2 + J_{I_{z_1}} \cdot \omega_{I_z}^2).$$

Далі врахуємо, що в нашому разі проекції $\omega_{I_x} = \dot{\beta}$, $\omega_{I_y} = \dot{\alpha}$ і $\omega_{I_z} = \dot{\psi}$, а при координатному способі визначення руху точки [94] модуль

$$v_C = \sqrt{v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 + v_{Cz}^2},$$

де $v_{Cx} = \dot{x}_C$, $v_{Cy} = \dot{y}_C$ і $v_{Cz} = \dot{z}_C$ – проекції вектора \vec{v}_C швидкості точки C на осі нерухомої системи відліку $Oxyz$; тоді

$$v_C^2 = \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2.$$

Підставляючи усі наведені значення, остаточно дістаємо, що

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) + \frac{J_{I_{x_1}}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{I_{y_1}}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{I_{z_1}}}{2} \cdot \dot{\psi}^2, \quad (2.3)$$

де згідно з [60] осьові моменти інерції плити I

$$J_{I_{x_1}} = \frac{m_1}{3} \cdot (b_1^2 + \delta_1^2), \quad J_{I_{y_1}} = \frac{m_1}{3} \cdot (a_1^2 + \delta_1^2) \quad \text{та} \quad J_{I_{z_1}} = \frac{m_1}{3} \cdot (a_1^2 + b_1^2).$$

Для знаходження T_3 обираємо за полюс центр інерції C_3 корпусу 3 віброзбуджувача. Аналогічно до визначення T_1 дістаємо, що

$$T_3 = \frac{m_3 \cdot v_{C_3}^2}{2} + \frac{J_{3\Omega_3} \cdot \omega_{3\Omega_3}^2}{2},$$

де v_{C_3} – модуль швидкості точки C_3 ; $\omega_{3\Omega_3}$ – модуль миттєвої кутової швидкості корпусу 3 навколо осі Ω_3 миттєвого обертання, яка в розглядуваному положенні механічної системи проходить через точку C_3 ; $J_{3\Omega_3}$ – осьовий момент інерції корпусу 3 відносно миттєвої осі Ω_3 .

$$T_3 = \frac{m_3}{2} \cdot v_{C_3}^2 + \frac{1}{2} \cdot (J_{3x_3} \cdot \omega_{3x}^2 + J_{3y_3} \cdot \omega_{3y}^2 + J_{3z_3} \cdot \omega_{3z}^2),$$

де J_{3x_3} , J_{3y_3} і J_{3z_3} – моменти інерції корпусу 3 відносно координатних осей C_3x_3 , C_3y_3 і C_3z_3 рухомої системи відліку $C_3x_3y_3z_3$, яка має початок відліку у точці C_3 , жорстко пов'язана з корпусом 3 і осі якої співпадають з відповідними головними центральними осями інерції корпусу 3; ω_{3x} , ω_{3y} і ω_{3z} – проекції миттєвої кутової швидкості $\vec{\omega}_{3\Omega_3}$ на відповідні осі нерухомої системи координат $Oxyz$.

Оскільки плита 1, важіль 2 і корпус 3 віброзбуджувача з'єднані жорстко, то за поняттями теоретичної механіки ці три різні фізичні тіла є одним матеріальним тілом, через що

$$\omega_{3x} = \omega_{1x} = \dot{\beta}, \quad \omega_{3y} = \omega_{1y} = \dot{\alpha} \quad \text{і} \quad \omega_{3z} = \omega_{1z} = \dot{\psi}.$$

Вектор \vec{v}_3 абсолютної швидкості [95] центра мас корпусу 3

$$\vec{v}_{C_3} = \vec{v}_{C_3e} + \vec{v}_{C_3r},$$

де \vec{v}_{C_3e} і \vec{v}_{C_3r} – відповідно вектори переносної та відносної швидкостей точки C_3 .

Оскільки переносний рух вільний, то

$$\vec{v}_{C_3e} = \vec{v}_{C_3e1} + \vec{v}_{C_3e2},$$

де \vec{v}_{C_3e1} – швидкість полюса; \vec{v}_{C_3e2} – швидкість точки C_3 в її сферичному русі навколо полюса.

Для спрощення доволі складних і громіздких підрахунків застосуємо координатний спосіб визначення руху і його кінематичних характеристик.

Оскільки за полюс обрано точку C , то

$$\vec{v}_{C_3e1} = \vec{v}_C = \vec{i} \cdot \dot{x}_C + \vec{j} \cdot \dot{y}_C + \vec{k} \cdot \dot{z}_C.$$

Для знаходження \vec{v}_{C_3e2} скористаємося вібраційними кутами й для наочності зобразимо центр інерції C_3 корпусу 3 віброзбудувача у трьох ортогональних проекціях на рисунку 2.4, де $l = CC_3 = l_{важ.} + (\delta_1 + R_3)$; R_3 – зовнішній радіус корпусу 3 (див. також рис. 2.1 і 2.2).

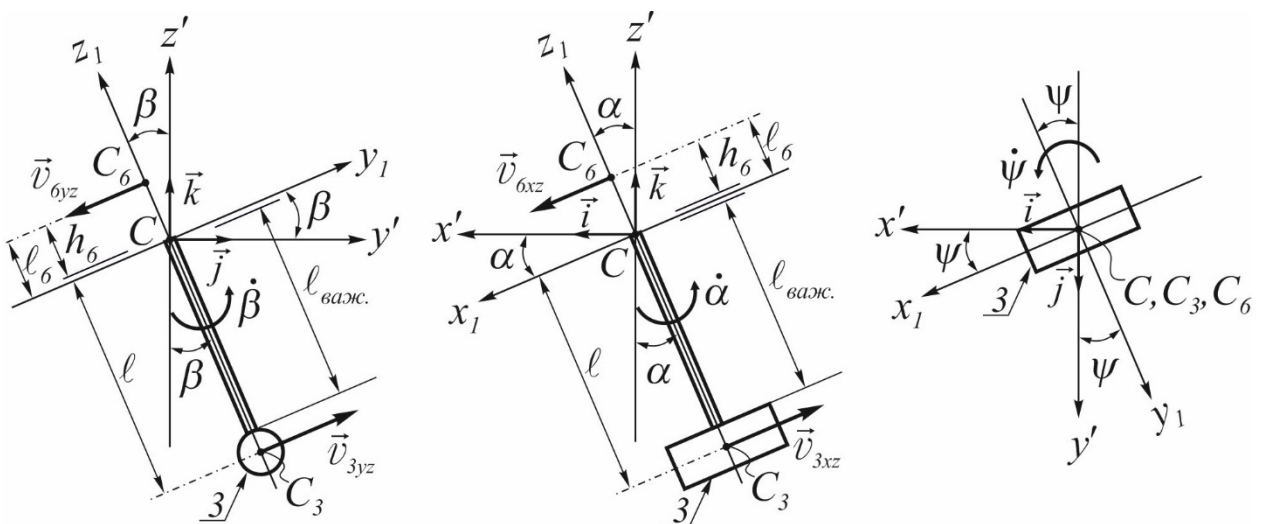


Рис. 2.4. До визначення переносних швидкостей \vec{v}_{C_3e2} і \vec{v}_{C_6e2}

Запишемо тепер \vec{v}_{C_3e2} як суму трьох доданків:

$$\vec{v}_{C_3e2} = \vec{v}_{3xy} + \vec{v}_{3xz} + \vec{v}_{3yz},$$

де \vec{v}_{3xy} , \vec{v}_{3xz} і \vec{v}_{3yz} – проекції вектора швидкості \vec{v}_{C_3e2} на координатні площини xy , yz і zx , які безумовно збігаються з проекціями цього вектора на площини x_1y_1 , y_1z_1 і z_1x_1 , оскільки указані площини відповідно паралельні одна одній.

З рисунка 2.4 очевидно, що модулі швидкостей

$$v_{3_{yz}} = \dot{\beta} \cdot l, \quad v_{3_{xz}} = \dot{\alpha} \cdot l \quad \text{і} \quad v_{3_{xy}} = \dot{\psi} \cdot 0 = 0,$$

а відповідні проекції на зазначені площини

$$\vec{v}_{3_{yz}} = \vec{j} \cdot v_{3_{yz}} \cdot \cos \beta + \vec{k} \cdot v_{3_{yz}} \cdot \sin \beta = \vec{j} \cdot \dot{\beta} \cdot l \cdot \cos \beta + \vec{k} \cdot \dot{\beta} \cdot l \cdot \sin \beta,$$

$$\vec{v}_{3_{xz}} = -\vec{i} \cdot v_{3_{xz}} \cdot \cos \alpha + \vec{k} \cdot v_{3_{xz}} \cdot \sin \alpha = -\vec{i} \cdot \dot{\alpha} \cdot l \cdot \cos \alpha + \vec{k} \cdot \dot{\alpha} \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

Додаючи, дістанемо, що

$$\vec{v}_{C_3e2} = -\vec{i} \cdot \dot{\alpha} \cdot l \cdot \cos \alpha + \vec{j} \cdot \dot{\beta} \cdot l \cdot \cos \beta + \vec{k} \cdot (\dot{\alpha} \cdot l \cdot \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot l \cdot \sin \beta),$$

а

$$\vec{v}_{C_3e} = \vec{i}(\dot{x}_C - \dot{\alpha} \cdot l \cos \alpha) + \vec{j}(\dot{y}_C + \dot{\beta} \cdot l \cos \beta) + \vec{k}(\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot l \sin \beta)$$

Оскільки плита 1, важіль 2 і корпус 3 з'єднані жорстко, то будь-який рух точки C_3 відносно точки C відсутній, через що

$$\vec{v}_{C_3r} = 0,$$

а

$$\vec{v}_{C_3} = \vec{i}(\dot{x}_C - \dot{\alpha} \cdot l \cos \alpha) + \vec{j}(\dot{y}_C + \dot{\beta} \cdot l \cos \beta) + \vec{k}(\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot l \sin \beta)$$

Підносячи до квадрату отриманий вираз, дістанемо, що

$$\begin{aligned} v_{C_3}^2 = & \dot{x}_C^2 - 2 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot l \cdot \cos \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2 \alpha + \\ & + \dot{y}_C^2 + 2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot l \cdot \cos \beta + \dot{\beta}^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2 \beta + \\ & + \dot{z}_C^2 + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot l \cdot \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot l \cdot \sin \beta + \\ & + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\beta} \cdot l \cdot \sin \beta + \dot{\beta}^2 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta \end{aligned}$$

а після відповідних перетворень

$$\begin{aligned} v_{C_3}^2 = & (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - 2 \cdot l \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + (\dot{\alpha}^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2 \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \alpha) + \\ & + 2 \cdot l \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + (\dot{\beta}^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta) + \\ & + 2 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + 2 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + 2 \cdot l^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{C_3}^2 &= (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - 2 \cdot l \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + l^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + \\
&+ 2 \cdot l \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + l^2 \cdot \dot{\beta}^2 \cdot (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) + \\
&+ 2 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + 2 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + 2 \cdot l^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta; \\
v_{C_3}^2 &= \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 - 2 \cdot l \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + 2 \cdot l \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + \\
&+ 2 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + 2 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + l^2 \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
&+ 2 \cdot l^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + l^2 \cdot \dot{\beta}^2.
\end{aligned}$$

Підставляючи знайдене значення $v_{C_3}^2$ у формулу кінетичної енергії T_3 корпусу 3 вібробуджувача, дістанемо

$$\begin{aligned}
T_3 &= \frac{m_3}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_3 \cdot l \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + m_3 \cdot l \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + \\
&+ m_3 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + m_3 \cdot l \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \frac{m_3}{2} \cdot l^2 \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
&+ m_3 \cdot l^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \frac{m_3}{2} \cdot l^2 \cdot \dot{\beta}^2 + \\
&+ \frac{J_{3x_3}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{3y_3}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{3z_3}}{2} \cdot \dot{\psi}^2. \tag{2.4}
\end{aligned}$$

Обираючи за полюс центр інерції C_6 матеріального тіла \mathcal{B} , аналогічно до визначення T_3 послідовно встановлюємо, що

$$\begin{aligned}
T_6 &= \frac{m_6 \cdot v_{C_6}^2}{2} + \frac{J_{6\Omega} \cdot \omega_{6\Omega}^2}{2}, \\
T_6 &= \frac{m_6}{2} \cdot v_{C_6}^2 + \frac{1}{2} \cdot (J_{6x_6} \cdot \omega_{6x}^2 + J_{6y_6} \cdot \omega_{6y}^2 + J_{6z_6} \cdot \omega_{6z}^2), \\
\omega_{6x} &= \omega_{1x} = \dot{\beta}, \quad \omega_{6y} = \omega_{1y} = \dot{\alpha} \quad \text{і} \quad \omega_{6z} = \omega_{1z} = \dot{\psi}, \\
\vec{v}_{C_6} &= \vec{v}_{C_6e} + \vec{v}_{C_6r}, \\
\vec{v}_{C_6e} &= \vec{v}_{C_6e1} + \vec{v}_{C_6e2},
\end{aligned}$$

$$\vec{v}_{C_6e1} = \vec{v}_C = \vec{i} \cdot \dot{x}_C + \vec{j} \cdot \dot{y}_C + \vec{k} \cdot \dot{z}_C.$$

Для знаходження \vec{v}_{C_6e2} використаємо рисунок 4, де $l_6 = CC_6 = \delta_1 + h_6$.

$$\vec{v}_{C_6e2} = \vec{v}_{6xy} + \vec{v}_{6xz} + \vec{v}_{6yz},$$

З рисунка 2.4 модулі швидкостей:

$$v_{6yz} = \dot{\beta} \cdot l_6, \quad v_{6xz} = \dot{\alpha} \cdot l_6 \quad \text{і} \quad v_{6xy} = \dot{\psi} \cdot 0 = 0,$$

а відповідні проекції на зазначені площини

$$\vec{v}_{6yz} = -\vec{j} \cdot v_{6yz} \cdot \cos \beta - \vec{k} \cdot v_{6yz} \cdot \sin \beta = -\vec{j} \cdot \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \cos \beta - \vec{k} \cdot \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \sin \beta$$

$$\vec{v}_{6xz} = \vec{i} \cdot v_{6xz} \cdot \cos \alpha - \vec{k} \cdot v_{6xz} \cdot \sin \alpha = \vec{i} \cdot \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \cos \alpha + \vec{k} \cdot \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \sin \alpha,$$

Додаючи, дістанемо, що

$$\vec{v}_{C_6e2} = \vec{i} \cdot \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \cos \alpha - \vec{j} \cdot \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \cos \beta + \vec{k} \cdot (\dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \sin \alpha - \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \sin \beta),$$

а

$$\vec{v}_{C_3e} = \vec{i} (\dot{x}_C - \dot{\alpha} \cdot l \cos \alpha) + \vec{j} (\dot{y}_C + \dot{\beta} \cdot l \cos \beta) + \vec{k} (\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot l \sin \beta),$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{C_6e} = & \vec{i} \cdot (\dot{x}_C + \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \cos \alpha) + \vec{j} \cdot (\dot{y}_C - \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \cos \beta) + \\ & + \vec{k} \cdot (\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \sin \alpha - \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \sin \beta), \end{aligned}$$

Оскільки будь-який рух точки C_6 відносно точки C відсутній, то

$$\vec{v}_{C_6r} = 0,$$

а

$$\begin{aligned} \vec{v}_{C_6} = & \vec{i} \cdot (\dot{x}_C + \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \cos \alpha) + \vec{j} \cdot (\dot{y}_C - \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \cos \beta) + \\ & + \vec{k} \cdot (\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \sin \alpha - \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \sin \beta). \end{aligned}$$

Підносячи до квадрату отриманий вираз, дістанемо, що

$$\begin{aligned}
v_{C_6}^2 = & \dot{x}_C^2 + 2 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \cos \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot l_6^2 \cdot \cos^2 \alpha + \\
& + \dot{y}_C^2 - 2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \cos \beta + \dot{\beta}^2 \cdot l_6^2 \cdot \cos^2 \beta + \\
& + \dot{z}_C^2 + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot l_6^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \sin \beta - \\
& - 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot l_6 \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\beta} \cdot l_6 \cdot \sin \beta + \dot{\beta}^2 \cdot l_6^2 \cdot \sin^2 \beta,
\end{aligned}$$

а після відповідних перетворень

$$\begin{aligned}
v_{C_6}^2 = & \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 + 2 \cdot l_6 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - 2 \cdot l_6 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + \\
& + 2 \cdot l_6 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha - 2 \cdot l_6 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + l_6^2 \cdot \dot{\alpha}^2 - \\
& - 2 \cdot l_6^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + l_6^2 \cdot \dot{\beta}^2.
\end{aligned}$$

Підставляючи знайдене значення $v_{C_6}^2$ у формулу кінетичної енергії T_6 ,

дістанемо

$$\begin{aligned}
T_6 = & \frac{m_6}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_6 \cdot l_6 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - m_6 \cdot l_6 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + \\
& + m_6 \cdot l_6 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha - m_6 \cdot l_6 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \frac{m_6}{2} \cdot l_6^2 \cdot \dot{\alpha}^2 - \\
& - m_6 \cdot l_6^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \frac{m_6}{2} \cdot l_6^2 \cdot \dot{\beta}^2 + \\
& + \frac{J_{6x_6}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{6y_6}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{6z_6}}{2} \cdot \dot{\psi}^2, \tag{2.5}
\end{aligned}$$

де згідно з [90] осьові моменти інерції тіла \mathcal{B}

$$\mathcal{J}_{6x_6} = \frac{m_6}{3} \cdot (b_6^2 + h_6^2), \quad \mathcal{J}_{6y_6} = \frac{m_6}{3} \cdot (a_6^2 + h_6^2) \quad \text{та} \quad \mathcal{J}_{6z_6} = \frac{m_6}{3} \cdot (a_6^2 + b_6^2).$$

Для визначення T_5 розкладемо складний рух дебалансу 5 на переносний разом із корпусом 3 віброзбуджувача та відносний рух по відношенню до зазначеного корпусу. Переносний рух є вільним. Відносним рухом дебалансу є обертання навколо осі дебалансного вала 4 з кутовою швидкістю $\omega = \dot{\varphi}$.

За теоремою Кеніга

$$T_5 = \frac{m \cdot v_{C_5}^2}{2} + \frac{J'_5 \cdot \dot{\varphi}^2}{2},$$

де v_{C_5} – швидкість центра мас C_5 дебалансу 5; J'_5 – його момент інерції відносно осі, що проходить через його центр мас паралельно осі обертання дебалансного вала 4.

Вектор \vec{v}_{C_5} абсолютної швидкості центра мас дебалансу 5

$$\vec{v}_{C_5} = \vec{v}_{C_5e} + \vec{v}_{C_5r}, \quad (2.6)$$

де \vec{v}_{C_5e} і \vec{v}_{C_5r} – відповідно вектори переносної та відносної швидкостей точки C_5 .

Оскільки переносний рух вільний, то

$$\vec{v}_{C_5e} = \vec{v}_{C_5e1} + \vec{v}_{C_5e2}, \quad (2.7)$$

де \vec{v}_{C_5e1} – швидкість полюса; \vec{v}_{C_5e2} – швидкість центра мас дебалансу 5 в його сферичному русі навколо полюса.

Для спрощення доволі складних і громіздких підрахунків застосуємо координатний спосіб визначення руху і його кінематичних характеристик.

Оскільки за полюс обрано точку C_3 , то

$$\begin{aligned} \vec{v}_{C_5e1} = \vec{v}_{C_3} = & \vec{i} \cdot (\dot{x}_C - \dot{\alpha} \cdot l \cdot \cos \alpha) + \vec{j} \cdot (\dot{y}_C + \dot{\beta} \cdot l \cdot \cos \beta) + \\ & + \vec{k} \cdot (\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l \cdot \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot l \cdot \sin \beta). \end{aligned}$$

Для знаходження \vec{v}_{C_5e2} скористаємося вібраційними кутами й для наочності зобразимо схематично на рисунку 2.5 центр інерції C_5 дебалансу 5 у трьох ортогональних проекціях, де $e = C_3C_5$ – його ексцентриситет.

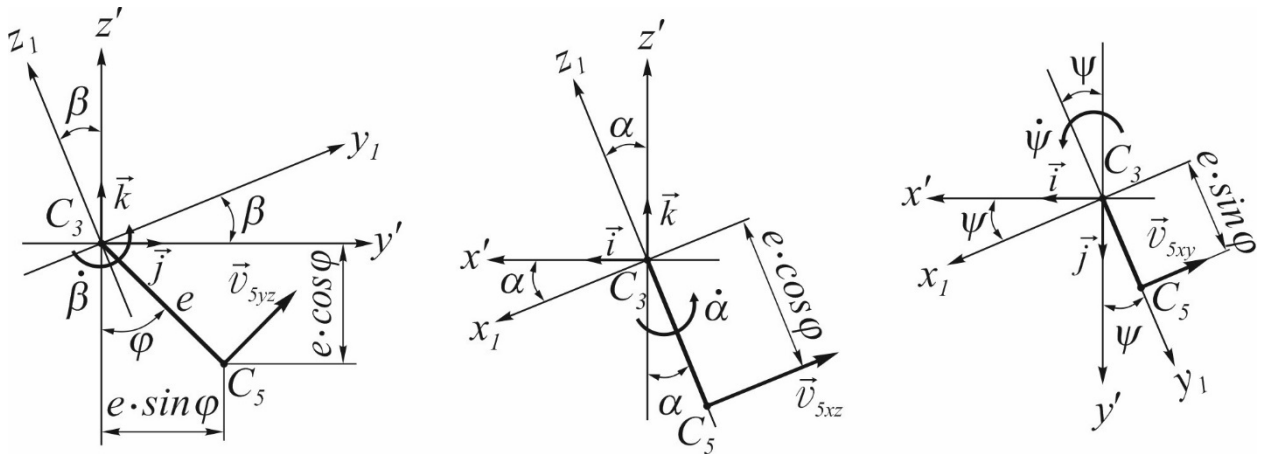


Рис. 2.5. Розкладання $\vec{v}_{C_5 e_2}$ на три складові

Запишемо тепер $\vec{v}_{C_5 e_2}$ як суму трьох доданків:

$$\vec{v}_{C_5 e_2} = \vec{v}_{5xy} + \vec{v}_{5xz} + \vec{v}_{5yz}, \quad (2.8)$$

де \vec{v}_{5xy} , \vec{v}_{5xz} і \vec{v}_{5yz} – проекції вектора швидкості $\vec{v}_{C_5 e_2}$ на координатні площини $x_1 y_1$, $y_1 z_1$ і $z_1 x_1$, які безумовно збігаються з проекціями цього вектора на площини $x_1 y_1$, $y_1 z_1$ і $z_1 x_1$, оскільки указані площини відповідно паралельні одна одній.

З рисунка 2.5 очевидно, що модулі швидкостей

$$v_{5yz} = \dot{\beta} \cdot e, \quad v_{5xz} = \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \quad \text{і} \quad v_{5xy} = \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi,$$

а відповідні проекції на зазначені площини

$$\begin{aligned} \vec{v}_{5yz} &= \vec{j} \cdot v_{5yz} \cdot \cos \varphi + \vec{k} \cdot v_{5yz} \cdot \sin \varphi = \\ &= \vec{j} \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi + \vec{k} \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{5xz} &= -\vec{i} \cdot v_{5xz} \cdot \cos \alpha + \vec{k} \cdot v_{5xz} \cdot \sin \alpha = \\ &= -\vec{i} \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha + \vec{k} \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{5xy} &= -\vec{i} \cdot v_{5xy} \cdot \cos \psi - \vec{j} \cdot v_{5xy} \cdot \sin \psi = \\ &= -\vec{i} \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi - \vec{j} \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \end{aligned}$$

Підставляючи ці значення в формулу (8), дістанемо, що

$$\begin{aligned}\vec{v}_{C_5e2} = & -\vec{i} \cdot (\dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha + \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi) + \\ & + \vec{j} \cdot [\dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi - \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi] + \\ & + \vec{k} \cdot [\dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi]\end{aligned}$$

Підставляючи тепер \vec{v}_{C_5e1} і \vec{v}_{C_5e2} в формулу (2.7), матимемо

$$\begin{aligned}\vec{v}_{C_5e} = & \vec{i} \cdot (\dot{x}_C - \dot{\alpha} \cdot l \cdot \cos \alpha - \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha - \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi) + \\ & + \vec{j} \cdot [\dot{y}_C + \dot{\beta} \cdot l \cdot \cos \beta + \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi - \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi] + \\ & + \vec{k} \cdot [\dot{z}_C + \dot{\alpha} \cdot l \cdot \sin \alpha + \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha + \dot{\beta} \cdot l \cdot \sin \beta + \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi].\end{aligned}$$

Оскільки відносний рух дебалансу обертальний, то (див. рис. 2.6) модуль

$$v_{C_5r} = C_3 C_5 \cdot \omega = e \cdot \dot{\varphi},$$

а вектор

$$\vec{v}_{C_5r} = \vec{j} \cdot v_{C_5r} \cdot \cos \varphi + \vec{k} \cdot v_{C_5r} \cdot \sin \varphi = \vec{j} \cdot \dot{\varphi} \cdot e \cdot \cos \varphi + \vec{k} \cdot \dot{\varphi} \cdot e \cdot \sin \varphi.$$

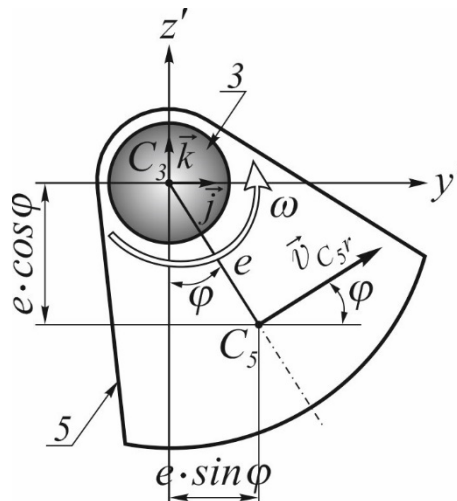


Рис. 2.6. До визначення відносної швидкості \vec{v}_{C_5r} дебалансу

Після підставлення \vec{v}_{C_5e} і \vec{v}_{C_5r} у формулу (2.6) остаточно встановлюємо, що

$$\begin{aligned} \vec{v}_{C_5} = & \vec{i} \cdot (\dot{x}_C - \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \cos \alpha - \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha - \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi) + \\ & + \vec{j} \cdot [\dot{y}_C + \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \cos \beta + \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi - \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi + \dot{\phi} \cdot e \cdot \cos \varphi] + \\ & + \vec{k} \cdot [\dot{z}_C + \dot{\alpha} \ell \sin \alpha + \dot{\alpha} e \cos \varphi \sin \alpha + \dot{\beta} \ell \sin \beta + \dot{\beta} e \sin \varphi + \dot{\phi} e \sin \varphi] \end{aligned}$$

Підносячи до квадрату отриманий вираз (беручи при цьому до уваги, що, як відомо, квадрат суми декількох доданків дорівнює сумі квадратів цих доданків і їх подвоєних добутоків узятих попарно), дістанемо, що

$$\begin{aligned} v_{C_5}^2 = & \dot{x}_C^2 - \dot{\alpha}^2 \cdot \ell^2 \cdot \cos^2 \alpha - \dot{\alpha}^2 \cdot e^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \alpha - \dot{\psi}^2 \cdot e^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \psi - \\ & - 2 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \cos \alpha - 2 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha - 2 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \\ & + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \\ & + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \\ & + \dot{y}_C^2 + \dot{\beta}^2 \cdot \ell^2 \cdot \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2 \cdot e^2 \cdot \cos^2 \varphi - \dot{\psi}^2 \cdot e^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \psi + \\ & + \dot{\phi}^2 \cdot e^2 \cdot \cos^2 \varphi + 2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \cos \beta + 2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi - \\ & - 2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi + 2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \cos \varphi + 2 \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \cos \beta \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi - \\ & - 2 \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \cos \beta \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi + 2 \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \cos \beta \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \cos \varphi - \\ & - 2 \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi + 2 \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \cos \varphi - \\ & - 2 \cdot \dot{\psi} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \cos \varphi + \\ & + \dot{z}_C^2 + \dot{\alpha}^2 \cdot \ell^2 \cdot \sin^2 \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot e^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \alpha + \dot{\beta}^2 \cdot \ell^2 \cdot \sin^2 \beta + \\ & + \dot{\beta}^2 \cdot e^2 \cdot \sin^2 \varphi + \dot{\phi}^2 \cdot e^2 \cdot \sin^2 \varphi + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \sin \alpha + \\ & + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \sin \beta + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi + \\ & + 2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha + \\ & + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \sin \beta + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi + \\ & + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \sin \beta + \\ & + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \sin \varphi + \\ & + 2 \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \dot{\beta} \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \sin \varphi + \\ & + 2 \cdot \dot{\beta} \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\phi} \cdot e \cdot \sin \varphi, \end{aligned}$$

а після відповідних перетворень

$$\begin{aligned}
v_{C_5}^2 = & \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 - \\
& - 2 \cdot \ell \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - 2 \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - 2 \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - \\
& - 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + 2 \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \\
& + 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi + 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi - \\
& - \ell^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos 2\alpha + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - e^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos 2\alpha + \\
& + \ell^2 \cdot \dot{\beta}^2 + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos(\beta - \varphi) + e^2 \cdot \dot{\beta}^2 - e^2 \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi + \\
& + e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin 2\varphi + e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi - \\
& - 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \beta \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos(\beta - \varphi) - \\
& - e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + 2 \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} - \\
& - e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + e^2 \cdot \dot{\phi}^2.
\end{aligned}$$

Підставляючи знайдене значення $v_{C_5}^2$ у формулу кінетичної енергії T_5 , дістанемо

$$\begin{aligned}
T_5 = & \frac{m}{2} \cdot \left[\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 - \right. \\
& - 2 \cdot \ell \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - 2 \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - 2 \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - \\
& - 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + 2 \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \\
& + 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi + 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - \\
& - \ell^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos 2\alpha + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - e^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos 2\alpha + \\
& + \ell^2 \cdot \dot{\beta}^2 + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos(\beta - \varphi) + e^2 \cdot \dot{\beta}^2 - e^2 \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi + \\
& + e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin 2\varphi + e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi - \\
& - 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \beta \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\beta - \varphi) - \\
& - e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + 2 \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} - \\
& - e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi \Big] + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{J'_5 \cdot \dot{\varphi}^2}{2},
\end{aligned}$$

де останні два доданки $\frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{J'_5 \cdot \dot{\varphi}^2}{2}$ перетворимо до вигляду

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2} \cdot (m \cdot e^2 + J'_5) = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \cdot (J_5 + m \cdot e^2),$$

звідки очевидно, що $J'_5 + m \cdot e^2 = J_5$, де J_5 – момент інерції дебалансу 5 відносно осі обертання дебалансного вала 4, через що

$$\frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{J'_5 \cdot \dot{\varphi}^2}{2} = \frac{J_5 \cdot \dot{\varphi}^2}{2}.$$

Надамо T_5 вигляду:

$$\begin{aligned}
T_5 &= \frac{m}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - \\
& - m \cdot \ell \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + m \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi - \\
& - \frac{m}{2} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos 2\alpha + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos 2\alpha + \\
& + \frac{m}{2} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\beta}^2 + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos(\beta - \varphi) + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\beta}^2 - \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + \\
& + m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi + \\
& + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \beta \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos(\beta - \varphi) - \\
& - \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} - \\
& - \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{J_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2}. \tag{2.9}
\end{aligned}$$

Підставляючи значення (2.3), (2.4), (2.5) і (2.9) в формулу (2.2), матимемо

$$\begin{aligned}
T = & \frac{m_1}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) + \frac{J_{1x_1}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{1y_1}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{1z_1}}{2} \cdot \dot{\psi}^2 + \\
& + \frac{m_3}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_3 \cdot \ell \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + m_3 \cdot \ell \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + \\
& + m_3 \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + m_3 \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \frac{m_3}{2} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m_3 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \frac{m_3}{2} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\beta}^2 + \\
& \quad \frac{J_{3x_3}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{3y_3}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{3z_3}}{2} \cdot \dot{\psi}^2 + \\
& + \frac{m_6}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_6 \cdot \ell_6 \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - m_6 \cdot \ell_6 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + \\
& \quad + m_6 \cdot \ell_6 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha - m_6 \cdot \ell_6 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \frac{m_6}{2} \cdot \ell_6^2 \cdot \dot{\alpha}^2 - \\
& \quad - m_6 \cdot \ell_6^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \frac{m_6}{2} \cdot \ell_6^2 \cdot \dot{\beta}^2 \\
& \quad + \frac{J_{6x_6}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{6y_6}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{6z_6}}{2} \cdot \dot{\psi}^2 + \\
& \quad + \frac{m}{2} \cdot (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - \\
& - m \cdot \ell \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& \quad + m \cdot \ell \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + \\
& \quad + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + m \cdot \ell \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + \\
& \quad + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi - \\
& - \frac{m}{2} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos 2\alpha + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos 2\alpha + \\
& + \frac{m}{2} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\beta}^2 + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos(\beta - \varphi) + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\beta}^2 - \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + \\
& \quad + m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + \\
& \quad + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\
& \quad + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi + \\
& + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \beta \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos(\beta - \varphi) -
\end{aligned}$$

$$-\frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} -$$

$$-\frac{m}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{J_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2}.$$

Виконавши легітимні перетворення, дістанемо кінетичну енергію досліджуваного вібраційного столу у вигляді суми тридцяти дев'яти доданків:

$$T = \frac{M}{2} \cdot \dot{x}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{y}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{z}_C^2 -$$

$$- [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi -$$

$$- m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + \frac{m_3 \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 -$$

$$- \frac{m \cdot \ell^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos 2\alpha + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos 2\alpha +$$

$$+ \frac{(m_3 + m) \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2 + m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos(\beta - \varphi) -$$

$$- \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell^2 - m_6 \cdot \ell_6^2] \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta +$$

$$+ m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi +$$

$$+ m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi +$$

$$+ m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \beta \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos(\beta - \varphi) - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{J_y}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_x}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_z}{2} \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{J_5}{2} \cdot \dot{\phi}^2. \quad (2.10)
\end{aligned}$$

де $M = m_1 + m_3 + m_6 + m$ – загальна маса вібростолу, рух якого генерує обертання дебалансу 5 масою m ; $J_x = J_{1x_1} + J_{3x_3} + J_{6x_6}$, $J_y = J_{1y_1} + J_{3y_3} + J_{6y_6}$ і $J_z = J_{1z_1} + J_{3z_3} + J_{6z_6}$ – зведені моменти інерції рухомої частини вібростолу відносно відповідних осей.

2.3. Визначення узагальнених сил.

Математична модель вібраційного столу для виготовлення бетонних виробів [89] у вигляді рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, i, \dots, s) \quad (2.1)$$

містить узагальнені сили $Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_s$, де Q_i – узагальнена сила, що відповідає узагальненій координаті q_i . У системі (2.1) диференціальних

рівнянь узагальнені координати $q_1 = q_1(t), q_2 = q_2(t), \dots, q_i = q_i(t), \dots, q_s = q_s(t)$ – це незалежні між собою параметри, які однозначно задають положення механічної системи в просторі, кількість яких визначає кількість

s ступенів вільності цієї системи, а $\dot{q}_1 = \frac{dq_1}{dt} = \dot{q}_1(t), \dot{q}_2 = \frac{dq_2}{dt} = \dot{q}_2(t), \dots,$

$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt} = \dot{q}_i(t), \dots, \dot{q}_s = \frac{dq_s}{dt} = \dot{q}_s(t)$ – відповідні узагальнені швидкості.

З аналізу кінематичної схеми вібраційного столу (див. рис. 2.1) очевидно, що положення в просторі усіх матеріальних тіл механічної

системи, яка моделює зазначений вібростіл, можна однозначно задати такими незалежними параметрами:

- декартовими координатами $x_C = x_C(t)$, $y_C = y_C(t)$ і $z_C = z_C(t)$, які визначають положення центра C інерції плити I в нерухомій системі координат $Oxyz$;
- вібраційними кутами $\alpha = \alpha(t)$, $\beta = \beta(t)$ і $\psi = \psi(t)$, які визначають положення плити I відносно рухомої системи координат $Cx'y'z'$;
- кутом $\varphi = \varphi(t)$ повороту дебалансу 5 навколо осі φ обертання дебалансного вала 4 , яка проходить через точку C_3 і співпадає (збігається) з центральною повздовжньою віссю корпусу 3 віброзбуджувача.

Таким чином, розглядувана механічна система має $s = 7$ ступенів вільності, узагальненими координатами є $q_1 = x_C$, $q_2 = y_C$, $q_3 = z_C$, $q_4 = \alpha$

, $q_5 = \beta$, $q_6 = \psi$ і $q_7 = \varphi$, а узагальненими швидкостями – $\dot{q}_1 = \frac{dx_C}{dt} = \dot{x}_C$,

$\dot{q}_2 = \frac{dy_C}{dt} = \dot{y}_C$, $\dot{q}_3 = \frac{dz_C}{dt} = \dot{z}_C$, $\dot{q}_4 = \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}$, $\dot{q}_5 = \frac{d\beta}{dt} = \dot{\beta}$, $\dot{q}_6 = \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}$

і $\dot{q}_7 = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$.

Для наочності й для подальших міркувань уявімо та зобразимо на рисунках 2.7 ÷ 2.9 механічну систему у трьох її проекціях у довільний момент часу t так, щоб усі узагальнені координати були б додатними, й уважаючи, що у цю мить кожна узагальнена координата збільшується (звісно, у такому разі усі похідні за часом від узагальнених координат також будуть тільки додатними).

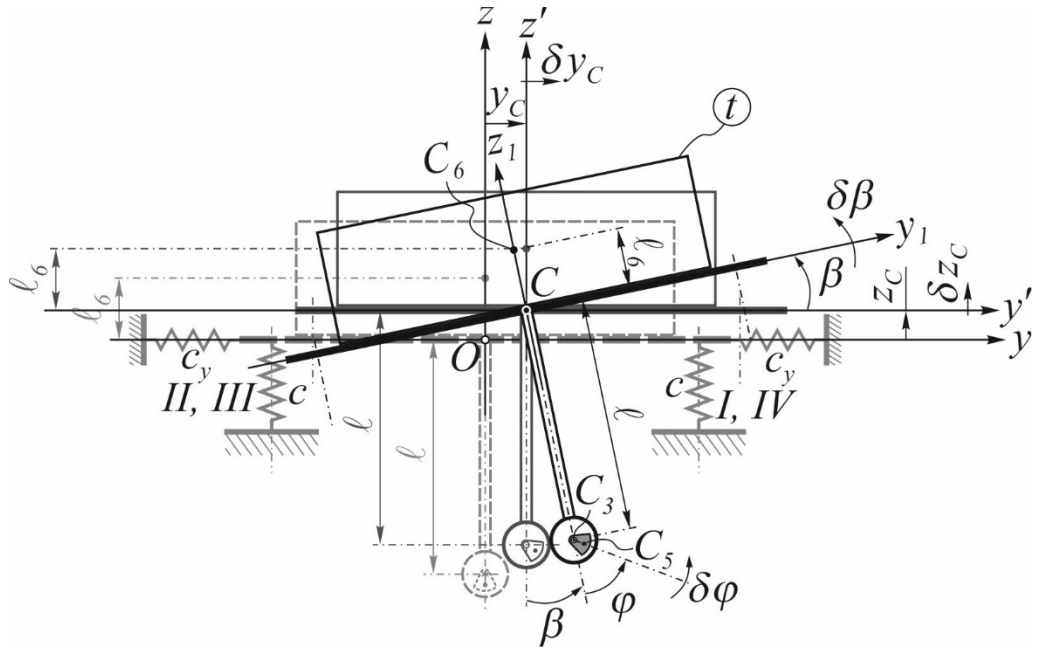


Рис. 2.7. Механічна система в проекції на фронтальну площину

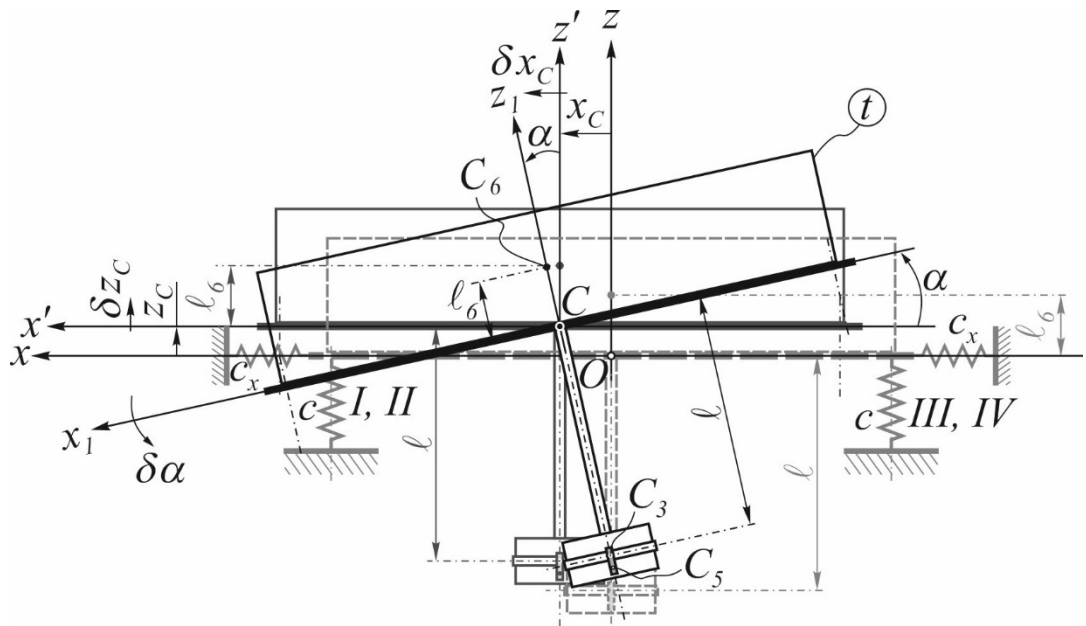


Рис. 2.8. Механічна система в проекції на профільну площину

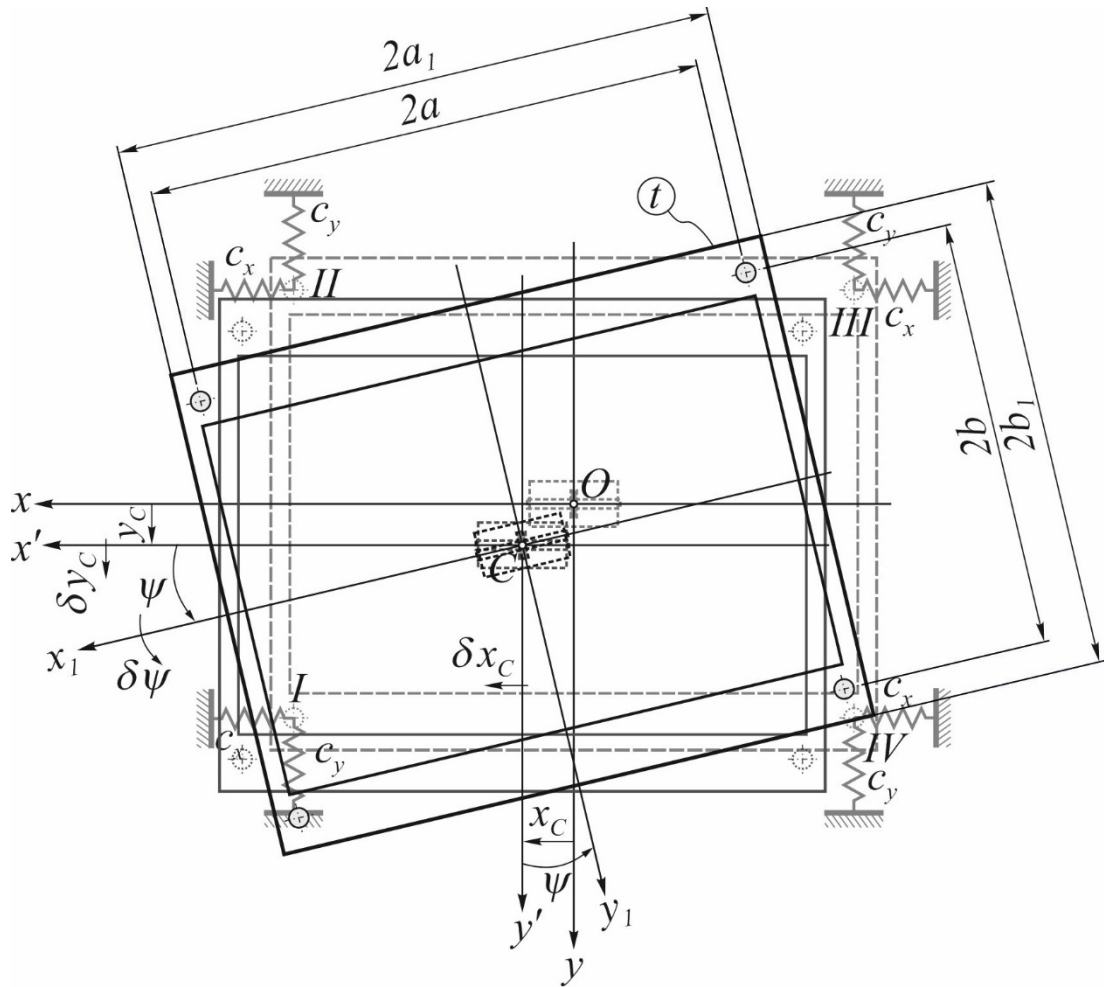


Рис. 2.9. Механічна система в проекції на горизонтальну площину

Оскільки кожній узагальненій координаті відповідає узагальнена сила, то їх число дорівнює числу узагальнених координат системи, через що розглядувана механічна система має сім узагальнених сил. Значення ж цих сил напряму залежить від зовнішніх сил $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_j, \dots, \vec{P}_n$, що діють на ті чи інші точки системи.

Для визначення узагальної сили, наприклад, Q_i відповідній узагальненій координаті q_i дають нескінченно малий приріст δq_i , лишаючи інші узагальнені координати незмінними. Внаслідок цього нескінченно малого приросту δq_i усі точки механічної системи одержать нескінченно малі переміщення $\delta s_1, \delta s_2, \dots, \delta s_j, \dots$, які є можливими переміщеннями

точок. Далі обчислюють суму елементарних робіт усіх зовнішніх сил на цих можливих переміщеннях, яка дорівнює

$$\sum_{j=1}^n [P_j \cdot \delta s_j \cdot \cos(\vec{P}_j; \delta \vec{s}_j)] = \delta A_i,$$

і вважають, що

$$\delta A_i = Q_i \cdot \delta q_i.$$

Величина Q_i , що визначається з цього рівняння,

$$Q_i = \frac{\delta A_i}{\delta q_i} \quad (2.11)$$

і є узагальненою силою, яка відповідає узагальненій координаті q_i , визначена через можливу роботу δA_i .

Як відомо [90], елементарну роботу довільної сили \vec{P}_j на певному можливому переміщенні у координатній формі запису визначає залежність

$$\delta A(\vec{P}_j) = P_{jx} \cdot \delta x + P_{jy} \cdot \delta y + P_{jz} \cdot \delta z, \quad (2.12)$$

де P_{jx} , P_{jy} і P_{jz} – проекції цієї довільної сили \vec{P}_j на відповідні осі; δx , δy і δz – проекції можливого переміщення точки прикладання сили \vec{P}_j на ті ж осі.

Будь-якими опорами рухам матеріальних тіл розглядуваної механічної системи знехтуємо. У такому разі на неї діють такі зовнішні сили:

а) сили тяжіння

$$\vec{G}_1 = m_1 \cdot \vec{g}, \quad \vec{G}_3 = m_3 \cdot \vec{g}, \quad \vec{G}_6 = m_6 \cdot \vec{g} \quad \text{і} \quad \vec{G}_5 = m \cdot \vec{g}$$

відповідних матеріальних тіл, що прикладені у точках C , C_3 , C_6 і C_5 (див. рис. 2.10);

б) сили пружності чотирьох пружних елементів, на які спирається плита I (див. рис. 2.12);

в) механічний крутний (або обертальний) момент $M_{\text{об.}}$ двигуна (див. рис. 2.13,а).

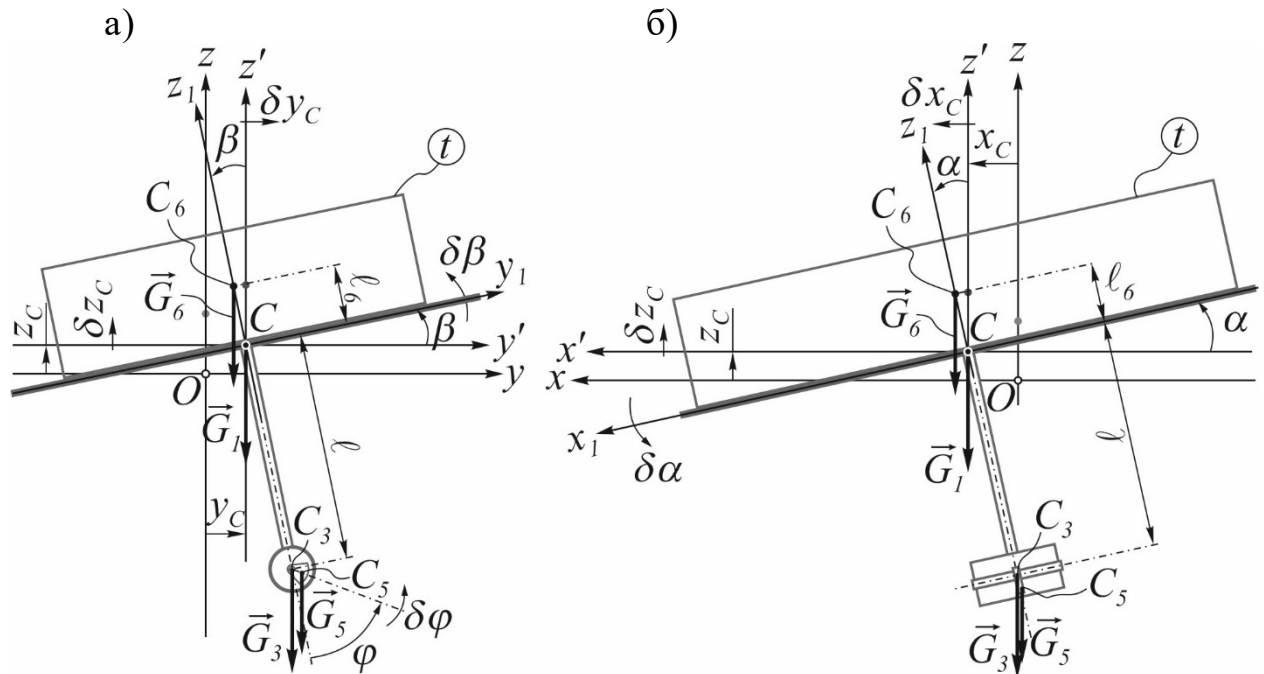


Рис. 2.10. До визначення елементарних робіт сил тяжіння

Як відомо [92], за законом Гука лінійна пружна сила $F_{\text{пр.}}$, що виникає при лінійній деформації $\Delta \ell$, пропорційна зазначеній деформації

$$F_{\text{пр.}} = c \cdot \Delta \ell,$$

де c – коефіцієнт жорсткості пружної опори.

Через те, що під час безпосереднього формування бетонних виробів плита I перебуває у вільному русі, то вертикальні пружні елементи, на які вона спирається, зазнають не тільки лінійних деформацій уздовж вертикальної осі Oz . Для урахування жорсткості кожного пружного елемента в напрямку горизонтальних осей Ox і Oy уведемо віртуальні пружні елементи з жорсткостями c_x і c_y відповідно (див. рис. 2.11). У такому разі з боку кожного пружного елемента на плиту I будуть діяти три ортогональні пружні сили

$$F_{np.x} = c_x \cdot \Delta l_x, \quad F_{np.y} = c_y \cdot \Delta l_y \quad \text{і} \quad F_{np.z} = c \cdot \Delta l, \quad (2.13)$$

де Δl_x , Δl_y і Δl – деформації відповідних пружних елементів.

Оскільки для робочого органа вібростолу його кутові переміщення визначають вібраційні кути α , β і ψ , які набувають тільки малих значень, то крутильною жорсткістю кожного пружного елементу знехтуємо.

Розглянемо на рисунку 2.11 механічну систему у її положенні статичної рівноваги (ПСР), де $\ell_{нед.}$ – довжина кожного пружного елементу у недеформованому стані.

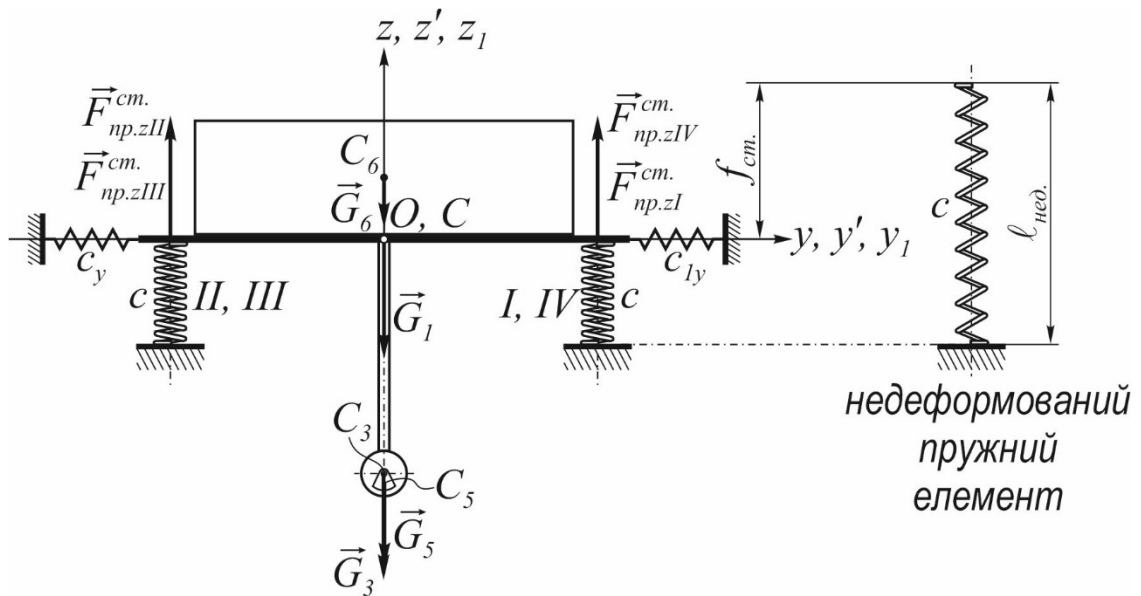


Рис. 2.11. Механічна система в положенні статичної рівноваги

Із умови рівноваги $\sum Z = 0$ дістанемо відповідне рівняння рівноваги

$$-m_1 \cdot g - m_3 \cdot g - m \cdot g - m_6 \cdot g + c \cdot f_{cm.} + c \cdot f_{cm.} + c \cdot f_{cm.} + c \cdot f_{cm.} = 0,$$

звідки

$$-M \cdot g + c_e \cdot f_{cm.} = 0, \quad (2.14)$$

де $M = m_1 + m_3 + m_6 + m$, $c_e = c + c + c + c = 4 \cdot c$ – еквівалентна жорсткість пружних елементів або жорсткість еквівалентного пружного елемента [93], $f_{cm.}$ – статична вертикальна деформація еквівалентного

пружного елемента (звісно, у положенні статичної рівноваги механічної системи кожен з пружних елементів, на які спирається плита I , має таку ж вертикальну статичну деформацію, а усі введені віртуальні пружні елементи є недеформованими).

Для знаходження узагальненої сили $Q_3 = Q_{z_C}$:

- 1) надамо узагальненій координаті $q_3 = z_C$ нескінченно малий лінійний приріст $\delta q_3 = \delta z_C$ (див. рис. 2.7 і 2.8), лишаючи інші узагальнені координати незмінними;
- 2) встановимо, які саме можливі переміщення здійснили точки прикладання усіх зовнішніх сил, діючих на механічну систему, внаслідок наданого приросту $\delta q_3 = \delta z_C$;
- 3) обчислимо можливу роботу δA_3 усіх зовнішніх сил на зазначених можливих переміщеннях точок.

Будемо шукати можливу роботу δA_3 за формулою

$$\delta A_3 = \delta A_3(\vec{G}) + \delta A_3(\vec{F}_{np.}), \quad (2.15)$$

де $\delta A_3(\vec{G})$ і $\delta A_3(\vec{F}_{np.})$ – відповідно можливі роботи сил тяжіння і сил пружності пружних елементів.

Оскільки приріст $\delta q_3 = \delta z_C$ напрямлений по вертикалі, то можливі роботи сил пружності горизонтально розташованих віртуальних пружних елементів на такому можливому переміщенні дорівнюють нулю й отже

$$\delta A_3(\vec{F}_{np.}) = \delta A_3(\vec{F}_{np.z}),$$

де $\delta A_3(\vec{F}_{np.z})$ – можливі роботи сил пружності дійсних пружних елементів.

Певна річ,

$$\delta A_3(\vec{G}) = \delta A_3(\vec{G}_1) + \delta A_3(\vec{G}_3) + \delta A_3(\vec{G}_6) + \delta A_3(\vec{G}_5),$$

де $\delta A_3(\vec{G}_1)$, $\delta A_3(\vec{G}_3)$, $\delta A_3(\vec{G}_6)$ і $\delta A_3(\vec{G}_5)$ – елементарні роботи відповідних сил тяжіння, які визначимо за формулою (2.12).

Безпосередньо з рисунка 4 бачимо, що відповідні проекції сил

$$\begin{aligned} G_{1x} = 0, \quad G_{1y} = 0, \quad G_{1z} = -G_1 = -m_1 \cdot g, \quad G_{3x} = 0, \quad G_{3y} = 0, \\ G_{3z} = -G_3 = -m_3 \cdot g, \quad G_{6x} = 0, \quad G_{6y} = 0, \quad G_{6z} = -G_6 = -m_6 \cdot g, \\ G_{5x} = 0, \quad G_{5y} = 0, \quad G_{5z} = -G_5 = -m \cdot g \end{aligned}$$

та проекції можливих переміщень точок C , C_3 , C_6 і C_5 на ті ж осі

$$\begin{aligned} \delta x_C = \delta x_{C_3} = \delta x_{C_6} = \delta x_{C_5} = \delta y_C = \delta y_{C_3} = \delta y_{C_6} = \delta y_{C_5} = 0, \\ \delta z_{C_3} = \delta z_{C_6} = \delta z_{C_5} = \delta z_C. \end{aligned}$$

Тоді

$$\begin{aligned} \delta A_3(\vec{G}) &= -m_1 \cdot g \cdot \delta z_C - m_3 \cdot g \cdot \delta z_C - m_6 \cdot g \cdot \delta z_C - m \cdot g \cdot \delta z_C = \\ &= -(m_1 + m_3 + m_6 + m) \cdot g \cdot \delta z_C = -M \cdot g \cdot \delta z_C. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Тепер знайдемо в формулі (2.15) складове $\delta A_3(\vec{F}_{np.}) = \delta A_3(\vec{F}_{np.z})$ як суму елементарних робіт сил пружності дійсних пружин I , II , III і IV :

$$\delta A_3(\vec{F}_{np.}) = \delta A_3(\vec{F}_{np.zI}) + \delta A_3(\vec{F}_{np.zII}) + \delta A_3(\vec{F}_{np.zIII}) + \delta A_3(\vec{F}_{np.zIV}),$$

де $\delta A_3(\vec{F}_{np.zI})$, $\delta A_3(\vec{F}_{np.zII})$, $\delta A_3(\vec{F}_{np.zIII})$ і $\delta A_3(\vec{F}_{np.zIV})$ визначимо за формулою (2.12), а самі сили пружності – за формулою (2.13).

Обчислюючи для кожного з пружних елементів елементарну роботу його сили пружності на конкретному переміщенні точки її прикладання, будемо враховувати те, що зазначена робота додатна, коли сила пружності сприяє зменшенню деформації пружних елементів, й від'ємна, якщо сила пружності збільшує деформацію пружних елементів.

При знаходженні деформацій пружних елементів у розглядуваний момент часу t врахуємо те, що переміщення точок їх закріплення до плити I від її поворотів на вібраційні кути α , β і ψ у дійсності здійснюються по

дугам відповідних кіл, але через малість цих переміщень знехтуємо їх кривиною, вважаючи, що точки переміщуються по прямим уздовж відповідних координатних осей на віддалі, які дорівнюють довжинам зазначених дуг. Тоді з сукупного аналізу рисунків 2.11 і 2.12 встановлюємо, що

$$\begin{aligned} \Delta l_I &= f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta, & \Delta l_{II} &= f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta, \\ \Delta l_{III} &= f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta, & \Delta l_{IV} &= f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta, \end{aligned}$$

через що

$$\left. \begin{aligned} F_{np.zI} &= c \cdot \Delta l_I = c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta), \\ F_{np.zII} &= c \cdot \Delta l_{II} = c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta), \\ F_{np.zIII} &= c \cdot \Delta l_{III} = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta), \\ F_{np.zIV} &= c \cdot \Delta l_{IV} = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta). \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

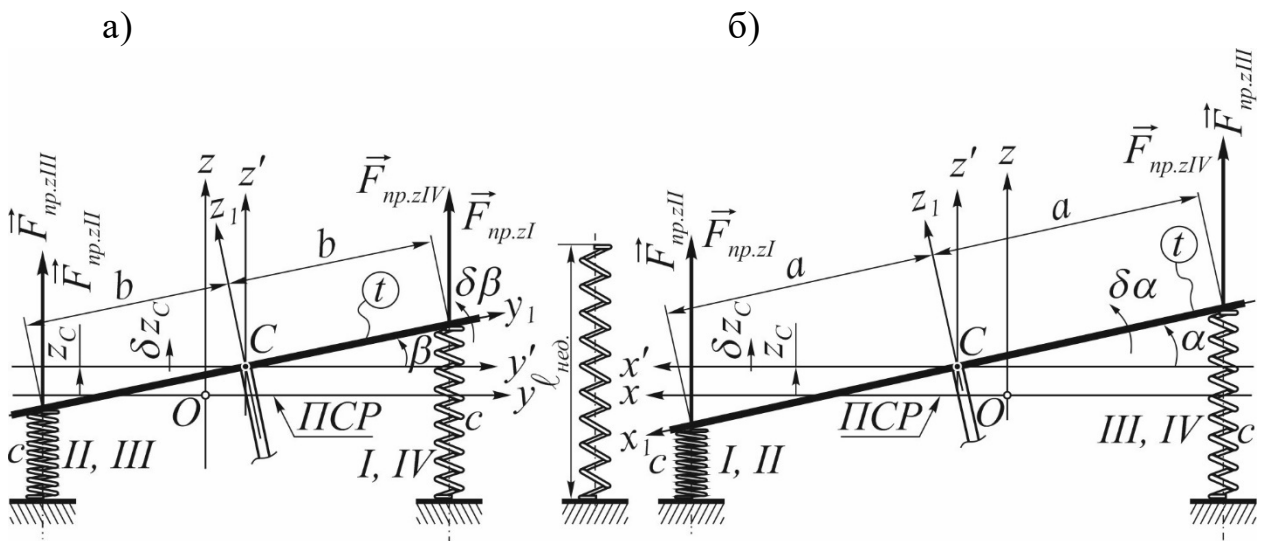


Рис. 2.12. До визначення елементарних робіт сил пружності.

Оскільки на рисунку б всі сили пружності $\vec{F}_{np.zI}$, $\vec{F}_{np.zII}$, $\vec{F}_{np.zIII}$ і $\vec{F}_{np.zIV}$ напрямлені по вертикалі вгору, то, певна річ, усі вони проєктуються на вісь Oz у натуральну величину з додатнім знаком, а на інші осі не проєктуються. Також очевидно, що проєкції на вісь Oz можливих переміщень точок закріплення пружних елементів до плити I додатні й

дорівнюють наданому нескінченно малому приросту δz_C , а проекції на інші осі дорівнюють нулеві.

Тоді за формулою (2.12)

$$\begin{aligned}\delta A_3(\vec{F}_{np.zI}) &= F_{np.zI} \cdot \delta z_C = c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot \delta z_C, \\ \delta A_3(\vec{F}_{np.zII}) &= F_{np.zII} \cdot \delta z_C = c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot \delta z_C, \\ \delta A_3(\vec{F}_{np.zIII}) &= F_{np.zIII} \cdot \delta z_C = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot \delta z_C, \\ \delta A_3(\vec{F}_{np.zIV}) &= F_{np.zIV} \cdot \delta z_C = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot \delta z_C\end{aligned}$$

й

$$\begin{aligned}\delta A_3(\vec{F}_{np.}) &= c(f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot \delta z_C + c(f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot \delta z_C + \\ &+ c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot \delta z_C + c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot \delta z_C\end{aligned}$$

або (після перетворень)

$$\begin{aligned}\delta A_3(\vec{F}_{np.}) &= c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta + f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta + \\ &+ f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta + f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot \delta z_C = \\ &= c \cdot (4 \cdot f_{cm.} - 4 \cdot z_C) \cdot \delta z_C = 4 \cdot c \cdot (f_{cm.} - z_C) \cdot \delta z_C.\end{aligned}$$

Оскільки ж $4 \cdot c = c_e$, то

$$\delta A_3(\vec{F}_{np.}) = c_e \cdot f_{cm.} \cdot \delta z_C - c_e \cdot z_C \cdot \delta z_C. \quad (2.18)$$

Підставляючи значення (2.16) і (2.18) у формулу (2.15), матимемо

$$\begin{aligned}\delta A_3 &= -M \cdot g \cdot \delta z_C - m_5 \cdot g \cdot \delta z_C + c_e \cdot f_{cm.} \cdot \delta z_C - c_e \cdot z_C \cdot \delta z_C = \\ &= (-M \cdot g - m_5 \cdot g + c_e \cdot f_{cm.} - c_e \cdot z_C) \cdot \delta z_C,\end{aligned}$$

звідки, урахувавши рівність (2.14), дістанемо

$$\delta A_3 = -c_e \cdot z_C \cdot \delta z_C;$$

тоді за формулою (2.11) узагальнена сила, що відповідає узагальненій координаті $q_3 = z_C$,

$$Q_3 = \frac{\delta A_3}{\delta q_3} = \frac{\delta A_3}{\delta z_C} = \frac{-c_e \cdot z_C \cdot \delta z_C}{\delta z_C}$$

й, після скорочення на δz_C , остаточно

$$Q_3 = -c_e \cdot z_C.$$

Для знаходження узагальненої сили $Q_I = Q_{x_C}$ надамо узагальненій координаті $q_I = x_C$ нескінченно малий лінійний приріст $\delta q_I = \delta x_C$ (див. рис. 2.8 і 2.9) й аналогічно до визначення Q_3 дістаємо, що

$$\delta A_I = \delta A_I(\vec{G}) + \delta A_I(\vec{F}_{np.}).$$

Приріст $\delta q_I = \delta x_C$ напрямлений вздовж горизонтальної осі Ox , через що можливі роботи сил тяжіння, сил пружності вертикальних дійсних пружних елементів і сил пружності віртуальних пружних елементів, які розташовані вздовж осі Oy , дорівнюють нулю, оскільки лінії дій усіх зазначених сил перпендикулярні приросту δx_C . Тоді

$$\delta A_I = \delta A_I(\vec{F}_{np.x}) = \delta A_I(\vec{F}_{np.xI}) + \delta A_I(\vec{F}_{np.xII}) + \delta A_I(\vec{F}_{np.xIII}) + \delta A_I(\vec{F}_{np.xIV}).$$

Урахувавши, що у положенні статичної рівноваги механічної системи усі віртуальні пружні елементи є недеформованими, з сукупного аналізу рисунків 2.8 і 2.9, встановлюємо:

$$\begin{aligned} \Delta l_{xI} &= x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha, & \Delta l_{xII} &= x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha, \\ \Delta l_{xIII} &= x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha, & \Delta l_{xIV} &= x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha, \end{aligned}$$

через що

$$\left. \begin{aligned} F_{np.xI} &= c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha), & F_{np.xII} &= c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha), \\ F_{np.xIII} &= c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha), & F_{np.xIV} &= c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha). \end{aligned} \right\} (2.19)$$

За формулою (2.12)

$$\begin{aligned} \delta A_I(\vec{F}_{np.xI}) &= -F_{np.xI} \cdot \delta x_C = -c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C, \\ \delta A_I(\vec{F}_{np.xII}) &= -F_{np.xII} \cdot \delta x_C = -c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C, \end{aligned}$$

$$\delta A_I(\vec{F}_{np.xIII}) = -F_{np.xIII} \cdot \delta x_C = -c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C,$$

$$\delta A_I(\vec{F}_{np.xIV}) = -F_{np.xIV} \cdot \delta x_C = -c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C$$

й

$$\begin{aligned} \delta A_I &= -c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C - c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C - \\ &\quad - c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C - c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C = \\ &= -c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha + x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha + x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha + \\ &\quad + x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C = -c_x \cdot (4 \cdot x_C - 4 \cdot \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C = 4 \cdot c_x \cdot (\delta \cdot \alpha - x_C) \cdot \delta x_C \end{aligned}$$

Оскільки ж $4 \cdot c_x = c_{ex}$ (де c_{ex} – еквівалентна жорсткість віртуальних пружних елементів уздовж осі Ox), то

$$\delta A_I = (c_{ex} \cdot \delta \cdot \alpha - c_{ex} \cdot x_C) \cdot \delta x_C,$$

а за формулою (2.11)

$$Q_I = \frac{\delta A_I}{\delta q_I} = \frac{\delta A_I}{\delta x_C} = \frac{(-c_{ex} \cdot x_C + c_{ex} \cdot \delta \cdot \alpha) \cdot \delta x_C}{\delta x_C},$$

звідки

$$Q_I = -c_{ex} \cdot x_C + c_{ex} \cdot \delta \cdot \alpha.$$

Аналогічно знаходимо узагальнену силу $Q_2 = Q_{y_C}$, що відповідає узагальненій координаті $q_2 = y_C$. Надавши нескінченно малий лінійний приріст $\delta q_2 = \delta y_C$ (див. рис. 2.7 і 2.9) шукаємо

$$\delta A_2 = \delta A_2(\vec{G}) + \delta A_2(\vec{F}_{np.}).$$

Приріст $\delta q_2 = \delta y_C$ напрямлений вздовж горизонтальної осі Oy , через що можливі роботи сил тяжіння, сил пружності вертикальних дійсних пружних елементів і сил пружності віртуальних пружних елементів, які розташовані вздовж осі Ox , дорівнюють нулю через те, що лінії дій усіх зазначених сил перпендикулярні приросту δy_C . Тоді

$$\delta A_2 = \delta A_2(\vec{F}_{np.y}) = \delta A_2(\vec{F}_{np.yI}) + \delta A_2(\vec{F}_{np.yII}) + \delta A_2(\vec{F}_{np.yIII}) + \delta A_2(\vec{F}_{np.yIV}).$$

Урахувавши, що у положенні статичної рівноваги механічної системи усі віртуальні пружні елементи є недеформованими, з сукупного аналізу рисунків 2.7 і 2.9, встановлюємо:

$$\begin{aligned} \Delta l_{yI} &= y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta, & \Delta l_{yII} &= y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta, \\ \Delta l_{yIII} &= y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta, & \Delta l_{yIV} &= y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta, \end{aligned}$$

через що

$$\left. \begin{aligned} F_{np.yI} &= F_{np.yII} = c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta), \\ F_{np.yIII} &= F_{np.yIV} = c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta). \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

За формулою (2.12)

$$\begin{aligned} \delta A_2(\vec{F}_{np.yI}) &= -F_{np.yI} \cdot \delta y_C = -c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C, \\ \delta A_2(\vec{F}_{np.yII}) &= -F_{np.yII} \cdot \delta y_C = -c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C, \\ \delta A_2(\vec{F}_{np.yIII}) &= -F_{np.yIII} \cdot \delta y_C = -c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C, \\ \delta A_2(\vec{F}_{np.yIV}) &= -F_{np.yIV} \cdot \delta y_C = -c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C \end{aligned}$$

й

$$\begin{aligned} \delta A_2 &= -2 \cdot c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C - 2 \cdot c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C = \\ &= -2 \cdot c_y \cdot y_C \cdot \delta y_C - 2 \cdot c_y \cdot a \cdot \psi \cdot \delta y_C - 2 \cdot c_y \cdot \delta \cdot \beta \cdot \delta y_C - 2 \cdot c_y \cdot y_C \cdot \delta y_C + \\ &+ 2 \cdot c_y \cdot a \cdot \psi \cdot \delta y_C - 2 \cdot c_y \cdot \delta \cdot \beta \cdot \delta y_C = -4 \cdot c_y \cdot y_C \cdot \delta y_C - 4 \cdot c_y \cdot \delta \cdot \beta \cdot \delta y_C = \\ &= -4 \cdot c_y \cdot (y_C + \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C. \end{aligned}$$

Оскільки ж $4 \cdot c_y = c_{ey}$ (де c_{ey} – еквівалентна жорсткість віртуальних пружних елементів уздовж осі Oy), то

$$\delta A_2 = c_{ey} \cdot (-y_C - \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C,$$

а за формулою (2.11)

$$Q_2 = \frac{\delta A_2}{\delta q_2} = \frac{\delta A_2}{\delta y_C} = \frac{c_{ey} \cdot (-y_C - \delta \cdot \beta) \cdot \delta y_C}{\delta y_C},$$

звідки

$$Q_2 = -c_{ey} \cdot y_C - c_{ey} \cdot \delta \cdot \beta.$$

Для знаходження узагальненої сили $Q_5 = Q_\beta$ надамо узагальненій координаті $q_5 = \beta$ нескінченно малий кутовий приріст $\delta q_5 = \delta \beta$ (див. рис. 2.7, 2.10,а та 2.12,а), лишаючи інші узагальнені координати незмінними, встановимо, які саме можливі переміщення здійснили точки прикладання усіх зовнішніх сил, діючих на механічну систему, внаслідок наданого приросту $\delta q_5 = \delta \beta$ й обчислимо можливу роботу δA_5 усіх зовнішніх сил на зазначених можливих переміщеннях точок:

$$\delta A_5 = \delta A_5(\vec{G}) + \delta A_5(\vec{F}_{np.}), \quad (2.21)$$

де $\delta A_5(\vec{G})$ і $\delta A_5(\vec{F}_{np.})$ – відповідно можливі роботи сил тяжіння і сил пружності пружних елементів.

Звісно,

$$\delta A_5(\vec{G}) = \delta A_5(\vec{G}_1) + \delta A_5(\vec{G}_3) + \delta A_5(\vec{G}_6) + \delta A_5(\vec{G}_5),$$

де $\delta A_5(\vec{G}_1)$, $\delta A_5(\vec{G}_3)$, $\delta A_5(\vec{G}_6)$ і $\delta A_5(\vec{G}_5)$ – елементарні роботи відповідних сил тяжіння.

Через те, що нескінченно малий приріст $\delta q_5 = \delta \beta$ є кутовим, то у разі незмінності інших узагальнених координат цей приріст змушує плиту 1, важіль 2, корпус 3 збуджувача коливань і однорідне тверде тіло 6, що моделює ємність з бетонною сумішшю, які за поняттями теоретичної механіки є одним матеріальним тілом, здійснювати обертальний рух навколо осі Cx' з кутовою швидкістю $\dot{\beta}$. Тому згідно з [92] елементарні роботи сил тяжіння \vec{G}_1 , \vec{G}_3 і \vec{G}_6 будемо шукати у вигляді добутку моменту кожної сили відносно осі Cx' на приріст кута повороту $\delta q_5 = \delta \beta$, враховуючи те, що

робота є додатною у разі, коли момент розглядуваної сили сприяє повороту тіла на кут $\delta\beta$, й від'ємною, коли перешкоджає цьому повороту.

Оскільки сили, \vec{G}_1 , \vec{G}_3 і \vec{G}_6 лежать у перпендикулярних до осі Cx' площинах, то момент кожної з цих сил відносно осі Cx' дорівнює моменту відносно точки C .

Тоді

$$\delta A_5(\vec{G}_1) = 0,$$

тому що сила \vec{G}_1 прикладена у точці C ;

$$\delta A_5(\vec{G}_3) = -(G_3 \cdot \ell \cdot \sin \beta) \cdot \delta\beta = -m_3 \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \delta\beta,$$

де $G_3 \cdot \ell \cdot \sin \beta$ – момент сили \vec{G}_3 відносно точки C (див. рис. 2.10,а);

$$\delta A_5(\vec{G}_6) = (G_6 \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta) \cdot \delta\beta = m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta \cdot \delta\beta,$$

де $G_6 \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta$ – момент сили \vec{G}_6 відносно точки C (див. рис. 2.10,а).

Елементарні роботи інших сил визначимо за формулою (2.12).

При знаходженні елементарної роботи $\delta A_5(\vec{G}_5)$ сили тяжіння \vec{G}_5 дебалансу 5 врахуємо те, що при наданні механічній системі можливого переміщення $\delta\beta$ кут φ лишається незмінним, тобто приріст $\delta\varphi = 0$. Це означає, що в такому разі дебаланс 5 здійснює поступальний рух й можливе переміщення $C_5C'_5$ точки C_5 прикладання сили \vec{G}_5 дорівнює можливому переміщенню $C_3C'_3$ точки C_3 (див. рис. 2.13,а).

За формулою (2.12)

$$\delta A_5(\vec{G}_5) = G_{5z} \cdot \delta z_{C_5}.$$

Оскільки

$$C_5C'_5 = C_3C'_3 = \ell \cdot \delta\beta,$$

то з нескладного геометричного аналізу рисунка 2.13,а встановлюємо, що

$$G_{5z} = -G_5 = -m \cdot g,$$

а

$$\delta z_{C_5} = C_5 C'_5 \cdot \sin \beta = \ell \cdot \delta \beta \cdot \sin \beta.$$

Таким чином,

$$\delta A_5(\vec{G}_5) = -m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \delta \beta.$$

Тоді

$$\begin{aligned} \delta A_5(\vec{G}) &= -m_3 \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \delta \beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta \cdot \delta \beta - m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \delta \beta = \\ &= -(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \delta \beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta \cdot \delta \beta. \end{aligned}$$

Можливі роботи $\delta A_5(\vec{F}_{np.})$ сил пружності пружних елементів знайдемо аналогічно до знаходження $\delta A_3(\vec{F}_{np.})$:

$$\delta A_5(\vec{F}_{np.}) = \delta A_5(\vec{F}_{np.z}) = \delta A_5(\vec{F}_{np.zI}) + \delta A_5(\vec{F}_{np.zII}) + \delta A_5(\vec{F}_{np.zIII}) + \delta A_5(\vec{F}_{np.zIV})$$

де модулі $F_{np.zI}$, $F_{np.zII}$, $F_{np.zIII}$ та $F_{np.zIV}$ відповідних сил пружності, які визначає формула (2.17).

З рисунка 2.12,а бачимо, що через надання узагальненій координаті $q_5 = \beta$ кутового приросту $\delta q_5 = \delta \beta$ можливі переміщення усіх точок закріплення дійсних пружних елементів до плити I однакові й дорівнюють добутку $(b \cdot \delta \beta)$; знову таки кривою зазначених переміщень нехтуємо через їх малість. При цьому проекції на вісь Oz можливих переміщень точок закріплення пружних елементів I і IV додатні, пружних елементів II і III – від'ємні, а проекції на інші осі дорівнюють нулеві.

За формулою (2.12)

$$\begin{aligned} \delta A_5(\vec{F}_{np.zI}) &= F_{np.zI} \cdot (b \cdot \delta \beta) = c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot b \cdot \delta \beta, \\ \delta A_5(\vec{F}_{np.zII}) &= -F_{np.zII} \cdot (b \cdot \delta \beta) = -c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot b \cdot \delta \beta, \\ \delta A_5(\vec{F}_{np.zIII}) &= -F_{np.zIII} \cdot (b \cdot \delta \beta) = -c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot b \cdot \delta \beta, \end{aligned}$$

$$\delta A_5(\vec{F}_{np.zIV}) = F_{np.zIV} \cdot (b \cdot \delta\beta) = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot b \cdot \delta\beta.$$

Сумуючи й здійснюючи очевидні перетворення, дістаємо

$$\begin{aligned} \delta A_5(\vec{F}_{np.}) &= c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta - f_{cm.} + z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta - \\ &\quad - f_{cm.} + z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta + f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot b \cdot \delta\beta = \\ &= c \cdot (-b \cdot \beta - b \cdot \beta - b \cdot \beta - b \cdot \beta) \cdot b \cdot \delta\beta = -4 \cdot c \cdot b \cdot \beta \cdot b \cdot \delta\beta = -4 \cdot c \cdot b^2 \cdot \beta \cdot \delta\beta \end{aligned}$$

Оскільки ж $4 \cdot c = c_e$, то

$$\delta A_5(\vec{F}_{np.}) = -c_e \cdot b^2 \cdot \beta \cdot \delta\beta.$$

Підставляючи знайдені значення в формулу (2.21), остаточно маємо

$$\delta A_5 = -(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta \cdot \delta\beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta \cdot \delta\beta - c_e \cdot b^2 \cdot \beta \cdot \delta\beta$$

або

$$\delta A_5 = \left[-(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta - c_e \cdot b^2 \cdot \beta \right] \cdot \delta\beta;$$

за формулою (2.11)

$$Q_5 = \frac{\delta A_5}{\delta q_5} = \frac{\delta A_5}{\delta\beta} = \frac{\left[-(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta - c_e \cdot b^2 \cdot \beta \right] \cdot \delta\beta}{\delta\beta},$$

звідки

$$Q_5 = -(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \beta - c_e \cdot b^2 \cdot \beta.$$

Для знаходження узагальненої сили $Q_4 = Q_\alpha$ надамо узагальненій координаті $q_4 = \alpha$ нескінченно малий лінійний приріст $\delta q_4 = \delta\alpha$ (див. рис.

2.8, 2.10, б та 2.12, б) й діємо аналогічно до дій при визначенні Q_5 . Отже:

$$\delta A_4 = \delta A_4(\vec{G}) + \delta A_4(\vec{F}_{np.}); \quad (2.22)$$

$$\delta A_4(\vec{G}) = \delta A_4(\vec{G}_1) + \delta A_4(\vec{G}_3) + \delta A_4(\vec{G}_6) + \delta A_4(\vec{G}_5);$$

$$\delta A_4(\vec{F}_{np.}) = \delta A_4(\vec{F}_{np.z}) = \delta A_4(\vec{F}_{np.zI}) + \delta A_4(\vec{F}_{np.zII}) + \delta A_4(\vec{F}_{np.zIII}) + \delta A_4(\vec{F}_{np.zIV}),$$

де модулі $F_{np.zI}$, $F_{np.zII}$, $F_{np.zIII}$ та $F_{np.zIV}$ відповідних сил пружності, які визначає формула (2.17).

$$\delta A_4(\vec{G}_1) = 0,$$

тому що сила \vec{G}_1 прикладена у точці C ;

$$\delta A_4(\vec{G}_3) = -(G_3 \cdot \ell \cdot \sin \alpha) \cdot \delta \alpha = -m_3 \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha,$$

де $G_3 \cdot \ell \cdot \sin \alpha$ – момент сили \vec{G}_3 відносно точки C (див. рис. 2.10,б);

$$\delta A_4(\vec{G}_6) = (G_6 \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha) \cdot \delta \alpha = m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha,$$

де $G_6 \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha$ – момент сили \vec{G}_6 відносно точки C (див. рис. 2.10,б).

Елементарну роботу $\delta A_4(\vec{G}_5)$ сили тяжіння \vec{G}_5 дебалансу 5 знайдемо аналітичним способом, застосувавши формулу (26.10) [90], згідно з якою

$$\delta A_4(\vec{G}_5) = G_{5x} \cdot \frac{\partial x_{C_5}}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha + G_{5y} \cdot \frac{\partial y_{C_5}}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha + G_{5z} \cdot \frac{\partial z_{C_5}}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha,$$

де $G_{5x} = 0$, $G_{5y} = 0$, $G_{5z} = -G_5 = -m \cdot g$ – проекції сили \vec{G}_5 на відповідні осі (див. рис. 2.13,б); $\frac{\partial z_{C_5}}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha$ – варіація декартової координати

z_{C_5} (див. формулу (25.2) [90]); $\frac{\partial z_{C_5}}{\partial \alpha}$ – частинна похідна за узагальненою

координатою $q_4 = \alpha$ від декартової координати z_{C_5} .

З рисунка 2.13,б встановлюємо, що

$$z_{C_5} = -(l + e \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \alpha.$$

Тоді

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_{C_5}}{\partial \alpha} &= \frac{\partial [-(l + e \cos \varphi) \cdot \cos \alpha]}{\partial \alpha} = -(l + e \cos \varphi) \cdot (-\sin \alpha) = \\ &= (l + e \cos \varphi) \cdot \sin \alpha, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta A_4(\vec{G}_5) &= -m \cdot g \cdot (\ell + e \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha = \\ &= -m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \delta \alpha,\end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned}\delta A_4(\vec{G}) &= -m_3 \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha - \\ &\quad - m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \delta \alpha = \\ &= [-(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi] \cdot \delta \alpha.\end{aligned}$$

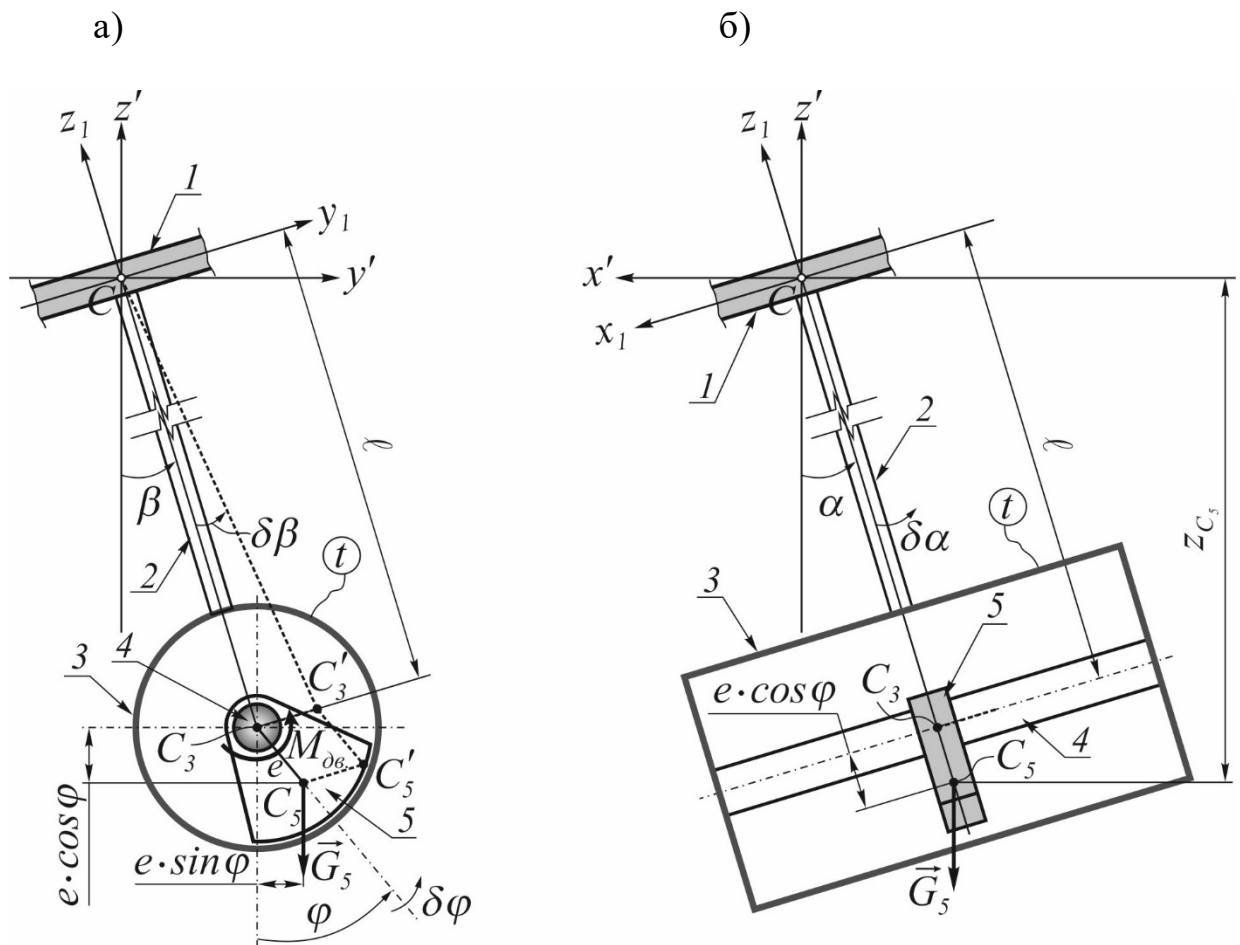


Рис. 2.13. До визначення елементарних робіт сили тяжіння \vec{G}_5 і

механічного крутного (або обертового) моменту $M_{\partial\delta}$ приводного двигуна.

З рисунка 2.12,б бачимо, що через надання узагальненій координаті $q_4 = \alpha$ кутового приросту $\delta q_4 = \delta \alpha$ можливі переміщення усіх точок закріплення дійсних пружних елементів до плити I однакові й дорівнюють добутку $(a \cdot \delta \alpha)$; при цьому проєкції на вісь Oz можливих переміщень

точок закріплення пружних елементів *III* і *IV* додатні, пружних елементів *I* і *II* – від’ємні, а проекції на інші осі дорівнюють нулеві.

За формулою (2.12)

$$\delta A_4(\vec{F}_{np.zI}) = -F_{np.zI} \cdot (a \cdot \delta\alpha) = -c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\alpha,$$

$$\delta A_4(\vec{F}_{np.zII}) = -F_{np.zII} \cdot (a \cdot \delta\alpha) = -c \cdot (f_{cm.} - z_C + a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\alpha,$$

$$\delta A_4(\vec{F}_{np.zIII}) = F_{np.zIII} \cdot (a \cdot \delta\alpha) = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\alpha,$$

$$\delta A_4(\vec{F}_{np.zIV}) = F_{np.zIV} \cdot (a \cdot \delta\alpha) = c \cdot (f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\alpha.$$

Сумуючи й здійснюючи очевидні перетворення, дістаємо

$$\begin{aligned} \delta A_4(\vec{F}_{np.}) &= c \cdot (-f_{cm.} + z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta - f_{cm.} + z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta + \\ &\quad + f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha + b \cdot \beta + f_{cm.} - z_C - a \cdot \alpha - b \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\alpha = \\ &= c \cdot (-a \cdot \alpha - a \cdot \alpha - a \cdot \alpha - a \cdot \alpha) \cdot a \cdot \delta\alpha = -4 \cdot c \cdot a \cdot \alpha \cdot a \cdot \delta\alpha = -4 \cdot c \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \delta\alpha. \end{aligned}$$

Оскільки ж $4 \cdot c = c_e$, то

$$\delta A_4(\vec{F}_{np.}) = -c_e \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \delta\alpha.$$

Підставляючи знайдені значення в формулу (2.22), остаточно маємо

$$\begin{aligned} \delta A_4 &= [-(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha - \\ &\quad - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi] \cdot \delta\alpha - c_e \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \delta\alpha \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} \delta A_4 &= [-(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \sin \alpha - \\ &\quad - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - c_e \cdot a^2 \cdot \alpha] \cdot \delta\alpha. \end{aligned}$$

Тоді за формулою (2.11)

$$\begin{aligned} Q_4 &= \frac{\delta A_4}{\delta q_4} = \frac{\delta A_4}{\delta \alpha} = \\ &= \frac{[-(m_3 + m) \cdot g \ell \cdot \sin \alpha + m_6 \cdot g \ell_6 \cdot \sin \alpha - m \cdot g e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - c_e \cdot a^2 \cdot \alpha] \cdot \delta\alpha}{\delta\alpha}, \end{aligned}$$

звідки

$$Q_4 = -(m_3 + m) \cdot gl \cdot \sin \alpha + m_6 \cdot gl_6 \cdot \sin \alpha - m \cdot ge \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - c_e \cdot a^2 \cdot \alpha.$$

Аналогічно знаходимо узагальнену силу $Q_6 = Q_\psi$, що відповідає узагальненій координаті $q_6 = \psi$. Надавши нескінченно малий лінійний приріст $\delta q_6 = \delta \psi$ (див. рис. 2.9) шукаємо

$$\delta A_6 = \delta A_6(\vec{G}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.}).$$

З рисунка 2.9 бачимо, що через надання узагальненій координаті $q_6 = \psi$ кутового приросту $\delta q_6 = \delta \psi$ можливі переміщення точок прикладання усіх зовнішніх сил, діючих на розглядувану механічну систему, відбуваються у горизонтальній площині. Ця обставина визначає те, що у такому разі елементарні роботи усіх зазначених сил дорівнюють нулеві, а роботу виконують тільки сили пружності уведених віртуальних пружних елементів. Тоді

$$\delta A_6 = \delta A_6(\vec{F}_{np.x}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.y});$$

$$\delta A_6(\vec{F}_{np.x}) = \delta A_6(\vec{F}_{np.xI}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.xII}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.xIII}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.xIV});$$

$$\delta A_6(\vec{F}_{np.y}) = \delta A_6(\vec{F}_{np.yI}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.yII}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.yIII}) + \delta A_6(\vec{F}_{np.yIV});$$

де модулі відповідних сил пружності визначають формули (2.19) і (2.20).

З рисунка 2.9 встановлюємо, що через надання узагальненій координаті $q_6 = \psi$ кутового приросту $\delta q_6 = \delta \psi$ за умови нехтування кривиною можливих переміщень точок через їх малість:

- можливі переміщення точок закріплення до плити I розташованих вздовж горизонтальної осі Ox віртуальних пружних елементів однакової довжини дорівнюють добутку $(b \cdot \delta \psi)$;
- можливі переміщення точок закріплення до плити I розташованих вздовж горизонтальної осі Oy віртуальних пружних елементів однакової довжини дорівнюють добутку $(a \cdot \delta \psi)$.

З'ясувавши й урахувавши на рисунку 2.9 усі необхідні проекції сил і можливих переміщень точок, за формулою (2.12) дістанемо

$$\begin{aligned}\delta A_6(\vec{F}_{np.xI}) &= +F_{np.xI} \cdot b \cdot \delta\psi = c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.xII}) &= -F_{np.xII} \cdot b \cdot \delta\psi = -c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.xIII}) &= -F_{np.xIII} \cdot b \cdot \delta\psi = -c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.xIV}) &= +F_{np.xIV} \cdot b \cdot \delta\psi = c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.yI}) &= -F_{np.yI} \cdot a \cdot \delta\psi = -c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.yII}) &= -F_{np.yII} \cdot a \cdot \delta\psi = -c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.yIII}) &= +F_{np.yIII} \cdot a \cdot \delta\psi = c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.yIV}) &= +F_{np.yIV} \cdot a \cdot \delta\psi = c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi.\end{aligned}$$

Бачимо, що

$$\begin{aligned}\delta A_6(\vec{F}_{np.xI}) &= \delta A_6(\vec{F}_{np.xIV}) = c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.xII}) &= \delta A_6(\vec{F}_{np.xIII}) = -c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.yI}) &= \delta A_6(\vec{F}_{np.yII}) = -c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.yIII}) &= \delta A_6(\vec{F}_{np.yIV}) = c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi.\end{aligned}$$

Тоді

$$\begin{aligned}\delta A_6(\vec{F}_{np.x}) &= 2 \cdot c_x \cdot (x_C - b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi - 2 \cdot c_x \cdot (x_C + b \cdot \psi - \delta \cdot \alpha) \cdot b \cdot \delta\psi = \\ &= -2 \cdot c_x \cdot b \cdot \psi \cdot b \cdot \delta\psi - 2 \cdot c_x \cdot b \cdot \psi \cdot b \cdot \delta\psi = -4 \cdot c_x \cdot b^2 \cdot \psi \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6(\vec{F}_{np.y}) &= -2 \cdot c_y \cdot (y_C + a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi + 2 \cdot c_y \cdot (y_C - a \cdot \psi + \delta \cdot \beta) \cdot a \cdot \delta\psi = \\ &= -2 \cdot c_y \cdot a \cdot \psi \cdot a \cdot \delta\psi - 2 \cdot c_y \cdot a \cdot \psi \cdot a \cdot \delta\psi = -4 \cdot c_y \cdot a^2 \cdot \psi \cdot \delta\psi; \\ \delta A_6 &= -4 \cdot c_x \cdot b^2 \cdot \psi \cdot \delta\psi - 4 \cdot c_y \cdot a^2 \cdot \psi \cdot \delta\psi = -(4 \cdot c_x \cdot b^2 + 4 \cdot c_y \cdot a^2) \cdot \psi \cdot \delta\psi\end{aligned}$$

Оскільки

$$4 \cdot c_x = c_{ex} \quad \text{та} \quad 4 \cdot c_y = c_{ey},$$

то

$$\delta A_6 = -(c_{ex} \cdot b^2 + c_{ey} \cdot a^2) \cdot \psi \cdot \delta \psi.$$

За формулою (2.11)

$$Q_6 = \frac{\delta A_6}{\delta q_6} = \frac{\delta A_6}{\delta \psi} = \frac{-(c_{ex} \cdot b^2 + c_{ey} \cdot a^2) \cdot \psi \cdot \delta \psi}{\delta \psi},$$

звідки

$$Q_6 = -c_{ex} \cdot b^2 \cdot \psi - c_{ey} \cdot a^2 \cdot \psi.$$

Для знаходження узагальненої сили $Q_7 = Q_\varphi$ надамо узагальненій координаті $q_7 = \varphi$ нескінченно малий кутовий приріст $\delta q_7 = \delta \varphi$ (див. рис. 2.10,а та 2.13,а), лишаючи інші узагальнені координати незмінними. Неважко бачити, що в такому разі

$$\delta A_7 = \delta A_7(\vec{G}_5) + \delta A_7(M_{\text{об.}}),$$

де $\delta A_7(\vec{G}_5)$ і $\delta A_7(M_{\text{об.}})$ – відповідно можливі роботи сили тяжіння \vec{G}_5 і механічного крутного (або обертального) моменту $M_{\text{об.}}$ приводного двигуна;

$$\delta A_7(\vec{G}_5) = -(G_5 \cdot e \cdot \sin \varphi) \cdot \delta \varphi = -m \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \delta \varphi,$$

де $G_5 \cdot e \cdot \sin \varphi$ – момент сили \vec{G}_5 відносно точки C_3 (див. рис. 2.13,а);

$$\delta A_7(M_{\text{об.}}) = M_{\text{об.}} \cdot \delta \varphi;$$

$$\delta A_7 = -m \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi \cdot \delta \varphi + M_{\text{об.}} \cdot \delta \varphi = (M_{\text{об.}} - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi) \cdot \delta \varphi;$$

$$Q_7 = \frac{\delta A_7}{\delta q_7} = \frac{\delta A_7}{\delta \varphi} = \frac{(M_{\text{об.}} - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi) \cdot \delta \varphi}{\delta \varphi};$$

$$Q_7 = M_{\text{об.}} - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi.$$

2.4. Складання математичної моделі.

Математична модель вібраційного столу для виготовлення бетонних виробів [89] у вигляді рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, i, \dots, s) \quad (2.1)$$

де $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$ – частинна похідна за узагальненою швидкістю \dot{q}_i від кінетичної енергії T , $\frac{\partial T}{\partial q_i}$ – частинна похідна за узагальненою координатою q_i від кінетичної енергії T , $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right)$ – загальна похідна за часом t від частинної похідної за узагальненою швидкістю \dot{q}_i від кінетичної енергії T .

Оскільки вібраційні кути α , β і ψ набувають тільки малих значень (не більше $0,01$ рад.), то, розкладаючи в формулі (2.10) кінетичної енергії T тригонометричні функції \sin і \cos у ряди Маклорена, обмежимося тільки їх першими доданками. За такого припущення дістанемо, що

$$\begin{aligned} T = & \frac{M}{2} \cdot \dot{x}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{y}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{z}_C^2 - \\ & - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - \\ & - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} + \\ & + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \\ & + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha + \\ & + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \beta + \\ & + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + \frac{m_3 \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \\ & + \frac{m \cdot \ell^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \alpha^2 - \frac{m \cdot \ell^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \alpha^2 \cdot \cos^2 \varphi - \\ & - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi + \frac{(m_3 + m) \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2 + m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \beta \cdot \sin \varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell^2 - m_6 \cdot \ell_6^2] \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \beta + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \cos \varphi + \\
& \quad + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi + \\
& \quad + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi + \\
& \quad + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \beta \cdot \sin \varphi - \\
& \quad - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{J_y}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_x}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_z}{2} \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{J_5}{2} \cdot \dot{\phi}^2.
\end{aligned}$$

Тепер врахуємо те, що величини α^2 (у 17-у та 20-у доданках) і $\alpha \cdot \beta$ (у 26-у та 27-у доданках) є малими величинами другого порядку, якими знехтуємо. Тоді

$$\begin{aligned}
T &= \frac{M}{2} \cdot \dot{x}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{y}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{z}_C^2 - \\
& - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} + \\
& \quad + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \beta + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + \frac{m_3 \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 - \frac{m \cdot \ell^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
& + m \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - \frac{m e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \varphi + \frac{(m_3 + m) \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2 + m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta}^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \cos \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \beta \cdot \sin \varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin^2 \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \beta \cdot \sin \varphi - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi + \frac{J_y}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_x}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_z}{2} \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{J_5}{2} \cdot \dot{\phi}^2.
\end{aligned}$$

Також за означених припущень модулі Q_4 і Q_5 узагальнених сил \bar{Q}_4 і \bar{Q}_5 набувають значень

$$Q_4 = -(m_3 + m) \cdot g \cdot l \cdot \alpha + m_6 \cdot g \cdot l_6 \cdot \alpha - m \cdot g \cdot e \cdot \alpha \cdot \cos \varphi - c_e \cdot a^2 \cdot \alpha$$

і

$$Q_5 = -(m_3 + m) \cdot g \cdot l \cdot \beta + m_6 \cdot g \cdot l_6 \cdot \beta - c_e \cdot b^2 \cdot \beta.$$

Розглядувана механічна система має $s=7$ ступенів вільності, узагальненими координатами є $q_1 = x_C$, $q_2 = y_C$, $q_3 = z_C$, $q_4 = \alpha$, $q_5 = \beta$,

$q_6 = \psi$ і $q_7 = \varphi$, а узагальненими швидкостями – $\dot{q}_1 = \frac{dx_C}{dt} = \dot{x}_C$,

$$\dot{q}_2 = \frac{dy_C}{dt} = \dot{y}_C, \quad \dot{q}_3 = \frac{dz_C}{dt} = \dot{z}_C, \quad \dot{q}_4 = \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}, \quad \dot{q}_5 = \frac{d\beta}{dt} = \dot{\beta}, \quad \dot{q}_6 = \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}$$

$$\text{і } \dot{q}_7 = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}.$$

Обчислимо частинні похідні $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$ і $\frac{\partial T}{\partial q_i}$ ($i = 1, 2, \dots, 7$).

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_C} = \frac{M}{2} \cdot 2 \cdot \dot{x}_C - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot 1 \cdot \dot{\alpha} -$$

$$- m \cdot e \cdot 1 \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot 1 \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi$$

або

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_C} = M \cdot \dot{x}_C - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{\alpha} -$$

$$- m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi;$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_1} = \frac{\partial T}{\partial x_C} = 0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_C} = M \cdot \dot{y}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{\beta} +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi;$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_2} = \frac{\partial T}{\partial y_C} = 0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_3} = \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_C} = M \cdot \dot{z}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{\beta} \cdot \beta +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi;$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_3} = \frac{\partial T}{\partial z_C} = 0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_4} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = \mathcal{J}_y \cdot \dot{\alpha} + (m_3 \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2) \cdot \dot{\alpha} - m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha} +$$

$$+ 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos^2 \varphi -$$

$$- [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{x}_C - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \cos \varphi +$$

$$\begin{aligned}
& + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \alpha + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial q_4} = \frac{\partial T}{\partial \alpha} & = [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin 2\varphi.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_5} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} & = J_x \cdot \dot{\beta} + [(m_3 + m) \cdot \ell^2 + m_6 \ell_6^2 + m \cdot e^2] \cdot \dot{\beta} + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi + \\
& + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{y}_C + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \sin \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \beta + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\phi} \cdot \beta \cdot \sin \varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\phi};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial q_5} = \frac{\partial T}{\partial \beta} & = [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_6} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} & = J_z \cdot \dot{\psi} - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \sin^2 \varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \sin \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \psi \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \psi \cdot \sin \varphi - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\phi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi; \\
& \frac{\partial T}{\partial q_6} = \frac{\partial T}{\partial \psi} = -m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin 2\varphi.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_7} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} &= \mathcal{J}_5 \cdot \dot{\phi} + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial q_7} = \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \beta \cdot \cos \varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \beta \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi.
\end{aligned}$$

Візьмемо загальні похідні $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right)$ ($i = 1, 2, \dots, 7$).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_C} \right) = M \cdot \ddot{x}_C - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{\alpha} - m \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos \varphi + \\ &+ m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi = \\ &= M \cdot \ddot{x}_C - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\alpha} + \\ &+ m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \sin \varphi + \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_C} \right) = M \cdot \ddot{y}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{\beta} + \\ &+ m \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - \\ &- m \cdot e \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\ &+ m \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi = \\ &= M \cdot \ddot{y}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\beta} - \\ &- m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \psi + \dot{\psi}^2) \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\ &+ m \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi) = \\ &= M \cdot \ddot{y}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\beta} - \\ &- m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \psi + \dot{\psi}^2) \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\ &+ m \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_3} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_C} \right) = M \cdot \ddot{z}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha + \\ &+ [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{\alpha}^2 + m \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\ &+ m \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{\beta} \cdot \beta + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{\beta}^2 + \\
& + m \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi = \\
& = M \cdot \ddot{z}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \dot{\alpha}^2) + \\
& + m \cdot e \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \dot{\alpha}^2) \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{\beta} \cdot \beta + \dot{\beta}^2) + \\
& + m \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) + m \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi) = \\
& = M \cdot \ddot{z}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \dot{\alpha}^2) - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{\beta} \cdot \beta + \dot{\beta}^2) + \\
& + m \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) + m \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_4} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) = J_y \cdot \ddot{\alpha} + (m_3 \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2) \cdot \ddot{\alpha} - m \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\alpha} + \\
& + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos \varphi - 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - \\
& - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos^2 \varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot 2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} - \\
& - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{x}_C - m \cdot e \cdot \ddot{x}_C \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{z}_C \cdot \alpha + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} + \\
& + m \cdot e \cdot \ddot{z}_C \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi. \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_5} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) = \mathcal{J}_x \cdot \ddot{\beta} + \left[(m_3 + m) \cdot l^2 + m_6 \cdot l_6^2 + m \cdot e^2 \right] \cdot \ddot{\beta} + \\
& + 2 \cdot m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \cos \varphi - 2 \cdot m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + 2 \cdot m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + 2 \cdot m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi + 2 \cdot m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + \left[(m_3 + m) \cdot l - m_6 \cdot l_6 \right] \cdot \ddot{y}_C + m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \ddot{z}_C \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + \left[(m_3 + m) \cdot l - m_6 \cdot l_6 \right] \cdot \ddot{z}_C \cdot \beta + \left[(m_3 + m) \cdot l - m_6 \cdot l_6 \right] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi - \\
& - m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\varphi} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \beta \cdot \cos \varphi - \\
& - \frac{m e^2}{2} \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \ddot{\varphi}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_6} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) = \mathcal{J}_z \cdot \ddot{\psi} - \\
& - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin^2 \varphi - 2 \cdot m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \ddot{x}_C \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\beta} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_7} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = J_5 \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \ddot{z}_C \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot e^2 \cdot \ddot{\beta} - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi.
\end{aligned}$$

Підставляючи усі знайдені значення відповідних похідних і узагальнених сил в рівняння (2.1) Лагранжа другого роду, дістанемо сім диференціальних рівнянь другого порядку.

$$\begin{aligned}
& M \cdot \ddot{x}_C - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\alpha} + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \sin \varphi + \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) = -c_{ex} \cdot x_C + c_{ex} \cdot \delta \cdot \alpha;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& M \cdot \ddot{y}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\beta} - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \psi + \dot{\psi}^2) \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi) = -c_{ey} \cdot y_C - c_{ey} \cdot \delta \cdot \beta; \\
& M \cdot \ddot{z}_C + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \dot{\alpha}^2) - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{\beta} \cdot \beta + \dot{\beta}^2) + \\
& + m \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) + m \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi) = -c_e \cdot z_C; \\
& \mathcal{J}_y \cdot \ddot{\alpha} + (m_3 \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2) \cdot \ddot{\alpha} - m \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\alpha} + \\
& + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos \varphi - 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - \\
& - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos^2 \varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot 2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} - \\
& - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{x}_C - m \cdot e \cdot \ddot{x}_C \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{z}_C \cdot \alpha + [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\beta} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi - \\
& - [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin 2\varphi = \\
& = -(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \alpha + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \alpha - m \cdot g \cdot e \cdot \alpha \cdot \cos \varphi - c_e \cdot a^2 \cdot \alpha;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathcal{J}_x \cdot \ddot{\beta} + [(m_3 + m) \cdot \ell^2 + m_6 \ell_6^2 + m \cdot e^2] \cdot \ddot{\beta} + \\
& + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \cos \varphi - 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{y}_C + m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \ddot{z}_C \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{z}_C \cdot \beta + [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \beta \cdot \cos \varphi - \\
& - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi + \\
& + m \cdot e^2 \cdot \ddot{\varphi} - [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi = \\
& = -(m_3 + m) \cdot g \cdot \ell \cdot \beta + m_6 \cdot g \cdot \ell_6 \cdot \beta - c_e \cdot b^2 \cdot \beta; \\
& \mathcal{J}_z \cdot \ddot{\psi} - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin^2 \varphi - 2 \cdot m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \ddot{x}_C \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi - \\
& - m \cdot \ell \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \psi \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\beta} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi - \\
& -\frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin 2\varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin 2\varphi = -c_{ex} \cdot b^2 \cdot \psi - c_{ey} \cdot a^2 \cdot \psi; \\
& \mathcal{J}_5 \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \ddot{z}_C \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin 2\varphi + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \ddot{\beta} \cdot \beta \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot e^2 \cdot \ddot{\beta} - \\
& -\frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \ddot{\psi} \cdot \psi \cdot \sin 2\varphi - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \varphi - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi + m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi - \\
& - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \beta \cdot \cos \varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \varphi - m \cdot l \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \alpha \cdot \cos 2\varphi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi - m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + \\
& + m \cdot e^2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\psi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi + m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \psi \cdot \cos 2\varphi = \\
& = M_{\text{об.}} - m \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi.
\end{aligned}$$

Після скорочень, перегрупувань, перетворень і обчислень остаточно отримаємо математичну модель вібраційного столу для виготовлення бетонних виробів у вигляді системи з семи диференціальних рівнянь другого порядку.

$$\begin{aligned}
M \cdot \ddot{x}_C + c_{ex} \cdot x_C = & [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\alpha} - \\
& - m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \sin \varphi + \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi) + c_{ex} \cdot \delta \cdot \alpha. \quad (2.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M \cdot \ddot{y}_C + c_{ey} \cdot y_C = & -[(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot \ddot{\beta} + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot (\ddot{\psi} \cdot \psi + \dot{\psi}^2) \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \psi \cdot \cos \varphi - \\
& - m \cdot e \cdot (\dot{\phi} \cdot \cos \varphi - \dot{\phi}^2 \cdot \sin \varphi) - c_{ey} \cdot \delta \cdot \beta. \quad (2.24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M \cdot \ddot{z}_C + c_e \cdot z_C = & -[(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6 + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \dot{\alpha}^2) + \\
& + m \cdot e \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\phi} \cdot \alpha \cdot \sin \varphi - [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{\beta} \cdot \beta + \dot{\beta}^2) - \\
& - m \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi) - m \cdot e \cdot (\dot{\phi} \cdot \sin \varphi + \dot{\phi}^2 \cdot \cos \varphi). \quad (2.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\mathcal{J}_y + (m_3 - m) \cdot \ell^2 + m_6 \cdot \ell_6^2] \cdot \ddot{\alpha} + m \cdot e \cdot \cos \varphi \cdot (2 \cdot \ell - e \cdot \cos \varphi) \cdot \ddot{\alpha} - \\
& - [2 \cdot m \cdot e \cdot \dot{\phi} \cdot (\ell - e \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \varphi] \cdot \dot{\alpha} + \\
& + \left\{ [(m_3 + m) \cdot \ell + m \cdot e \cdot \cos \varphi] \cdot (\ddot{z}_C + g) + \right. \\
& + m_6 \cdot \ell_6 \cdot (\ddot{z}_C - g) - m \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \varphi + \ddot{\phi} \cdot \sin \varphi + \dot{\phi}^2 \cdot \cos \varphi) + \\
& \left. + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot [(\ddot{\beta} + \ddot{\phi}) \cdot \sin 2\varphi + 2 \cdot (\dot{\beta} + \dot{\phi}) \cdot \dot{\phi} \cdot \cos 2\varphi] + c_e \cdot a^2 \right\} \cdot \alpha =
\end{aligned}$$

$$= [(m_3 + m) \cdot \ell + m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{x}_C + m \cdot e \cdot (\ddot{x}_C \cdot \cos \varphi - \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi) - \\ - \frac{m \cdot e}{2} \cdot [(2 \cdot \ell \cdot \sin \varphi + e \cdot \sin 2\varphi) \cdot \ddot{\psi} + 2 \cdot (\ell \cdot \cos \varphi + e \cdot \cos 2\varphi) \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi}]. \quad (2.26)$$

$$[\mathcal{J}_x + (m_3 + m) \cdot \ell^2 + m_6 \ell_6^2 + m \cdot e^2] \cdot \ddot{\beta} + 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot (\cos \varphi + \beta \cdot \sin \varphi) \cdot \dot{\beta} + \\ + m \cdot \ell \cdot e \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \sin \varphi - 2 \cdot m \cdot \ell \cdot e \cdot (\sin \varphi - \beta \cdot \cos \varphi) \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\beta} + \\ + \left\{ [(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{z}_C + g) + m \cdot \ell \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi) + c_e \cdot b^2 \right\} \cdot \beta = \\ = -[(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot \ddot{y}_C - m \cdot e \cdot (\ddot{y}_C \cdot \cos \varphi - \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi) - \\ - m \cdot e \cdot (\ddot{z}_C \cdot \sin \varphi + \dot{z}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) - \\ - m \cdot e \cdot (\ell + e \cdot \cos \varphi) \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \dot{\alpha}^2 - \ddot{\psi} \cdot \psi - \dot{\psi}^2) \cdot \sin \varphi - \\ - m \cdot e \cdot (\ell \cdot \cos \varphi + e \cdot \cos 2\varphi) \cdot (\dot{\alpha} \cdot \alpha - \dot{\psi} \cdot \psi) \cdot \dot{\varphi} - \\ - m \cdot \ell \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi) - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\varphi}. \quad (2.27)$$

$$\mathcal{J}_z \cdot \ddot{\psi} - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin^2 \varphi - m \cdot e^2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin 2\varphi - \\ - \left\{ m \cdot e \cdot (\ddot{y}_C \cdot \sin \varphi + \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) + m \cdot \ell \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin \varphi + \dot{\beta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) + \right. \\ \left. + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot [(\ddot{\beta} + \ddot{\varphi}) \cdot \sin 2\varphi + 2 \cdot (\dot{\beta} + \dot{\varphi}) \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi] - c_{ex} \cdot b^2 - c_{ey} \cdot a^2 \right\} \cdot \psi = \\ = m \cdot e \cdot (\ddot{x}_C \cdot \sin \varphi + \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) - m \cdot \ell \cdot e \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \sin \varphi + \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi) - \\ - \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \sin 2\varphi + 2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos 2\varphi). \quad (2.28)$$

$$\mathcal{J}_5 \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot e \cdot \ddot{y}_C \cdot \cos \varphi + m \cdot e \cdot (\ddot{z}_C + g) \cdot \sin \varphi - \\ - m \cdot e \cdot (\dot{x}_C \cdot \dot{\alpha} - \dot{y}_C \cdot \dot{\beta} - \dot{z}_C \cdot \dot{\alpha} \cdot \alpha) \cdot \sin \varphi + \\ + m \cdot e \cdot (\dot{x}_C \cdot \dot{\psi} + \dot{y}_C \cdot \dot{\psi} \cdot \psi - \dot{z}_C \cdot \dot{\beta}) \cdot \cos \varphi +$$

$$\begin{aligned}
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \left[(\ddot{\alpha} \cdot \alpha + \ddot{\beta} \cdot \beta) + 2 \cdot (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) \right] \cdot \sin \varphi + \\
& + m \cdot \ell \cdot e \cdot \left[\ddot{\beta} - \dot{\beta}^2 \cdot \beta - (\dot{\alpha} \cdot \alpha - \dot{\psi} \cdot \psi) \cdot \dot{\beta} - \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \right] \cdot \cos \varphi + \\
& + \frac{m \cdot e^2}{2} \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \alpha - \ddot{\psi} \cdot \psi) \cdot \sin 2\varphi - m \cdot e^2 \cdot \left[(\dot{\alpha} \cdot \alpha - \dot{\psi} \cdot \psi) \cdot \dot{\beta} + \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \right] \cdot \cos 2\varphi = \\
& = M_{\partial \beta} - m \cdot e^2 \cdot \ddot{\beta}. \tag{2.29}
\end{aligned}$$

2.5. Висновки по розділу.

Для отримання математичної моделі розробленої конструкції вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача запропоновано скористатися рівнянням Лагранжа другого роду. Цей метод є найбільш загальним методом, який використовують при розв'язуванні задач щодо руху механічних систем.

Розглянутий вібростіл моделювався механічною системою, яка складається з декількох матеріальних тіл - плити, корпусу віброзбуджувача, дебаланса і ємності з бетонною сумішшю. Для визначення положення і опису вільних рухів вищезгаданих матеріальних тіл розглядуваної механічної системи була застосована ортогональна вібраційна система відліку з трьох систем координат.

1. Складена кінематична схему вібростолу з віброзбуджувачем, розміщеним на вертикальному важелі під віброплитою.

2. Була визначена загальна кінетична енергія вібростолу, яка є сумою кінетичної енергії чотирьох матеріальних тіл, що входять до його складу.

3. Складена функціональна залежність загальної кінетичної енергії вібростолу від діючих на нього факторів.

4. Визначені ступені вільності розглядуваної системи за допомогою незалежних параметрів, які однозначно задають положення в просторі усіх матеріальних тіл даної механічної системи, яка моделює зазначений вібростіл.

5. Визначені зовнішні сили, діючі на систему.

6. Визначені сім узагальнених сил, кількість яких дорівнює числу узагальнених координат.

7. Складена математична модель вібраційного столу у вигляді системи з семи диференціальних рівнянь другого порядку (2.23 – 2.29), яка з високим ступенем точності описує положення та рух будь-якої точки та окремого матеріального тіла досліджуваного вібраційного столу.

8. Складена математична модель дає можливість проводити аналіз впливу складових параметрів вібростолу – геометричних і кінематичних - на процес ущільнення бетонної суміші для зменшення енерговитрат під час віброущільнення виробів. Також створена математична модель, яка об'єднує між собою конструктивні і технологічні параметри вібростолу з важільним закріпленням віброзбудувача, такими, як коливальна маса вібростолу, жорсткість віброопор, маса вантажу, маса дебалансу, ексцентриситет дебалансу та відстань від центру мас віброплити до осі обертання дебалансного валу, яка визначається довжиною важеля $l_{важ.}$, вказує їх вплив на амплітуду коливань робочої поверхні вібростолу та дозволяє проводити математичне моделювання з метою оптимізації перелічених параметрів у напрямку покращення енергозбереження та технологічних можливостей дослідного віброобладнання.

РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ РУХУ ОБЛАДНАННЯ.

3.1. Мета та задачі експериментальних досліджень.

Метою експериментальних досліджень являлося підтвердження ефективності використання запропонованої нами конструкції вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача та обґрунтування раціональних значень діючих на віброущільнення параметрів для забезпечення максимального енергозбереження при здійсненні робочого процесу.

Для досягнення визначеної мети необхідно було виконати наступні завдання:

1. Створивши дослідну модель вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача та провівши на ній дослідження, підтвердити теоретичні припущення про вплив дії важеля на параметри віброущільнення.

2. Створити дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів, яке буде використовуватись для проведення експериментальних досліджень.

3. Побудувати графічну залежність зміни кінетичної енергії дослідного малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів залежно від довжини важеля, на якому закріплюється віброзбуджувач.

4. Одержати підтвердження створеної математичної моделі адекватно описувати вплив зміни конструктивних і технологічних параметрів експериментальним шляхом.

5. Гуртуючись на результатах експериментальних досліджень і математичного моделювання, визначити рівень впливу використання важільного закріплення віброзбуджувача на підвищення ефективності роботи дослідної малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів.

6. Порівняти результати експериментальних досліджень з теоретичними даними величини амплітуди вимушених вертикальних коливань, які були отримані на базі математичної моделі.

7. Обґрунтувати зв'язок між запропонованою конструкцією та енергоефективністю створеного дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів.

3.2. Дослідна модель вібростолу.

Грунтуючись на отриманій математичній моделі та огляді літератури була створена дослідна модель вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача (див. рис. 3.1).

а)



б)



Рис. 3.1. Дослідна модель вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача: а) – з важілем, б) – без важеля.

Дослідна модель являє собою зменшений в масштабі 1:10 вібростіл. На металевій рамі з чотирма стійками за допомогою пружних опор розташовується віброплита. Під нею по центру знизу жорстко закріплений вертикальний важіль, до якого приєднаний віброзбуджувач, що являє собою електродвигун з ексцентрично закріпленим на валу дебалансом. Довжина важеля може змінюватися в межах 0; 25; 50; 75; 100; 125; 150 мм. Віброзбуджувач приводиться в дію від електричного блоку живлення.

Для підтвердження припущення про вплив дії важеля на робочі параметри вібростолу проведено серію експериментів.

Для проведення вимірювань було використано віброметр ИСП-1 (див. рис. 3.2) за допомогою якого ми отримували значення ударних імпульсів (дБ) у контрольних точках на поверхні дослідної моделі вібростолу.



Рис. 3.2. Віброметр ИСП-1 для вимірювання значень ударних імпульсів (дБ).

При першому дослідженні вимірювання проводилися наступним чином.

На верхній площині вібростолу в точці над однією з пружних опор було призначено місце, в якому здійснювалися вимірювання. На початку дослідження віброзбуджувач закріплювали без важеля ($l = 0$), приводили його в дію та знімали отримані показники ударних імпульсів в дБ. Потім довжина важеля змінювалася у вказаних вище межах від 0 до 150 мм і також отримували відповідні дослідні показники.

На базі результатів проведеного експерименту і отриманих показників був побудований графік залежності величини ударних імпульсів від довжини важеля, на якому закріплений віброзбуджувач (рис. 3.3).

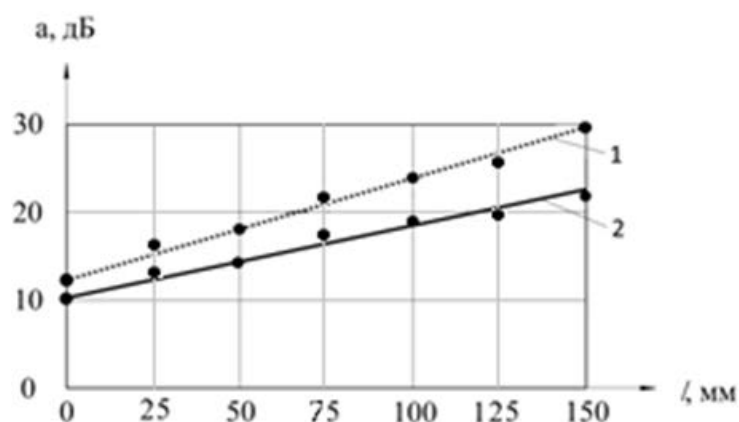


Рис. 3.3. Графік зміни значень ударних імпульсів a (дБ) залежно від довжини важеля закріплення віброзбуджувача l (мм), залежності: 1 – теоретична, 2 - експериментальна.

Для отримання теоретичних значень ударних імпульсів було розглянуто співвідношення між збуджуючою силою віброзбуджувача F_3 (див. рис. 3.4) та значеннями віброколивань на віброплиті в місці закріплення пружної опори - точці С.

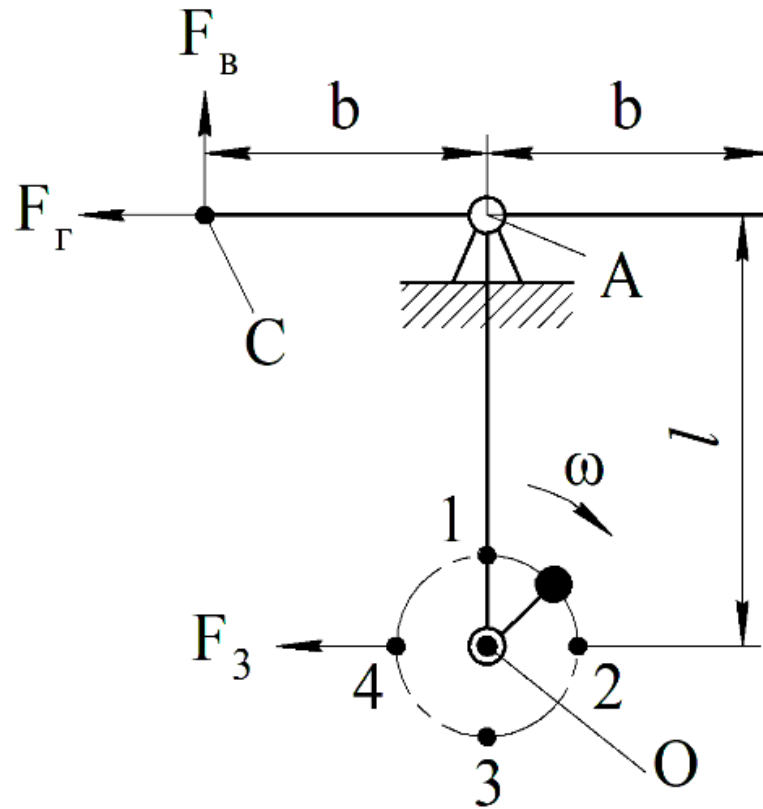


Рис. 3.4. Розрахункова схема визначення віброколивань на віброплиті.

Уявімо віброплиту з важелем як жорстку конструкцію. Віброплита по периметру спирається на пружні опори і має можливість вільного руху в будь-якому напрямку. Далі уявімо, що вказана жорстка конструкція умовно обертається відносно точки приєднання важеля до віброплити (точка А). Тому вказуємо на розрахунковій схемі (рис. 3.4) точку А, як миттєву точку опори. Вісь віброзбуджувача розташована паралельно площині віброплити і позначена точкою О. При її обертанні з кутовою швидкістю ω виникає відцентрова збуджуюча сила F_3 . На рисунку 3.4 окремі точки положення центру ваги дебалансного вантажу віброзбуджувача позначені як 1-4. Саме в цих точках прикладена миттєва дія збуджуючої сили F_3 .

Наприклад, розглянемо миттєве положення центру ваги

віброзбуджувача в точці 4. В такому положенні дія збурюючої сили F_z викликає сплеск вертикальної складової сили F_v над пружньою опорою в точці С. Її значення можна визначити за формулою через співвідношення довжини важелів закріплення:

$$F_v = F_z \cdot l/b ; \quad (3.1)$$

З аналізу формули (3.1) видно, що зі збільшенням довжини важеля l прямопропорційно збільшується вертикальна складова сили F_v . Прийнявши реальні розміри дослідного вібростолу, а саме: $l = 0; 0,025; 0,05; 0,075; 0,1; 0,125; 0,15$ м (сім змінних розмірів); $b = 0,2$ м; $F_z = 0,64$ Н, нами побудований теоретичний графік зміни значень ударних імпульсів залежно від довжини важеля закріплення віброзбуджувача (див. рис. 3.3). На вказаному графіку нами представлені не значення вертикальної складової сили F_v , а значення ударних імпульсів в розмірності децибел (дБ), які викликає сила F_v . Перевод значень розмірності сили «Н» в розмірність ударних імпульсів «дБ» здійснювався ґрунтуючись на табл. 6 [96].

З аналізу залежностей, представлених на рисунку 3.3, можна зробити наступні висновки. Важільне розташування віброзбуджувача впевнено збільшує амплітуду імпульсів, що підтверджено як теоретично, так і практично. Розбіжність теоретичних та практичних результатів, на нашу думку, обумовлена тим, що теоретична залежність одержана без врахування ваги віброплити і має більші значення, ніж дослідна.

При другому дослідженні здійснювався розгляд залежності амплітуди віброколивань від навантаження на рухому частину вібростолу при оптимальній довжині важеля $l = 150$ мм. Навантаження поступово збільшувалось, змінюючи масу рухомої частини вібростолу. Маса рухомої частини вібростолу збільшували шляхом розташування додаткового вантажу вагою 0,12; 0,24 та 0,36 кг. Показники значень ударних імпульсів вимірювалися як і в першому дослідженні на верхній площині вібростолу в точці над пружньою опорою (рис. 3.6).

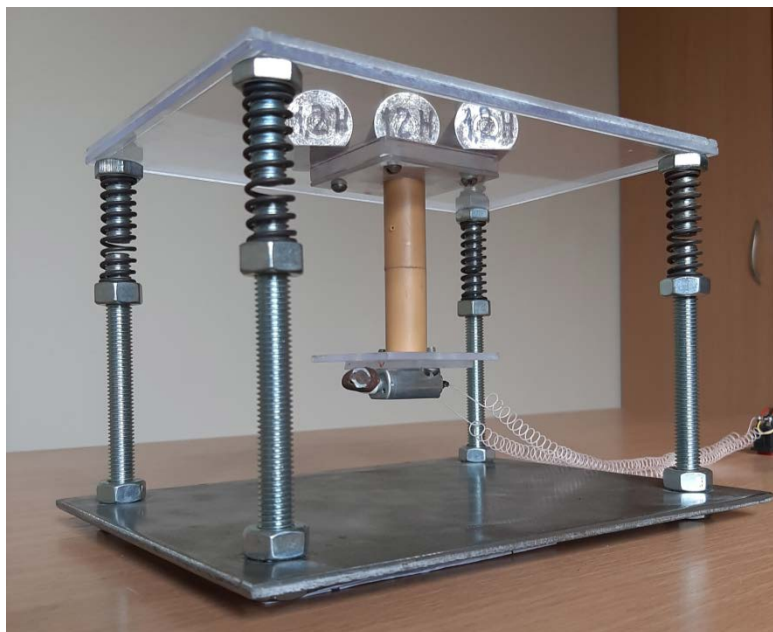


Рис. 3.6. Дослідна модель вібростолу з важільним закріпленням вібробудувача під навантаженням.

На базі отриманих результатів був побудований графік зміни значень ударних імпульсів в залежності від навантаження на рухому частину вібростолу (рис. 3.7).

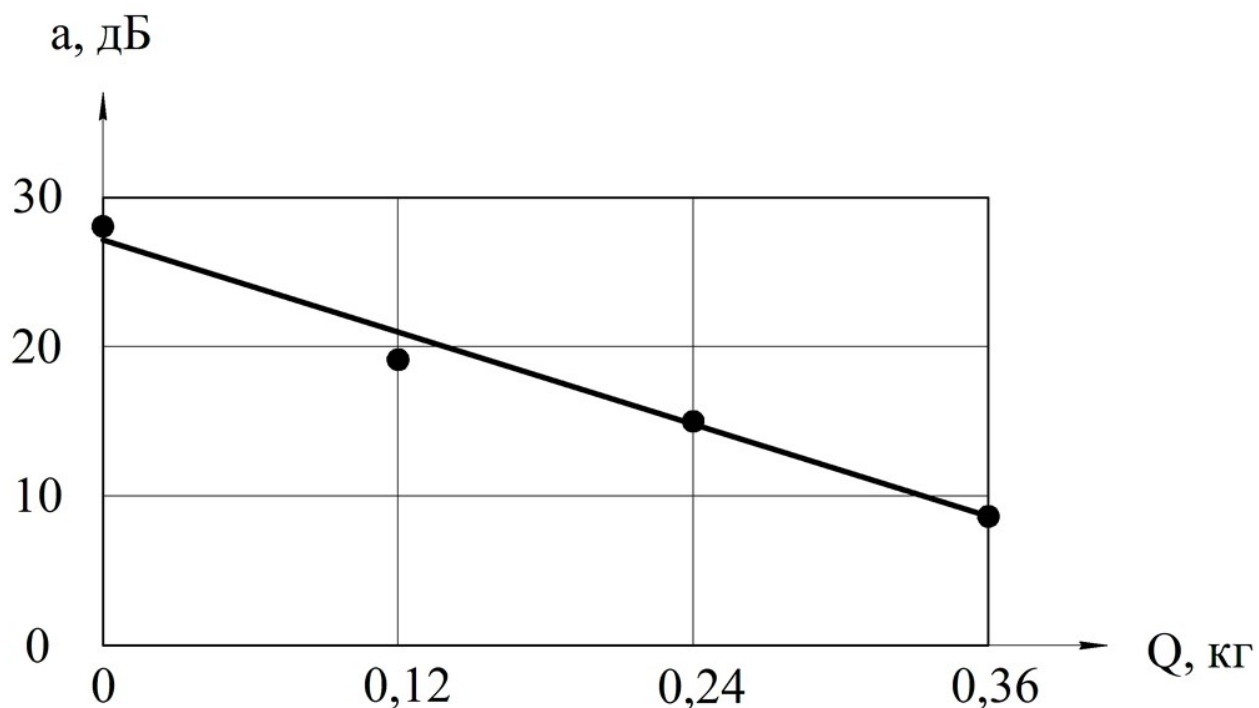


Рис. 3.7. Графік зміни значень ударних імпульсів a (дБ) залежно від навантаження на рухому частину вібростолу вагою Q (кг).

Результати проведених досліджень показують, що при збільшенні довжини важеля, на якому закріплюється вібробуджувач, відповідно збільшуються значення ударних імпульсів, що діють на віброплиту. Тобто, не змінюючи потужність приводного електродвигуна є можливість довжиною важеля для закріплення вібробуджувача збільшувати величину амплітуди віброколивань.

Також підтверджено, що збільшення навантаження на рухому частину вібростолу приводить до зменшення діючої амплітуди віброколивань.

Розглянувши переваги запропонованої конструкції вібростолу, з'ясуємо, що важільне закріплення вібробуджувача дозволяє збільшити амплітуду віброколивань на поверхні вібростолу при незначному збільшенні матеріалоємності.

3.3. Дослідження впливу важільного закріплення вібробуджувача на величину амплітуди вимушених коливань.

Спираючись на отримані позитивні підтвердження попередніх припущень про вплив важеля на параметри віброущільнення та для продовження подальшого комплексу поглиблених досліджень, нами було створено дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням вібробуджувача (рис. 3.8).



Рис. 3.8. Дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів.

За основу був прийнятий існуючий вібростіл для виготовлення малогабаритних бетонних виробів, в конструкцію якого був включений жорсткий металевий важіль на кшталт дослідної моделі.

При дослідженні впливу важільного закріплення вібробудувача на величину амплітуди вимушених коливань були проведені вимірювання амплітуди вимушених вертикальних коливань на даному обладнанні (рис. 3.9). Метою даного дослідження було зафіксувати зміну амплітуди при використанні важільного закріплення вібробудувача, змінюючи також при цьому його потужність.

Вимірювання проводилось приладом віброметр ВІП – 2 (рис. 3.10).



Рис. 3.9. Вимір амплітуди віброколивань.



Рис. 3.10. Віброметр ВІП – 2.

На поверхні віброплити по всій її площині було визначено 25 точок для зняття значень амплітуди вертикальних вимушених коливань вимірювальним приладом (див. рис. 3.11). При даному дослідженні дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів не навантажувалося – працювало на холостому ході, тобто коливальна маса дорівнювала тільки масі віброплити.

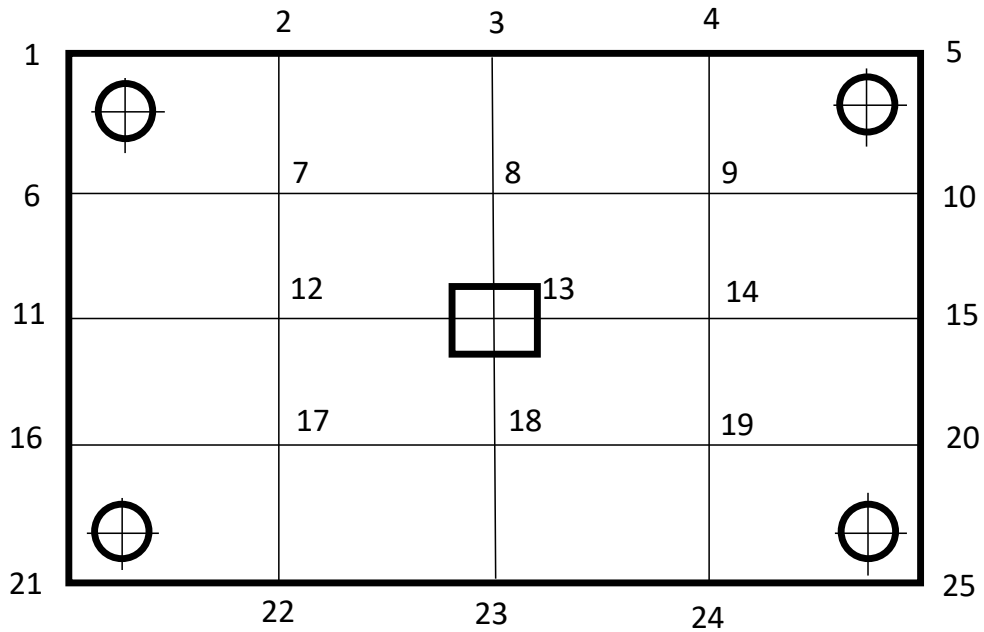


Рис. 3.11. Схема точок виміру амплітуди вертикальних вимушених коливань на дослідному малогабаритному обладнанні для віброформування.

Перший дослід виконувався при потужності вібророзбуджувача $N = 0,9$ кВт, збудуючій силі $P = 5,6$ кН та без важеля. Другий – при потужності $N = 0,5$ кВт, $P = 3,0$ кН та також без важеля. Третій дослід виконувався при потужності вібророзбуджувача $N = 0,5$ кВт, $P = 3,0$ кН, який був закріплений на важелі довжиною $\ell_{важ.} = 0,1$ м (рис. 3.12).

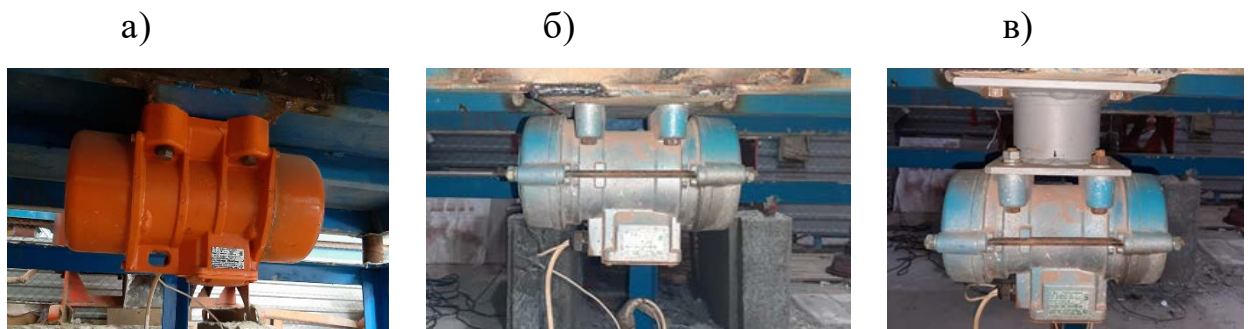


Рис. 3.12. Послідовність проведення дослідів: а) вібророзбуджувач $N = 0,9$ кВт, $\ell_{важ.} = 0$; б) вібророзбуджувач $N = 0,5$ кВт, $\ell_{важ.} = 0$; в) вібророзбуджувач $N = 0,5$ кВт, $\ell_{важ.} = 0,1$ м.

Результати вимірювань представлені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Значення амплітуди коливань

№ точки виміру	Значення амплітуди коливань A , мм		
	При $N = 0,9$ кВт, $P = 5,6$ кН $l_{важ.} = 0$ дослід № 1	при $N = 0,5$ кВт, $P = 3,0$ кН $l_{важ.} = 0$ дослід № 2	при $N = 0,5$ кВт, $P = 3,0$ кН $l_{важ.} = 0,1$ м дослід № 3
1.	0,91	0,31	0,81
2.	1,19	0,41	0,91
3.	1,12	0,45	1,01
4.	0,97	0,41	0,86
5.	0,85	0,31	0,71
6.	0,61	0,25	0,5
7.	0,64	0,24	0,56
8.	0,91	0,27	0,86
9.	0,64	0,23	0,61
10.	0,61	0,25	0,51
11.	0,7	0,23	0,52
12.	0,55	0,2	0,47
13.	0,39	0,18	0,32
14.	0,61	0,2	0,49
15.	0,7	0,22	0,53
16.	0,67	0,28	0,58
17.	0,64	0,24	0,61
18.	1,12	0,34	0,91
19.	0,64	0,24	0,57
20.	0,61	0,27	0,55
21.	1,03	0,39	0,71
22.	1,31	0,5	0,91
23.	1,34	0,54	0,92
24.	1,25	0,45	0,81
25.	0,97	0,34	0,86

Результати дослідження показують, що використовуючи важіль ми отримуємо при меншій потужності віброзбуджувача практично ідентичні показники амплітуди вимушених коливань, які були отримані при використанні віброзбуджувача з більшою потужністю.

Наглядний приклад вигляду віброграм вертикальних вимушених коливань в точках № 13, 23, 25 віброплити (див. рис. 3. 11) представлений в додатку 2. Представлені віброграми були отримані у третьому досліді за

допомогою тензодатчика у вигляді тензобалки з двома наклеєними тензорезисторами, з'єднаними напівмостовою схемою [97].

3.4. Дослідження кінетичної енергії дослідного обладнання.

Для з'ясування впливу довжини важеля, на якому закріплюється віброзбуджувач, на кінетичну енергію дослідного малогабаритного обладнання, розглянемо вже отримане рівняння (2.10). Як приклад його застосування побудуємо графік зміни кінетичної енергії T дослідного малогабаритного обладнання, яку воно здатне відтворити залежно від довжини важеля $l_{\text{важ.}}$, до якого віброзбуджувач закріплюється по центру під віброплитою. Для побудови була використана математична програма "Mathcad Prime" із врахуванням номінальних чисельних значень величин параметрів дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів, які входять до рівняння (2.10) (див. табл. 3.2).

Таблиця 3.2. Номінальні параметри дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів.

№	Назва параметру	Позначення	Одиниця вимірювання	Величина
1.	Маса віброплити	m_1	кг	160
2.	Маса віброзбуджувача	m_3	кг	10
3.	Маса дебаланса	m	кг	2
4.	Маса бетонної суміші з формою	m_6	кг	50
5.	Ексцентриситет дебаланса	e	м	0,03

Були використані дані віброзбуджувача ИВ-99БУ2 (потужність $N = 0,5$ кВт, частота 50 Гц, частота обертання $n = 3000$ хв⁻¹, збурююча сила $P = 3,0$ кН), який закріплювався до віброплити розміром $a \times b = 1,6$ м \times 1,3 м через важіль. Довжина важеля $l_{\text{важ.}}$ приймалась рівною відповідно 0; 100; 200; 300 мм виходячи з конструктивних зображень.

Побудований графік наведений на рис. 3.13. Крива залежності зростає, що підтверджує ефективність важільного закріплення вібробуджувача при його використанні на дослідному малогабаритному віброформувавальному обладнанні. Важіль дозволив створити умови для більш вдалої передачі потужності від вібробуджувача до віброплити без непередбачених втрат.

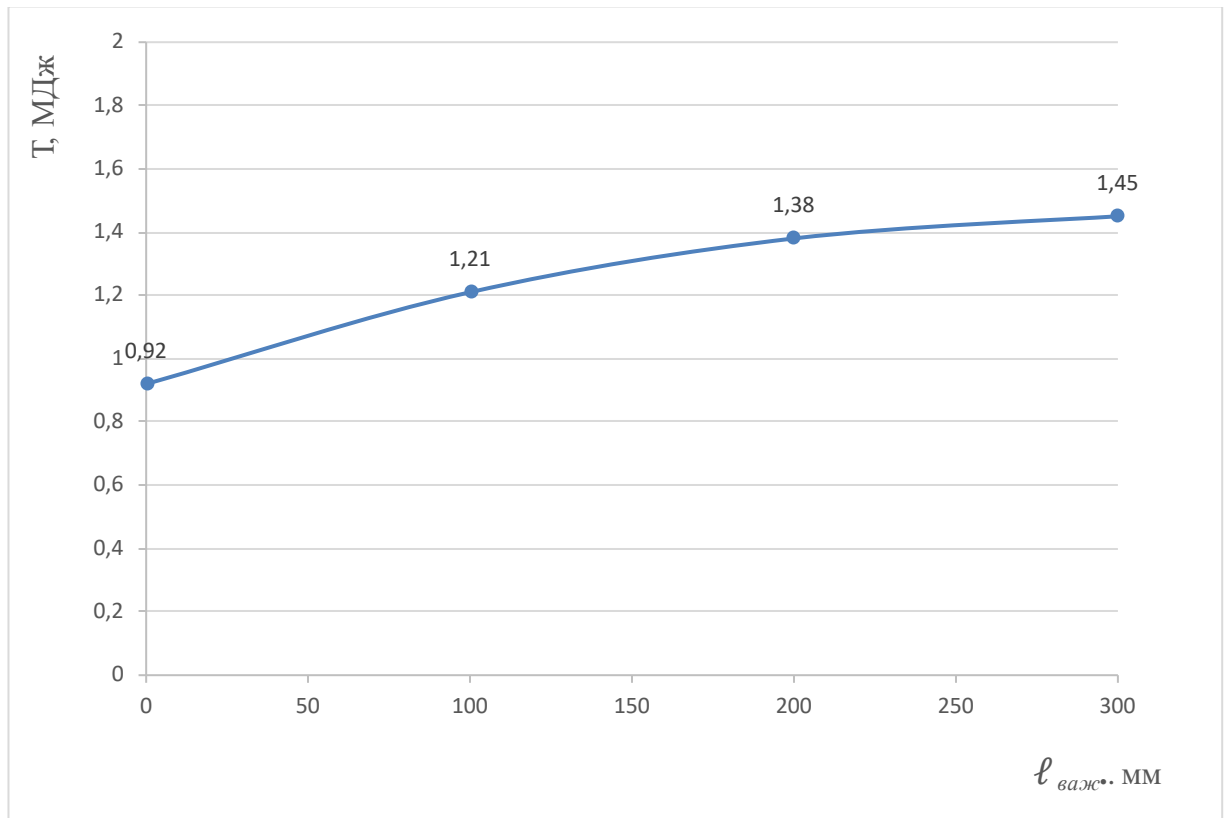


Рис. 3.13. Графік зміни кінетичної енергії дослідного малогабаритного обладнання T , яку віно здатне впровадити при віброформуванні бетонних виробів залежно від довжини важеля $\ell_{\text{важ.}}$.

3.5. Дослідження технологічних параметрів дослідного обладнання.

3.5.1. Реалізація трифакторного експерименту.

Встановлено, що одним з основних параметрів, який визначає ефективність роботи вібраційного обладнання, є його амплітуда вимушених коливань A , яку він отримує від вібробуджувача [13, 39, 98, 99]. В свою чергу з попередньо проведених досліджень і експериментальних випробувань [2, 3, 100-108] було визначено ряд параметрів, які найбільш вагомо впливають на величину амплітуди. Ними є: жорсткість пружних опор c , довжина важеля

$l_{важ.}$, на якому закріплений віброзбуджувач, м; збурююча сила P , кН, яку створює віброзбуджувач; вага бетонної суміші з формою m_6 , кг.

Виходячи з мети та задач експериментальних досліджень були визначені вихідні дані та вимірювальні параметри. Ними являються: вихідні дані - маса віброплити та маса бетонної суміші з формою; частота обертання дебалансного валу віброзбуджувача; потужність віброзбуджувача; довжина важеля; збурююча сила; жорсткість пружних опор та частота вимушених коливань; вимірювальні параметри - амплітуда вимушених коливань.

Далі для виконання досліджень були визначені постійні незмінні характеристики і параметри: жорсткість пружних опор, частота обертання дебалансного валу віброзбуджувача, потужність віброзбуджувача, маса віброплити.

Змінними параметрами були наступні характеристики і параметри: довжина важеля, збурююча сила та маса бетонної суміші з формою.

Під час проведення експерименту на дослідному малогабаритному обладнанні для віброформування бетонних виробів (рис. 3.13) здійснювалось вимірювання амплітуди вимушених вертикальних коливань A (мм).



Рис. 3.13. Проведення експерименту на дослідному малогабаритному обладнанні для віброформування бетонних виробів.

Були визначені діапазони зміни та інтервали варіювання довжини важеля $\ell_{важ.}$, збурюючої сили вібробуджувача P та ваги бетонної суміші з формою m_6 , які приймалися в залежності від технічних характеристик дослідного обладнання та в межах яких спостерігається найвища ефективність його роботи. Їх значення наведені у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3. Діапазони зміни та інтервали варіювання параметрів

Найменування	Розмірність	Позначення	Верхній рівень	Нульовий рівень	Нижній рівень	Інтервал варіювання
Довжина важеля	м	$\ell_{важ.}$	0,2	0,1	0	0,1
Збурююча сила	кН	P	3,5	3	2,5	0,5
Вага	кг	m_6	250	150	50	100

При проведенні експериментальних досліджень величину збурюючої сили P змінювали взаємним розташуванням дебалансів вібробуджувача, вагу бетонної суміші з формою m_6 – використанням відповідного по масі жорстко закріпленого вантажу, довжину важеля $\ell_{важ.}$ – за рахунок застосування змінних важелів різної довжини (див.рис. 3.14).

а)



б)



в)



Рис. 3.14. Методи зміни діапазонів та інтервалів варіювання параметрів: а) збурюючої сили P ; б) ваги m_6 ; в) довжини важеля $\ell_{важ.}$.

Звісно, найбільшу увагу та зацікавленість при дослідженні привертала зміна довжини важеля та її вплив на амплітуду вимушених коливань (див. рис. 3.15).



Рис. 3.15. Зміна довжини важеля.

Вимірювання величини амплітуди вимушених коливань A проводилось на поверхні дослідного обладнання по центру віброплити над закріпленим на важелі віброзбуджувачем (див. рис. 3.16). Вибір точки вимірювання був обумовлений наступним: при попередніх дослідженнях амплітуда вимірювалась по всій поверхні віброплити, і було виявлено, що в цій точці вона найменша. Тому експеримент проводився з вимірюванням саме в цій точці: ми знали, що в інших точках вона буде не менше мінімальної.

а)



б)



Рис. 3. 16. Розташування точки виміру значення амплітуди вертикальних вимушених коливань.

Вимір здійснювався за допомогою приладу віброшумомір ВШВ-003-М2 № 974 (рис. 3.17) із застосуванням п'єзOMETричного перетворювача ДН-3, реєстраційний номер свідоцтва про калібрування 14/7224/21 від 19.11.2021.

а)



б)

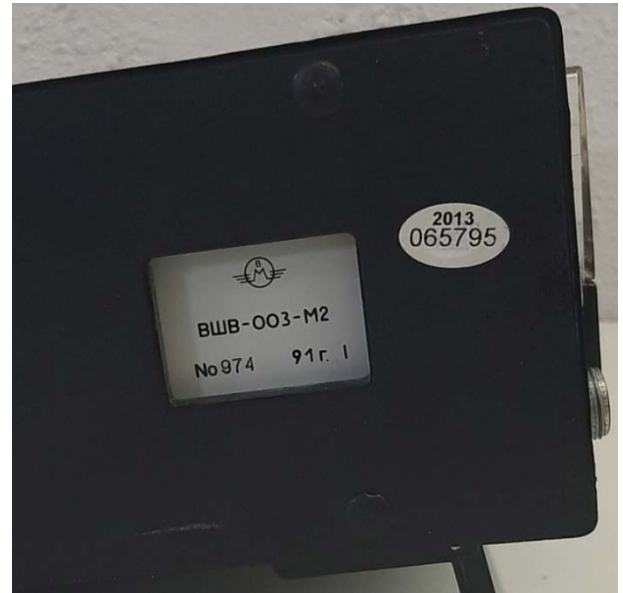


Рис. 3.17. Віброшумомір ВШВ-003-М2.

Використовуючи механізм планування експерименту та слідуючи методиці його проведення [109, 110] для знаходження ступеня впливу довжини важеля $\ell_{\text{важ.}}$, збуджуючої сили віброзбуджувача P та ваги бетонної суміші з формою m_6 на ефективність роботи дослідного обладнання, було поставлено за мету знаходження функціональної залежності впливу вищенаведених параметрів на амплітуду вертикальних вимушених коливань у вигляді

$$A = f(\ell_{\text{важ.}}, P, m_6). \quad (3.2)$$

У нашому випадку, коли вплив дії вказаних параметрів на амплітуду коливань відрізняється від лінійного, використовуємо трифакторний експеримент другого порядку. У випадку, якщо побудована модель не буде відповідати проведеним дослідом (не буде адекватною), слід використовувати експеримент іншого вигляду. Матриця планування експерименту та отримані результати вимірювань представлені у табл. 3.4.

Таблиця 3.4. Реалізація плану експерименту

№ досл.	Код	Довжина важіля, м	Код	Збурююча сила, кН	Код	Вага виробу, кг	Амплі- туда, мм
–	+1	0,2	+1	3,5	+1	250	–
	0	0,1	0	3	0	150	
	-1	0	-1	2,5	-1	50	
1	+	0,2	+	3,5	+	250	0,93
2	–	0	+	3,5	+	250	0,5
3	+	0,2	-	2,5	+	250	0,28
4	–	0	-	2,5	+	250	0,17
5	+	0,2	+	3,5	–	50	2,36
6	–	0	+	3,5	–	50	0,53
7	+	0,2	–	2,5	–	50	1,69
8	–	0	–	2,5	–	50	0,2
9	+	0,2	0	3	0	150	1,06
10	–	0	0	3	0	150	0,1
11	0	0,1	+	3,5	0	150	0,83
12	0	0,1	–	2,5	0	150	0,34
13	0	0,1	0	3	+	250	0,14
14	0	0,1	0	3	–	50	0,86
15	0	0,1	0	3	0	150	0,41
16	0	0,1	0	3	0	150	0,4
17	0	0,1	0	3	0	150	0,41

Результати дослідів обробляємо з використанням методів математичної статистики та комп'ютерного програмування, одержуючи при цьому рівняння регресії, яке відображає зв'язок між амплітудою коливань A (y) дослідного комплексу обладнання та вихідними параметрами (x_1, x_2, x_3).

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 \quad (3.3)$$

де y – амплітуда вимушених коливань;

$b_0, b_1, b_2, b_3, b_{11}, b_{22}, b_{33}, b_{12}, b_{13}, b_{23}$ – коефіцієнти рівняння регресії;

x_1, x_2, x_3 – вихідні параметри.

В результаті обчислень отримано числові значення коефіцієнтів регресії:

$$b_0 = 0,4126; \quad b_{11} = 0,1681; \quad b_{13} = 0,3475;$$

$$b_1 = 0,483; \quad b_{22} = 0,1681; \quad b_{23} = 0,0025.$$

$$b_2 = 0,247; \quad b_{33} = 0,083;$$

$$b_3 = 0,362; \quad b_{12} = 0,0825;$$

Розраховані значення коефіцієнтів регресії перевіряємо на значущість за критерієм Стюдента та підставляємо в рівняння (3.3). Після чого отримуємо уточнене рівняння регресії у наступному вигляді

$$y = 0,4126 + 0,483x_1 + 0,247x_2 - 0,362x_3 + 0,1681x_1^2 + 0,1681x_2^2 + 0,083x_3^2 + 0,0825x_1x_2 - 0,3475x_1x_3. \quad (3.4)$$

Одержане рівняння встановлює залежність амплітуди вимушених коливань вібростолу від зміни довжини важеля, на якому закріплений віброзбуджувач, збурюючої сили, яку надає віброзбуджувач та ваги бетонної суміші з формою, що знаходяться на віброплиті.

Дане рівняння перевіряємо на адекватність за критерієм Фішера. Оскільки розрахункове значення критерію менше, ніж граничне, то можна стверджувати, що розроблена на основі багатofакторного аналізу функціональна залежність (3.4) адекватно описує процес впливу конструктивних параметрів та режимів роботи вібраційного столу на величину амплітуди вимушених коливань.

Докладне представлення проведеного планування експерименту наведено в додатку 3.

3.5.2. Визначення рівня впливу важільного закріплення на підвищення ефективності роботи дослідного обладнання.

Використовуючи комп'ютерне програмування та вихідні значення

діапазонів діючих параметрів з табл. 3.3 за отриманою залежністю (3.4) побудовано 3-D поверхні та на їх основі розглянутий вплив зміни діючих параметрів на амплітуду вимушених вертикальних коливань, також проведений аналіз результатів досліджень ефективності роботи дослідного обладнання.

Розглянемо вплив зміни маси бетону та довжини важеля при незмінній збурюючій силі на амплітуду вимушених коливань. На рис. 3.18 зображені три 3-D поверхні, які характеризують вплив зміни маси бетону, який знаходиться у формі на віброплиті і який підлягає вібро ущільненню – надалі - маса і довжини важеля, на якому вібробудувач приєднаний до середини нижньої поверхні віброплити - надалі – важіль, на значення амплітуди вимушених коливань, яка виникає на поверхні віброплити – надалі – амплітуда.

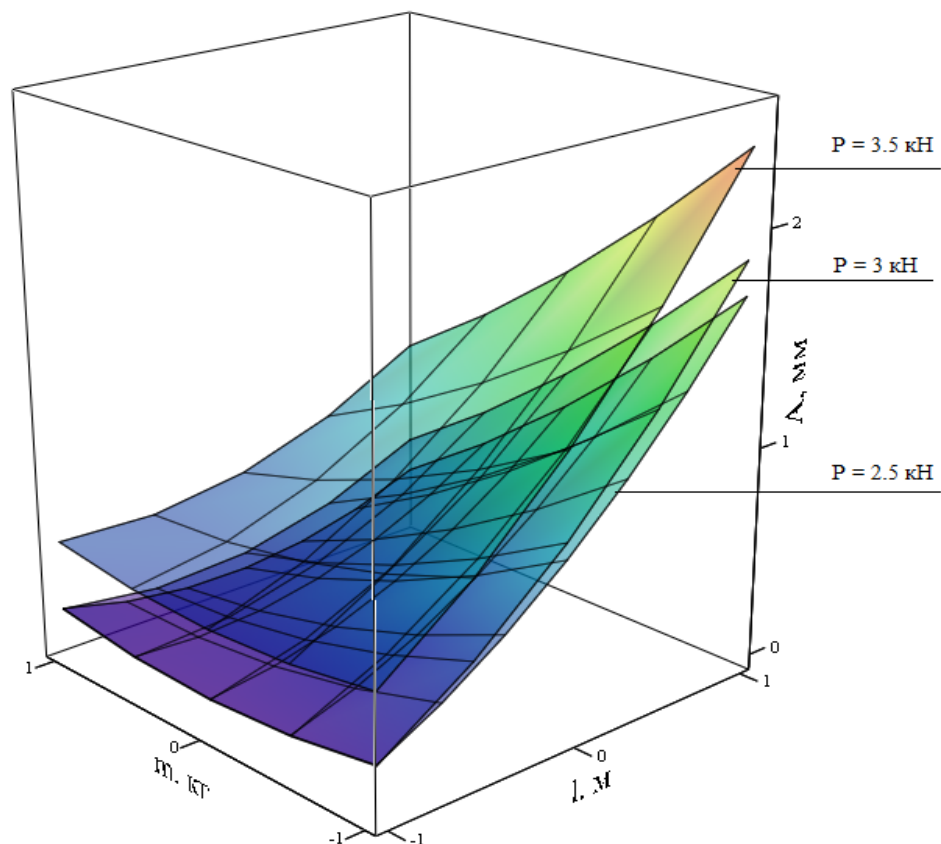


Рис. 3.18. Графік залежності амплітуди вимушених вертикальних коливань від маси бетону та довжини важеля при незмінній збурюючій силі.

Розглянемо поверхню, яка характерна залежностям при значенні збурюючої сили віброзбуджувача 2,5 кН (на рис. 3.18 – нижня поверхня). При збільшенні довжини важеля чітко простежується збільшення значень амплітуди для будь - яких значень маси. Але маса також впливає на амплітуду. Цей вплив має менші (незначні) значення при мінімальній довжині важеля. Але він простежується - для меншої маси амплітуда збільшується. Збільшення маси призводить до зменшення амплітуди. Зростання амплітуди спостерігається із збільшенням довжини важеля, що підтверджує ефективність закріплення віброзбуджувача на важелі.

Тому є очевидним розташування екстремума амплітуди коливань - це максимальна довжина важеля і мінімальне завантаження вібростолу. Але довжина важеля має кінцеве значення, яка обмежена компоновкою конструкції вібростолу, що є вкрай достатньою для здійснення ефективного процесу віброущільнення, а дійсне значення маси бетону хоч і зменшує амплітуду вимушених коливань, але також для даної компоновки конструкції дослідного обладнання є економічно прийнятним та ефективним.

Дві поверхні, які розташовані вище, відповідають за характер взаємозв'язків при тих самих параметрах, але для збурюючої сили 3 та 3,5 кН. Характер кривизни верхніх поверхонь повністю копіює форму поверхні для збурюючої сили 2,5 кН, яка розташована знизу. Це повністю співпадає з фізичним уявленням збільшення джерела сили, яке призводить до збільшення амплітуди коливань.

Збільшення амплітуди коливань забезпечується майже пропорційно збільшенню значення збурюючої сили. Це підтверджує, що конструкція дослідного обладнання повністю усуває паразитні зв'язки, які б могли погіршувати ефективність віброущільнення.

Розглянемо вплив зміни маси бетону та збурюючої силі при незмінній довжині важеля на амплітуду вимушених вертикальних коливань (рис. 3.19).

На рис. 3.19 зображені три 3-D поверхні, які характеризують вплив зміни маси бетону, який знаходиться у формі на віброплиті і який підлягає

віброуцільненню – надалі - маса і вплив зміни збурюючої сили від віброзбуджувача – надалі - сили на значення амплітуди вимушених коливань – надалі амплітуди, яка виникає на поверхні вібраційного столу.

Розглянемо поверхню, яка характерна залежностям при значенні довжини важеля, на якому віброзбуджувач приєднаний по центру до середини нижньої поверхні віброплити, 0 м - тобто важель відсутній. Вона розташована як найнижча поверхня на рис. 3.19.

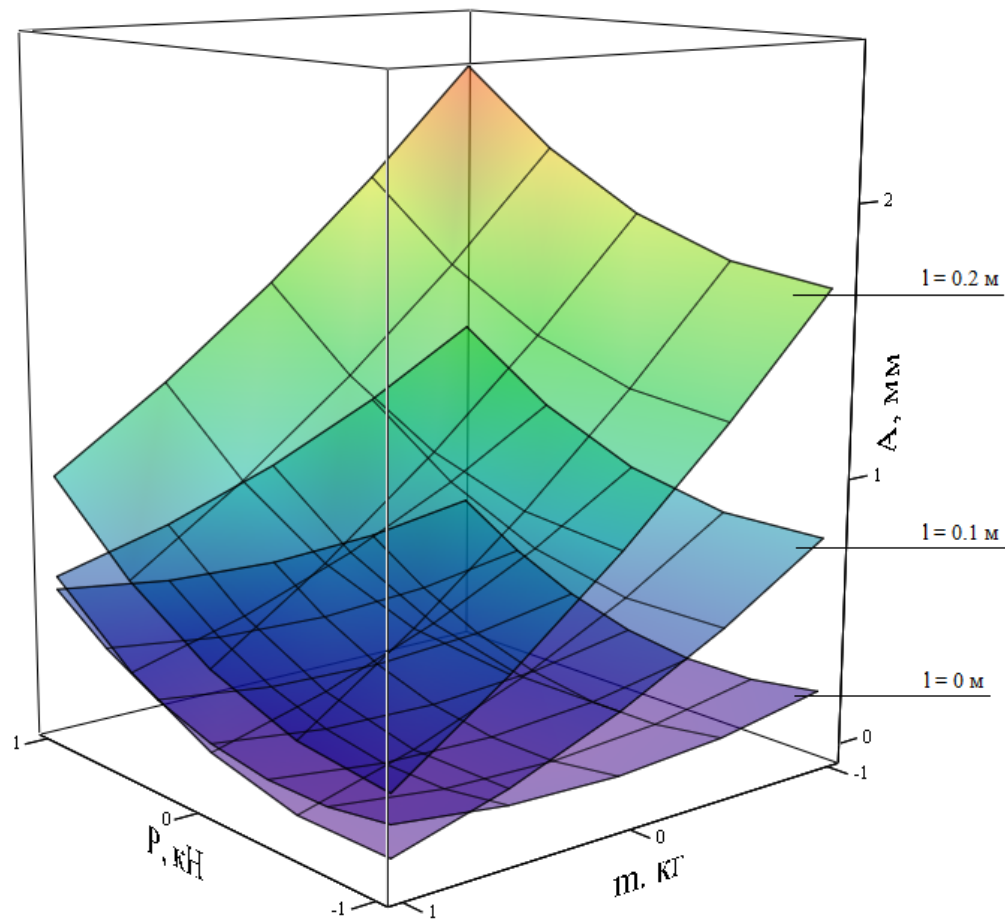


Рис. 3.19. Графік залежності амплітуди вимушених вертикальних коливань від маси бетону та збурюючої сили при незмінній довжині важеля.

Зміна маси суттєво не впливає на зміну величину амплітуди, але спостерігається незначна тенденція зменшення амплітуди при зростанні маси. Також можна сказати, що у запропонованій конструкції вібростолу є резерв у навантажувальній здатності і незначне перевантаження столу

бетонною сумішшю не зможе погіршити експлуатаційні властивості процесу віброущільнення бетону.

Зміна значення збурюючої сили у напрямку її збільшення викликає однозначне збільшення амплітуди, що відповідає вимогам енергозаощадження – збільшення амплітуди напряму пов'язане із збільшенням збурюючої сили. Значення збурюючої сили призначається відповідно до потрібної амплітуди.

Інші дві поверхні відповідають залежностям з довжиною важеля 0,1 м та 0,2 м. Із збільшенням довжини важеля однозначно збільшується амплітуда, причому зростання маси зменшує позитивний вплив від збільшення довжини важеля. Тому може бути актуальним контролювати навантаження вібростолу, хоча перевантаження суттєво не погіршує номінальні умови віброущільнення.

Розглянемо вплив зміни довжини важеля та збурюючої сили при незмінній масі бетону на амплітуду вимушених вертикальних коливань (рис. 3.20).

На рис. 3.20 зображені три 3-D поверхні, які характеризують вплив зміни збурюючої сили від віброзбуджувача, надалі – сили і вплив зміни довжини важеля, на якому закріплений віброзбуджувач, надалі – важіль, на значення амплітуди вимушених коливань – надалі амплітуди.

Розглянемо спочатку нижню поверхню, яка розташована на рис. 3.20. Вона характеризує вплив зміни вказаних параметрів на амплітуду при незмінній масі бетону 250 кг. Збільшення сили призводить до збільшення амплітуди, при чому збільшення довжини важеля забезпечує більше зростання амплітуди.

Якщо розглянути поверхні, які відносяться до інших постійних значень маси бетону, що підлягає віброущільненню, то закономірність змін впливу вказаних параметрів на амплітуду повторюється, при чому зменшення маси бетону призводить до збільшення амплітуди. Це також співпадає з закономірністю енергозбереження – чим більші навантаження від

маси, яка підлягає ущільненню, тим менша виникає амплітуда, оскільки більш важку масу складніше розхитати.

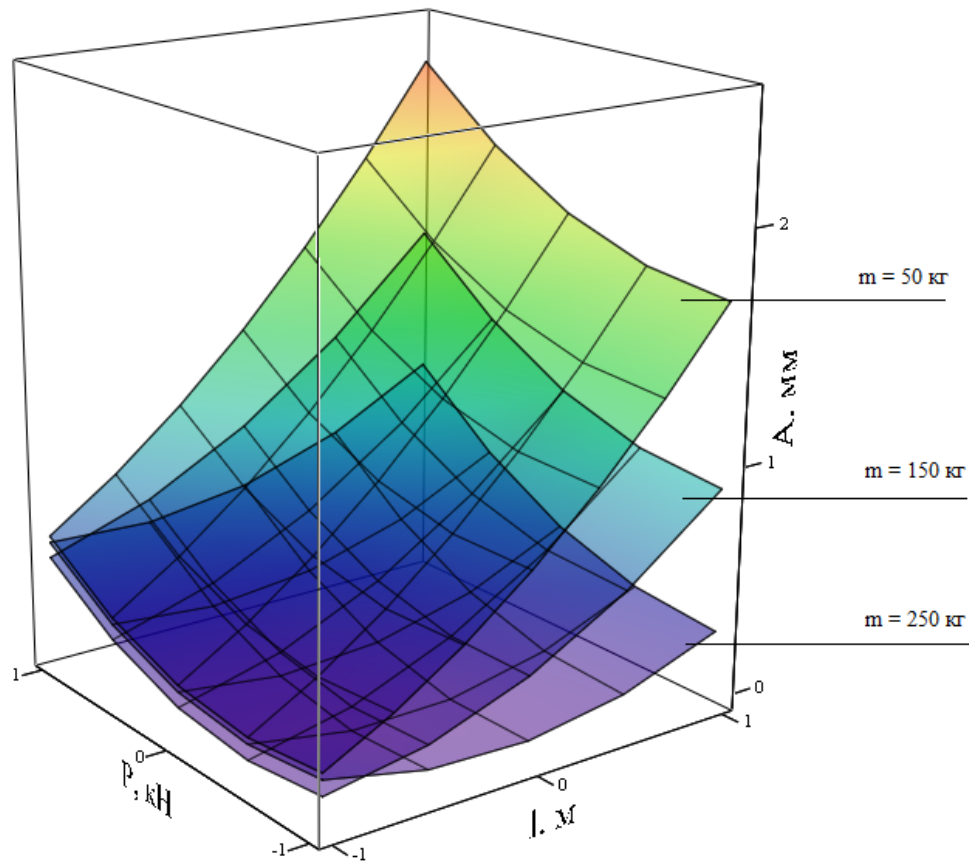


Рис. 3.20. Графік залежності амплітуди вимушених вертикальних коливань від довжини важеля та збурюючої сили при незмінній масі бетону.

3.6. Аналіз результатів експериментальних та обчислювальних досліджень.

Отримана нами математична модель у вигляді системи з семи диференціальних рівнянь другого порядку описує рух у просторі будь-якої точки поверхні дослідного обладнання. Для того, щоб визначити амплітуду вимушених вертикальних коливань, яка відповідає за якісне ущільнення бетонної суміші, розглянемо детальніше рівняння (2.25). Воно містить в собі координату z_c переміщення центру мас віброплити по осі Oz , яка і являє собою амплітуду вимушених вертикальних коливань. Також в його складі є ряд значущих факторів, впливаючих на величину даної амплітуди. Ними є коливальна маса вібростолу, жорсткість віброопор, маса вантажу, маса

дебалансу, ексцентриситет дебалансу та відстань від центру мас віброплити до осі обертання дебалансного валу, до складу якої входить довжина важеля $\ell_{важ.}$ (див. рис. 2.1).

Розглядаючи рух вібростолу від дії збудуючої сили, яку створює віброзбудувач обертанням дебалансу (див. рис. 2.2), приходимо до висновку, що значення координати переміщення x_c та кути повороту α і ψ будуть дорівнювати нулю, а отже і їх похідні першого та другого порядку також будуть дорівнювати нулю. Враховуючи вищенаведене, рівняння (2.25) набуде наступного вигляду

$$M \cdot \ddot{z}_c + c_e \cdot z_c = -[(m_3 + m) \cdot \ell - m_6 \cdot \ell_6] \cdot (\ddot{\beta} \cdot \beta + \dot{\beta}^2) - m \cdot e \cdot (\ddot{\beta} \cdot \sin\phi + \dot{\beta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos\phi) - m \cdot e \cdot (\ddot{\phi} \cdot \sin\phi + \dot{\phi}^2 \cdot \cos\phi). \quad (3.5)$$

Як приклад застосування рівняння (3.5) побудуємо віброграми вертикальних коливань дослідного обладнання залежно від довжини важеля $\ell_{важ.}$, до якого віброзбудувач закріплюється по центру під віброплитою. Для побудови була використана математична програма "Mathcad Prime". Величини значущих факторів, які входять до рівняння (3.5), приймаємо виходячи з технологічних показників дослідного обладнання в межах раціональних (номінальних) параметрів (див. табл. 3.5).

Таблиця 3.5. Раціональні параметри дослідного обладнання.

№	Назва параметру	Позначення	Одиниця вимірювання	Величина
1.	Колівальна маса вібростолу	M	кг	322
2.	Маса віброплити	m_1	кг	160
3.	Маса віброзбудувача	m_3	кг	10
4.	Маса дебаланса	m	кг	2
5.	Маса вантажу з формою	m_6	кг	150
6.	Ексцентриситет дебаланса	e	м	0,03
7.	Жорсткість віброопор	c_e	Н/м	570000

Для приклада були використані параметри віброзбуджувача ИВ-99БУ2 (потужність $N = 0,5$ кВт, частота 50 Гц, частота обертання $n = 3000$ хв⁻¹, збурююча сила $P = 3$ кН). Довжина важеля $\ell_{важ.}$ приймалась рівною відповідно 0; 100; 200 мм виходячи з зображень, що амплітуда буде збільшуватись від значень, які не достатні для якісного ущільнення (менше 0,3 мм), до значень, що забезпечують якісне ущільнення (більше 0,3 мм).

Теоретичні значення амплітуди вимушених вертикальних коливань, які були визначені при раціональних (номінальних) значеннях конструктивних параметрів дослідного обладнання, розрахованих при змінній довжині важеля, та отримані при проведенні обчислювального експерименту з використанням комп'ютера, у вигляді віброграм наведені на рис. 3.21 – 3.23.

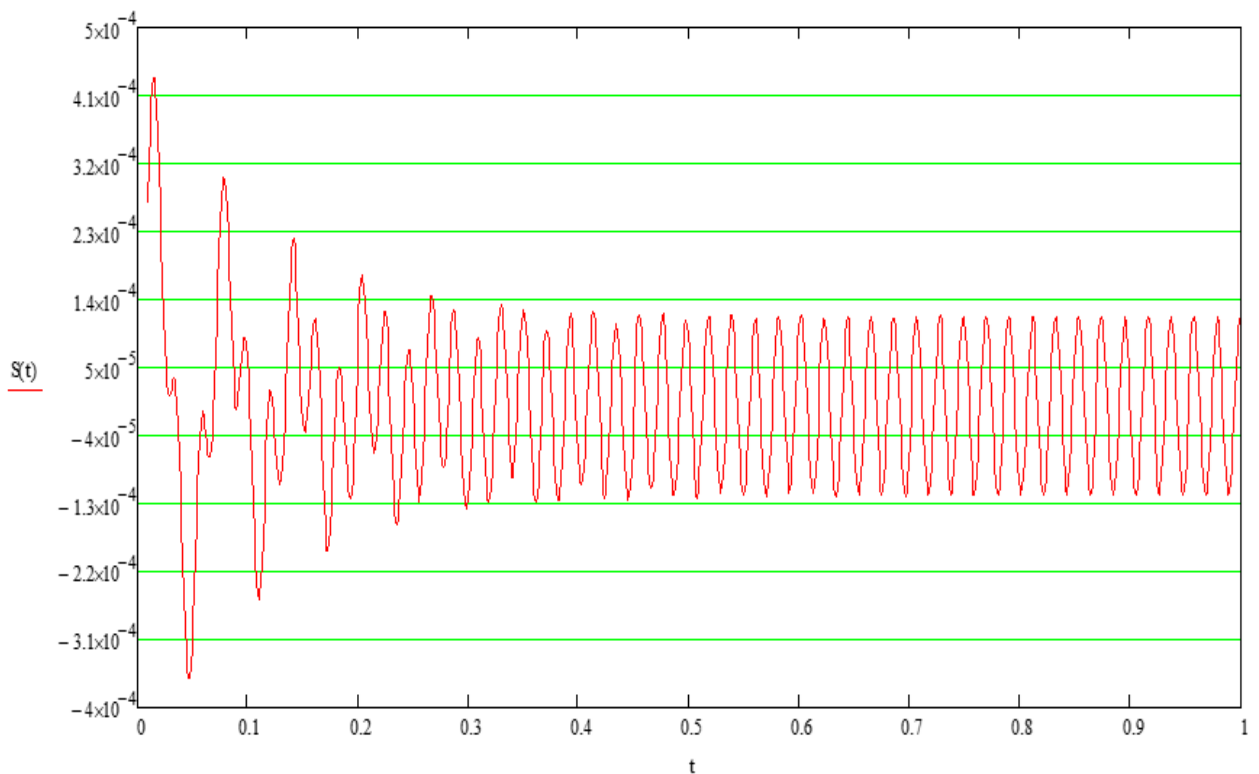


Рис. 3.21. Віброграма вимушених вертикальних коливань дослідного обладнання при $m_6 = 150$ кг та довжині важеля $\ell_{важ.} = 0$ мм. (без важеля) із значенням амплітуди 0,12 мм.

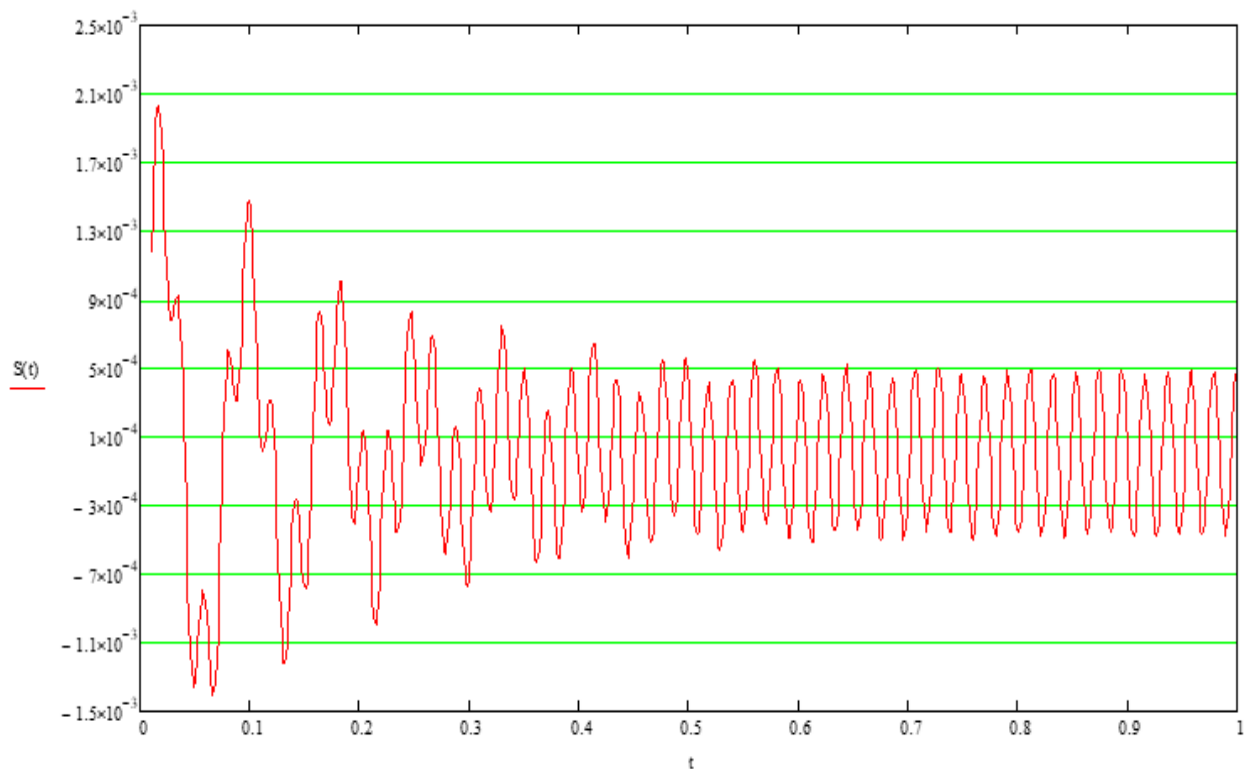


Рис. 3.22. Віброграма вимушених вертикальних коливань дослідного обладнання при $m_6 = 150$ кг та змінній довжині важеля: $\ell_{важ.} = 100$ мм із значенням амплітуди 0,47 мм.

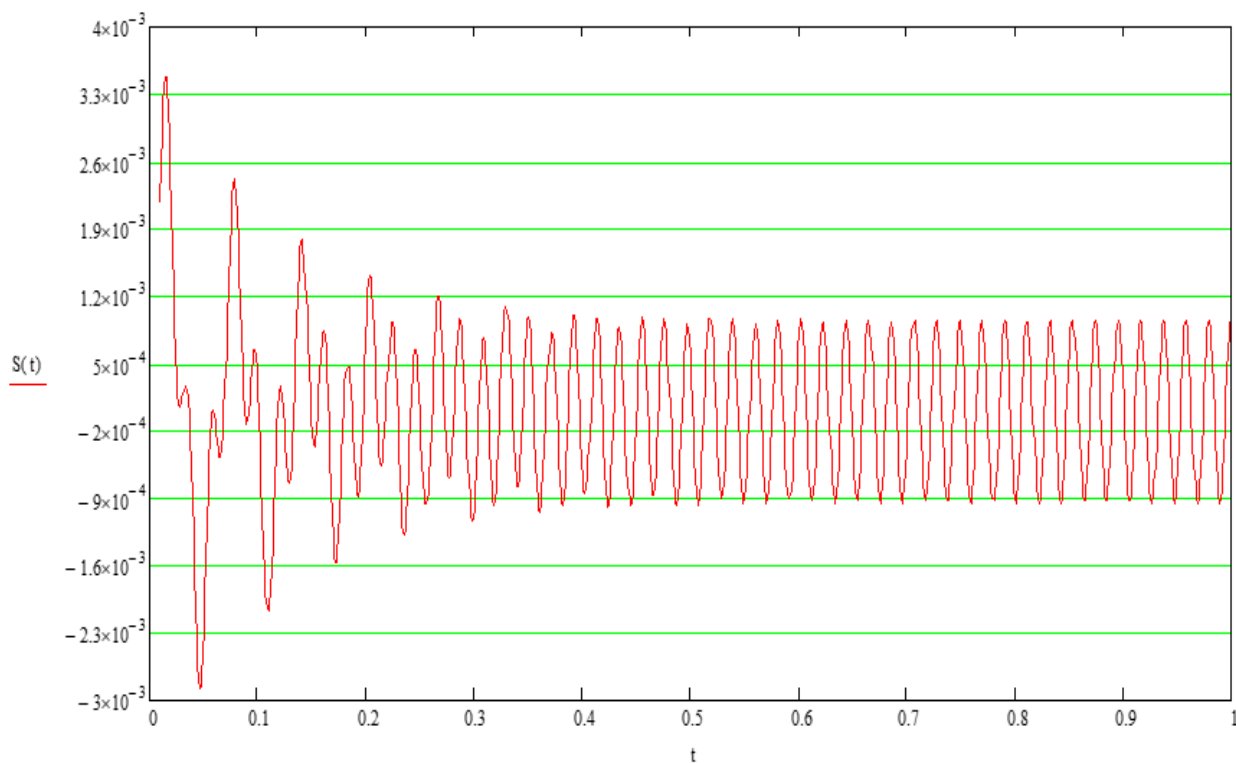


Рис. 3.23. Віброграма вимушених вертикальних коливань дослідного обладнання при $m_6 = 150$ кг та довжині важеля: $\ell_{важ.} = 200$ мм із значенням амплітуди 0,94 мм.

Проведемо порівняння теоретичних та експериментальних значень амплітуди вимушених вертикальних коливань при номінальних вихідних параметрах дослідного обладнання (рис. 3.24).

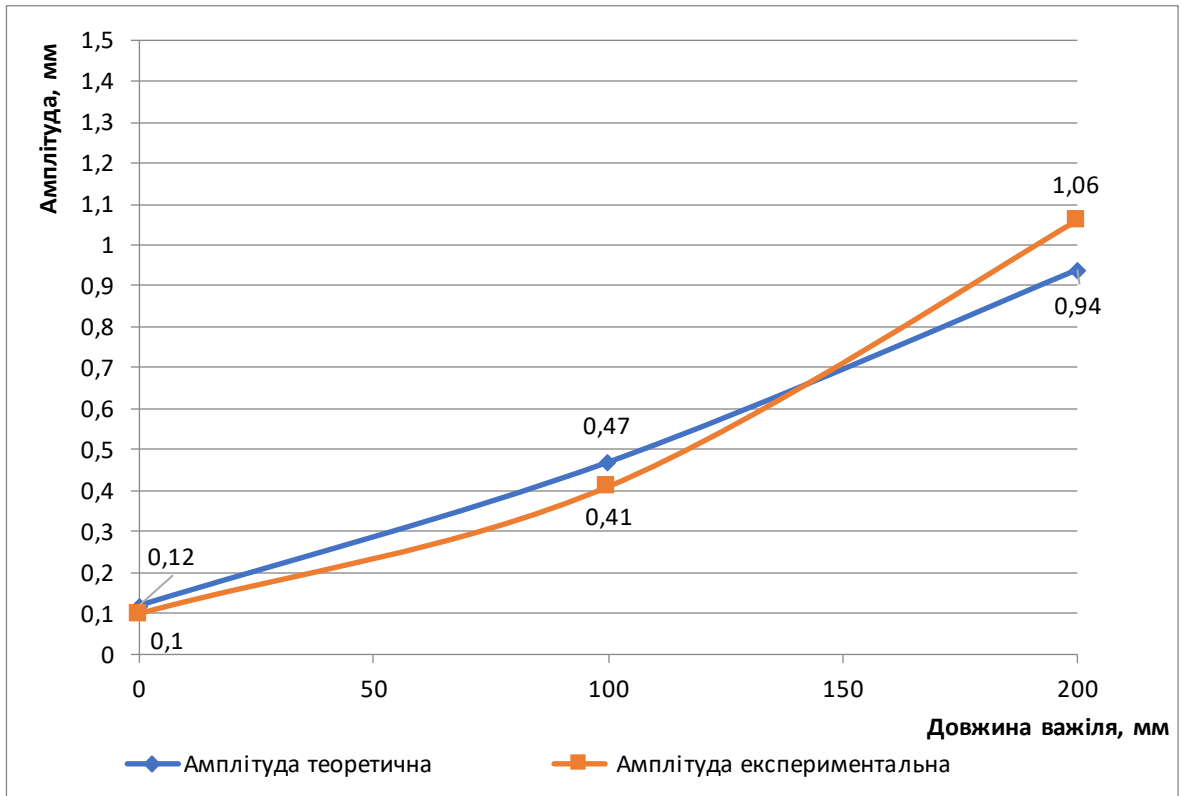


Рис. 3.24. Графік зміни величини амплітуди вимушених вертикальних коливань в залежності від довжини важеля при $m_6 = 150$ кг.

Використовуючи отримані значення амплітуди вимушених вертикальних коливань з рис. 3.21 – 3.23, побудуємо графік зміни її величини z_c в залежності від довжини важеля $l_{важ.}$ (рис. 3.24, теоретична крива).

Аналіз одержаної теоретичної залежності на рис. 3.24 зміни величини амплітуди вимушених вертикальних коливань на робочій поверхні вібростолу від зміни довжини важеля, на якому закріплюється вібробудувач, вказує, що важільне закріплення вібробудувача дозволяє майже лінійно підвищити амплітуду в інтервалі зміни довжини важеля від 0 мм до 200 мм при всіх інших незмінних параметрах (і конструктивних, і технологічних). Аналогічно можна стверджувати, що збільшення довжини важеля у вказаному інтервалі призводить до суттєвого енергозбереження,

оскільки збільшення амплітуди відбувається без збільшення величини параметрів потужності вібророзбуджувача.

Друга крива (експериментальна) на рисунку 3.24 побудована на основі експериментальних даних, які були отримані при аналогічних вихідних параметрах дослідного обладнання в розділі 3.5.1(див. рис. 3.20).

Аналогічним чином отримаємо величини вимушених вертикальних коливань (теоретичні) при масі вантажу з формою $m_6 = 50$ кг та 250 кг та побудуємо графіки зміни цієї амплітуди в залежності від довжини важеля при масі вантажу з формою $m_6 = 50$ кг та 250 кг (див. рис. 3.25 – 3.26).

Дані для побудови експериментальних кривих взято з рис. 3.20 відповідно для маси $m_6 = 50$ кг та 250 кг та в залежності від довжини важеля (при $P = 3$ кН).

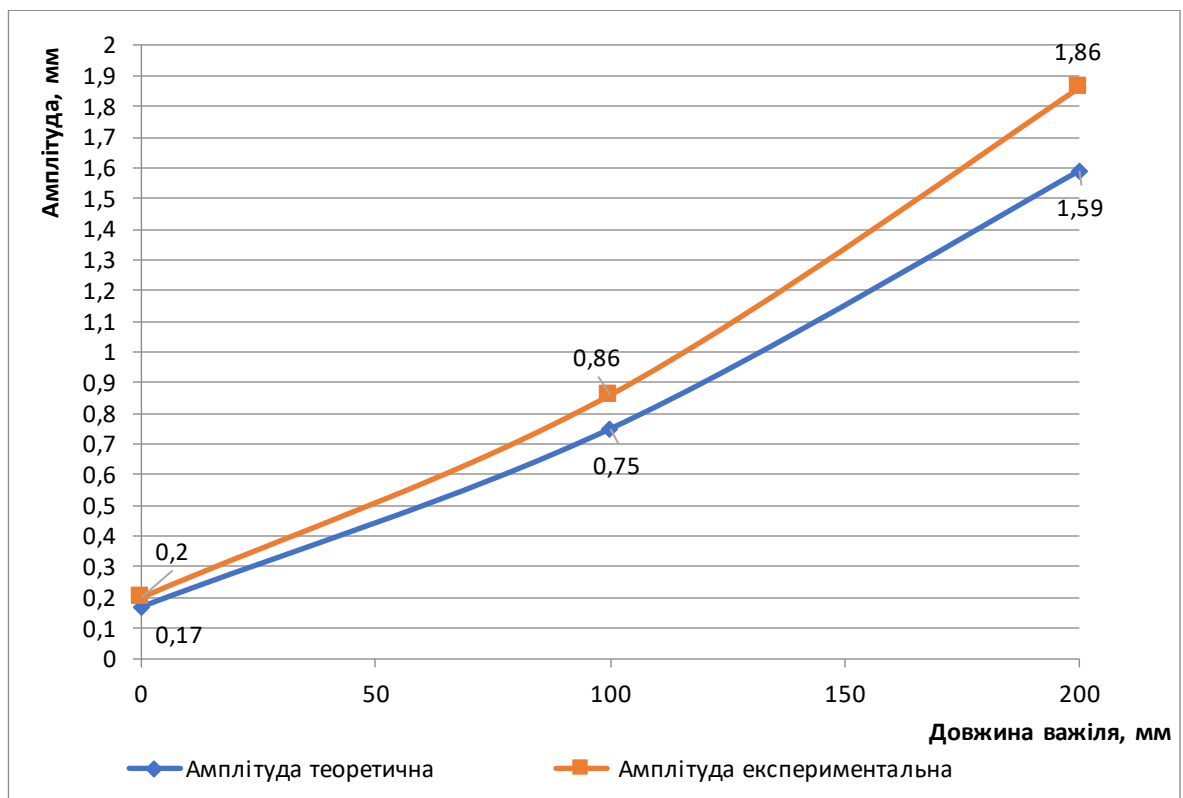


Рис. 3. 25. Графік зміни величини амплітуди вимушених вертикальних коливань в залежності від довжини важеля $m_6 = 50$ кг.

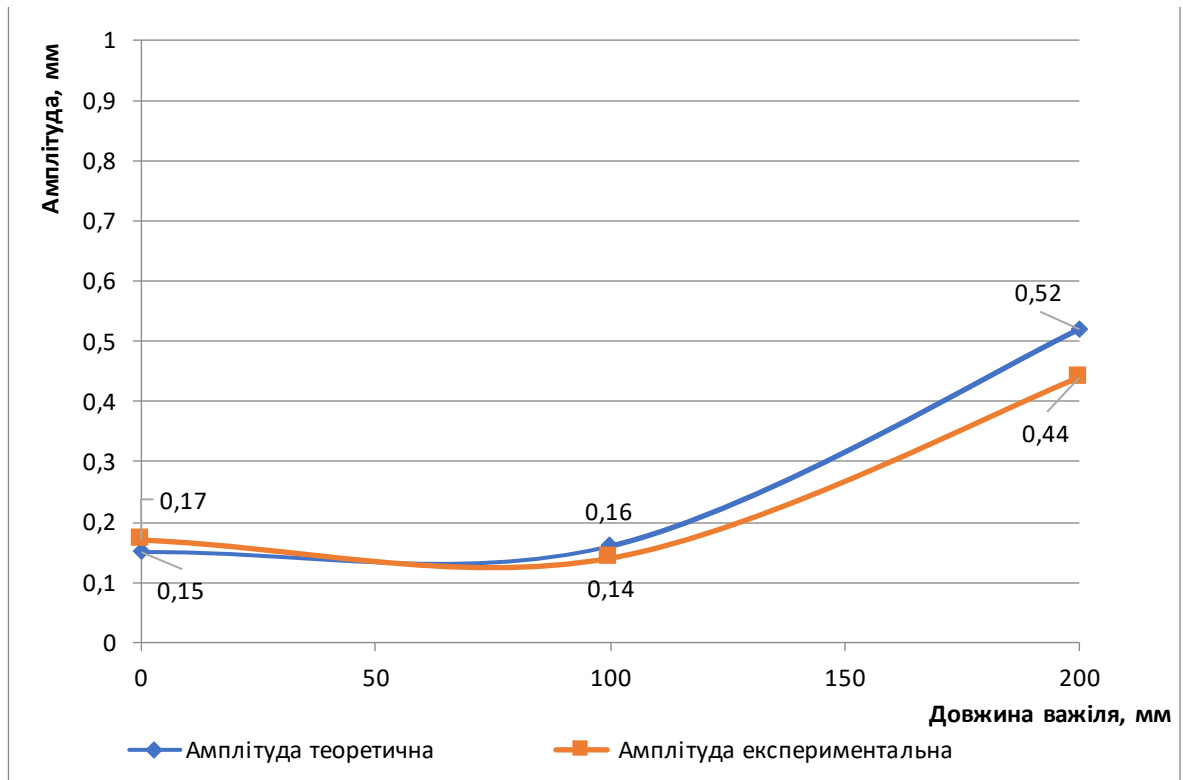


Рис. 3. 26. Графік зміни величини амплітуди вимушених вертикальних коливань в залежності від довжини важеля $m_6 = 250$ кг.

З розгляду графіків на рисунках 3.24 - 3.26 видно, що характер порівнювальних теоретичних та експериментальних кривих збігається: криві поступово зростають зі збільшенням довжини важеля. Це вкотре підтверджує вплив важільного закріплення віброзбуджувача на величину амплітуди вимушених коливань. Значення розбіжностей між амплітудами коливань за результатами експерименту (амплітуда експериментальна) та використанням обчислювального експерименту (амплітуда теоретична) складає 13...17% для маси вантажу з формою $m_6 = 150$ кг, 14...17% для маси $m_6 = 50$ кг, 13...18% для маси $m_6 = 250$ кг, що є підтвердженням адекватності створеної математичної моделі реальному технологічному процесу віброущільнення на дослідному малогабаритному обладнанні для віброформування бетонних виробів. Теоретично одержані чисельні значення амплітуди вимушених вертикальних коливань добре погоджуються з даними, отриманими в ході експериментальних досліджень.

Порівняння значень амплітуди при зміні інших значущих факторів також показало допустиму розбіжність у межах 10...15%.

Використання комп'ютерного програмування в обчислювальному експерименті є складовою частиною загальних підходів, характерних для сучасних методів досліджень. Важливо, що об'єднання цих методів дозволило суттєво підвищити достовірність результатів проведених досліджень.

3.7. Висновки по розділу.

1. Створена дослідна модель вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача, на якій були проведені дослідження та підтверджені теоретичні припущення про вплив дії важеля на параметри віброущільнення.

2. Для проведення експериментальних досліджень створено дослідне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів.

3. Побудована графічна залежність величини кінетичної енергії дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів від довжини важеля, на якому закріплюється віброзбуджувач.

4. Проведений трифакторний експеримент підтвердив, що отримана математична модель адекватно описує вплив зміни конструктивних і технологічних параметрів на рух робочого органу та енергоспоживання дослідного обладнання.

5. Визначений рівень впливу використання важільного закріплення віброзбуджувача на підвищення ефективності роботи дослідного технологічного комплексу обладнання.

6. Результати експериментальних значень амплітуди вимушених вертикальних коливань порівняні з теоретичними і показують розбіжність в межах 13...18%.

7. Експериментально підтверджено, що запропонована конструкція підвищує енергоефективність створеного дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів шляхом зменшення потужності приводу, зберігаючи при цьому рекомендовані для віброущільнення технологічні параметри.

РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ОЦІНКА ЇХНЬОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ.

4.1. Технічна характеристика малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів.

В результаті проведення теоретичних та експериментальних досліджень створено високоефективне малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням віброзбуджувача (рис. 4.1).



Рисунок 4.1. Малогабаритне обладнання для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням віброзбуджувача.

Технічна характеристика малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням вібробуджувача приведена у табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Технічна характеристика

№	Параметр	Позначення	Одиниця виміру	Значення
1.	Частота коливань	f	Гц	50
2.	Амплітуда коливань	A	мм	0,5...2,0
3.	Характер коливань	-	-	кругові гармонійні
4.	Вантажопідйомність	Q	т	0,3
5.	Потужність	N	кВт	0,5
6.	Тип вібробуджувача	-	-	дебалансний
7.	Загальна маса	m_v	т	0,25
8.	Габаритні розміри: довжина	a	м	1,6
	ширина	b	-	1,3
	висота	h	-	0,9
9.	Віброопори: кількість	-	шт	4
	загальна жорсткість	-	Н/м	570×10^3
	матеріал	-	-	гума
10.	Спосіб кріплення форми	-	-	механічний
11.	Раціональна довжина важеля	$l_{\text{важ.}}$	мм	0...300

За співвідношенням вимушуючих і власних частот коливань обладнання відноситься до зарезонансних машин, за кількістю коливальних мас – до одномасних.

Важіль виготовлений з труби металевої 121×12 мм, його довжина регламентується наведеними в п. 4.2 рекомендаціями.

4.2. Рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля для закріплення вібробуджувача при виробництві бетонних виробів на малогабаритному віброформувальному обладнанні.

Традиційно при віброформуванні бетонних виробів на вібростолі вібробуджувач закріплюється знизу вібростолу, і, як правило, у точці центра мас, враховуючи вагу бетонних виробів, які надалі будуть розміщені на вібростолі. Таке розташування вібробуджувача обумовлене наступними причинами.

1. Дозволяє максимально забезпечити компактність всієї конструкції обладнання і не заважає використовувати всю робочу ділянку столу для вільного розміщення виробів, які будуть підлягати віброущільненню.
2. Максимально рівномірний розподіл віброколивань по всій поверхні столу, тобто радіус периферії точок вібростолу від точки закріплення вібробуджувача є мінімальним відносно розмірів самого вібростолу.

В дисертаційній роботі виконано комплекс математично – дослідних дій, які підтвердили ефективність закріплення вібробуджувача знизу вібростолу до точки центру мас через важіль (див. рис. 4.2).

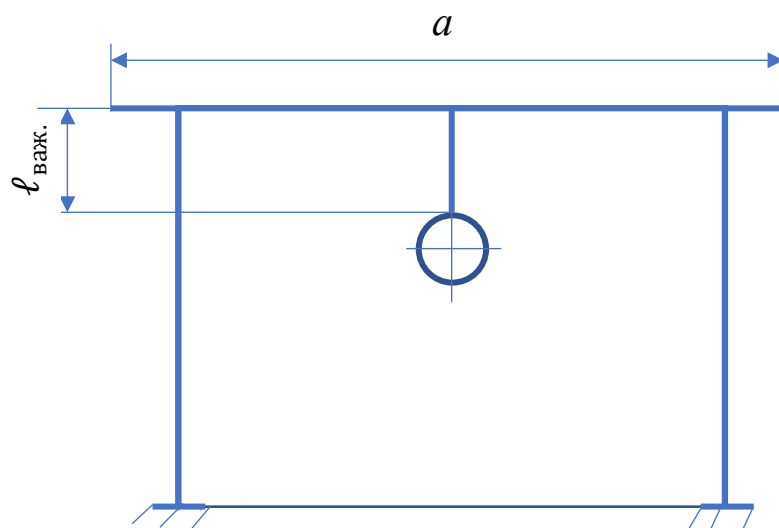


Рис. 4.2. Спосіб закріплення вібробуджувача знизу вібростолу через важіль.

При цьому одержані математичні залежності (2.23 – 2.25), використання яких дозволяє отримати чисельні значення амплітуди вимушених коливань в кожній точці на робочій поверхні вібростолу залежно від багатьох чинників, які впливають на ефективність процесу віброущільнення. Данні чисельні значення амплітуди вимушених коливань збігаються з результатами експериментальних досліджень, що дає можливість, узагальнюючи одержані результати експериментальних досліджень, зробити рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля, а саме:

1. Віброзбудувач через важіль закріплюється знизу вібростолу, і, як правило, у точці центра мас, враховуючи вагу бетонних виробів, які надалі планується розміщувати на вібростолі.

2. Конструкція поперечного перерізу важеля повинна бути достатньо жорсткою, особливо у напрямку віброколивань, які утворює віброзбудувач. В той же час його металоємність повинна бути мінімальною. Рекомендовано використовувати прогресивні профілі геометричної форми, такі як двутавр, а також безшовний товстостінний трубний прокат круглого та квадратного перерізу. Вказана рекомендація повинна забезпечити мінімальні втрати механічної енергії віброколивань при передачі їх від віброзбудувача до віброплити.

3. Довжина важеля $l_{\text{важ.}}$ (див. рис. 4.2) повинна бути сумірною до габаритів вібростолу, а саме: збільшення довжини важеля $l_{\text{важ.}}$ збільшує амплітуду вимушених коливань, покращуючи ефективність віброущільнення, але збільшення обмежене розмірами самого вібростолу. До того ж, збільшення довжини важеля без втрати його жорсткості призводить до збільшення його металоємності, що також зменшує його ефективність.

4. Використання несумірно довгого важеля порівняно з габаритами вібраційного столу призводить до значної втрати кінетичної енергії, яку виробляє віброзбудувач і передає через важіль на віброплиту. Подібна схема

закріплення не тільки не призводить до зростання амплітуди вимушених коливань, але й зменшує її значення.

Як приклад практичного використання математичні залежності (3.5) для визначення довжини важеля, на якому закріплюється вібробудувач, нами були розраховані значення необхідної потужності електродвигуна вібробудувача при фіксованих значеннях довжини важеля, які забезпечують рівень мінімальних значень амплітуди вертикальних вимушених коливань 0,5 мм на робочій поверхні вібраційного столу. Величини інших значущих факторів, які входять до рівняння (3.5) приймаємо виходячи з технологічних показників малогабаритного віброформуального обладнання в межах раціональних параметрів. Результати одержаних значень довжин важеля наведені у вигляді графіка на рис. 4.3.

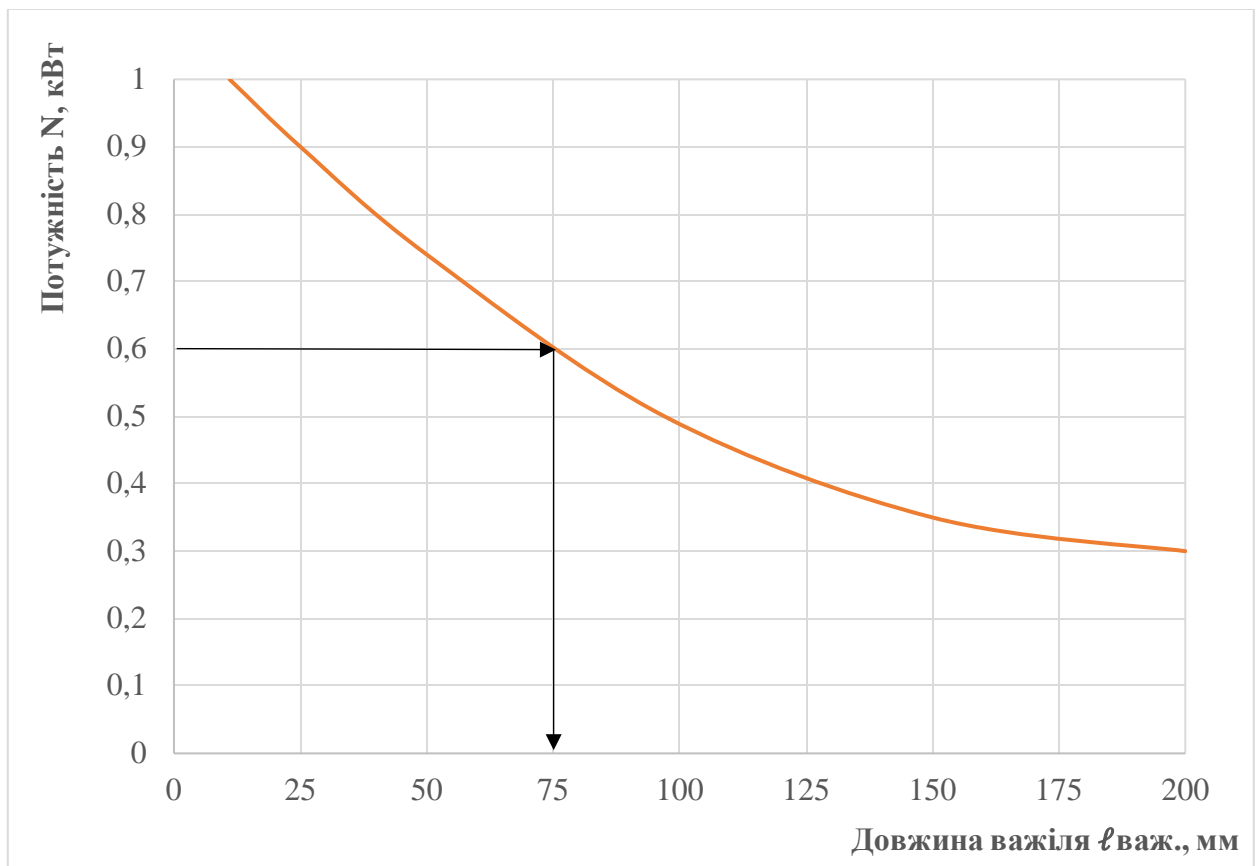


Рис. 4.3. Графік залежності потужності електродвигуна вібробудувача N (кВт) та довжини важеля $l_{\text{важ.}}$ (мм), на якому закріплюється вібробудувач, при умові забезпечення мінімальної амплітуди віброколивань на поверхні вібростолу 0,5 мм, необхідної для якісного віброуцільнення.

Аналізуючи графік на рис. 4.3, розуміємо, що ділянка у просторі, яка знаходиться над кривою залежності, обумовлює чисельні значення параметрів потужності електродвигуна вібробуджувача N (кВт) та довжини важиля $l_{\text{важ.}}$ (мм), які забезпечують амплітуду вертикальних вимушених коливань на поверхні вібраційного столу не менше, ніж 0,5 мм, та навпаки. Наприклад, якщо планується використовувати вібробуджувач потужністю 0,6 кВт, довжина важеля для його закріплення до віброплити повинна бути не менше ніж, орієнтовно, 75 мм. Якщо довжина важеля буде більшою, ніж 75 мм, то амплітуда віброколивань при ущільненні бетонної суміші на робочій поверхні вібростолу буде гарантовано більше, ніж 0,5 мм, що буде сприяти більш якісному проходженню процесу віброущільнення.

В дисертаційній роботі розглянутий вертикальний спосіб закріплення вібробуджувача знизу вібростолу у точці центра мас, враховуючи вагу бетонних виробів. Такий спосіб закріплення забезпечує максимальне збільшення амплітуди вертикальних коливань на робочій поверхні вібраційного столу. Як альтернативний спосіб закріплення важеля, можливо розглянути його горизонтальне розташування (див. рис. 4.4).

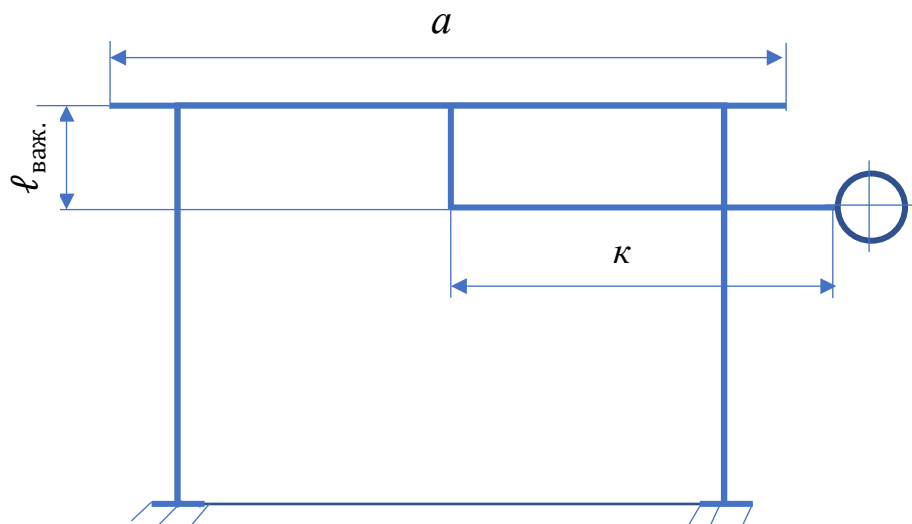


Рис. 4.4. Спосіб закріплення вібробуджувача знизу вібростолу з горизонтальним розташуванням важеля.

Комбінований спосіб закріплення важеля зображений на рис. 4.5. Він може бути розглянутий виключно як теоретичний, оскільки його впровадження обмежене як габаритними розмірами власно самого вібраційного столу, які суттєво виходять за його межі, так і збільшенням металомісткості всього важеля. Тому використання такої конструкції є вкрай неефективним.

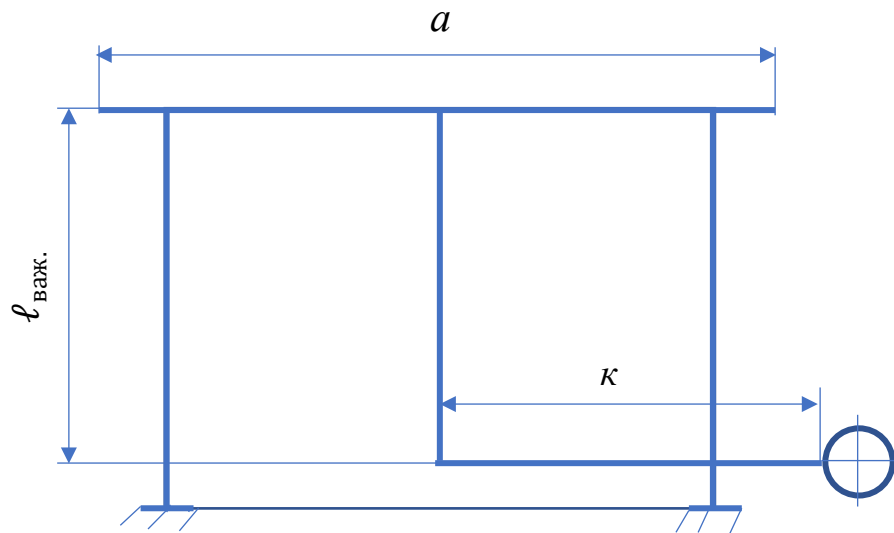


Рис. 4.5. Комбінований спосіб закріплення вібробудувача знизу вібростолу.

4.3. Впровадження результатів досліджень на виробництві.

Впровадження розробленого малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів з важільним закріпленням вібробудувача було проведено на підприємстві ТОВ «ГОТ» в цеху по виготовленню залізобетонних виробів. Одна з одиниць малогабаритного вібраційного обладнання, яка використовується на підприємстві, була переобладнана за спеціально розробленими рекомендаціями. На модернізованому впровадженному обладнанні був виготовлений бетонний виріб [111] - перетинка брускова 1ПБ10-1 в кількості 900 шт (див. табл. 4.2, рис. 4.6 – 4.7).

Таблиця 4.2. Технічні дані перетинки брускової 1ПБ10-1.

Марка виробу	Розрахункове навантаження, $кгс/м^2$	Розміри, мм			Клас бетону	Об'єм бетону, $м^3$	Маса виробу, кг
		L	B	H			
1ПБ 10-1	100	1030	120	65	B15	0,008	20

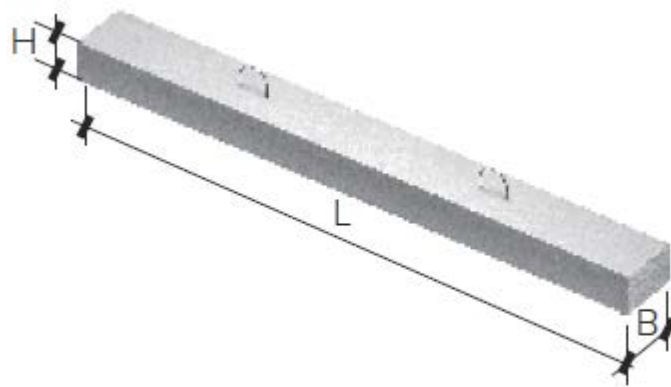


Рис. 4.6. Перетинка брускова.

Перетинки брускові призначені для перекриття отворів в стінах з цегли житлових будівель в звичайних умовах будівництва. Перетинки виготовляються з бетону класу В15. Марка по морозостійкості може призначатися в залежності від умов експлуатації і зазначатися у технічній документації замовника.



Рис. 4.7. Готовий бетонний виріб 1ПБ10-1.

Також було проведене аналогічне впровадження на підприємстві ТОВ «ПРИМУМ АКТИВ». На модернізованому за розробленими виконавцем рекомендаціями вібраційному столі провели виготовлення бетонних виробів [112] - тротуарних плит 6П8 в кількості 750 шт та 6К5 в кількості 1200 шт (див. табл. 4.3, рис. 4.8 – 4.10).

Таблиця 4.3. Технічні дані тротуарних плит 6К5 та 6П8.

Марка виробу	Розміри, мм			Клас бетону	Об'єм бетону, м ³	Маса виробу, кг
	L	B	H			
6К5	500	500	50	B30	0,0125	32
6П8	1000	500	80	B25	0,04	92

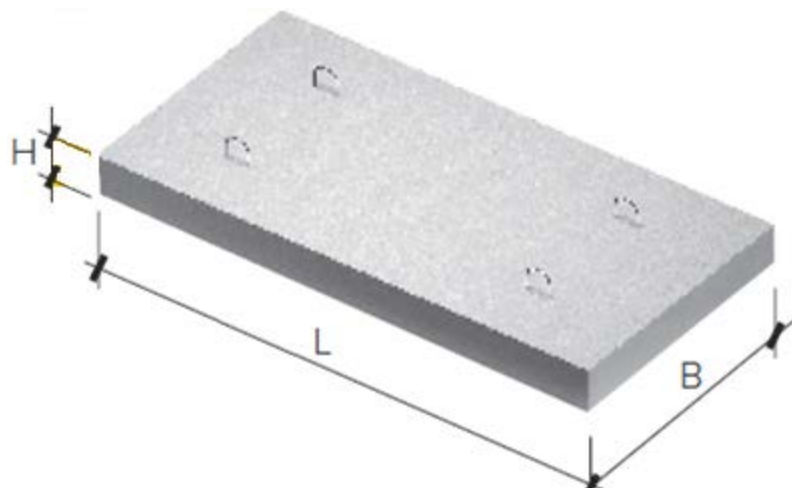


Рис. 4.8. Плита тротуарна.

Плити тротуарні бетонні використовуються для благоустрою покриттів садових, паркових і пішохідних доріжок, для укладання тротуарів на магістральних дорогах, для мощення зупинок громадського транспорту. Плити тротуарні є кращою альтернативою асфальтному покриттю за міцністю та надійністю. Тротуарні плити мають класичну форму квадрата або прямокутника, які легко покривають великі площі, скорочуючи витрати на укладку.

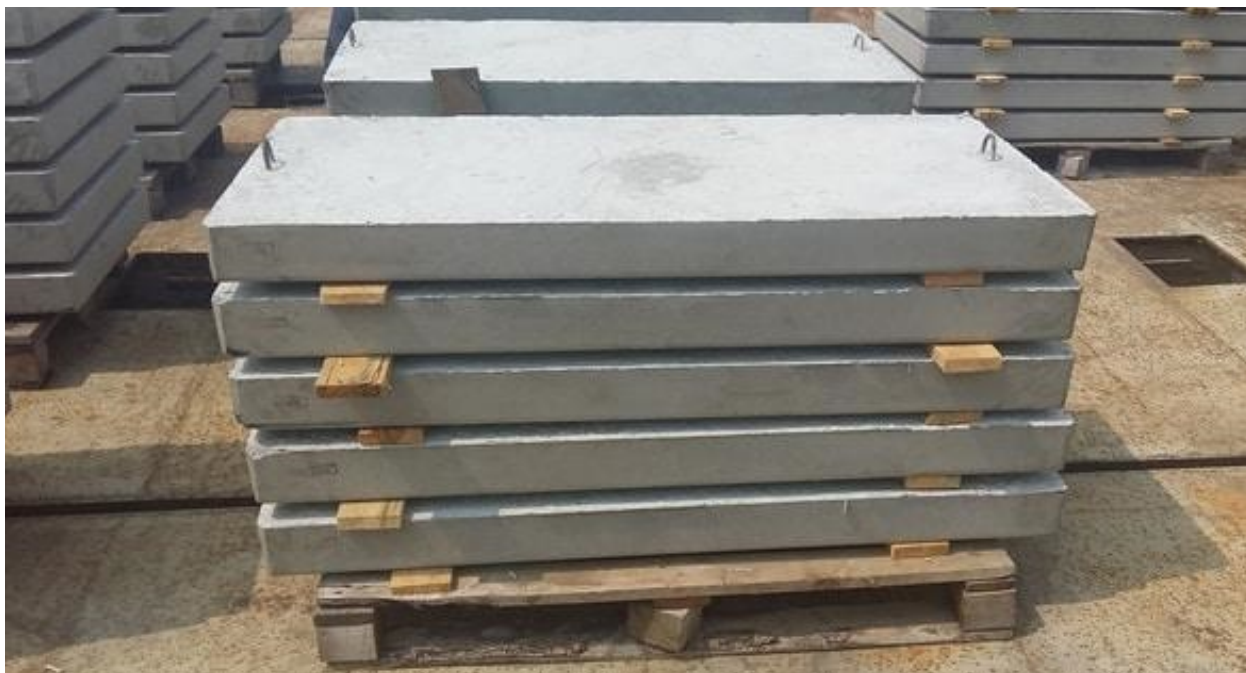


Рис. 4.9. Готовий бетонний виріб 6П8.



Рис. 4.10. Готовий бетонний виріб 6К5.

В обох випадках впровадження модернізацію було проведено шляхом встановлення металевого жорсткого важеля між вібробуджувачем та віброплитою на вищезгадане обладнання. Відбулася заміна використовуваного раніше вібробуджувача ИВ-98Б потужністю 0,9 кВт на

вібробуджувача ИВ-99 потужністю 0,6 кВт за розробленими виконавцем рекомендаціями.

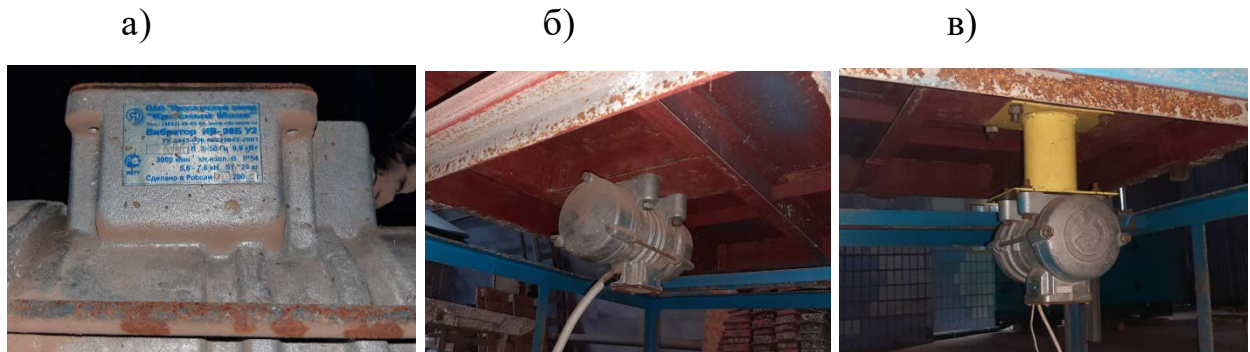


Рисунок 4.11. Модернізація віброформуального обладнання:
а, б) - вібробуджувач ИВ-98Б, $N = 0,9$ кВт;
в) - вібробуджувача ИВ-99, $N = 0,6$ кВт з важілем $l_{\text{важ.}} = 150$ мм.

Бетонні вироби формувались у металевих формах, які механічно кріпились до віброплити. Всі роботи проводились у відповідності до вимог [31, 50, 51]. Час ущільнення складав 140-160 секунд відповідно до легкоукладальності бетонної суміші.

В результаті впровадження був досягнутий значний економічний ефект за рахунок зменшення потужності приводу обладнання – 21% на підприємстві ТОВ «ГОТ» та 23% на підприємстві ТОВ «ПРИМУМ АКТИВ». Якість готових виробів відповідає ДСТУ Б В.2.6-2:2009 [31]. Акти впровадження представлені в додатку 4.

4.4. Висновки по розділу.

1. Розроблені рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля для закріплення вібробуджувача при виробництві бетонних виробів на малогабаритному вібраційному столі.

2. За результатами проведеного впровадження малогабаритного віброформуального обладнання на виробництві підприємств ТОВ «ГОТ» та ТОВ «ПРИМУМ АКТИВ» визначено величину енергозаощадження від модернізації, яка склала відповідно 21% та 23%.

3. Впровадження на виробництві підтвердило, що запропонована конструкція підвищує енергоефективність створеного малогабаритного

обладнання для віброформування бетонних виробів шляхом зменшення потужності приводу, зберігаючи при цьому рекомендовані для віброущільнення технологічні параметри та якість готової продукції.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

В результаті розробки та дослідження малогабаритного обладнання з важільним закріпленням віброзбуджувача для віброформування бетонних виробів у дисертації отримані і наведені науково обґрунтовані теоретичні і експериментальні результати, які у своїй сукупності є суттєвими для розвитку вібраційної техніки і удосконалення технологій у виробництві будівельних матеріалів і конструкцій.

1. На основі аналізу існуючих конструкцій віброформувального обладнання для виготовлення бетонних виробів та існуючих методів підвищення їх енергоефективності запропонована ефективна модель вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача у вільному просторі під віброплитою.
2. Обравши конструктивну схему моделі вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача та використавши рівняння Лагранжа другого роду, визначені його кінетична енергія та діючі узагальнені сили. В результаті складена загальна математична модель, яка об'єднує між собою його конструктивні та технологічні параметри з важільним закріпленням віброзбуджувача, вказуючи їх вплив на амплітуду коливань робочої поверхні вібростолу, та здійснені теоретичні дослідження процесу зміни технологічних параметрів в залежності від довжини важеля.
3. Експериментальні дослідження на спеціально створеній дослідній моделі вібростолу з важільним закріпленням віброзбуджувача підтвердили теоретичні припущення про вплив дії важеля на параметри віброущільнення.
4. Проведений трифакторний експеримент на створеному дослідному малогабаритному обладнанні для віброформування бетонних виробів підтвердив, що отримана математична модель адекватно описує вплив зміни конструктивних і технологічних параметрів на рух робочого органу та енергоспоживання дослідного обладнання. При цьому були

визначені діапазони раціональних параметрів та режимів роботи обладнання.

5. Доведено, що запропонована конструкція підвищує енергоефективність створеного дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів шляхом зменшення потужності приводу, зберігаючи при цьому рекомендовані для віброущільнення технологічні параметри.
6. Обґрунтовані параметри дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів за умов мінімізації енергоємності робочого процесу.
7. Співставлення результатів експериментальних значень амплітуди вимушених вертикальних коливань порівняні з теоретичними і показують розбіжність в межах 13...18%.
8. Розроблені рекомендації щодо призначення конструкції та геометричних розмірів важеля для закріплення віброзбуджувача при виробництві бетонних виробів на малогабаритному вібраційному столі.
9. Здійснено впровадження малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів на виробництві за розробленими рекомендаціями, яке показало високу якість виготовлених на ньому бетонних виробів та забезпечило економію електроенергії 21...23%.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Пілюшенко В. Л., Шкрабак І. В., Славенко Е. І. Наукове дослідження: організація, методологія, інформаційне забезпечення : навч. посіб. Київ: Лібра, 2004. 344 с.
2. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Вплив важільного закріплення віброзбуджувача на загальну ефективність віброущільнення. *Збірник наукових праць. Галузеве машинобудування, будівництво*. 2021. Вип. 1 (56). Т. 1. С. 12–17. <https://doi.org/10.26906/znp.2021.56.2492>
3. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю., Жигилій С. М. Визначення кінетичної енергії вібраційного столу. *Збірник наукових праць. Галузеве машинобудування, будівництво*. 2022. Вип. 2 (59). Т. 2. С. 17–26. <https://doi.org/10.26906/znp.2022.59.3095>
4. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження параметрів вібраційного столу з важільним закріпленням віброзбуджувача. *Modern engineering and innovative technologies*. 2023. Iss. 28, Part 1. P. 3–12. DOI: [10.30890/2567-5273.2023-28-01-019](https://doi.org/10.30890/2567-5273.2023-28-01-019)
5. Juradian S., Baloevic G., Harapin A. Impact of vibrations on the final characteristics of normal and self compacting concrete. *Materials Research*. 2014. Vol. 17, Iss. 1. P. 178–185. <https://doi.org/10.1590/S1516-14392013005000201>
6. Study of technical systems of materials compaction process / I. Nazarenko et al. *Dynamic processes in technological technical systems : monograph*. Kharkiv, 2021. Chap. 5. P. 77–93. <https://doi.org/10.15587/978-617-7319-49-7.ch5>
7. Shigeyuki D., Goryozono Y., Hashimoto S. Study on consolidation of concrete with vibration. *Physics Procedia*. 2012. Vol. 25. P. 325–332. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.03.091>
8. Murhy W. E. A survey of Past-War British Research on the Vibration of concrete. *Technical Report*. 1964. Vol. 9. P. 110–117.
9. Сівко В. Й., Кузьмінець М. П. Оцінка впливу робочого середовища на режими коливань вібраційних машин. *Теорія і практика будівництва*. 2012. № 10. С. 3–5.

10. Davies R. D. Some experiments on the compaction of concrete by vibration. *Magazine of Concrete Research*. 1951. Vol. 8. P. 14–17.
11. Нестеренко М. П., Білецький В. С., Семко О. В. Оцінка конструктивно-технологічних параметрів та експлуатаційних якостей вібраційних машин для формування залізобетонних виробів. *Збірник наукових праць(галузеве машинобудування, будівництво)*. 2015. Вип. 1 (43). С. 231–237.
12. Огляд і аналіз вібраційного обладнання для формування плоских залізобетонних виробів / І. Назаренко, О. Дєдов, О. Дьяченко, А. Свідерський. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2017. Вип. 90. С. 49–58.
13. Назаренко І. І. Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії : навч. посіб. Київ : КНУБА, 2007. 230 с.
14. Дудар І. Н. Теоретичні основи технології виробів із пресованих бетонів : монографія. Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. 89 с.
15. Гусев Б. В., Зазимко В. Г. Вібраційна технологія бетону. Київ : Будівельник, 1991. 230 с.
16. Pințoi R., Barbu A. M., Ionescu A. Vibrations influence on concrete compaction. *Applied Mechanics and Materials*. 2020. Vol. 896. P. 355–360.
17. Кондращенко О. В. Матеріалознавство : навч. посіб. Харків : ХНАМГ, 2007. 182 с.
18. Ручинський М. М., Свідерський А. Г., Дьяченко О. С. Огляд і аналіз існуючих режимів ущільнення бетонних сумішей. *Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта* : матеріали XX Міжнар. наук.-практ. конф. (м. Херсон, 10-15 верес. 2019 р.). Київ, 2019. С. 298–300.
19. ДБН В.2.8-3-95. Будівельна техніка, оснастка, інвентар та інструмент. Технічна експлуатація будівельних машин. Вид. офіц. Київ : Держкоммістобуд України, 1995. 42 с.
20. Бікс Ю. С., Ратушняк Г. С., Слободян Н. М. Математична модель зміни величини бульбашки повітря в процесі виготовлення бетонних виробів. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2011. № 2. С. 14–17.

21. Nesterenko M. P., Molchanov P. O. Study of vibrations of plate of oscillation cassette setting as active working. *Problems of energ and nature use 2013* : Conference reports materials. Budapest, 2014. P. 146–151.
22. Конструкційні матеріали нового покоління та технології їх впровадження у будівництво / Р. Ф. Рунова та ін. Київ : ЕксОб, 2008. 360 с.
23. ДСТУ Б В.2.7-114-2002. Будівельні матеріали. Суміші бетонні. Методи випробувань. Чинний від 2002-07-01. Вид. офіц. Київ : Укрархбудінформ, 2002. 16 с.
24. Назаренко І. І., Ручинський М. М. Фізичні основи механіки будівельних матеріалів. Львів : Афіша, 2002. 128 с.
25. Нестеренко М. П. Прогресивний розвиток вібраційних установок з просторовими коливаннями для формування залізобетонних виробів. *Збірник наукових праць. Галузеве машинобудування, будівництво*. 2015. Вип. 2 (44). С. 16–23.
26. ДСТУ Б В.2.7-23-95. Будівельні матеріали. Розчини будівельні. Загальні технічні умови. Чинний від 1996-01-01. Вид. офіц. Київ : Держкоммістобуд України. 1996. 23 с.
27. Якименко О. В., Кондращенко О. В., Атинян А. О. Бетонні роботи : монографія. Харків : ХНУМГ, 2017. 275 с.
28. Nazarenko I., Ruchynskyi M., Delembovskyi M. (). The basic parameters of vibration settings for sealing horizontal surfaces. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7, No 3.2 (Spec. iss. 2). P. 255–259. <http://dx.doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14415>
29. Jamrozy Z. Beton i jego technologie. Warszawa : Wydawnictwo naukowe, 2000. 486 s.
30. Neville A. M. Wlasciwosci betonu. Krakow : Polski Cement, 2000. 874 s.
31. ДСТУ Б В.2.6-2:2009. Вироби бетонні і залізобетонні. Загальні технічні умови. Чинний від 2010-10-01. Вид. офіц. Київ : Укрархбудінформ, 2010. 34 с.

32. Будівельне матеріалознавство : підручник / Кривенко П. В. та ін. Київ : ЕксОб, 2004. 704 с.
33. Дворкін Л. Й. Будівельні в'язучі матеріали. Рівне : НУВГП, 2019. 622 с.
34. Dvorkin L., Nwaubani S., Dvorkin O. Construction Materials. New York : Nova Science Publ., 2010. 409 p.
35. Шаповал С. В. Конспект лекцій до вивчення дисципліни «Виробнича база будівництва» (для студентів 4 курсу денної та заочної форм навчання напряму підготовки «Будівництво»). Харків : ХНУМГ, 2013. 83 с.
36. Нестеренко М. М., Нестеренко Т. М., Скляренко Т. О. Теоретичні дослідження напружень в шарі легкобетонної суміші, що ущільнюється на ударно-вібраційній установці. *Building Innovations – 2018* : зб. наук. пр. І Міжнар. азербайджан.-укр. конф., 24 – 25 трав. 2018 р. Баку ; Полтава : ПолтНТУ, 2018. С. 168–170.
37. Cannon R. W. Compaction of Mass Concrete with Vibratory Roller. *ACI Journal*. 1974. Proceeding v. 71. № 10. P. 506–513
38. Ратушняк Г. С., Слободян Н. М. Вібросилова технологія формування декоративних бетонних виробів : монографія. Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. 161с.
39. Нестеренко М. П. Класифікація та оцінка споживчих якостей сучасних вібраційних машин для формування залізобетонних виробів. *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*. 2007. Вип. 20. С. 20–25.
40. Ратушняк, Г. С., Дудар І. Н., Бікс Ю. С. Прогнозування міцності та розподілу бокового тиску при виробництві пресованих бетонних дорожніх каменів : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2014. 120 с.
41. Загреба В. П., Дудар І. Н., Коваленко А. О. Технологія роздільного віброімпульсного формування каменебетонних виробів : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2012. 92 с.
42. Dewar J. D. Computer modelling of concrete mixture. London ; New York : E&FN Spon, 1999. 256 p.

43. Баладінський В. Л., Назаренко І. І., Онищенко О. Г. Будівельна техніка : підручник. Київ : КНУБА, 2002. 463 с.
44. Barnes H. A. Thixotropy Review. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 70. P. 1–33. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-0257\(97\)00004-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-0257(97)00004-9)
45. Aïtcin P. C. High performance concrete. London : CRC press, 2011. 624 p.
46. Billberg P. Form pressure generated by self-compacting concrete – influence of thixotropy and structural behaviour at rest : PhD thesis. Stockholm, 2006. 91 p.
47. Дворкін Л. Й., Дворкін О. Л., Гарніцький Ю. В. Проектування складів бетону із заданими властивостями. Рівне : РДТУ, 2000. 215 с.
48. Овчинников П. Ф. Виброреология : монографія. Киев : Наук. думка, 1983. 272 с.
49. Бікс Ю. С., Ратушняк Г. С., Коц І. В. Моделювання взаємодії бетонної суміші з прес-формою під час ущільнення. *Сучасні технології матеріали та конструкції у будівництві*. 2011. № 2. С. 92–95.
50. ДСТУ-Н Б А.3.1-34:2016. Настанова з виробництва бетонних і залізобетонних виробів. Чинний від 01.04.2017. Вид. офіц. Київ : УкрНДНЦ, 2017. 34 с.
51. ДСТУ Б В.2.7-96-2000. Суміші бетонні. Технічні умови. Чинний від 2000-07-01. Вид. офіц. Київ : Укрархбудінформ, 2000. 20 с.
52. Назаренко І. І., Туманська О. В. Машини і устаткування підприємств будівельних матеріалів: конструкції та основи експлуатації : підручник. Київ : Вища шк., 2004. 590 с.
53. Іпполітова І. Я., Сорокотяженко К. С. Формування організаційно-економічного механізму енергозбереження на підприємстві. *Глобальні та національні проблеми економіки*. 2015. Вип. 8. С. 406–411.
54. Краснікова Л. І., Останін Д. В. Оцінка ефективності виробництва та споживання електроенергії в Україні. *Наукові записки НАУКМА: Т. 15. Економіка*. 1999. С. 38–46.

55. Development of energy-efficient vibration machines for the buiding-and-contruction industry / I. I. Nazarenko et al. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2019. Vol. 95, Iss. 4. P. 53–59. DOI 10.15199/48.2019.04.10.
56. Микитенко В. В. Енергоефективність промислового виробництва : монографія. Київ : Об'єд. ін-т економіки, 2004. 281 с.
57. Іщук С. І., Гладкий О. В. Техніко-економічні основи промислового виробництва : навч. посіб. Київ : Академія, 2011. 296 с.
58. Пружна опора для вібраційних пристроїв : пат. на корисну модель 23325 Україна: МПК F16F 3/00. № u200610919; заявл. 16.10.06; опубл. 25.05.07, Бюл. № 7. 4 с.
59. Русан І. В., Сліпецький В. В. Дослідження режимів та параметрів резонансної вібраційної машини для виробництва плоских плит. *Гідроаеромеханіка в інженерній практиці* : матеріали XXVI Міжнар. наук.-техн. конф., 7 – 10 верес., м. Херсон. Київ : НТУ «КПІ», 2021. С. 276–278.
60. Назаренко І. І. Машини для виробництва будівельних матеріалів : підручник. Київ : КНУБА, 1999. 488 с.
61. Назаренко І. І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем : навч. посіб. 2-ге вид. Київ : Слово, 2010. 440 с.
62. Назаренко І. І. Високоєфективні віброформувальні машини. Київ : Вища шк., 1988. 140 с.
63. Determining the regions of stability in the motion regimes and parameters of vibratory machines for different technological purposes / Ivan Nazarenko et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. Vol 6, No 7 (108). P. 71–79. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.217747>
64. Сівко В. Й. Основи механіки вібруємих бетонних сумішей. Київ : Вища шк., 1988. 168с.
65. Бондаренко А. Дослідження ефективноі і енергоощадної віброустановки для формування тротуарних плит. *Енергоощадні машини і технології* : матеріали III Міжнар. наук.-практ. конф., 17 – 19 трав. 2022 р. Київ : КНУБА, 2022. С. 76–79.

66. Дьяченко О., Пригоцький В., Маліцький І. Огляд схем вібромайданчиків з вертикальними коливаннями та аналіз можливостей керування параметрами ущільнення. *Енергоощадні машини і технології* : матеріали III Міжнар. наук.-практ. конф., 17 – 19 трав. 2022 р. Київ : КНУБА, 2022. С. 28–31.
67. Віброустановка для формування малогабаритних бетонних і залізобетонних виробів : пат. на корисну модель № 63973 Україна: МПК В28В 7/24. № u201103942; заявл. 01.04.2011; опубл. 25.10. 2011, Бюл. № 20.
68. Вібраційна установка для ущільнення і формування бетонних і залізобетонних виробів : пат. на корисну модель № 119191 Україна: МПК В28В 1/08. № u201704221; заявл. 28.04.2017; опубл. 11.09. 2017, Бюл. № 17.
69. Нестеренко М. М. Дослідження пружних властивостей гумових прокладок ударно-струшувальної установки при різних питомих тисках. *Техніка будівництва*. 2010. № 25. С. 24–28.
70. Назаренко І. І., Сліпецький В. В., Слюсар В. С. Обґрунтування створення системи управління зміною параметрів вібраційної установки в процесі ущільнення бетонної суміші. *Управління розвитком технологій* : матеріали VII Міжнар. наук.-практ. конф. Київ : КНУБА, 2020. С. 107–108.
71. Боровець В. М., Савчин Б. М., Шенбор В. С., Брусенцов В. Г. Вібраційні майданчики виготовлення бетонних виробів. *Спецпроект: анализ научных исследований* : веб-сайт. 2014. URL: https://www.confcontact.com/2014-specproekt/tn3_borovets.htm (дата звернення 05.06.2023)
72. Ефективність використання різних типів збудників коливань в машинах технологічного призначення / І. І. Назаренко та ін. *Перспективи розвитку машинобудування та транспорту* : тези доп. I-ої Міжнар. наук.-техн. конф., м. Вінниця, 13 – 15 трав. 2019 р. Вінниця : Едельвейс, 2019. С. 256–259
73. Визначення раціональних режимів і параметрів віброустановки з складним характером руху / І. І. Назаренко та ін. *Гідроаеромеханіка в інженерній практиці* : матеріали XXIV Міжнар. наук.-техн. конф., м Київ, 27 – 30 трав. 2019 р. Київ : НТУ «КПІ», 2019. С. 192–194.

74. Вібраційна площадка для ущільнення цементобетонної суміші у формі : пат. на корисну модель № 12116 Україна: МПК В28В 1/08. № u200507744; заявл. 04.08.2005; опубл. 16.01.2006. Бюл. № 1.
75. Нестеренко М. П. Вібраційні площадки з просторовими коливаннями для виготовлення залізобетонних виробів широкої номенклатури. *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*. 2005. Вип. 16. С. 177–181.
76. Свідерський А. Т., Делембовський М. М. Критерії оцінки якості віброплощадок. *Техніка будівництва*. 2010. Вип. 24. С. 24–27.
77. Nazarenko I., Slipetskyi V. Analysis and synthesis of creation of vibration machines with an estimation of their efficiency and reliability. *Technology audit and production reserves*. 2019. Vol 6, No. 1 (50). P. 29–31. <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2019.189057>
78. Nazarenko I., Slipetskyi V. Development of the organizational principles of formation of the optimal diagram and parameters of vibration system / *Technology audit and production reserves*. 2019. Vol 5, No. 1 (49). P. 29–31. <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2019.183874>
79. Черевко О. М., Давиденко Ю. О., Черевко П. О. Вплив параметрів вібрації на процес ущільнення бетонних сумішей. *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*. 2010. Вип. 2 (27). С. 138–146.
80. Нестеренко М. П., Педь Д. С., Молчанов П. О., Склярєнко Т. О. Принципи раціонального конструювання стаціонарних вібраційних форм та інженерна методика їх динамічного розрахунку. *Тези 64-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету* (м. Полтава, 17 квітня – 11 травня 2012 р.) : в 3 т. Полтава, 2012. Т. 3. С. 54–56.
81. Нестеренко М. М. Визначення основних характеристик коливань рухомої рами на пружних прокладках. *Проблеми розвитку дорожньо-транспортного і будівельного комплексів* : зб. ст. і тез доп. Міжнар. наук.-практ. конф. (м. Кіровоград, 3 – 5 жовт. 2013 р). Кіровоград : КНТУ, 2013. С. 67–71.

82. Krot O. Yu., Krot O. P. Laboratory workshop on the study of the discipline "Fundamentals of scientific research": Educational and methodological manual. Kharkiv, 2016. 103 p.
83. Крот О. Ю., Кузуб Ю. О., Крючков О. А. Способи зменшення негативного впливу резонансних коливань на якість бетонних виробів у процесі їх віброущільнення. *Вісник ХНАДУ*. 2023. Вип. 101, т. 2. С. 115–120.
84. Вібростіл з важільним закріпленням віброзбудувача : пат. 146691 Україна: МПК В28В 1/08. № u202006563; заявл. 12.10.2020; опубл. 10.03.2021, Бюл. № 10.
85. Нестеренко М. П., Педь Д. С. Математичне моделювання вібраційних машин для формування залізобетонних виробів з урахуванням впливу бетонної суміші на робочий орган. *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського*. 2009. № 1 (54), Ч. 1. С. 78–80.
86. Орисенко О. В., Рева М. Математичне моделювання руху робочого органу вібраційної установки для формування залізобетонних кілець. *Збірник наукових праць студентів ЕМФ*. Полтава: ПолтНТУ, 2013. Вип. 5. С. 144–153.
87. Сердюк Л. І. Теорія розмірностей, теорія подібності та математичне моделювання : посіб. для студ. та аспірантів. Полтава : ПолтНТУ. 2005. 154 с.
88. Zhyhylii S. M., Kharchenko M. O., Katella J. O. Mathematical model of the dynamic action of the controlled vibration exciter on the processed medium of mixer with toroidal working container. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7, No. 3.2. P. 478–485. DOI: [10.14419/ijet.v7i3.2.14576](https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14576)
89. Morin D. Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions. Cambridge : Cambridge University Press, 2008. 734 p.
90. Павловський М. А. Теоретична механіка : підручник. Київ : Техніка, 2002. 512 с.

91. Сердюк Л. И. Основы теории, расчет и конструирование управляемых вибрационных машин с дебалансными вибровозбудителями : дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.02; 01.02.06. Харьков, 1991. 301 с.
92. Seely F. B., Ensign N. E. Analytical mechanics for engineers. 3d ed. New York; London : Chapman & Hall, 1941. 488 p.
93. Vector mechanics for engineers: statics and dynamics, tenth edition / F. P. Beer, E. R. Johnston, Jr., D. F. Mazurek, Ph. J. Cornwell. New York : McGraw-Hill Companies, 2013. 1360 p.
94. Жигилій С. М. Кінематика точки : курс лекцій з дисц. «Теоретична механіка». Полтава : ПолтНТУ, 2017. 194 с.
95. Ruina A., Pratap R. Introduction to Statics and Dynamics. Oxford : Oxford University Press, 2011. 1029 p.
96. ДСТУ ГОСТ 8.417-2002. Міждержавний стандарт. Державна система забезпечення єдності вимірів. Одиниці величин. ДНАОП. Законодавча база : вебсайт. Чинний від 2003-09-01. Вид. офіц. 2002. 24 с. URL: https://dnaop.com/html/42066/doc-%D0%93%D0%9E%D0%A1%D0%A2_8.417-2002 (дата звернення 15.11.2020).
97. Савченко О.Г., Крот О.Ю. Лабораторний практикум з вивчення вантажопідіймального та транспортувального обладнання: Навчально - методичний посібник.- Х.: ХНУБА, 2016. - 99 с.
98. Назаренко І.І. Енергетична концепція до визначення основних параметрів робочого процесу машин будіндустрії // Прогресивные технологии и машины для производства стройматериалов, изделий и конструкций. Тезисы докладов I Всеукраинской научно-практической конференции. – Полтава, 1996. – С. 147-149.
99. Нестеренко М. П., Склярєнко Т. О. Математичне моделювання коливань вібраційної установки для виготовлення малогабаритних залізобетонних виробів з урахуванням впливу оброблюваного середовища. *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*. 2013. Вип. 1 (36). С. 256–265.

100. Коротич Ю. Ю. Визначення узагальнених сил вібраційного столу. *Збірник наукових праць. Галузеве машинобудування, будівництво*. Полтава, 2023. Вип. 1 (60). Т. 1. С. 5-11. <https://doi.org/10.26906/znp.2023.60.3108>
101. Коротич Ю. Ю. Складання математичної моделі вібраційного столу. *Технічні науки та технології*. 2023. № 3 (33). С. 83–96. DOI 10.25140/2411-5363-2023-3(33)-83-96
102. Nazarenko I. Experimental research of forming machine with a spatial character of motion. *Mechatronics*. London : Taylor & Francis Group, 2020. Vol. II. 7 p.
103. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Обґрунтування важільного закріплення віброзбуджувача відносно вібростолу. *Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки* : матеріали V Всеукр. наук.-техн. конф. (22 квіт. 2021 р., м. Полтава). Полтава, 2021. С. 23–25.
104. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження раціонального закріплення віброзбуджувача відносно вібростолу. *Тези 73-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (Полтава, 21 квітня – 13 травня 2021 р.)*. Полтава, 2021. Т. 1. С. 177–178.
105. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження впливу робочого навантаження вібростолу на ефективність віброущільнення при важільном закріпленні його віброзбуджувача. *Тези доповідей 74-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (25 квіт.-21 трав. 2022 р.)*. Полтава, 2022. Т. 1. С. 130–132.
106. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю., Жигилій С. М. Довизначення кінетичної енергії вібраційного столу. *Академічна й університетська наука* : зб. наук. пр. Секції за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф. «Сучасні рецепції світоглядно-ціннісних орієнтирів Григорія Сковороди», 02 груд. 2022 р. : Т. 2. Полтава, 2022. С. 113–115.
107. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Характер зміни амплітуди віброколивань при застосуванні важільного закріплення віброзбуджувача. *Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки* :

матеріали VI Всеукр. наук.-техн. конф. (11 трав. 2023 р., м. Полтава). Полтава, 2023. С. 13–15.

108. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. До визначення узагальнених сил вібраційного столу. *Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів* (Полтава, 02 трав.–25 трав. 2023 р.). Т. 1. С. 248–250.

109. Statistische versuchsplanung und-auswertung in der stofwirtschaft / ed. K. Hartmann. Leipzig : VEB Deutscher Verlag fur Grundstoffindustrie, 1974. 552 s

110. Теорія планування експерименту : навч. посіб. / В. П. Нечасєв та ін. – Київ : Кондор, 2005. 232 с

111. ДСТУ Б В.2.6-55:2008. Конструкції будинків і споруд. Перемички залізобетонні для будинків із цегляними стінами. Технічні умови. Чинний від 2010-01-01. Вид. офіц. Київ : Мінрегіонбуд України, 2009. 31с.

112. ДСТУ Б В.2.7-238:2010. Будівельні матеріали. Плити бетонні тротуарні. Технічні умови. Чинний від 2012-01-01. Вид. офіц. Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. 27 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1. Патент на корисну модель.

(11) **146691**(19) **UA**(51) МПК
B28B 1/08 (2006.01)

<p>(21) Номер заявки: u 2020 06563</p> <p>(22) Дата подання заявки: 12.10.2020</p> <p>(24) Дата, з якої є чинними права інтелектуальної власності: 11.03.2021</p> <p>(46) Дата публікації відомостей про державну реєстрацію та номер Бюлетеня: 10.03.2021, Бюл. № 10</p>	<p>(72) Винахідники: Коробко Богдан Олегович, UA, Коротич Юрій Юрійович, UA, Васильєв Євген Анатолійович, UA</p> <p>(73) Володілець: НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ПОЛТАВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА", просп. Першотравневий, 24, м. Полтава, 36011, UA</p>
---	--

(54) Назва корисної моделі:

ВІБРОСТІЛ З ВАЖІЛЬНИМ ЗАКРІПЛЕННЯМ ВІБРОЗБУДЖУВАЧА

(57) Формула корисної моделі:

Вібростіл з важільним закріпленням віброзбуджувача, який містить у своєму складі вібростіл (1), віброопори (5, 6), каркас вібростола (4), віброзбуджувач (3), який відрізняється тим, що має важіль (2), який жорстко закріплений до вібростола (1), на важелі (2) закріплений віброзбуджувач (3), важільне закріплення віброзбуджувача (3) обумовлює збільшення складової значень віброколивань на всій площині вібростола (1).

Додаток 2. Типові віброграми вертикальних вимушених коливань дослідного малогабаритного обладнання для віброформування бетонних виробів.

Віброграми отримані за допомогою тензодатчика на поверхні віброплити у точках 13, 23, 25 (рис. 3.11) при вихідних параметрах (табл. 3.1, дослід № 3).

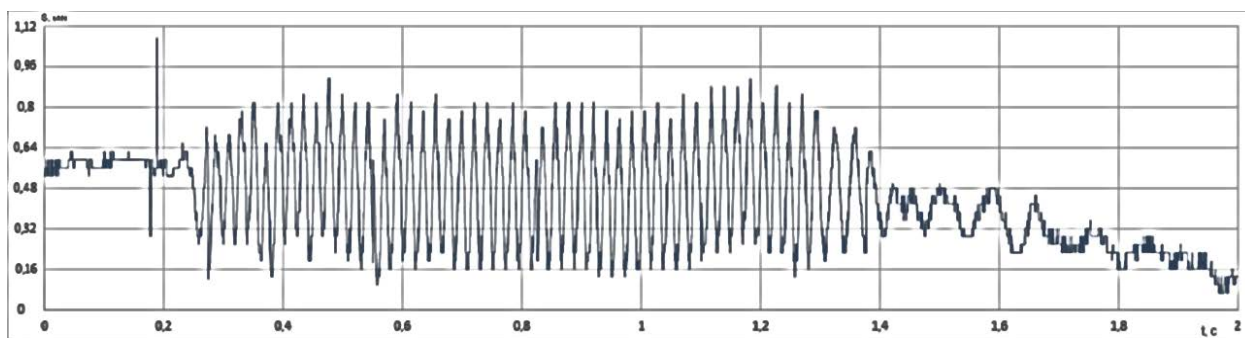


Рис. 1. Віброграма в точці 13.

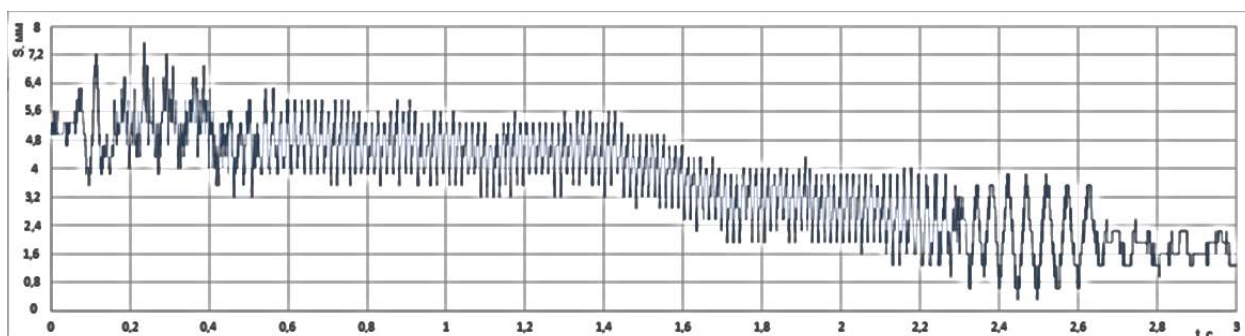


Рис. 2. Віброграма в точці 23.

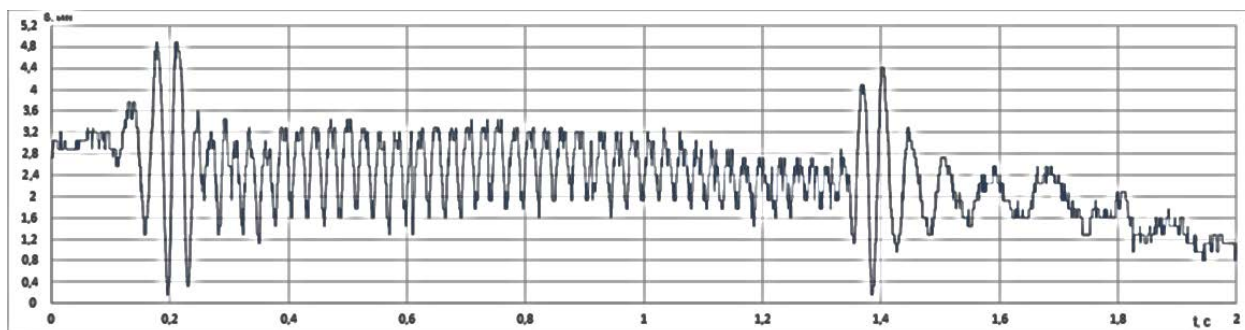


Рис. 3. Віброграма в точці 25.

Додаток 3. Визначення функціональної залежності амплітуди коливань вібраційного столу з важільним закріпленням віброзбуджувача на основі трифакторного експерименту другого порядку.

З попередньо проведених досліджень і експериментальних випробувань встановлено, що параметром, який відіграє важливу роль та характеризує ефективність роботи вібраційного столу, є його амплітуда вертикальних вимушених коливань A , яку він отримує від віброзбуджувача під час виробничого процесу. У свою чергу, було визначено ряд параметрів, які найбільш вагомо впливають на величину амплітуди. Ними є: довжина важіля $\ell_{важ.}$, на якому закріплений віброзбуджувач, м; збурююча сила P , кН; вага бетонної суміші з формою m_6 , кг.

Були визначені діапазони зміни вказаних параметрів, інтервали варіювання, в межах яких спостерігається найвища ефективність роботи вібраційного столу. Їх значення наведені у таблиці 1.

Таблиця 1. Параметри, які впливають на ефективність роботи вібростолу та їх інтервали варіювання

№	Найменування	Розмірність	Позначення	Верхній рівень (+)	Нульовий рівень (0)	Нижній рівень (-)	Інтервал варіювання
X_1	Довжина важіля	м	$\ell_{важ.}$	0,2	0,1	0	0,1
X_2	Збурююча сила	кН	P	3,5	3	2,5	0,5
X_3	Вага	кг	m_6	250	150	50	100

Використовуючи механізм планування експерименту [108, 109] для знаходження ступеня впливу цих параметрів на ефективність роботи дослідного комплексу обладнання, ставимо за мету знаходження

функціональної залежності впливу вищенаведених параметрів на амплітуду коливань у вигляді

$$A = f(\ell_{важ.}, P, m_б). \quad (1)$$

Для спрощення записів і наступних розрахунків верхній рівень варіювання факторів позначається символом (+1), середній рівень – (0), нижній – (-1). Вказаний запис переводить параметри варіювання у новий кодовий масштаб за формулою

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}, \quad (2)$$

де x_i – значення i -го фактору в новому кодовому масштабі;

X_i – значення i -го фактору в натуральному масштабі;

X_{i0} – основний рівень i -го фактору;

ΔX_i – інтервал варіювання i -го фактору.

У нашому випадку, коли вплив дії вказаних параметрів на амплітуду коливань відрізняється від лінійного, використовуємо плани другого порядку. У випадку, якщо побудована модель не буде відповідати проведеним дослідом (не буде адекватною), слід використовувати плани іншого вигляду. При записі плану проведення експерименту цифра 1 не вказується й кодовий запис рівнів факторів має вигляд відповідно: «+», «0» та «-».

Експерименти проводимо відповідно до плану (див. табл. 2). Наприклад, для першого дослідю довжина важіля $\ell_{важ.}$ має значення «+» – 0,2 м, величина збурюючої сили P має значення «+» – 3,5 кН, вага бетонної суміші з формою $m_б$ має значення «+» – 250 кг.

Таблиця 2. План проведення трифакторного експерименту

№ досліджу	Матриця планування (x_i)			Квадрати параметрів (x_i^2)			Взаємодія ($x_i x_j$)			
	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	
N_1	1	+	+	+	+	+	+	+	+	
	2	—	+	+	+	+	+	—	—	+
	3	+	—	+	+	+	+	—	+	—
	4	—	—	+	+	+	+	+	—	—
	5	+	+	—	+	+	+	+	—	—
	6	—	+	—	+	+	+	—	+	—
	7	+	—	—	+	+	+	—	—	+
	8	—	—	—	+	+	+	+	+	+
N_α	9	+	0	0	+	0	0	0	0	0
	10	—	0	0	+	0	0	0	0	0
	11	0	+	0	0	+	0	0	0	0
	12	0	—	0	0	+	0	0	0	0
	13	0	0	+	0	0	+	0	0	0
	14	0	0	—	0	0	+	0	0	0
n_0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0

При виконанні експериментів відповідно до обраного плану доцільно дослідити в нульовій точці (всі фактори на основному рівні) рівномірно розподіляти між іншими, дублюючи їх через кожні 3–5 дослідів.

Результати дослідів обробляємо з використанням методів математичної статистики, одержуючи при цьому алгебраїчне рівняння, яке відображає зв'язок між амплітудою коливань $A(\hat{y})$ вібростолу та вихідними факторами.

У загальному вигляді для трифакторного експерименту:

$$\hat{y}_i = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k b_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

$i \neq j$

де $i, j = 1, 2, \dots, k$ – порядкові номери факторів;

\hat{y} – амплітуда коливань A ;

x_1, x_2, \dots, x_k – вихідні фактори;

$b_0, b_1, b_2, \dots, b_{12}, b_{13}, \dots, b_{ij}, b_{ii}$ – коефіцієнти рівняння.

Коефіцієнти рівняння обчислюють за наступними формулами:

$$b_0 = 0,1831[0y] - 0,0704 \sum_1^k [iiy]; \quad (4)$$

$$b_i = 0,1[iy]; \quad (5)$$

$$b_{ii} = -0,0704[0y] + 0,5[iiy] - 0,1268 \sum_1^k [iiy]; \quad (6)$$

$$b_{ij} = 0,125[ijy]. \quad (7)$$

де y_u – значення амплітуди коливань A в u -тому досліді;

x_{iu} – значення i -того фактору в u -тому досліді;

x_{ju} – значення j -того фактору в u -тому досліді ($i \neq j$).

Результати експериментів і розрахунки коефіцієнтів наведені у таблиці 3.

Функціональна залежність впливу вищенаведених параметрів на амплітуду коливань має вигляд:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{12} x_1 x_2 + \\ &\quad + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 = \\ &= 0,4126 + 0,483 x_1 + 0,247 x_2 - 0,362 x_3 + 0,1681 x_1^2 + \\ &\quad + 0,1681 x_2^2 + 0,083 x_3^2 + 0,0825 x_1 x_2 - 0,3475 x_1 x_3 + 0,0025 x_2 x_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Після одержання рівняння регресії виконується перевірка відмінності коефіцієнтів b_i від нуля та придатності рівняння для описування залежностей, які досліджуються (перевірка адекватності).

Перевірка відмінності коефіцієнтів b_i від нуля. За результатами дослідів у нульових (або основних) точках (№ 15-17, табл. 2) визначають:

а) середнє арифметичне значення

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} y_{0i}}{n_0}, \quad (9)$$

де y_{0i} – значення амплітуди коливань у нульовій точці в i -тому досліді;

n_0 – число дослідів у нульовій точці;

б) дисперсію у нульовій точці

$$S_{\bar{y}}^2 = S_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} (\bar{y}_0 - y_{0i})^2}{n_0 - 1}; \quad (10)$$

в) середнє квадратичне відхилення, що характеризує помилку дослідів:

$$S_{\bar{y}} = S_0 = \sqrt{S_0^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_0} (\bar{y}_0 - y_{0i})^2}{n_0 - 1}}; \quad (11)$$

Таблиця 3. Результати експериментів і значення обробки експериментальних даних

№	A	X_1	X_2	X_3	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$
1	0,935	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93
2	0,499	-0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	-0,5	-0,5	0,5
3	0,276	0,28	-0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	-0,28	0,28	-0,28
4	0,17	-0,17	-0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	-0,17	-0,17
5	2,354	2,36	2,36	-2,36	2,36	2,36	2,36	2,36	-2,36	-2,36
6	0,528	-0,53	0,53	-0,53	0,53	0,53	0,53	-0,53	0,53	-0,53
7	1,695	1,69	-1,69	-1,69	1,69	1,69	1,69	-1,69	-1,69	1,69
8	0,199	-0,2	-0,2	-0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
9	1,064	1,07	0	0	1,07	0	0	0	0	0
10	0,098	-0,1	0	0	0,1	0	0	0	0	0
11	0,828	0	0,83	0	0	0,83	0	0	0	0
12	0,334	0	-0,34	0	0	0,34	0	0	0	0
13	0,134	0	0	0,14	0	0	0,14	0	0	0
14	0,858	0	0	-0,86	0	0	0,86	0	0	0
15	0,413	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0,413	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0,413	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ_x	11,209198	4,83	2,47	-3,62	7,83	7,83	7,66	0,66	-2,78	-0,02
	0,41265	0,48300	0,24700	-0,36200	0,16814	0,16814	0,08314	0,08250	-0,34750	0,00250

г) середню квадратичну похибку у визначенні коефіцієнтів обчислюють за наступними рівняннями залежно від кількості прийнятих факторів, для $k = 3$:

$$S^2 \{b_0\} = 0,1831 S_{\bar{y}}^2; S \{b_0\} = 0,4279 S_{\bar{y}};$$

$$S^2 \{b_i\} = 0,1 S_{\bar{y}}^2; S \{b_i\} = 0,3162 S_{\bar{y}};$$

(12)

$$S^2 \{b_{ii}\} = 0,3732 S_{\bar{y}}^2; S \{b_{ii}\} = 0,6109 S_{\bar{y}};$$

$$S^2 \{b_{ij}\} = 0,125 S_{\bar{y}}^2; S \{b_{ij}\} = 0,3536 S_{\bar{y}}.$$

Результати розрахунків зводимо до таблиці 4.

Таблиця 4. Результати розрахунків перевірки відмінності коефіцієнтів b_i від нуля

№ дослідю	Амплітуда коливань, y_{0u} (вихід)	$\bar{y}_0 - y_{0u}$	$(\bar{y}_0 - y_{0u})^2$
15	0,410	-0,00333	0,00001111
16	0,400	0,00667	0,00004444
17	0,410	-0,00333	0,00001111
\bar{y}_0	0,40667	$\sum_1^{n_0} (\bar{y}_0 - y_{0u})^2$	0,00006667
		$S_{\bar{y}}^2 = S_0^2 = \frac{\sum_1^{n_0} (\bar{y}_0 - y_{0u})^2}{n_0 - 1}$	0,00003333
		$S_{\bar{y}}$	0,00577350

Обчислюємо помилки у визначенні коефіцієнтів, використовуючи (12):

$$S \{b_0\} = 0,4279 S_{\bar{y}} = 0,4279 \cdot 0,00577350 = 0,00247048;$$

$$\begin{aligned}
 S\{b_1\} &= 0,3162 S_{\bar{y}} = 0,3162 \cdot 0,00577350 = 0,00182558; \\
 S\{b_{ii}\} &= 0,6109 S_{\bar{y}} = 0,6109 \cdot 0,00577350 = 0,00352703; \\
 S\{b_{ij}\} &= 0,3536 S_{\bar{y}} = 0,3536 \cdot 0,00577350 = 0,00204151;
 \end{aligned}$$

Визначаємо розрахункове значення t_p – критерію Стьюдента за формулою

$$t_p = \frac{|b_i|}{S\{b_i\}}. \quad (13)$$

Порівнюємо одержане значення t_p із табличним t_m при кількості ступенів вільності $f_{\bar{y}} = n_0 - 1$. Для нашого випадку при кількості вимірів у нульовій точці $n_0=3$ $f_{\bar{y}}$ буде мати значення 2. Тоді за таблицею 5 величина критерію Стьюдента для 5% рівня значимості складе $t_m = 4,3$.

Таблиця 5. Величини критерію Стьюдента t_m для 5% рівня значимості

Кількість ступенів вільності $f_{\bar{y}} = n_0 - 1$	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14
Критерій Стьюдента t_m	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,23	2,18	2,15

Якщо $|t_p| < t_m$, то коефіцієнт вважають таким, що дорівнює нулю, а відповідний йому член рівняння усувають, вважаючи його незначним. Порівняння наводимо в таблиці 6.

Таблиця 6. Порівняння розрахункових t_p та табличного значень $t_m = 4,3$

критерію Стьюдента для визначення відмінності коефіцієнтів b_i від нуля

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{11}	b_{22}	b_{33}	b_{12}	b_{13}	b_{23}
Значення коефіцієнтів b_i	0.41265	0.48300	0.24700	-0.3620	0.16814	0.16814	0.08314	0.08250	-0.34750	0.0025

$S\{b_i\}$	0,0024704	0,00183	0,00183	0,00183	0,00352703	0,00352703	0,00352703	0,002042	0,002042	0,002042
$t_p = \frac{ b_i }{S\{b_i\}}$	167,034	264,573	135,299	-198,293	47,671	47,671	23,571	40,411	-170,217	-1,2246
Позначка про нульове значення										0

Коефіцієнти при квадратичних членах не слід виключати з рівняння навіть у випадку їхньої статистичної незначності (тобто при $|t_p| < t_m$).

Таким чином, уточнене рівняння регресії має вигляд

$$\begin{aligned} \hat{y}_i &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{12} x_1 x_2 + \\ &\quad + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 = \\ &= 0,4126 + 0,483 x_1 + 0,247 x_2 - 0,362 x_3 + 0,1681 x_1^2 + \\ &\quad + 0,1681 x_2^2 + 0,083 x_3^2 + 0,0825 x_1 x_2 - 0,3475 x_1 x_3. \end{aligned} \quad (14)$$

Перевірка адекватності отриманої функціональної залежності фактичним результатам, отриманим на основі експериментів.

Оцінку придатності функціональної залежності робимо на основі розрахунку критерію Фішера F_p і порівняння його з рекомендованим значенням $[F_p]$. Рівняння вважається придатним, якщо $F_p < [F_p]$.

Гранична величина $[F_p]$ -критерію призначається з таблиці 7, причому

$$f_y = n_0 - 1; f_{ad} = N - m - (n_0 - 1),$$

де n_0 – кількість експериментів на нульовому рівні;

N – загальна кількість експериментів у плані, включаючи й досліді в нульових точках;

m – кількість значимих коефіцієнтів у рівнянні регресії (14).

$$f_y = n_0 - 1 = 3 - 1 = 2; f_{ad} = N - m - (n_0 - 1) = 17 - 8 - 2 = 7; [F_p] = 19,3.$$

Таблиця 7. Значення F– критерію для 5% рівня значимості

$f_{\bar{y}}$	Значення F -критерію при f_{ad}								
	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5	4,7	4,5	4,4

Визначаємо розрахункове значення F_p -критерію Фішера за формулою:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_{\bar{y}}^2}, \quad (15)$$

де S_{ad}^2 – дисперсія адекватності (або остаточно дисперсія);

$S_{\bar{y}}^2$ – дисперсія у нульовій точці. При триразових вимірах у нашому випадку $S_{\bar{y}}^2=0,00003333$.

Визначаємо дисперсію адекватності (або остаточно дисперсію) за формулою

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_1^N \left(y_u - \hat{y}_u \right)^2}{N - m - (n_0 - 1)}, \quad (16)$$

де y_u – значення амплітуди коливань A , яке одержане в u -тому досліді (див. табл. 3 результатів експериментів);

\hat{y}_u – значення амплітуди коливань A в u -тому досліді, яке підраховане за уточненим рівнянням регресії (14);

m – число значимих коефіцієнтів, враховуючи b_0 .

Для розрахунку остаточної дисперсії S_{ao}^2 визначаємо за розробленою функціональною залежністю значення амплітуди коливань A для кожного рядку плану (табл. 2).

Результати розрахунку зводимо до таблиці 8.

Таблиця 8. Результати оцінювання адекватності математичної моделі експериментальним даним

№	Значення амплітуди коливань A		Абсолютне відхилення		Відносна похибка $\varepsilon = \frac{\Delta y}{y_u} 100\%$
	фактичне значення амплітуди y_u	розрахункове значення амплітуди \hat{y}_u	$\Delta y = y_u - \hat{y}_u$	Δy^2	
1	0,930	0,935	-0,005062000	0,000025624	-0,544
2	0,500	0,499	0,000938000	0,000000880	0,188
3	0,280	0,276	0,003938000	0,000015508	1,406
4	0,170	0,170	0,000062000	0,000000004	0,036
5	2,360	2,354	0,005938000	0,000035260	0,252
6	0,530	0,528	0,001938000	0,000003756	0,366
7	1,690	1,695	-0,005062000	0,000025624	0,300
8	0,200	0,199	0,000938000	0,000000880	-0,469
9	1,070	1,064	0,006210000	0,000038564	0,580
10	0,100	0,098	0,002210000	0,000004884	2,21
11	0,830	0,828	0,002210000	0,000004884	0,266
12	0,340	0,334	0,006210000	0,000038564	1,826
13	0,140	0,134	0,006210000	0,000038564	4,436
14	0,860	0,858	0,002210000	0,000004884	0,257
15	0,410	0,413	-0,002654000	0,000007044	-0,647
16	0,400	0,413	-0,012654000	0,000160124	-3,164
17	0,410	0,413	-0,002654000	0,000007044	-0,647
Сумарне значення $\sum_1^N \left(y_u - \hat{y}_u \right)^2$				0,000412090	—

Обчислюємо остаточно дисперсію

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_1^N (y_u - \hat{y}_u)^2}{N - m - (n_0 - 1)} = \frac{0,000412090}{7} = 0,0000589.$$

Розрахункове значення критерію Фішера:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_{\bar{y}}^2} = \frac{0,0000589}{0,00003333} = 1,76 < 19,3.$$

Оскільки розрахункове значення F_p -критерію менше, ніж граничне, то можна стверджувати, що розроблена на основі багатofакторного аналізу функціональна залежність (14) адекватно описує процес впливу конструктивних та технологічних параметрів на величину амплітуди вимушених коливань.

Додаток 4. Акт впровадження №1.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи на тему «Обґрунтування параметрів технологічного комплексу обладнання для виробництва бетонних виробів», виконаної в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Даний акт засвідчує те, що на ТОВ «ГОТ» проведено модернізацію вібраційного обладнання для виготовлення бетонних виробів (вібростолу) за кресленнями, які були розроблені в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (виконавець – аспірант Коротич Ю. Ю., науковий керівник – д. т. н., професор Коробко Б. О.).

Модернізацію було проведено шляхом встановлення жорсткого металевого важеля між віброзбуджувачем та віброплитою на вищезгадане обладнання та заміною віброзбуджувача ИВ-98Б потужністю 0,9 кВт на віброзбуджувач ИВ-99 потужністю 0,5 кВт за спеціально розробленими виконавцем рекомендаціями.

Модернізоване обладнання використовувалось на підприємстві в цеху по виготовленню залізобетонних виробів протягом липня-серпня 2023 року. За цей період було виготовлено 900 шт перетинки брускової 1ПБ10-1 згідно ДСТУ Б В.2.6-55:2008.

У порівнянні з раніше використовуваним обладнанням витрати електроенергії зменшилися на 21%. Це дозволило зменшити собівартість виробленої продукції.

Тривалість та якість ущільнення бетонної суміші відповідають технічним умовам на даний вид продукції. Якість бетонних виробів відповідає ДСТУ Б В.2.6-2:2009.

Директор підприємства
Головний інженер
Керівник відділу
Керівник аспіранта
Аспірант





Масліченко С. В.
Ломовцев Г. В.
Авраменко В. В.
Коробко Б. О.
Коротич Ю. Ю.

Акт впровадження № 2.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи на тему «Обґрунтування параметрів технологічного комплексу обладнання для виробництва бетонних виробів», виконаної в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Даний акт засвідчує те, що на ТОВАРИСТВІ З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ «ПРИМУМ АКТИВ» проведено модернізацію вібраційного обладнання для виготовлення бетонних виробів за кресленнями, розробленими в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (виконавець – Коротич Ю. Ю., науковий керівник – Коробко Б. О.).

Модернізацію проведено шляхом встановлення важеля між вібробудувачем та віброплитою на вищезгадане обладнання та заміною вібробудувача ИВ-98Б потужністю 0,9 кВт на вібробудувача ИВ-99 потужністю 0,6 кВт за розробленими виконавцем рекомендаціями.

Модернізоване обладнання використовувалось на підприємстві в цеху по виготовленню залізо-бетонних виробів протягом квітня-червня 2023 року. За цей період було виготовлено 750 шт тротуарної плити 6П8 та 1200 шт тротуарної плити 6К5 (ДСТУ Б В.2.7-238:2010).

У порівнянні з обладнанням, яке використовувалося раніше, було заощаджено 23% електроенергії за рахунок зменшення потужності вібробудувача, що суттєво дозволило зменшити собівартість. Тривалість та якість ущільнення відповідають технічним умовам на даний вид бетонної продукції. Якість виробів відповідає ДСТУ Б В.2.6-2:2009.

Директор підприємства
Головний інженер (механік)
Керівник аспіранта
Аспірант



Литовченко П.Г.
Коник В.Ю.
Коробко Б. О.
Коротич Ю. Ю.

Додаток 5. Список публікацій здобувача за темою дисертації.

Публікації в наукових фахових виданнях України:

1. Korobko B., Korotych Yu. The influence of the lever fixturing of the vibration exciter on the overall efficiency of concrete-mix vibration. *Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2021. Vol. 1 (56). P. 12–17. <https://doi.org/10.26906/znp.2021.56.2492>
2. Korobko B., Zhyhylii S., Korotych Yu. Determination of the vibrating table kinetic energy. *Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2022. Vol. 2 (59). P. 17–26. <https://doi.org/10.26906/znp.2022.59.3095>
3. Korotych Yu. Determination of generalized vibration table forcesюю. *Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2023. Vol. 1 (60). P. 5–11. <https://doi.org/10.26906/znp.2023.60.3108>
4. Коротич Ю. Ю. Складання математичної моделі вібраційного столу. *Технічні науки та технології*. 2023. № 3 (33). С. 83–96. DOI 10.25140/2411-5363-2023-3(33)-83-96

Публікації в наукових іноземних виданнях:

5. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження параметрів вібраційного столу з важільним закріпленням віброзбуджувача. *Modern engineering and innovative technologies*. 2023. Iss. 28, Part 1. P. 3–12. DOI: 10.30890/2567-5273.2023-28-01-019

Матеріали і тези наукових доповідей міжнародних конференцій:

6. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Обґрунтування важільного закріплення віброзбуджувача відносно вібростолу. *Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки* : матеріали V Всеукр. наук.-техн. конф. (22 квіт. 2021 р., м. Полтава). Полтава, 2021. С. 23–25.
7. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження раціонального закріплення віброзбуджувача відносно вібростолу. *Тези 73-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (21 квіт. – 13 трав. 2021 р.)*. Полтава, 2021. Т. 1. С. 177–178.

8. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Дослідження впливу робочого навантаження вібростолу на ефективність віброуцілення при важільном закріпленні його віброзбуджувача. *Тези доповідей 74-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (25 квіт. – 21 трав. 2022 р.)*. Полтава, 2022. Т. 1. С. 130–132.
9. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю., Жигилій С. М. Довизначення кінетичної енергії вібраційного столу. *Академічна й університетська наука* : зб. наук. пр. Секції за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф. «Сучасні рецепції світоглядно-ціннісних орієнтирів Григорія Сковороди», 02 груд. 2022 р. : Т. 2. – Полтава, 2022. С. 113–115.
10. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. Характер зміни амплітуди віброколивань при застосуванні важільного закріплення віброзбуджувача. *Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки* : матеріали VI Всеукр. наук.-техн. конф. (11 трав. 2023 р., м. Полтава). Полтава, 2023. С. 13–15.
11. Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю. До визначення узагальнених сил вібраційного столу. *Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів (Полтава, 02 трав.–25 трав. 2023 р.)*. Полтава, 2023. Т. 1. С. 248–250.

Патенти України на корисну модель:

12. Вібростіл з важільним закріпленням віброзбуджувача : пат. 146691 Україна: МПК В28В 1/08. № u202006563; заявл. 12.10.2020; опубл. 10.03.2021, Бюл. № 10.