

Міністерство освіти і науки України

Національна академія наук України

Мала академія наук України

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Секція
«Академічна й університетська наука»

Збірник наукових праць
за матеріалами

Всеукраїнської науково-практичної конференції
«Сучасні рецепції світоглядно-ціннісних
орієнтирів Григорія Сковороди»

02 грудня 2022 року

Том 2

Полтава 2022

УДК 621.01.001, 531.65

Коробко Б. О., Коротич Ю. Ю., Жигилій С.М.
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
korobko@pntu.edu.ua

ДОВИЗНАЧЕННЯ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ВІБРАЦІЙНОГО СТОЛУ

Для з'ясування загальної тенденції впливу окремих параметрів вібраційного столу для виготовлення малогабаритних бетонних виробів на рух його робочого органа, а також взаємного впливу руху окремих частин механічної системи, яка моделює цей вібростіл, розглянемо розрахункову схему зазначеної механічної системи і отримаємо математичну модель.

На рисунку 1 подано розрахункову схему вібраційного столу, як механічну систему, що складається з плити I масою m_1 розмірами $a \times b$ в плані й товщиною δ . Плита, яка і є робочим органом вібраційного столу, спирається на нерухому опорну поверхню за допомогою чотирьох пружних елементів жорсткістю C кожний. До плити I жорстко приєднаний важіль 2 довжиною $l_{важ.}$, масою якого знехтуємо. До нижнього кінця важеля також жорстко приєднаний механічний відцентровий дебалансний збуджувач коливань (вібратор) 3 масою m_3 , вісь обертання дебалансного вала 4 якого в стані спокою розташована паралельно до довшої осі симетрії плити I . На валові 4 , масою якого також знехтуємо, закріплений дебаланс 5 масою m_5 й ексцентриситетом e . Таким чином, вібраційний пристрій моделюється механічною системою, що складається з трьох матеріальних тіл.

Під час безпосередньої вібраційної дії плита I і збуджувач коливань 3 здійснюють складні просторові рухи, які можна вважати вільними. Рух вільного твердого тіла можна безліччю способів розкласти на два рухи: а) поступальний рух разом з довільно обраною фіксованою точкою тіла, яку називають полюсом; б) сферичний рух навколо цього полюса. Для визначення положення й опису вільних рухів плити й віброзбуджувача застосуємо ортогональну вібраційну систему координат [1]. Розглядаючи положення статичної рівноваги зазначеної механічної системи, оберімо нерухому систему координат $Oxyz$, початок відліку якої пов'яжімо з центром інерції плити I й сумістимо відповідні координатні осі з головними центральними осями інерції плити, розглядаючи її як абсолютно тверде тіло. Рухомою системою координат $Cx_1y_1z_1$ жорстко пов'язана з плитою I , а точка C співпадає з її центром мас (звісно, в положенні статичної рівноваги механічної системи обидві системи координат співпадають, а при русі механічної системи точка C однозначно характеризує рух центра інерції плити відносно нерухомої системи відліку $Oxyz$). Ейлерові кути повороту рухомої системи відносно нерухомої будемо замінювати кутами повороту α , β і ψ системи відповідно відносно осей Cx_1 , Cy_1 й Cz_1 . Значення кутів α , β і ψ мають один порядок й задаються періодичними тригонометричними функціями; відповідні кутові швидкості $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$, $\dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt}$ і $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ є одного порядку з кутовою швидкістю $\omega = \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ обертання дебалансного вала 4 . Такі припущення дають можливість суттєво спростити процес визначення кінетичної енергії механічної системи й отримати більш просту математичну модель, яка з високим ступенем точності описує вібраційний технологічний процес.

Для отримання зазначеної математичної моделі у вигляді диференціальних рівнянь руху механічної системи застосуємо рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, s),$$

де s і T – відповідно кількість ступенів вільності та кінетична енергія механічної системи.

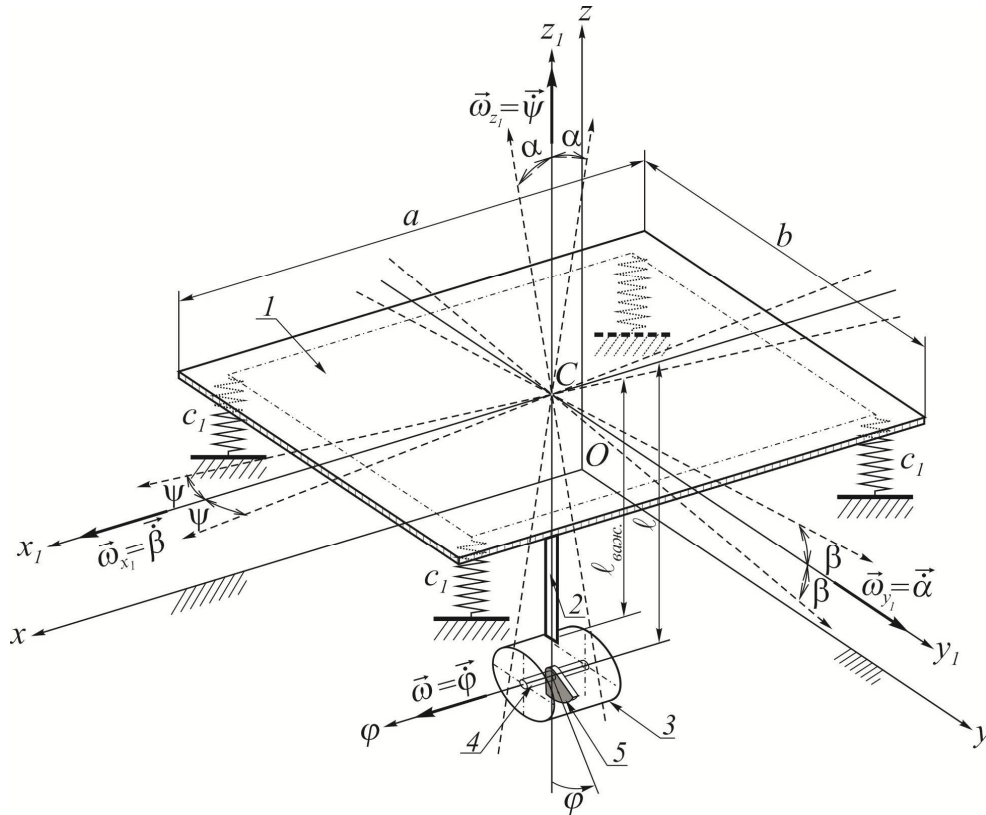


Рис. 1. Розрахункова схема вібраційного столу

Тоді у розглядуваному випадкові

$$T = T_1 + T_3 + T_5, \tag{1}$$

де T_1 , T_3 і T_5 – кінетичні енергії плити I , збуджувача 3 і дебалансу 5 .

Обираючи за полюс центр інерції плити I , за теоремою Кеніга

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot v_C^2}{2} + \frac{J_{C\Omega} \cdot \omega_\Omega^2}{2},$$

де v_C – модуль швидкості точки C ; ω_Ω – модуль миттєвої кутової швидкості плити I навколо осі Ω миттєвого обертання, яка в розглядуваному положенні механічної системи проходить через точку C ; $J_{C\Omega}$ – момент інерції плити I відносно миттєвої осі Ω .

Через те, що початок відліку рухомої системи відліку обрано в центрі інерції плити I , то

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot v_C^2 + \frac{1}{2} \left(J_{x_1} \omega_{x_1}^2 + J_{y_1} \omega_{y_1}^2 + J_{z_1} \omega_{z_1}^2 - 2J_{y_1 z_1} \omega_{y_1} \omega_{z_1} - 2J_{z_1 x_1} \omega_{z_1} \omega_{x_1} - 2J_{x_1 y_1} \omega_{x_1} \omega_{y_1} \right),$$

де J_{x_1} , J_{y_1} , J_{z_1} , $J_{x_1 y_1}$, $J_{y_1 z_1}$ і $J_{z_1 x_1}$ – відповідно моменти інерції плити I відносно

координатних осей Cx_1 , Cy_1 і Cz_1 та відносно координатних площин x_1y_1 , y_1z_1 і z_1x_1 ; ω_{x_1} , ω_{y_1} і ω_{z_1} – проєкції кутової швидкості $\vec{\omega}_\Omega$ на осі.

Оскільки осі Cx_1 , Cy_1 і Cz_1 є головними центральними осями інерції плити I , то її планарні моменти інерції

$$J_{x_1y_1} = J_{y_1z_1} = J_{z_1x_1} = 0, \text{ й}$$

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot v_C^2 + \frac{I}{2} \cdot (J_{x_1} \cdot \omega_{x_1}^2 + J_{y_1} \cdot \omega_{y_1}^2 + J_{z_1} \cdot \omega_{z_1}^2).$$

Далі врахуємо, що проєкції $\omega_{x_1} = \dot{\beta}$, $\omega_{y_1} = \dot{\alpha}$, $\omega_{z_1} = \dot{\psi}$, а

$$v_C = \sqrt{v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 + v_{Cz}^2},$$

де $v_{Cx} = \dot{x}_C$, $v_{Cy} = \dot{y}_C$ і $v_{Cz} = \dot{z}_C$ – проєкції вектора \vec{v}_C швидкості точки C на осі нерухомої системи відліку $Oxyz$; тоді $v_C^2 = \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2$.

Підставляючи наведені значення, остаточно дістаємо, що

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot \dot{x}_C^2 + \frac{m_1}{2} \cdot \dot{y}_C^2 + \frac{m_1}{2} \cdot \dot{z}_C^2 + \frac{J_{x_1}}{2} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{J_{y_1}}{2} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{J_{z_1}}{2} \cdot \dot{\psi}^2.$$

Кінетична енергія T_3 вібробуджувача 3 визначається аналогічно до T_1 .

Для визначення T_5 розкладемо складний рух дебалансу 5 на переносний разом із вібробуджувачем 3 та відносний їх рух по відношенню до вібробуджувача. Переносний рух є вільним. Відносним рухом дебалансу є обертання навколо осі дебалансного вала 4 з кутовою швидкістю $\omega = \dot{\phi}$.

За теоремою Кеніга

$$T_5 = \frac{m_5 \cdot v_5^2}{2} + \frac{J'_5 \cdot \omega^2}{2},$$

де v_5 – швидкість центра мас дебалансу 5 ; J'_5 – його момент інерції відносно осі, що проходить через його центр мас паралельно осі обертання дебалансного вала 4 .

Вектор \vec{v}_5 абсолютної швидкості центра мас дебалансу 5

$$\vec{v}_5 = \vec{v}_{5\text{пер.}} + \vec{v}_{5\text{відн.}}$$

Оскільки переносний рух вільний, то

$$\vec{v}_{5\text{пер.}} = \vec{v}_{5\text{пер.1}} + \vec{v}_{5\text{пер.2}},$$

де $\vec{v}_{5\text{пер.1}}$ – швидкість полюса; $\vec{v}_{5\text{пер.2}}$ – швидкість центра мас дебалансу в його сферичному русі навколо полюса.

Для спрощення доволі складних і громіздких підрахунків застосуємо координатний спосіб визначення руху і його кінематичних характеристик.

У результаті виконаних дій, аналогічних до знаходження T_1 , матимемо

$$T_5 = \frac{m_5}{2} \cdot [\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 + e^2 \dot{\psi}^2 + 2e^2 \dot{\psi} \dot{\phi} + 2e(\dot{\psi} + \dot{\phi})(\dot{x}_C \cdot \cos \varphi - \dot{y}_C \cdot \sin \varphi) + e^2 (\dot{\alpha} \cdot \sin \varphi - \dot{\beta} \cdot \cos \varphi)^2 + 2e \cdot \dot{z}_C \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \varphi - \dot{\beta} \cdot \cos \varphi)] + \frac{J_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2}.$$

Підставляючи знайдені значення T_1 , T_3 і T_5 в формулу (1), дістанемо кінетичну енергію вібраційного столу.

Література

1. Сердюк Л.И. Основы теории, расчет и конструирование управляемых вибрационных машин с дебалансными вибровозбудителями: Дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.02 и 01.02.06. Харьков. политехн. ин-т.– Харьков, 1991.– 301 с.