

С.Ф Пічугін

S.F. Pichugin

**Розрахунок
надійності
будівельних
конструкцій**

**Reliability
Calculation
of Building
Structures**

Монографія

Monograph

**Полтава
ТОВ «АСМІ»
2016**

**Poltava
PH «ASMI»
2016**

УДК 624.014.2.004.15:624.042.

ББК 38.54-02

ПЗ6

Рекомендовано до опублікування Вченою радою Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка (протокол № 23 від 22.06.2016 р.).

Рецензенти:

М.В. Савицький (доктор техн. наук, професор, зав. кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій, проректор з наукової роботи Придніпровської державної академії будівництва та архітектури);

В.В. Фурсов (доктор техн. наук, професор, зав. кафедри металевих і дерев'яних конструкцій Харківського національного університету будівництва та архітектури);

О.В. Семко (доктор техн. наук, професор, зав. кафедри архітектури та міського будівництва Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка).

Pichugin S.F. Reliability Calculation of Building Structures: Monograph. – Poltava: Publishing House «ASMI», 2016. – 520 p.

The monograph contains the developed probabilistic method of structural reliability estimation. It takes account of the random loads and steel strength, loads joint action, specific character of work and failure of steel elements, nodes and the whole steel structure systems as well. On the base of the determined method the numerical reliability computations of a wide range of steel structures including crane girders, trusses, roof beams, columns and frames were realized. As a result some design coefficients for Codes improvement as well as the reduction of cost have been offered.

It can be helpful for scientists and engineers, post-graduate students and students

Пічугін С.Ф.

ПЗ6 Розрахунок надійності будівельних конструкцій – Reliability Calculation of Building Structures [Текст]: монографія / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2016. – 520 с.: іл. 113, табл. 90, бібліогр. 269.

ISBN 00000

В монографії викладено імовірнісний метод оцінки надійності конструкцій. Він враховує випадковий характер навантажень і міцності сталі, сумісну дію навантажень, специфічний характер роботи і відмов сталевих елементів, вузлів і сталевих конструктивних систем в цілому. На основі розробленого методу були виконані чисельні розрахунки надійності широкого кола таких конструкцій, як підкранові балки, ферми, кроквяні балки, колони та рами. Як результат були обґрунтовані коефіцієнти норм проектування та досягнутий економічний ефект.

Для наукових й інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів.

УДК 624.014.2.004.15:624.042

ББК 54.02

ISBN 00000000

© Пічугін С.Ф., 2016
© ТОВ «АСМІ», оформлення 2016

ЗМІСТ

ГЛАВА 1

Основні характеристики надійності

ГЛАВА 2

**Імовірнісний опис навантажень
і міцності матеріалів**

ГЛАВА 3

**Оцінка надійності елементів будівельних
конструкцій**

ГЛАВА 4

**Оцінка надійності стиснуто-зігнутих
елементів**

ГЛАВА 5

Надійність статично невизначених систем

CONTENTS

CHAPTER 1
Principal characteristics of reliability

CHAPTER 2
Probabilistic description of loads and material strength

CHAPTER 3
Reliability estimation of building structure elements

CHAPTER 4
Reliability estimation of beam-column elements

CHAPTER 5
Reliability of redundant systems

ВСТУП

*Присвячується моїм учням і однодумцям,
об'єднаним проблемою надійності
будівельних конструкцій*

Дана монографія є основою курсу «Надійність будівельних конструкцій», що на протязі багатьох років викладається студентам будівельних спеціальностей у Полтавському національному технічному університеті імені Юрія Кондратюка, де працює автор.

Необхідність забезпечення високого рівня надійності будівель і споруд абсолютно очевидна, оскільки їх вихід з ладу, включаючи можливі аварії і руйнування, призводить до великих економічних втрат, а іноді до катастроф з людськими жертвами і небезпечними екологічними наслідками. Надійність як найважливіший техніко-економічний параметр будівельних об'єктів визначає технічний рівень і конкурентоспроможність будівельної продукції.

У представленій монографії системно, з єдиних позицій, на основі сучасних імовірнісних методів викладається методика розрахунку надійності будівельних конструкцій і результати її застосування для широкого кола будівельних об'єктів. Наскільки відомо авторові, подібна монографія державною мовою не виходила раніше в Україні.

Монографія є продовженням і розвитком книги автора «Надежность стальных конструкций производственных зданий» (2009 р., вид-во АСМІ, Полтава; 2011 р., вид-во АСВ, Москва), яка розійшлась територією СНД і привернула увагу фахівців США, Канади, Ізраїлю. Основною відмінністю даної монографії є орієнтація на **практичні розрахунки** надійності конструкцій, обсяг яких суттєво збільшено: в тексті наводиться більше 40 числових прикладів. Теоретичні викладки мають підпорядкований характер, представлені у скороченому обсязі у

порівнянні із вказаною вище книгою і використовуються в якості необхідних обґрунтувань і пояснень до розрахункових прикладів. В монографії доповнений опис імовірнісних моделей, що застосовуються у розрахунках надійності, наведені положення вітчизняних і закордонних нормативних документів щодо надійності будівельних об'єктів, розширено коло конструктивних елементів, для яких одержані оцінки надійності.

Орієнтація на практичні розрахунки надійності мотивується тим, що ґрунтовна і об'єктивна оцінка надійності обов'язково вимагає одержання *числових* значень показників надійності, таких як імовірності відмов і безвідмовної роботи, інтенсивності відмов тощо. Крім того, національні нормативні документи в галузі надійності будівельних об'єктів, введені останніми роками, регламентують кількісні нормативи показників надійності (імовірності відмови, характеристики безпеки), які необхідно визначати при проектуванні. У технічній літературі бракує практичних рекомендацій з цього питання, і ця книга направлена у певній мірі виправити цей недолік.

Оскільки монографія адресується широкому колу читачів, для освоєння приведенного матеріалу в книзі наводяться деякі відомості з теорії ймовірності і математичної статистики. З відомих чотирьох компонентів надійності (безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності і збережуваності) в монографії основна увага приділяється оцінкам безвідмовності конструкцій, в меншій мірі – оцінкам їх довговічності. Це цілком виправдано, оскільки для будівельних об'єктів безвідмовність (і пов'язана з нею довговічність) є головною складовою, тоді як ремонтпридатність і збережуваність мають підпорядковане значення і в цій монографії не розглядаються.

Цією монографією завершується серія книг, присвячених надійності і навантаженням на будівельні конструкції, розпочата раніше книгами «Ветровая нагрузка на строительные конструкции» (Пичугин С.Ф., Махинько А.В., Полтава, изд-во «АСМИ», 2005, 342 с.), «Снеговые и гололедные нагрузки на строительные конструкции» (Пичугин С.Ф., Махинько А.В., Полтава, изд-во «АСМИ», 2012, 460 с.), «Крановые нагрузки на строительные конструкции» (Пичугин С.Ф., Полтава, изд-во «АСМИ», 2014, 504 с.). Автор сподівається, що знайомство з

цими книгами, разом з представленою монографією, дозволить читачеві досить швидко включитися в проблематику даного наукового напрямку.

Актуальність розробок, приведених в монографії, підтвердили захищені на їх основі упродовж ряду років дисертації учнів і послідовників автора, яким присвячується ця книга і на чії роботи наведені посилання в списку літератури. Автор упевнений, що ні в кого з них не виникли сумніви в перспективності наукових досліджень будівельних конструкцій імовірнісними методами з оцінкою їх надійності.

Автор сподівається, що деякі з читачів цієї книги продовжать дослідження в галузі надійності будівельних конструкцій, а також застосують наведені рекомендації у практичних розрахунках. В цьому випадку автор буде вважати своє завдання виконаним.

Автор вдячний за підтримку і дружню критику рецензентам проф., д.т.н. М.В. Савицькому, проф., д.т.н. В.В. Фурсову, проф., д.т.н. Семку О.В., а також проф., к.п.н. Н.О. Демченко і доц., к.т.н. Ю.В. Дрижируку за допомогу в підготовці монографії до видання.

Книга адресується науковцям та інженерно-технічним працівникам, аспірантам і магістрам і може бути використана як навчальний посібник для студентів, що навчаються будівельним спеціальностям.

Автор

ГЛАВА 1 ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДІЙНОСТІ

"Res tuta est gloria et via in silva vitae"
Надійність є слава і дорога в лісі життя

Латинське прислів'я

1.1. ПРОБЛЕМА НАДІЙНОСТІ ТА ЇЇ ЗНАЧЕННЯ ДЛЯ БУДІВНИЦТВА

1.1.1. Очевидність проблеми. Терміну «*надійність*» у словнику синонімів знаходиться достатньо аналогів: *непорушність, відповідальність, вірність, справність, стійкість, точність, міцність, безпека, солідність, непохитність, невразливість, фундаментальність, довговічність, твердість, забезпеченість, достовірність, неминучість, непорушність, ґрунтовність, доведеність, капітальність, переконливість, беззбитковість, безсумнівність, авторитетність, неспростовність, кредитоспроможність, випробуваність, безпомилковість, безпрограшність.* Очевидно, тут йдеться про широко-побутове розуміння поняття надійності, однак таке багатослів'я певною мірою свідчить про багатогранність загальної проблеми надійності.

Якщо звузити розгляд питання галузю будівництва, то можна констатувати, що поняття «*надійність*» і «*ненадійність*» будівельних об'єктів уживаються досить давно та широко. Кожному зрозуміло, наприклад, що ненадійним є хиткий міст, який явно не витримає вантаж, який необхідно через нього перевезти; ненадійним є трос, недостатньо міцний для вантажу, що на ньому підвішений; ненадійною є балка перекриття, що допускає надто великі прогини від діючого на неї навантаження і т.п. Вимоги до надійності і безвідмовності пред'являються до

кожного технічного пристрою, зокрема, до будівельних об'єктів. На користь важливості проблеми надійності можна додатково привести наступні очевидні доводи. Почнемо з того, що для підвищення ефективності будівництва одним із головних напрямів є зниження матеріалоемності конструкцій. Далі візьмемо до уваги, що одне з можливих рішень цього питання, що не потребує додаткових матеріальних й фінансових вкладень, – це вдосконалення методів розрахунку й проектування будівельних об'єктів. І, нарешті, як висновок відзначимо, що при сучасному досить високому розвитку теорії розрахунку конструкцій, підкріпленої широким застосуванням обчислювальної техніки, найменш вивченим і перспективним напрямком у даній області є імовірнісний розрахунок, що дозволяє оцінити надійність будівель, що повинна бути досить високою.

1.1.2. Гострота проблеми. Необхідність забезпечення високого рівня надійності будівель пов'язана з тим, що їхній вихід з ладу в процесі експлуатації супроводжується більшими економічними втратами, пов'язаними із простоями, ремонтами, матеріальними й трудовими збитками. Більше того, на таких небезпечних виробництвах як, наприклад, АЕС, газопроводи, шахти, хімічні й металургійні підприємства, транспорт і т.п., а також у громадських і житлових будівлях недостатня надійність будівельних об'єктів може призвести до катастроф з людськими жертвами й небезпечними екологічними наслідками. Додаткову гостроту зазначена проблема набуває в умовах ринкової економіки, коли показники надійності й довговічності будівельної продукції можуть вирішальним образом впливати на результати конкурентної боротьби за замовлення в будівництві.

Наука про надійність у будівництві, як розділ науки про надійність технічних систем, вивчає закономірності зміни показників якості будівель та розробляє методи, які забезпечують безвідмовність і достатню довговічність їхньої роботи при найменших витратах. Надійність, сформульована коротко як «якість, розгорнута в часі», – це найважливіший техніко-економічний параметр будівельних об'єктів промислового, громадського та житлового призначення, що у

великій мірі визначає технічний рівень і конкурентоспроможність будівельної продукції.

1.1.3. Складність проблеми надійності будівельних об'єктів пов'язана, насамперед, зі складним характером зовнішніх навантажень і впливів, що мають випадкову природу й залежать від фізичних, кліматологічних, технологічних й інших просторово-часових факторів. Певні труднощі виникають при розрахунку надійності на реальні випадкові впливи елементів конструкцій, які працюють геометрично й фізично нелінійно. Додаткові складності аналітичного й обчислювального характеру повинні бути подолані при оцінці надійності конструктивних систем, особливо статично невизначених конструкцій. Існуючі норми проектування будівельних конструкцій, будучи за формою детерміністичними, забезпечують, крім окремих випадків, безаварійність конструкцій протягом строку експлуатації, однак не дають можливості кількісно оцінити закладений при цьому рівень надійності конструкцій. Розрахункові коефіцієнти методу граничних станів, що знаходяться в нормах проектування, потребують уточнення статистичними методами, зокрема, коефіцієнти надійності за навантаженнями, сполучень і умов роботи.

1.1.4. Стохастичність проблеми. У матеріальному світі неможливо створити нічого абсолютно надійного. Для підтвердження цього розглянемо елементарний приклад: балка, що знаходиться під навантаженням. Відмова її може наступити:

- як результат перевантаження конструкції;
- у випадках недостатньої міцності матеріалу балки;
- при зменшених розмірах конструкції;
- внаслідок поступової зміни перерізу й опору через корозію тощо.

Усі фактори, від яких залежать перелічені відмови, є випадковими, внаслідок чого відмови також відносяться до випадкових подій. Через це можна говорити тільки про ймовірність настання відмов і відповідно ймовірність

безвідмовної роботи системи (об'єкта) протягом заданого проміжку часу. Сказане свідчить про необхідність залучення до рішення задач надійності будівельних конструкцій теорії ймовірностей та математичної статистики.

1.1.5. Напрями розв'язання проблеми. Очевидно, що створити абсолютно надійну будівельну конструкцію принципово неможливо. Будь-які будівельні об'єкти, навіть найбільш досконалі, мають кінцеву надійність і допускають можливість відмови. Змінюючи параметри об'єкту, можна відповідно змінювати ймовірність відмови конструкції, доводячи її до досить малої величини, що вважається допустимою. Саме такий принцип покладено в основу створення всіх технічних систем, зокрема будівельних конструкцій. Вибір допустимої ймовірності відмови є техніко-економічним завданням: із підвищенням надійності зростає вартість конструкції, але зменшуються збитки від імовірних відмов. Виходячи з цього, можна знайти оптимальну ймовірність відмови, що забезпечує мінімум сумарних витрат.

Теорія надійності вивчає закономірності зміни показників якості будівельних конструкцій і розробляє методи, що забезпечують достатню безвідмовність і довговічність їх роботи з мінімальними витратами. Теорія надійності розвивається у двох напрямках:

- вивчення фізики відмов конструкцій, розробка методів прогнозування міцності, стійкості, витривалості, зносостійкості тощо;
- розробка математичних методів, що базуються на використанні теорії ймовірності і математичної статистики.

Підкреслимо, що необхідний рівень надійності будівельних конструкцій має бути забезпеченим на всіх етапах життєвого циклу об'єкта, а саме:

- на етапі вишукування і проектування – виконанням комплексу розрахунків і задоволенням конструктивних вимог;
- у процесі виготовлення, транспортування та зберігання будівельних виробів – за рахунок реалізації вимог щодо якості

матеріалів, точності розмірів і технологічних режимів виготовлення, транспортування і зберігання;

- під час освоєння будівельного майданчика та зведення об'єкта, приймання об'єкта в експлуатацію;
- у процесі експлуатації – грамотним використанням об'єкта за призначенням протягом встановленого терміну служби, підтриманням правильного режиму експлуатації, постійною оцінкою технічного стану, виконанням ремонтів;
- при реконструкції й подальшому використанні у нових умовах;
- на стадії ліквідації об'єкта.

1.2. КОРОТКА ІСТОРІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ НАДІЙНОСТІ В БУДІВНИЦТВІ

Як вказано вище, науковий підхід до проблеми надійності конструкцій вимагає використання імовірнісних методів для аналізу поведінки конструкцій при зовнішніх діях. Перші спроби такого підходу з'явилися в окремих публікаціях 20 – 30-х років минулого століття. У 1926 році М. Майер (Німеччина) запропонував замість розрахунку за допустимим напруженнями використовувати імовірнісні методи для вибору значень параметрів, що вводяться у розрахунок [243]. У 1929 році М.Ф. Хоціалов, беручи до уваги мінливість основних параметрів, запропонував вести проектування конструкцій, виходячи з деякої регламентованої ймовірності аварійної відмови конструкції [208]. Однак, пропозиція М.Ф. Хоціалова «Проектувати з урахуванням можливості аварії» зустріла у той час сильний опір, і його ідеї були надовго відкинуті. Цей напрямок був суттєво розвинений М.С. Стрілецьким, який відмітив, що виконання умови міцності конструкції можна передбачати тільки з визначеною часткою ймовірності [192]. У своїй невеликій за обсягом, але виключно змістовній роботі [193] він обґрунтував висновок, що йдучи статистичним шляхом, вивчаючи і зіставляючи факти роботи однорідної групи споруд і матеріалу в конструкціях, можна установити закон появи цих факторів і екстраполювати цей закон на майбутнє, якщо мати для цього достатні підстави. Відмітимо

також появу в 30 – 40-і роки закордонних публікацій по проблемі безпечності конструкцій, в яких в якості випадкових величин використовувалися не тільки міцнісні характеристики матеріалу, а й параметри навантажень, при цьому мова йшла вже про ймовірність відмови у вигляді порушення деяких регламентованих вимог, а не про ймовірність аварії. Авторами цих робіт були М. Плот (Франція) [266], В. Вержбицький (Польща) [269], А.М. Фрейденталь (США) [235]. Останній і майже слідом за ним О.Р. Ржаніцин [158,160] ввели в розгляд випадкову величину резерву міцності, за допомогою якої вимога надійності виражалася як необхідність того, щоб ця величина була позитивною з деякою наперед заданою ймовірністю.

50-і роки минулого століття відмічені введенням методики проектування конструкцій за граничними станами, система розрахункових коефіцієнтів якої була запропонована в 1944 році І.І. Гольденблатом, М.Г. Костюковським і А.Н. Поповим і покладена в основу схеми розрахунку для розробки будівельних норм і правил. Ця робота була виконана комісією у складі В.О. Балдіна, О.О. Гвоздева, І.І. Гольденבלата, Ю.М. Іванова, В.М. Келдиша, В.І. Коченова, Л.І. Онищика, М.С. Стрілецького, К.Е. Таля [3, 55, 194]. Ця методика дала потужний імпульс імовірнісним дослідженням в області теорії розрахунку споруд, сформулювала по суті концепцію відмови будівельної конструкції як переходу в граничний стан, з усією очевидністю показала імовірнісний характер як методики в цілому, так і її основних параметрів (розрахункових навантажень і опорів матеріалів) і коефіцієнтів перевантаження, однорідності, сполучень навантажень та ін. Методика отримала визнання і була прийнята у ряді зарубіжних країн [74] і в інших областях техніки. Вкажемо, що в системі європейських будівельних норм Єврокод ця методика має назву «методу часткових коефіцієнтів надійності» [46].

Надалі питання вдосконалення методу граничних станів і розвитку імовірнісних методів розрахунку будівельних конструкцій послідовно проводили М.С. Стрілецький [196, 197] і О.Р. Ржаніцин [160].

Між тим в інших областях техніки, у тому числі електроніці, автоматичі, а потім і в інших галузях машинобудування,

радіотехніки, обчислювальної техніки впродовж останніх 40-50-х років активно і успішно розвивалися методи розрахунку, основані на теорії надійності [16, 27, 204].

Проблема зближення розрахунків будівельних конструкцій з сучасними методами теорії надійності була успішно вирішена фундаментальними роботами В.В. Болотіна [10 – 14] і його наукової школи (В.П. Чирков [213]), який розвинув в спеціальний розділ будівельної механіки – статистичну динаміку – імовірнісний розрахунок конструкцій з урахуванням фактора часу і особливостей роботи при зовнішніх діях. Під керівництвом В.В. Болотіна був розроблений і введений ГОСТ 27.002-89 [32], що дав методологічні основи єдиного підходу до питань надійності в різних областях техніки, у тому числі у будівництві.

Питання надійності й імовірнісного розрахунку будівельних конструкцій вивчалися в роботах ряду вчених, що відносяться до провідних вітчизняних наукових шкіл. Відмітимо тут литовську школу надійності, на базі якої проходили відомі Всесоюзні конференції по проблемам надійності і оптимізації в будівельній механіці (вісім конференцій з 1965 по 1988 рр.). Школа відома іменами О.О. Чираса, який розвинув метод граничної рівноваги для пружно-пластичних систем [210, 211]; Б.І. Снарскіса, що розробив загальну процедуру розрахунку надійності конструкцій [178, 179]; А.П. Кудзіса, що заснував перспективний метод узагальненої коваріації [67]. Були розгорнуті масштабні дослідження надійності будівельних конструкцій у Куйбишевському інженерно-будівельному інституті (зараз Самарський державний архітектурно-будівельний університет), в якому під керівництвом О.С. Личьова з 1972 по 1995 рр. були проведені одинадцять Всесоюзних науково-практичних семінарів і опубліковані посібники тематиці надійності [72, 73]. Під керівництвом М.С. Стрілецького у Московському інженерно-будівельному інституті (зараз Московський державний будівельний університет) плідно працювала наукова школа надійності і дійсної роботи сталевих конструкцій (до якої відносить себе й автор), найбільш вагомими результатами якої були досягнуті в галузі дослідження і нормування навантажень на конструкції; посилення на роботи цієї провідної наукової школи неодноразово наводяться в тексті даної книги.

У 70 – 80-і роки минулого століття вагомо заявила о собі уральська школа надійності [176, 177, 199, 200], суттєвим доробком якої була система управління якістю виготовлення металевих конструкції, розроблена в Уральському Промбудпроекті під керівництвом С.А. Тімашева [155].

В цей же період за кордоном питання надійності розробляли Д.Р. Бенжамін, С.А. Корнелл (США) [222], І. Феррі-Боржес, М. Кастанета (Португалія) [234], П. Тофт-Кристенсен (Данія), М.Д. Бейкер (Велика Британія) [267], Г. Аугусті, А. Баратта, Ф. Кашіати (Італія) [2], О. Дитлевсен, Х.О. Мадсен (Данія) [227], І. Єлішаков (США) [229], С. Трезю (Франція) [268] та ін.

В різний час висловлювалися пропозиції щодо переходу на цілком імовірнісний розрахунок будівельних конструкцій (Б.І. Беляєв, О.Р. Ржаніцин, С.А. Тімашев та ін. [7, 155, 160]), проте у той час підтримки вони не отримали. В якості вдалого прикладу послідовного імовірнісного підходу до окремих реальних питань можна назвати розроблені в ЦНДІБК під кер. А.Я. Дрвінга «Рекомендації по застосуванню економіко-статистичного методу при розрахунку споруд з чисто економічною відповідальністю» [42, 146].

60 – 90-і роки відмічені високою активністю досліджень надійності в будівництві у Центральному науково-дослідному інституті будівельних конструкцій (ЦНДІБК, м. Москва). Керівник робіт В.Д. Райзер опублікував серію монографій по проблемі надійності [151–153], корисні результати були одержані В.О. Отставновим [90], Ю.Д. Суховим [198], Є.І Федоровим [205] та ін. Принципово важливим являється розроблений ЦНДІБК і введений в 1988 р. ГОСТ 27751-88 «Надійність будівельних конструкцій і основ. Основні положення із розрахунку» [31], що об'єднав розрахунок надійності конструкцій з методом граничних станів.

Для вирішення деяких питань, що розглядаються в книзі, виявився корисним досвід досліджень надійності залізобетонних і металевих конструкцій будівель і споруд, висвітлений в роботах, А.Я Барашикова і М.Д. Сироти [4], М.М. Застави [53], М.Б. Краковського [66], М.В. Савицького [156], О.М. Селезньової [168], Вл.П. Чиркова [212] та ін.

Починаючи з 70-х років минулого століття в Україні досить активно розвиваються дослідження надійності в будівництві. Організатором і неформальним лідером цієї роботи є д.т.н. А.В. Перельмутер, під загальною редакцією якого вийшла і витримала 4 видання перша колективна монографія, в якій (разом з іншими питаннями) дається імовірнісний опис широкого кола навантажень і впливів [101]; монографія стала справжнім науковим бестселером, одержала високу міжнародну оцінку і нагороджена Премією академіка Будникова Академії будівництва України. А.В. Перельмутер є керівником колективів (з участю автора книги), які вперше на теренах СНД розробили національні нормативні документи щодо надійності в будівництві [39], навантажень і впливів на конструкції [38], проектування конструкцій [41], а також відповідні Національні додатки до норм Єврокод [45 – 49]. Читачам, які цікавляться імовірнісними методами, підґрунтям норм проектування та історією розвитку цих питань рекомендується познайомитися з книгами і останніми публікаціями вказаного автора [98, 99, 102, 103].

Активно працює школа надійності в Полтавському національному технічному університеті імені Юрія Кондратюка [86], де при виконанні докторських дисертацій С.Ф. Пічугіним розроблена загальна методика оцінки надійності металевих конструкцій [117, 137], В.А. Пашинським – методологія нормування навантажень на будівельні конструкції [95, 96], О.В. Семком – оцінка надійності сталезалізобетонних конструкцій [170, 171], А.В. Махіньком – імовірнісний розрахунок баштових споруд зв'язку [76, 77], О.П. Воскобійник – методологія керування ризиками при проектуванні та експлуатації сталезалізобетонних конструкцій [23, 24]. Наукові результати С.Ф. Пічугіна і О.В. Семка в галузі надійності будівельних конструкцій ввійшли складовою частиною у комплексну наукову роботу [89], відзначену в 2012 році Державною премією України в галузі науки і техніки. В ПолтНТУ захищено також низку кандидатських дисертацій по проблемі надійності в будівництві, посилання на які вміщені у списку використаних джерел в кінці книги. Заслуговує уваги читача серія монографій, присвячених вітровим [130], сніговим і ожеледним [139] та крановим [141] навантаженням на будівельні

конструкції. Узагальнена інформація щодо наукової школи надійності у ПолтНТУ міститься у публікаціях [86, 144].

В інших ВНЗ України також ведуться дослідження надійності будівельних об'єктів: Р.І. Кінаш (Львівська політехніка) дослідив надійність залізобетонних конструкцій, зібрав і обробив великий масив статистичних даних по кліматичним впливам [60], С.Б. Усаковський (КНУБА) оцінив вплив неповноти вихідної інформації на оцінку надійності споруд [201, 202].

1.3. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

Ці поняття визначаються відповідними державними стандартами у галузі надійності [32, 39, 44].

1.3.1. Визначення надійності. Спочатку наведемо загальнотехнічне визначення надійності, згідно з ДСТУ і ГОСТ [32, 44].

Надійність – це властивість об'єкта зберігати у часі, в установлених межах значення всіх параметрів, що характеризують його здатність виконувати потрібні функції у заданих режимах та умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання і транспортування.

Можна коротко сформулювати, що **надійність – це якість, розгорнута у часі.**

Будівельні норми ДБН [39] регламентують, що основною вимогою, яка визначає **надійність будівельного об'єкта**, є його відповідність призначенню й здатність зберігати необхідні експлуатаційні якості протягом встановленого терміну експлуатації. До них належать:

- гарантія безпеки для здоров'я і життя людей, майна та довкілля;
- збереження цілісності об'єкта та його основних частин і виконання інших вимог, які гарантують можливість використання об'єкта за призначенням і нормального функціонування технологічного процесу, включаючи вимоги до жорсткості будівельних конструкцій і основ, тепло- і

звукоізоляційних властивостей огорожень, їх герметичності, акустичних характеристик тощо;

- забезпечення можливості розвитку об'єкта (наприклад, добудови без підсилення наявних конструкцій або збільшення обсягів виробництва для промислової будівлі) та його пристосування до технічних, економічних або соціальних умов, що змінюються;

- створення необхідного рівня зручностей і комфорту для користувачів та експлуатаційного персоналу, включаючи вимоги до кліматичного режиму в приміщеннях (повітрообмін, температура, вологість, рівень освітленості тощо), а також доступність для оглядів і ремонтів, можливість заміни і модернізації окремих елементів тощо;

- обмеження ступеня ризику шляхом виконання вимог до вогнестійкості, безвідмовності роботи захисних пристроїв, надійності систем і мереж життєзабезпечення, живучості будівельних конструкцій тощо.

У конкретних випадках цей перелік може бути уточненим і розширеним (наприклад, введенням додаткової умови до межі радіаційного фону від застосованих будівельних матеріалів і виробів).

Пояснимо деякі терміни, що фігурують у визначенні надійності.

Об'єкти – це комплекси, споруди, конструктивні системи та окремі конструкції, а також їх компоненти (складальні одиниці, елементи, деталі). При визначенні надійності в будівництві об'єктом може бути як, наприклад, багатоелементний каркас багатоповерхового будинку, так і окрема конструкція і навіть зварне чи болтове з'єднання конструкцій – в залежності від поставленої задачі.

Параметри – міцність, жорсткість, стійкість та інші показники, що визначають відповідність конструкцій своєму призначенню і вимогам норм. З часом значення цих параметрів можуть змінюватися.

Якщо йдеться про будівельні об'єкти, що представляють потенційну небезпеку, важливими поняттями є також:

- **безпе́чність** – властивість будівельного об’єкта при виготовленні та експлуатації, а також у випадках порушення працездатності не створювати загрозу для життя і здоров’я людей, а також для навколишнього середовища;

- **живучі́сть** – властивість об’єкта зберігати обмежену працездатність під впливами, що не передбачені умовами експлуатації; при наявності деяких дефектів і пошкоджень, а також при відмові деяких компонентів об’єкта. Приклад живучості: зберігання несучої здатності конструкції після виникнення тріщин утоми, довжина яких не перевищує заданих розмірів.

1.3.2. Компоненти надійності. Надійність – це комплексна властивість будівельного об’єкта, яка може включати у себе такі компоненти, як безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність та збережуваність або поєднання цих якостей (див. блок-схему *рис. 1.1*).

Безвідмовність – це властивість об’єкта виконувати потрібні функції в певних умовах протягом заданого інтервалу часу чи наробітку [44]. Аналогічне по суті визначення дають будівельні норми ДБН [39] - це здатність об’єкта безперервно зберігати працездатний стан протягом заданого терміну експлуатації.

Довговічність – це властивість об’єкта зберігати працездатний стан (тобто виконувати потрібні функції) до настання граничного стану в умовах установленної системи технічного обслуговування та ремонту.

Ремонтпридатність – це пристосованість об’єкта до підтримання і відновлення працездатного стану (тобто стану, в якому він здатний виконувати потрібні функції) за допомогою технічного обслуговування та ремонту.

Збережуваність – це властивість об’єкта зберігати в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність об’єкта виконувати потрібні функції під час і після зберігання та (або) транспортування.

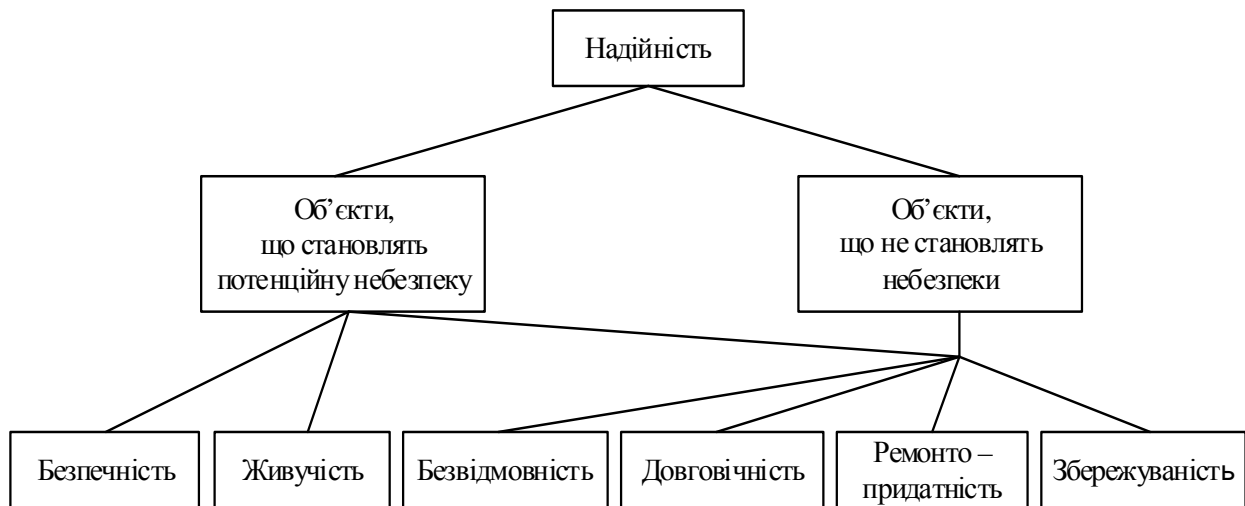


Рис. 1.1. Компоненти надійності.

Зважаючи на наведений перелік складових надійності, підкреслимо, що будівельні конструкції повинні відповідати наступним вимогам:

- сприймати без руйнувань і недопустимих деформацій впливи, що виникають під час їх зведення і протягом встановленого терміну експлуатації;
- мати достатню *працездатність* (роботоздатність) в умовах нормальної експлуатації протягом усього встановленого терміну експлуатації, а саме: їх експлуатаційні параметри (переміщення, вібрації тощо) із заданою імовірністю не повинні виходити за встановлені нормативною або проектною документацією межі, а їх *довговічність* повинна бути такою, щоб погіршення властивостей матеріалів і конструкцій внаслідок гниття, корозії, стирання та інших форм фізичного зношування не призводило до недопустимо високої ймовірності відмови;
- мати достатню *живучість* по відношенню до локальних руйнувань і передбачених нормами аварійних впливів (пожеж, вибухів, наїздів транспортних засобів тощо), виключаючи при цьому явища прогресуючого руйнування, коли загальні пошкодження виявляються значно більшими ніж первісне збурення, що їх викликало.

Надійність, у тому числі довговічність і живучість, забезпечуються одночасним виконанням вимог, які висувуються до вибору матеріалів, конструктивних і об'ємно-планувальних

рішень, до методів розрахунку, проектування та контролю якості робіт при виготовленні конструкцій та їх зведенні, а також дотриманням правил технічної експлуатації, нагляду і догляду за конструкціями.

1.3.3. Види станів будівельних конструкцій. Попередньо розшифруємо поняття *функції об'єкта*, яка має два види:

- **задана функція:** виконання в об'єкті процесу, що відповідає його призначенню, виявлення заданої умови чи властивості об'єкта відповідно вимогам нормативної та (чи) конструкторської (проектної) документації;

- **потрібна функція:** функція чи сукупність функцій об'єкта, виконання якої розглядають як необхідну умову відповідності об'єкта його призначенню.

В залежності від відповідності наведеним функціям розроблена класифікація станів будівельних об'єктів.

Справний стан: коли конструкція здатна виконувати *усі задані функції* [32]. Будівельні норми ДБН [39] визначають справним такий стан, за якого об'єкт виконує всі передбачені функції, при цьому на об'єкті регулярно здійснюються ремонтно-профілактичні роботи.

Несправний стан: коли конструкція нездатна виконувати хоч би *одну із заданих функцій* (цей стан може бути наслідком відмови, але може бути і без неї). Несправності класифікуються аналогічно відмовам (див. нижче п. 1.2.4).

Працездатний (роботоздатний) стан об'єкта характеризується його здатністю виконувати *усі потрібні функції* [32]. Будівельні норми ДБН [39] доповнюють це визначення імовірнісним аспектом і визначають цей стан як технічний стан, за якого об'єкт виконує всі свої функції, зберігаючи при цьому допустимий рівень ризику

Непрацездатний стан об'єкта, за яким він нездатний виконувати хоч би *одну з потрібних функцій*.

Граничний стан: за якого подальша експлуатація конструкції недопустима, пов'язана з труднощами або недоцільна. Перехід до граничного стану призводить до тимчасового або остаточного припинення експлуатації об'єкта.

Граничні стани визначають межу між допустимими і недопустимими (позаграничними) станами конструкцій. Перехід через граничний стан відповідає одному з видів відмови, самі граничні стани вважаються при цьому допустимими. Граничні стани поділяються на дві групи.

Перша група містить граничні стани, перехід через які призводить до повної непридатності конструкцій до експлуатації і для яких позаграничними станами можуть бути: руйнування будь-якого характеру (в'язке, крихке, в результаті втомлюваності); втрата стійкості форми; втрата стійкості положення; перехід у змінну систему; якісна зміна конфігурації; інші явища, за яких виникає потреба у припиненні експлуатації (наприклад, виникнення перфорації стінки ємкості з токсичними речовинами). Граничні стани цієї групи можуть бути пов'язані з порушенням вимог збереження цілісності чи можливості існування об'єкта або з недотриманням вимог безпеки для людей і довкілля.

Друга група містить граничні стани, які ускладнюють нормальну експлуатацію будівельного об'єкта або зменшують його довговічність порівняно зі встановленим терміном експлуатації і для яких позаграничними станами є: надмірні переміщення або повороти деяких точок конструкції; недопустимі коливання (надмірні значення амплітуди, частоти, швидкості, прискорення); утворення та розкриття тріщин, досягнення ними граничнодопустимих значень розкриття чи довжини; втрата стійкості форми у вигляді локального деформування; пошкодження від корозії чи інших видів фізичного зношення, які призводять до необхідності обмеження експлуатації внаслідок зменшення терміну експлуатації об'єкта. Граничні стани цієї групи можуть бути пов'язані з порушенням вимог щодо використання об'єкта без обмежень, порушенням вимог щодо рівня комфорту, зручностей персоналу, вимог до зовнішнього вигляду конструкцій або з недотриманням вимог щодо можливості розвитку і модернізації об'єкта з точки зору його призначення.

1.3.4. Класифікація відмов. Поняття відмови (відказу) – фундаментальне у теорії надійності.

Відмова (відказ) – це подія, яка полягає у втраті будівельним об'єктом здатності виконувати потрібну функцію, тобто у порушенні працездатного стану [32]. Будівельні норми ДБН [39] трактують відмову як подію, що полягає в переході через один із граничних станів (реалізація позаграничного стану), і доповнюють це визначення; «Відмовою вважається реалізація такого стану споруди, її частини або елемента, який призводить до появи значних економічних збитків чи соціальних втрат». Уточнимо тут, що *збитками* прийнято вважати матеріальні чи фінансові втрати внаслідок відмови, а *втратами* – спричинені відмовою втрати нематеріального характеру (життя та здоров'я людей, культурні та духовні цінності тощо).

Пошкодження (дефект) – це порушення справності об'єкта зі збереженням його працездатності.

Класифікація відмов будівельних об'єктів наведена на *рис. 1.2*. Дано деякі пояснення до блок-схеми.

Повна відмова – призводить до повної неспроможності об'єкта виконувати жодну з потрібних функцій.

Неповна, часткова відмова – призводить до неспроможності об'єкта виконувати частину з потрібних функцій.

Катастрофічні відмови – призводять до повного порушення працездатності конструкцій, наприклад, до руйнування або падіння конструкції. Сюди ж відноситься **відмова-зрив**, поява якої одразу ж викликає збитки (втрати).

Параметричні відмови – виявляються у погіршенні якості функціонування об'єкта, наприклад, у перевищенні прогинів балок граничних значень за нормами.

Незалежна відмова – не спричинена прямо чи непрямо відмовою або несправністю іншого об'єкта (наприклад, руйнування прогону покрівлі, що не пов'язано з відмовами інших конструкцій).

Залежна відмова – спричинена прямо чи непрямо відмовою або несправністю іншого об'єкта (наприклад, руйнування кроквяної ферми і елементів покриття внаслідок виходу з ладу стійки, на яку спирається ферма).

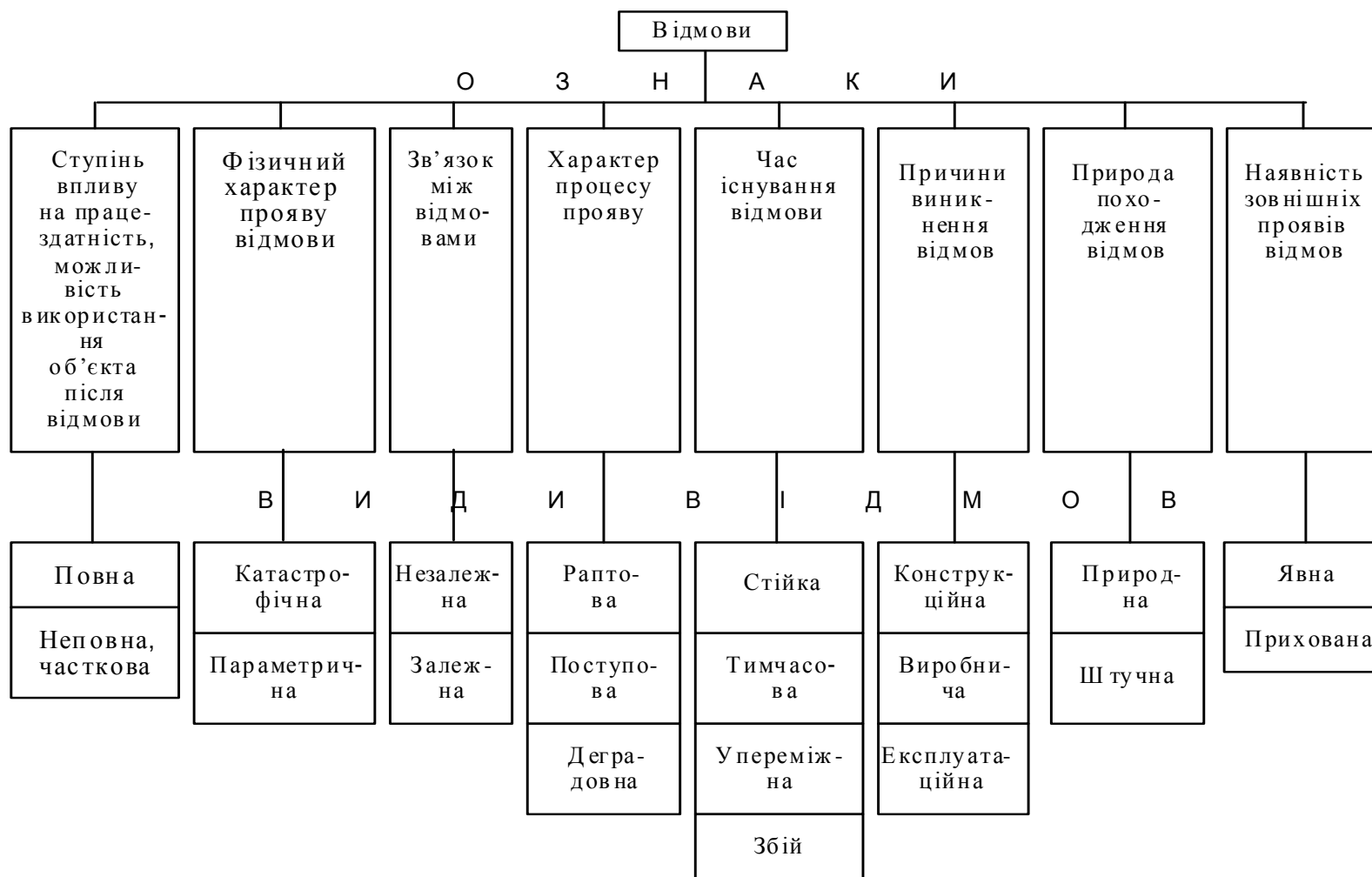


Рис. 1.2. Класифікація відмов будівельних об'єктів

Раптова відмова – яку неможливо передбачити попередніми дослідженнями чи технічним оглядом, вона характеризується стрибкоподібною зміною одного чи кількох параметрів об'єкта (наприклад, крихке руйнування конструкції або втрата стійкості стиснутих елементів конструкції).

Поступова відмова – виникає як результат поступової зміни одного чи кількох параметрів об'єкта (наприклад, руйнування сталевого елемента, переріз якого з часом зменшився внаслідок корозії). Сюди ж відноситься **відмова-перешкода**, після появи якої починається поступове накопичення збитків (витрат).

Деградовна відмова – спричинена процесами деградації в об'єкті (природними процесами старіння, зносу, корозії, втоми тощо) при дотриманні усіх встановлених правил і (чи) норм його проектування, виготовлення та експлуатації.

Стійкі відмови – мають тривалий характер і усуваються за допомогою ремонту або заміни елемента, що відмовив.

Тимчасові відмови – можуть довільно зникати внаслідок усунення причини, що їх викликала (наприклад, великих перепадів температури або вологості, ненормативних прискорень та вібрацій тощо).

Упереміжні відмови – багаторазово виникають і зникають, маючи однаковий характер.

Збій – самоусувна або одноразова відмова, яку незначним втручанням усуває оператор (приклад збою – зупинка ПЕОМ, що усувається повторним пуском програми).

Конструкційна відмова – спричинена недосконалістю чи порушенням встановлених правил і (чи) норм проектування та конструювання об'єкта.

Виробнича відмова – спричинена невідповідністю виготовлення об'єкта до його проекту чи до норм виробничого процесу.

Експлуатаційна відмова – виникає внаслідок порушення встановлених правил і умов експлуатації конструкцій.

Явна відмова – виявляється візуально або штатними методами і засобами контролю та діагностування під час підготовки об'єкта до використання чи в процесі його використання за призначенням (наприклад, погиби елементів ферм або тріщини у залізобетонних балках).

Прихована відмова – не виявляється візуально чи штатними методами і засобами контролю і діагностики, але виявляється під час технічного обстеження чи спеціальними методами діагностики.

1.3.5. Показники безвідмовності об'єктів. Відзначимо дві фундаментальні особливості надійності будівельних конструкцій:

- залежність від часу, введення і використання часових параметрів;
- відмова – це випадкова подія, отже, потрібен імовірнісний підхід до завдань надійності.

Наведемо деякі часові поняття.

Термін служби об'єкта – календарна тривалість експлуатації будівельного об'єкта від початку чи його поновлення до переходу в граничний стан.

Наробіток (напрацювання) – тривалість чи обсяг роботи будівельного об'єкта. Для об'єкта, що працює безперервно, наробіток вимірюється в одиницях календарного часу і збігається з терміном служби. Якщо об'єкт працює з перервами, розрізняють безперервний і сумарний наробітки, які також вимірюються в одиницях календарного часу. Якщо фізичний знос конструкції залежить також від інтенсивності експлуатації конструкції, наробіток виражають через кількість робочих циклів.

Показник надійності – це кількісна характеристика однієї чи декількох із тих властивостей, що у сукупності складають надійність будівельного об'єкта. Наведемо тут основні показники надійності будівельних конструкцій.

1. Ймовірність безвідмовної роботи – це ймовірність того, що протягом заданого наробітку відмова будівельної конструкції не виникає.

Позначимо: t – час безперервної роботи або сумарний наробіток конструкції. Виникнення відмови – це випадкова подія, тому наробіток до першої відмови τ – це випадкова величина. Ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ в інтервалі від 0 до t дорівнює:

$$P(t) = P(\tau > t). \quad (1.1)$$

Таким чином, $P(t)$ є функцією наробітку (часу) t , звичайно її вважають безперервною і такою, що диференціюється. Досить часто $P(t)$ називають **функцією надійності конструкції**. Як показано на *рис. 1.3*, вона монотонно зменшується: $P(0) = 1$; $P(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

2. **Ймовірність відмови $Q(t)$** . Це ймовірність того, що конструкція відмовляє один раз протягом заданого наробітку, причому вона є працездатною у початковий момент часу. Оскільки працездатний і непрацездатний стани є протилежними, несумісними подіями, можна записати:

$$Q(t) = 1 - P(t). \quad (1.2)$$

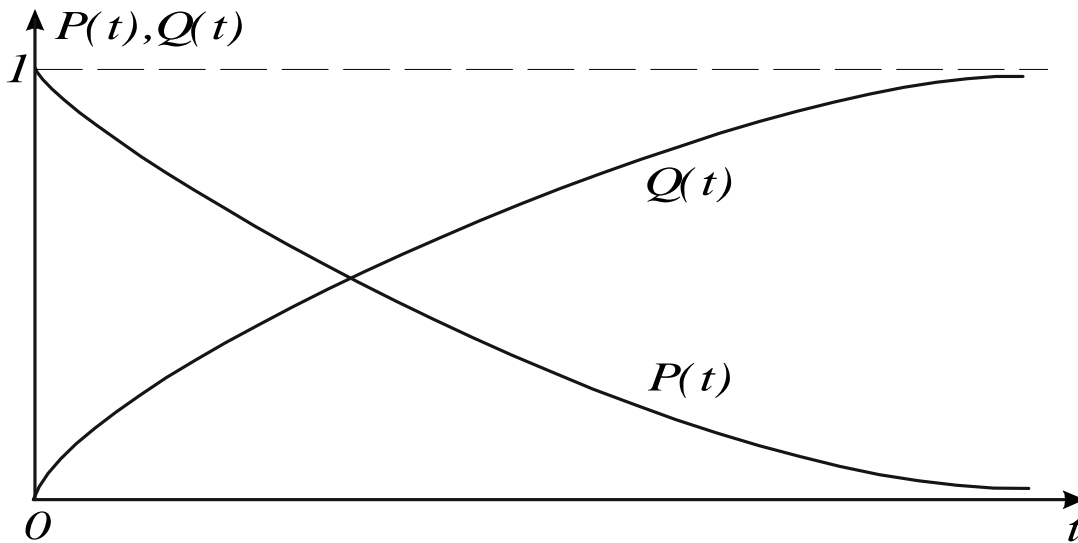


Рис. 1.3. Зміна показників надійності з часом:

$P(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи, $Q(t)$ – ймовірність відмови

Судячи з *рис. 1.3*, характер зміни $Q(t)$ є протилежним $P(t)$, так що при $t \rightarrow \infty$ $Q(t) = 1$, і для будь якого моменту часу t $P(t) + Q(t) = 1$.

Зв'яжемо ці поняття із звичайною інтегральною функцією розподілу $F(t) = F(\tau < t)$ та функцією густини розподілу $f(t) = f(\tau < t)$ випадкового часу безвідмовної роботи конструкції:

$$F(t)=1-P(t); \quad P(t)=1-F(t); \quad Q(t)=F(t);$$

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=-\frac{dP(t)}{dt}. \quad (1.3)$$

3. Інтенсивність відмов – це умовна густина імовірності виникнення відмови конструкції, яка визначається за умови, що відмова не виникла до прийнятого моменту часу.

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{1-F(t)}=-\frac{1}{P(t)}\cdot\frac{dP(t)}{dt}=-\frac{p(t)}{P(t)}. \quad (1.4)$$

Інтенсивність відмов λ чисельно показує кількість об'єктів даного типу, що вийшли з ладу за одиницю часу роботи. Наприклад, $\lambda = 10^{-3}$ 1/рік може означати, що коли у роботі є 1000 однакових конструкцій, то за один рік можна очікувати виходу з ладу однієї конструкції.

Цікавим є характер зв'язку $\lambda(t)$ із часом t (рис. 1.4), де можна виділити три стадії експлуатації конструкції.

I. *Припрацювання* («випалювання» дефектних елементів). Це пов'язано з тим, що у великій партії нових конструкцій завжди є екземпляри з прихованими дефектами, які виходять із ладу зразу після початку роботи. Для усунення цього етапу використовуються попереднє завантаження і перевірочні випробування (наприклад, приймальне випробування нового резервуара підвищеним тиском).

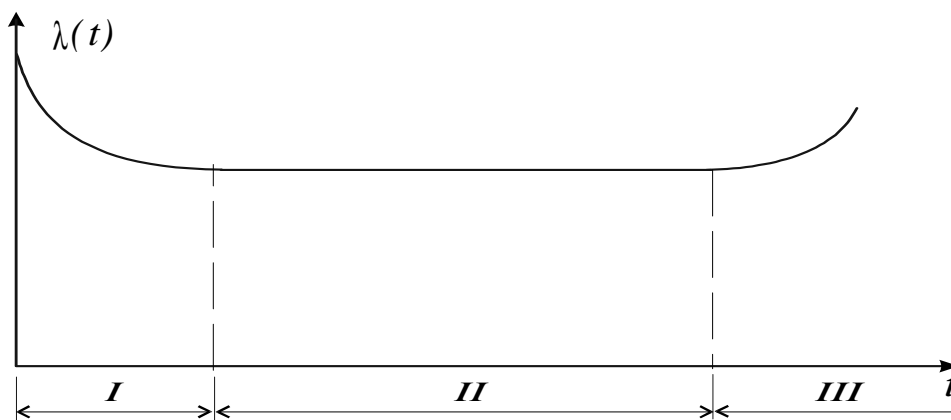


Рис. 1.4. Стадії роботи конструкції

II. *Період нормальної роботи* характеризується постійною інтенсивністю відмов $\lambda(t)=const$. Це основна стадія роботи кожної конструкції, вона має найбільшу тривалість, це «штатний режим конструкції». На умові $\lambda(t)=\lambda$ побудовані рішення широкого класу задач надійності будівельних конструкцій.

III. *Період старіння* – коли спрацювання та старіння призводять до погіршення якості конструкції, небезпека відмов зростає. Термін служби багатьох будівельних об'єктів закінчується раніше, ніж настає помітне старіння цих об'єктів.

4. Наробіток до відмови - це час безвідмовної роботи конструкції від початку експлуатації до появи першої відмови.

Середній наробіток до відмови – це математичне сподівання наробітку конструкції до першої відмови.

$$T_1 = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1.5)$$

Величина T_1 дорівнює площі під кривою функції надійності $P(t)$ (рис. 1.5).

Статистична оцінка середнього наробітку конструкції до відмови

$$T_1^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \tau_j. \quad (1.6)$$

N – кількість працюючих будівельних об'єктів при $t = 0$;
 τ_j – наробіток до першої відмови кожного з об'єктів.

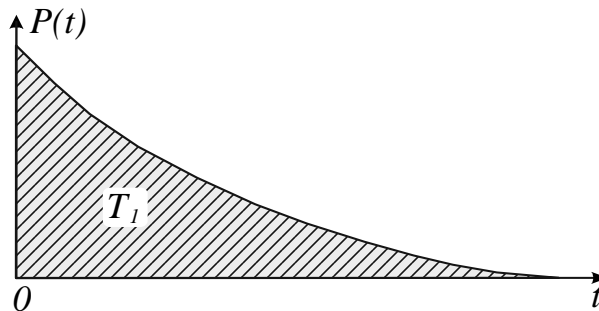


Рис. 1.5. Визначення середнього наробітку до відмови

5. Гамма-відсотковий наробіток до відмови t_γ – наробіток, протягом якого відмова конструкції не виникне з імовірністю γ , що виражена у відсотках, і котрий визначається як корінь рівняння

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}. \quad (1.7)$$

Таким чином t_γ – квантіль відповідного розподілу. Для визначення показників надійності конструкцій задаються досить високі $\gamma = 90, 95, 99, 99,5\%$ тощо, що відповідає ймовірностям відмови в інтервалі $[0; t]$ $Q = 0,10; 0,05; 0,01; 0,005$.

1.4. ІМОВІРНІСНИЙ ОПИС ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

1.4.1. Основні визначення. *Випадковою величиною (ВВ)* називається змінна величина, що у результаті випробування може прийняти те чи інше значення, причому невідомо наперед, яке саме.

Приклади випадкових величин:

- геометричні розміри елементів конструкцій;
- фактичне значення міцності матеріалу конструкцій;
- навантаження на конструкції.

Позначення: \tilde{x} – випадкова величина; x – її можливе значення.

Імовірністю події A або $ВВ$ називається чисельна міра ступеня об'єктивної можливості цієї події або $ВВ$, позначення $P(A), P(x)$.

Поняття ймовірності тісно пов'язано з поняттям *частоти*. Якщо у серії з n випробувань подія A трапляється в m випадках, частота визначається як

$$P^*(A) = \frac{m}{n}. \quad (1.8)$$

Якщо кількість випробувань необмежено росте, частота асимптотично прямує до ймовірності, згідно з теоремою Бернуллі

$$P^*(A) \rightarrow P(A), n \rightarrow \infty. \quad (1.9)$$

Наприклад: кидання монети, коли $P(A) = P(B) = 0,5$, якщо $n \rightarrow \infty$, де A – випадіння «орла», B – випадіння «решки».

1.4.2. Криві розподілу ВВ. Для характеристики ймовірності ВВ вводиться функція

$$F(x) = P(\tilde{x} < x). \quad (1.10)$$

Ця функція дорівнює ймовірності того, що випадкова величина \tilde{x} виявиться меншою від деякого її значення x ; ця функція називається інтегральною функцією розподілу випадкової величини, або просто **функцією розподілу**. У випадку позитивної безперервної ВВ функція розподілу має характер, що ілюструється *рис. 1.6*.

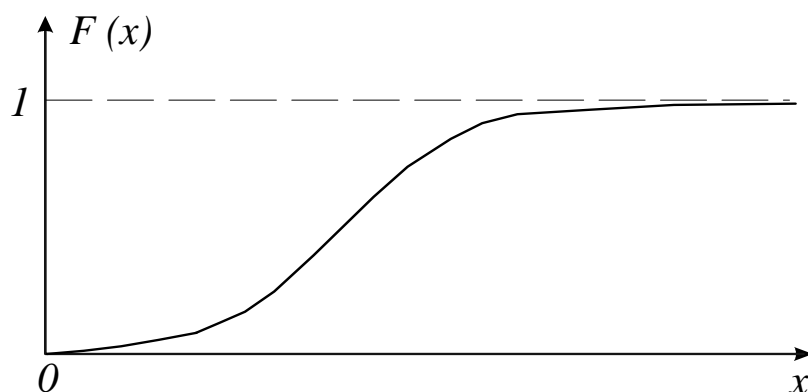


Рис. 1.6. Функція розподілу випадкової величини

Похідна функції $F(x)$

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (1.11)$$

називається диференційною функцією розподілу або **густиною (щільністю) розподілу** випадкової величини \tilde{x} . Графік функції $f(x)$ називається **кривою розподілу \tilde{x}** (*рис. 1.7*).

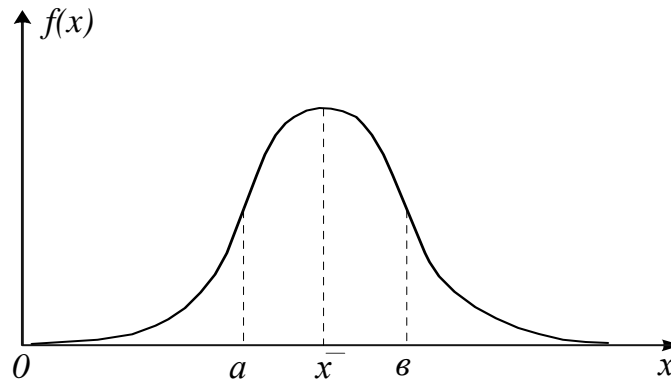


Рис. 1.7. Крива розподілу випадкової величини

Важливими є наступні співвідношення на основі кривої розподілу ВВ.

1. Перехід від диференційної функції $f(x)$ до інтегральної функції розподілу ВВ $F(x)$:

$$F(x = a) = F(\tilde{x} < [x = a]) = \int_{-\infty}^a f(x) dx; \quad (1.12)$$

2. Визначення ймовірності попадання ВВ в інтервал

$$F(a < \tilde{x} < b) = \int_a^b f(x) dx; \quad (1.13)$$

3. Умова нормування, згідно з якою площа під кривою розподілу дорівнює одиниці

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

1.3.3. Числові характеристики розподілу випадкових величин.

Математичне сподівання (очікування):

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx. \quad (1.14)$$

Математичне сподівання визначає *положення розподілу* на віссі абсцис, геометрично воно інтерпретується як центр ваги площі, обмеженої кривою розподілу і віссю абсцис (рис. 1.8).

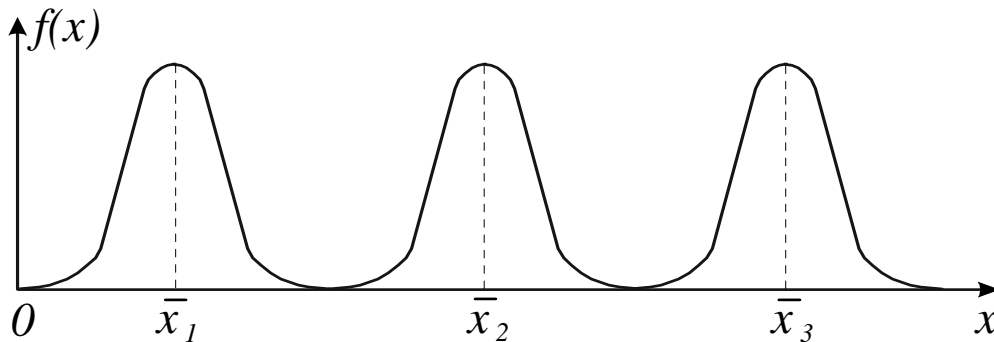


Рис. 1.8. Криві розподілу з різним математичним сподіванням:
 $(\bar{x}_3 > \bar{x}_2 > \bar{x}_1)$

Дисперсія – це математичне сподівання квадрата відхилення \tilde{x} від її центра \bar{x}

$$\hat{x} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx. \quad (1.15)$$

Геометрично дисперсія може розглядатися як центральний момент інерції площі, обмеженої кривою розподілу.

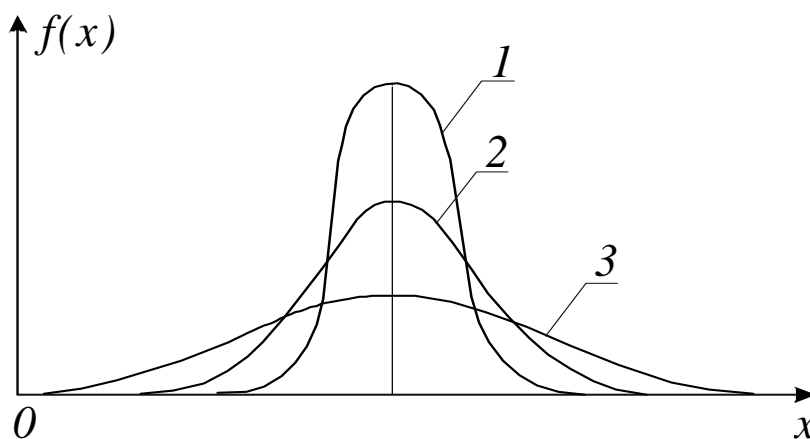


Рис. 1.9. Криві розподілу з різним стандартом $(\hat{x}_1 < \hat{x}_2 < \hat{x}_3)$.

Середнє квадратичне відхилення (стандарт) \hat{x} і коефіцієнт варіації V характеризують розкид значень випадкової величини (рис. 1.9)

$$\hat{x} = \sqrt{\hat{\chi}}; \quad V = \frac{\hat{\chi}}{\bar{x}}. \quad (1.16)$$

Коефіцієнт асиметрії A_x визначає скошеність розподілу випадкової величини (рис. 1.10, а)

$$A_x = \frac{\mu_3}{\hat{\chi}^3}, \quad (1.17)$$

де μ_3 – центральний момент третього порядку, він дорівнює

$$\mu_3(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^3 f(x) dx.$$

Ексцес E_x оцінює шпильчастість (приплюснутість) розподілу випадкової величини (рис. 1.10, б):

$$E_x = \frac{\mu_4}{\hat{\chi}^4} - 3. \quad (1.18)$$

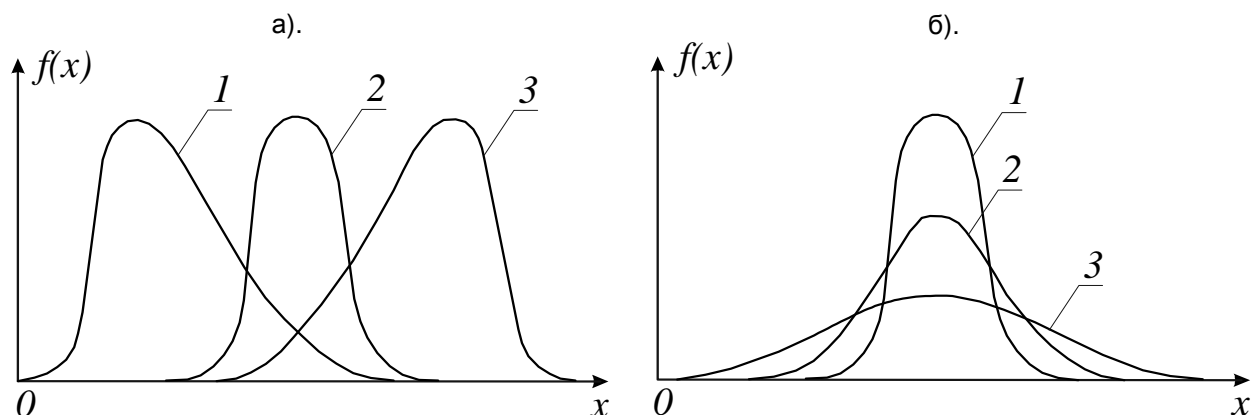


Рис. 1.10. Варіанти кривих розподілу:
 а) з різною асиметрією: $A_1 > 0$, $A_2 \approx 0$, $A_3 < 0$;
 б) з різним ексцесом: $E_1 > 0$, $E_2 \approx 0$, $E_3 < 0$.

1.4.4. Кореляція випадкових величин. На практиці випадкові величини можуть зв'язані між собою або залежать одна від одної. В якості прикладів можна навести випадкове зусилля у колоні, яке залежить від випадкових навантажень, або випадкову межу текучості сталі, що залежить від вмісту хімічних елементів.

Види можливих зв'язків між аргументами x і y ілюструються на *рис. 1.11*.

1. Функціональний зв'язок $y = c(x)$, коли будь-якому значенню аргументу x_i відповідає єдине значення функції $y_i = c(x_i)$ (*рис. 1.11, а*).

2. Кореляційний (статистичний) зв'язок, коли множина експериментальних точок на графіку має виражену тенденцію, фіксованому значенню аргументу x_i відповідає розподіл $f(y/x_i)$ (*рис. 1.11, б*), і випадкові величини \tilde{x} і \tilde{y} вважаються кореляційно залежними.

3. Відсутність зв'язку, коли множина експериментальних точок на графіку не має чіткої тенденції, залежність між аргументами x і y відсутня і випадкові величини \tilde{x} і \tilde{y} вважаються незалежними (*рис. 1.11, в*).

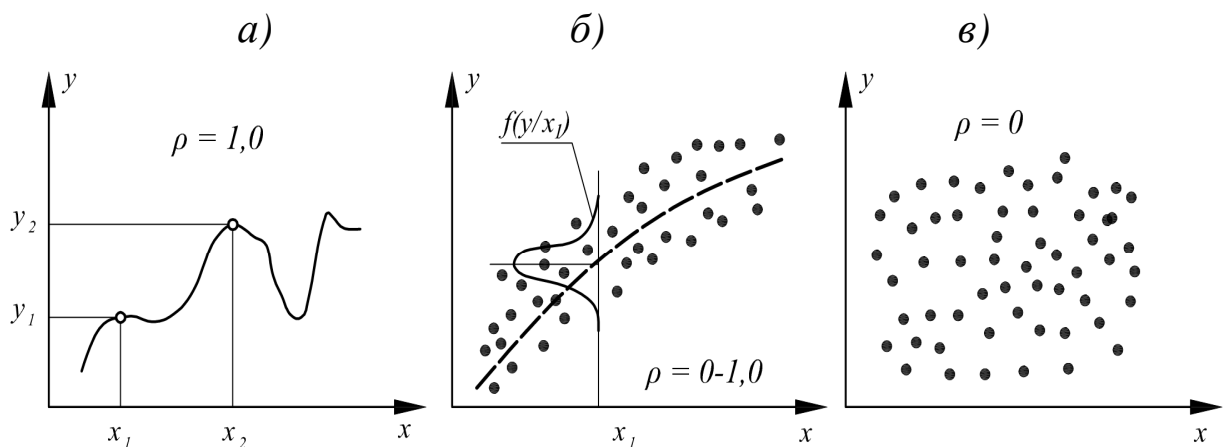


Рис. 1.11. Види зв'язку між аргументами x і y :

а – функціональний зв'язок; б – кореляційний зв'язок;

в – відсутність зв'язку

Для опису кореляційного зв'язку між випадковими величинами визначається **кореляційний момент**, що дорівнює

математичному сподіванню добутку відхилень випадкових величин \tilde{x} і \tilde{y} :

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})(y - \bar{y})f(x, y)dxdy, \quad (1.19)$$

де $f(x, y)$ – щільність розподілу двох випадкових величин \tilde{x} і \tilde{y} .

Для незалежних випадкових величин \tilde{x} і \tilde{y} маємо

$$f(x, y) = f(x)f(y). \quad (1.20)$$

В залежності від характеру кореляційної залежності вона може бути лінійною або нелінійною. Для характеристики тісноти лінійного зв'язку вводиться *коефіцієнт кореляції*

$$\rho = \frac{K_{xy}}{\hat{x}\hat{y}}. \quad (1.21)$$

Цей безрозмірний коефіцієнт дорівнює $\rho = 1$ для функціональної залежності (рис. 1.11, а), знаходиться в інтервалі $\rho = 0 \dots 1$ для статистичної залежності (рис. 1.11, б) і дорівнює $\rho = 0$ при відсутності зв'язку між випадковими величинами (рис. 1.11, в).

Лінія регресії, яка характеризує загальну тенденцію зв'язку між аргументами, має при лінійній кореляційній залежності рівняння наступного виду

$$y - \bar{y} = \rho \frac{\hat{y}}{\hat{x}}(x - \bar{x}). \quad (1.22)$$

1.5. КРИВІ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Важливим аспектом імовірнісних методів розрахунку є обґрунтований вибір законів розподілу випадкових величин і

ординат випадкових процесів. Коротко зупинимося на тих із них, які будуть використані в подальшому викладенні.

1.5.1. Нормальний розподіл. Цей симетричний розподіл з безкінечними межами, який називається також законом Гаусса (рис. 1.12), є найбільш поширеним в теорії і практиці імовірнісних розрахунків [19, 175], він має щільність

$$f(x) = \frac{1}{\hat{X} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(X - \bar{X})^2}{2\hat{X}^2}\right]. \quad (1.23)$$

Тут: X – випадковий аргумент; \bar{X} і \hat{X} – відповідно математичне очікування і стандарт (середньоквадратичне відхилення) аргументу X .

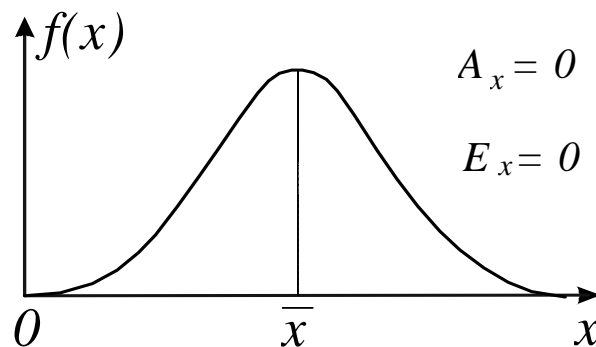


Рис. 1.12. Нормальний розподіл випадкової величини

Якщо замість аргументу X враховується нормоване відхилення від центру $\gamma = (X - \bar{X}) / \hat{X}$, то визначається нормована щільність нормального закону наступного виду:

$$f(\gamma) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \exp(-0.5\gamma^2). \quad (1.24)$$

З урахуванням цього інтегральна функція нормального розподілу буде

$$F(X) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^X \exp(-0.5\gamma^2) d\gamma = \Phi(\gamma), \quad (1.25)$$

де $\Phi(\gamma)$ – функція Лапласа, табульована разом з (1.23) в численних статистичних таблицях [15, 91] і *табл. Д.2*.

Поширеність нормального закону в задачах надійності пов'язана з його відносною аналітичною простотою, оскільки він залежить від двох параметрів, наявністю готових таблиць, близькою відповідністю розподілам міцності матеріалів і деяких навантажень, асимптотичним прагненням до нормального розподілу суми декількох випадкових величин з різними законами розподілу.

Порядок підбору нормального розподілу ілюструється нижче у числовому прикладі 2.5.4.

1.5.2. Розподіл Вейбулла. Широко поширений в завдачах надійності також розподіл Вейбулла, що має наступні диференціальну і інтегральну функції розподілу [1, 188]:

$$f(X) = \frac{\beta}{\alpha} (X - \gamma)^{\beta-1} \exp\left[-\frac{(X - \gamma)^\beta}{\alpha}\right]; \quad (1.26)$$

$$F(X) = 1 - \exp\left[-\frac{(X - \gamma)^\beta}{\alpha}\right], \quad (1.27)$$

де γ – параметр положення розподілу; зазвичай $\gamma = 0$, тоді розподіл можливий тільки при $X \geq 0$; $\alpha > 0$ – параметр масштабу, що визначає витягнутість розподілу; $\beta > 0$ – параметр форми, від якого залежить вид розподілу (*рис. 1.13*); при $\beta = 1$ розподіл Вейбулла перетворюється в експоненційний розподіл (див. п. 1.6), при $\beta = 2$ – в розподіл Релея.

Математичне очікування і дисперсія аргументу X , що підпорядковується розподілу Вейбулла при $\gamma = 0$, визначаються як

$$\bar{X} = \alpha^{1/\beta} \Gamma(1 + 1/\beta); \quad (1.28)$$

$$\hat{X} = \alpha^{2/\beta} \left\{ \Gamma(1 + 2/\beta) - \left[\Gamma(1 + 1/\beta) \right]^2 \right\}, \quad (1.29)$$

де Γ – гамма-функція виду

$$\Gamma(1 + p) = \int_0^{\infty} X^p e^{-x} dx, \quad (1.30)$$

що визначається чисельно або по таблицях [15, 62].

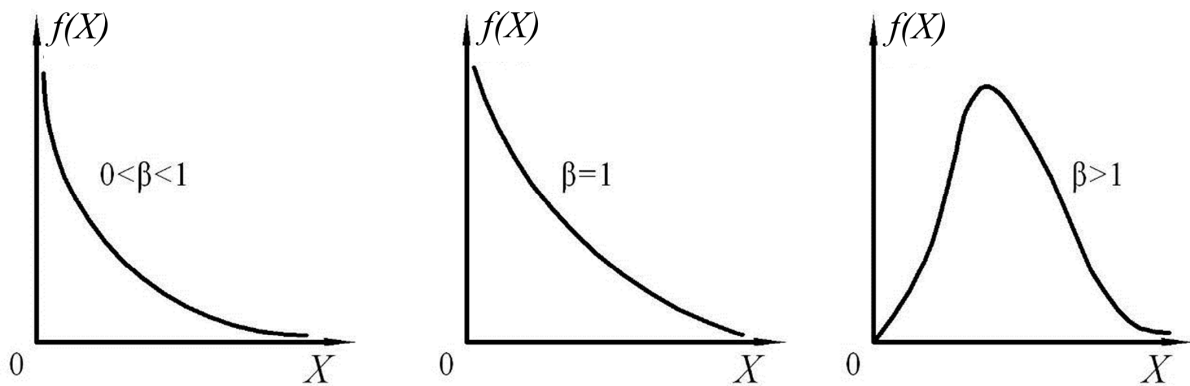


Рис. 1.13. Розподіл Вейбулла при $\gamma = 0$ і різних значеннях коефіцієнту форми β

Формули для визначення асиметрії і ексцесу розподілу Вейбулла наведені в [1, 188]. Для підбору цього розподілу методом моментів необхідно мати в розпорядженні два перші моменти, з використанням яких вирішується трансцендентне рівняння, що включає гамма-функцію; можна також виконувати підбір по початковій вибірці.

Розподіл Вейбулла, що є граничним для мінімальних значень випадкових величин, добре описує крихке руйнування конструкцій [12] і служить основою для розв'язання деяких завдань надійності [27, 188].

1.5.3. Подвійний експоненційний розподіл. Статистика екстремальних (найбільших) значень має асимптотичні розподіли 3-х типів [33, 175], з яких для опису навантажень використовується закон I типу (закон Гумбеля) – подвійний

експоненціальний розподіл, що має інтегральну і диференційну функції виду

$$F(X) = \exp[-\exp(-y)], \quad (1.31)$$

$$f(X) = \alpha_n \exp(-y) \exp[-\exp(-y)]. \quad (1.32)$$

Тут $y = \alpha_n(X - u_n)$ – нормоване ухилення аргументу від моди; $u_n = \bar{X}_n - 0,45005 \hat{X}_n$ – характеристичний екстремум; $\alpha_n = \pi / (\sqrt{6} \hat{X}_n)$ – екстремальна інтенсивність; \bar{X}_n, \hat{X}_n – відповідно вибіркові середнє і стандарт сукупності з n членів.

Розподіл Гумбеля табульований у вигляді таблиць [33], він залежить від двох параметрів u_n і α_n , пов'язаних з середнім і стандартом; асиметрія і ексцес розподілу Гумбеля постійні: $S = 1,1396$; $E = 2,4$. Вигляд закону Гумбеля для найбільших значень ілюструється *рис. 1.14*.

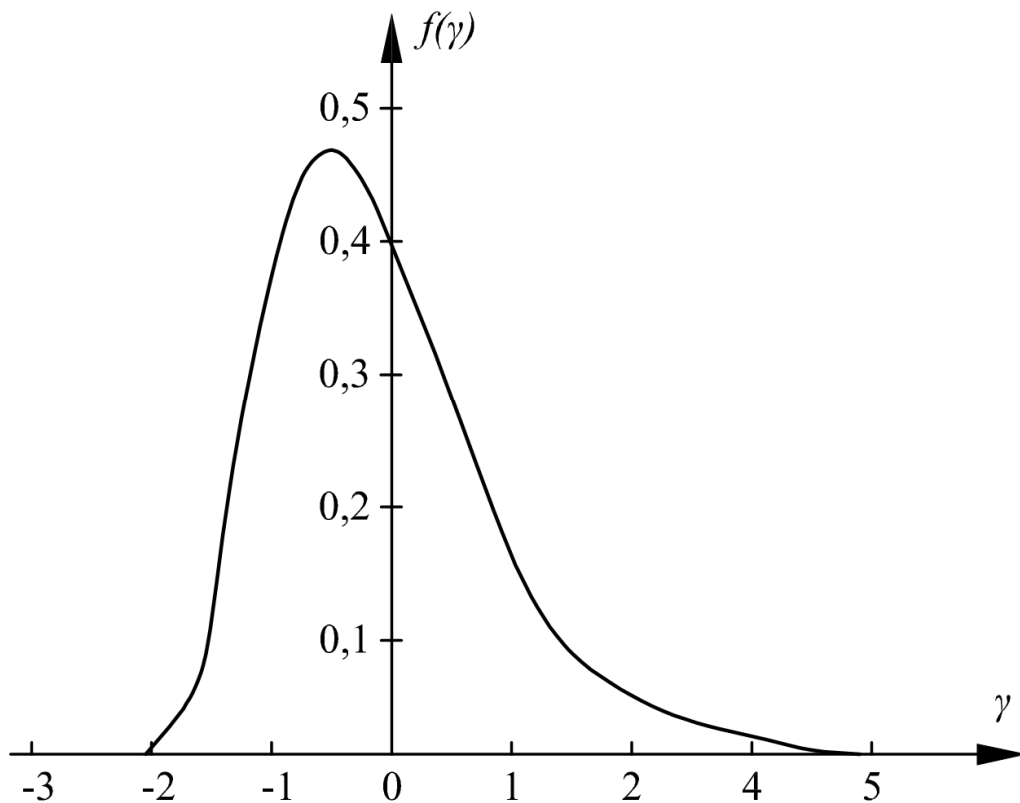


Рис. 1.14. Подвійний експоненційний розподіл (розподіл Гумбеля)

Цей розподіл характерний для вибірок експоненційного типу, ознакою якого є дотримання (точно або асимптотично) співвідношення

$$f(X)/[1-F(X)] = -f'(X)/f(X). \quad (1.33)$$

Легко бачити, що ця умова точно виконується для експоненційного розподілу $f(-X) = \exp(-X)$ і асимптотично – для нормального, гамма-розподілу та ін. [33].

Характеристичний екстремум u_n є коренем рівняння

$$F(u_n) = (n-1)/n$$

Це показує, що у вибірці з n спостережень очікуване число величин, рівних або більших u_n , дорівнює 1. У вибірках експоненційного типу u_n асимптотично прямує до моди розподілу екстремумів. Параметр α_n визначається як інтенсивність розподілу $\mu(X)$ (див. нижче формулу (3.52)) при значенні аргументу, рівному u_n :

$$\alpha_n = \mu(u_n) = f(u_n)/[1-F(u_n)] = nf(u_n). \quad (1.35)$$

Відмітимо попутно, що величина, обернена $\mu(X)$ називається відношенням Міллса, воно табульоване у збірниках імовірнісних таблиць [91] і використовується для визначення ймовірності великих відхилень аргументу. Параметр $\mu(X)$ серед інших, є індикатором типу екстремального розподілу залежно від умови $\mu(X) \geq f(X)/f(X)$ (таблиця. 4.1.6 [33]).

Зв'язок u_n і α_n з об'ємом вибірки залежить від виду початкового розподілу. Для нормального розподілу Е. Гумбель [33] дає таблиці і досить громіздкі формули. Для деяких інших розподілів у монографії автора [137] наводяться співвідношення і таблиці (глава 2 і додаток 2.3).

Розподіл Гумбеля є стійким, тобто він не змінюється при зведенні в n -у степінь, зміщуючись уздовж осі абсцис на величину $\ln n/\alpha_n$ [151, 160]:

$$F^n(X) = \exp[-\exp(-y + \ln n)]. \quad (1.36)$$

Ця перевага закону Гумбеля корисна, наприклад, при екстраполяції екстремумів навантажень (річних, місячних та ін.) на триваліший термін.

Екстремальний розподіл Гумбеля в порівнянні з нормальним розподілом зміщений вліво, його мода знаходиться на відстані $-0,45\hat{X}$, що відповідає позитивній асиметрії $S = 1,14$. Він більш загострений, ніж нормальний розподіл (ексцес $E = 2,4$). Розподіл Гумбеля має "хвіст", більше витягнутий у бік великих значень аргументу, чим нормальний закон.

1.5.4. Інші імовірнісні представлення. У деяких випадках може вдало застосовуватися *логнормальний розподіл*, отриманий логарифмічним перетворенням нормального закону, який має асиметричний характер і є асимптотичним для добутку випадкових величин [160, 190]. Корисним в застосуваннях є також *розподіл Грам-Шарльє*, отриманий шляхом коригування нормального розподілу на моменти 3-го і більшого порядку. Разом з безперечними перевагами, цей розподіл, маючи також нескінченні межі, при деяких значеннях аргументу може набувати негативних значень і давати побічні екстремуми [56]. Досить широко в завданнях надійності застосовуються *криві Пірсона*, особливо III типу (гамма-розподіл) [56, 188]. Для практичних рішень конкретних питань можуть виявитися корисними розподіл Крицького-Менкеля, отриманий степеневим перетворенням кривої Пірсона III типу [83], розподіл Гриневича на основі закону Вейбулла [25], усічені розподіли [189], лінійні комбінації нормальних [203], вейбулловських [209] та інших законів.

Незважаючи на численність стохастичних розподілів, тільки частково перелічених вище, актуальним залишається питання про вибір закону для багатOVERшинних розподілів, наприклад, снігового навантаження. У зв'язку з цим було обґрунтовано застосування поліномо-експоненційного розподілу (2.19), детально розглянутого нижче у главі 2.

1.6. ЕКСПОНЕНЦІЙНИЙ РОЗПОДІЛ В ЗАДАЧАХ НАДІЙНОСТІ

1.6.1. Загальні формули. Проінтегруємо вираз (1.4) щодо визначення інтенсивності відмов

$$\int_0^t \lambda(t) dt = -\ln P(t).$$

Далі виконаємо операцію потенціювання, в результаті чого одержується формулу функції надійності

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (1.37)$$

У межах періоду нормальної роботи системи (стадія II на *рис. 1.4*) з постійною інтенсивністю відмов $\lambda(t) = \lambda = const$ маємо

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (1.38)$$

Це **експоненційний закон** зміни надійності у часі (*рис. 1.15, a*), широко розповсюджений у практичних розрахунках надійності у техніці, зокрема будівельних об'єктів і конструкцій. Експоненційний закон є природним з фізичної точки зору, він простий і зручний у користуванні, має всього один параметр λ . Його застосування суттєво спрощує формули теорії надійності конструкцій.

Інтегральна функція експоненційного закону

$$F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (1.39)$$

Диференційна функція експоненційного закону

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (1.40)$$

Числові характеристики експоненційного закону – математичне сподівання і стандарт – дорівнюють одне одному:

$$\bar{t} = \hat{t} = \frac{1}{\lambda}. \quad (1.41)$$

Коефіцієнт варіації при цьому, очевидно, $V_t = 1$.

1.6.2. Характеристична якість експоненційного закону.

Ця особливість експоненційного закону пов'язана з тим, що ймовірність безвідмовної роботи в інтервалі $(t, t + \Delta t)$ не залежить від часу попередньої роботи t , а тільки від довжини інтервалу Δt . Це легко показати:

- ймовірність відсутності відмови в інтервалі $(0, t + \Delta t)$:

$$P(t + \Delta t) = e^{-\lambda(t + \Delta t)} = e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda \Delta t};$$

- ймовірність відсутності відмови в інтервалі $(0, t)$:

$$P(t) = e^{-\lambda t};$$

- умовна ймовірність $P_t(\Delta t)$ відсутності відмови в інтервалі $(t, t + \Delta t)$ протягом Δt , обчислена при умові безвідмовної роботи у попередньому інтервалі:

$$P_t(\Delta t) = \frac{P(t, t + \Delta t)}{P(t)} = \frac{e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda \Delta t}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda \Delta t}.$$

Одержана формула не містить t , а тільки Δt . Це свідчить про те, що у випадку експоненційного закону відсутність відмови «у минулому» не впливає на ймовірність її відсутності (або появи) «у найближчому майбутньому». Ця якість характерна тільки для експоненційного закону. З іншого боку, якщо

випадковий фактор, що вивчається, має таку властивість – він розподілений згідно з експоненційним законом.

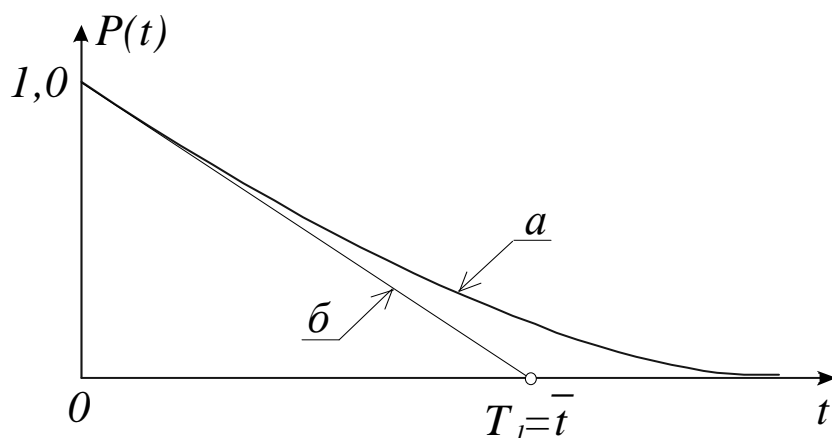


Рис. 1.15. Експоненційний закон зміни надійності:
а) функція (1.38); б) лінеаризований вираз (1.42).

1.6.3. Лінеаризація експоненційного закону. У випадку, коли $P(t) > 0,9$, тобто для високонадійних об'єктів, виконується операція лінеаризації із заміною нелінійної функції дотичною у вибраній точці. Для цього функцію розкладають у ряд Тейлора та відкидають нелінійні члени. У даному випадку використовується ряд Маклорена, що є частинним випадком ряду Тейлора, коли абсциса точки розкладу $t = 0$:

$$P(t) = P(0) + \frac{P'(0)}{1!}t + \frac{P''(0)}{2!}t^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(0)}{n!}t^n;$$

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{\lambda^2}{2!}t^2 - \frac{\lambda^3}{3!}t^3 + \dots$$

Відкидаючи нелінійні члени, одержуємо більш простий вираз щодо функції надійності (рис. 1.15, б)

$$P(t) = e^{-\lambda t} \cong 1 - \lambda t. \quad (1.42)$$

Інтегральна функція розподілу відповідно має вираз:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \cong \lambda t.$$

Формула (1.42) дає достатню точність практичних розрахунків, зокрема, будівельних конструкцій, про що свідчить наведений нижче числовий приклад.

1.6.4. Числовий приклад. Порівняти ймовірності безвідмовної роботи будівельної конструкції, визначені по основній (1.38) і лінеаризованій (1.42) формулам.

Вихідні дані: термін служби балки перекриття $t = 100$ років, інтенсивність відмов балки $\lambda = 10^{-5}$ 1/рік.

Згідно з формулою експоненційного закону (1.38) маємо

$$P(t = 100p) = e^{-10^{-5} \cdot 10^2} = e^{-10^{-3}} = 0,999.$$

Згідно з лінеаризованою формулою (1.42) одержуємо:

$$P(t = 100p) = 1 - 10^{-5} \cdot 10^2 = 1 - 10^{-3} = 0,999.$$

Обидві формули дають однакові результати.

1.6.5. Середній наробіток до відмови для експоненційного закону визначається із загального виразу (1.5) з урахуванням (1.38):

$$T_1 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = -\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}.$$

Таким чином, маємо такі прості співвідношення:

$$\lambda = \frac{1}{T_1}; \quad T_1 = \frac{1}{\lambda}. \quad (1.43)$$

З урахуванням цього функції експоненційного закону (1.39), (1.40) одержують наступну форму:

$$\begin{aligned}
 F(t) &= 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}; \\
 f(t) &= \frac{1}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}}.
 \end{aligned}
 \tag{1.44}$$

1.6.6. Числовий приклад. Описати експериментальні дані експоненційним розподілом, визначити гамма-відсотковий наробіток конструкції до відмови t_γ при наступних рівнях $\gamma = 50, 80, 90, 95$ та 99% .

Вихідні дані. Вибірка дослідних значень наробітку допоміжної конструкцій (у роках) (обсяг $n = 20$): 39,5; 63,9; 10,9; 83,9; 52,7; 27,1; 70,8; 0,3; 244,1; 5,4; 180,5; 58,4; 7,4; 228,2; 9,2; 7,8; 140,2; 193,9; 297,7; 3,3.

1. Побудова дослідної гістограми розподілу. Розподіляємо діапазон зміни дослідного наробітку на інтервали, підраховуємо кількість попадань n_i у кожний інтервал, відносні частоти $f_i^*(t) = n_i/n$ та ординати експериментальної гістограми $p_i^* = f_i^*(t)/h$ де $h = 50$ – крок (інтервал) вибірки. Одержані числові значення наведені у графах 2, 3 і 4 табл. 1.1, дослідна гістограма – на рис. 1.16, а.

2. Обчислення вибірових числових характеристик. Згідно з процедурою, приведеною нижче в п. 2.5.4, підрахуємо оцінки числових характеристик заданої вибірки:

- математичного сподівання (середнього наробітку до відмови) $\bar{t} = T_1 = 86,26$ років;
- стандарту $\hat{t} = 93,55$ років, коефіцієнту варіації $V_t = 1,08$;
- асиметрії $A_t = 0,89$, ексцесу $E_t = -0,68$.

3. Обчислення параметра λ , побудова теоретичних кривих. Визначаємо параметр експоненційного розподілу

$$\lambda = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{86,26} = 0,0116 \text{ 1/рік.}$$

Виконуємо побудову кривих експоненційного розподілу, що апроксимують експериментальну гістограму:

- кривої розподілу $f(t)$, згідно з формулою (1.40) (рис. 1.16, а, поз. 2);
- функції надійності $P(t)$ відповідно до формули (1.38) (рис. 1.16, б);
- інтегральної функції експоненційного розподілу $F(t)$, згідно з (1.39) (рис. 1.16, б);
- лінеаризованої функції (1.36) (рис. 1.16, б, поз. 3).

Числові значення перелічених функцій наведені у графах 5, 6 і 7 табл. 1.1.

4. **Відповідність дослідного розподілу теоретичному** оцінюється за допомогою критерію Пірсона, відповідні числові значення наведені у графах 8, 9 і 10 табл. 1.1. В обчисленнях значень критерію будемо використовувати значення ймовірностей, причому допускається укрупнення інтервалів:

$$\chi^2 = \sum \frac{(F_i^* - F_i)^2}{F_i}$$

Таблиця 1.1

Порівняння дослідного і теоретичного розподілів

t_i	Дослідний розподіл			Теоретичний розподіл			Критерій Пірсона		
	n_i	f_i^*	p_i^*	$f(t)$	$F(t)$	$P(t)$	F_i^*	F_i	χ^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
50	9	0,45	0,009	$\frac{0-0,0116}{0,0065}$	0,440	0,560	0,45	0,440	0,004
100	6	0,30	0,006	0,0036	0,686	0,314	0,30	0,246	0,234
150	0	0	0	0,0020	0,824	0,176	0,15	0,232	0,596
200	3	0,15	0,003	0,0011	0,918	0,098			
250	1	0,05	0,001	0,00064	0,945	0,055	0,10	0,051	0,940
300	1	0,05	0,001	0,00035	0,969	0,031			
350				0,0002	0,982	0,017			
Σ	$n=20$								$\chi_{\text{снос.}}^2 = 1,776$

Оскільки експоненційний розподіл є однопараметричним, кількість ступенів свободи визначається як $k = i - 2$; тому у

даному випадку $k=2$ (i – кількість інтервалів виборки). З табл. Д.4 за рівнем значущості $\alpha=0,05$ та $k=2$ знаходимо $\chi^2 = 6,0 > \chi_{\text{снос.}}^2 = 1,776$, тому немає причин відхилити гіпотезу про експоненційний розподіл наробітку конструкцій.

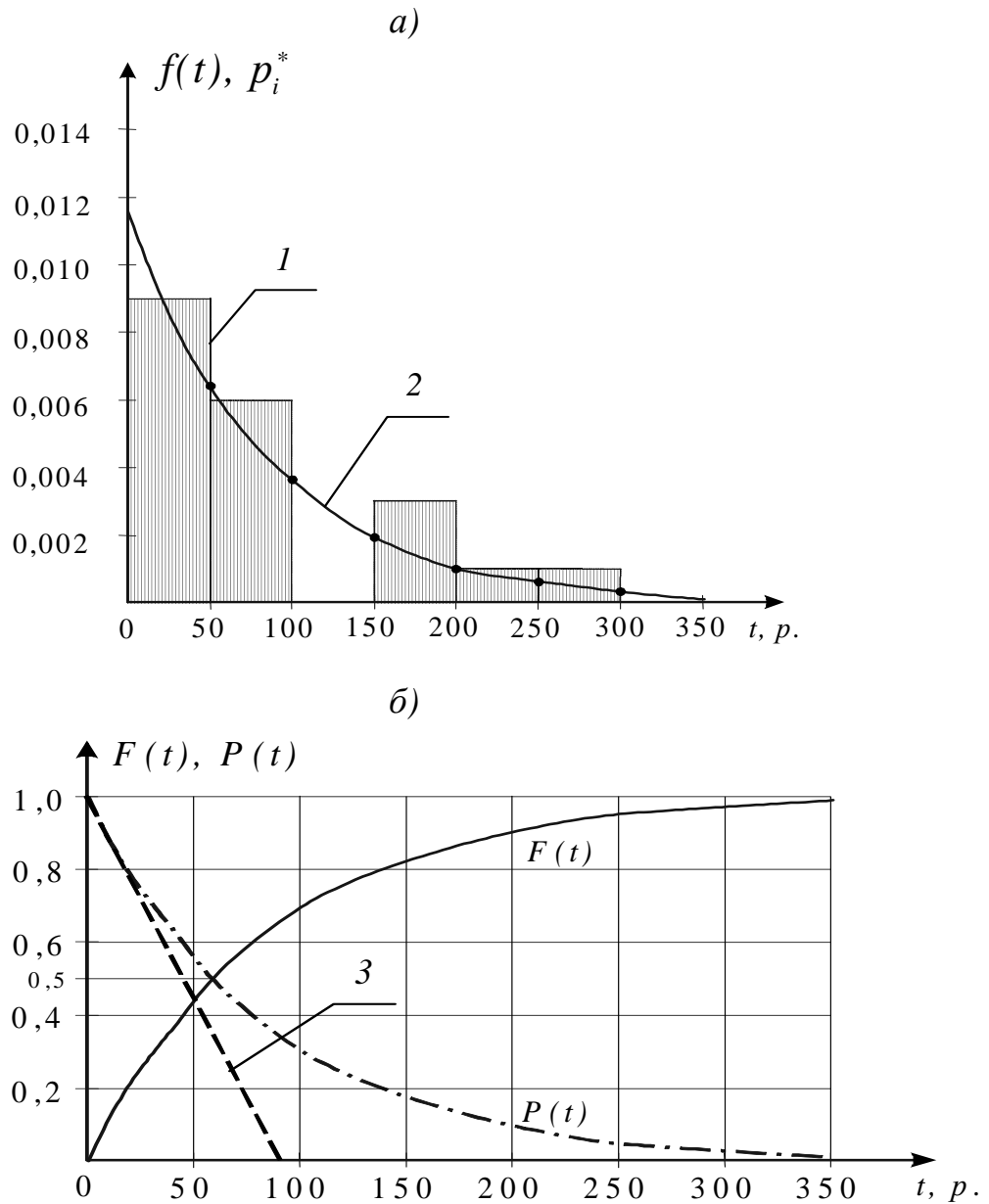


Рис. 1.16. Експоненційний розподіл:

а) дослідна гістограма (1), експоненційний закон (2); б) функція надійності, інтегральна функція експоненційного розподілу та лінеаризоване представлення (3).

5. Гамма-відсотковий наробіток до відмови. Прирівняємо вираз (1.7) експоненційній формулі (1.38):

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100} = e^{-\lambda t_\gamma}.$$

Після перетворень одержимо вираз, що визначає γ -відсотковий наробіток до відмови, якщо наробіток описується експоненційним розподілом

$$t_\gamma = -\frac{\ln\left(\frac{\gamma}{100}\right)}{\lambda}. \quad (1.45)$$

Числові значення наробітку ілюструються на *рис. 1.17*, вони дорівнюють: $t_{50} = 59,84$ р.; $t_{80} = 19,24$ р.; $t_{90} = 9,14$ р.; $t_{95} = 4,44$ р.; $t_{99} = 0,99$ р.

Таким чином, із збільшенням γ -відсоткового рівня наробіток t_γ досить швидко зменшується.

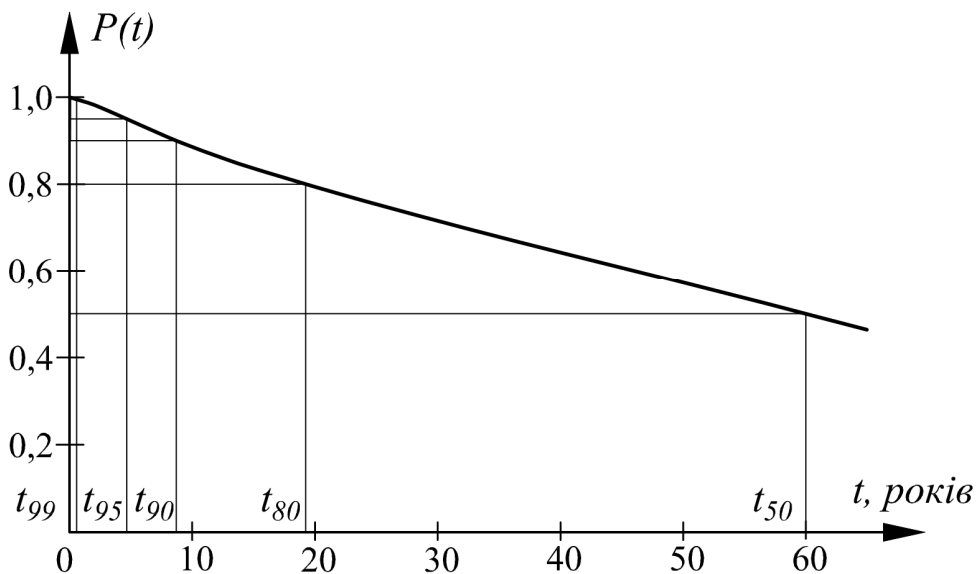


Рис. 1.17. Гамма-відсотковий наробіток конструкції до відмови.

1.7. ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ

1.7.1. Основні визначення і характеристики. Подальшим розвитком імовірнісного опису є перехід від випадкової величини \tilde{x} до *випадкової функції* $\tilde{x}(l)$, яка в результаті спроби може

прийняти вигляд тієї чи іншої *реалізації*, невідомої наперед, якої саме [19]. Кожна реалізація являє собою звичайну не випадкову функцію $x_i(l)$. Група спроб складає сімейство або *ансамбль* реалізацій (рис. 1.18).

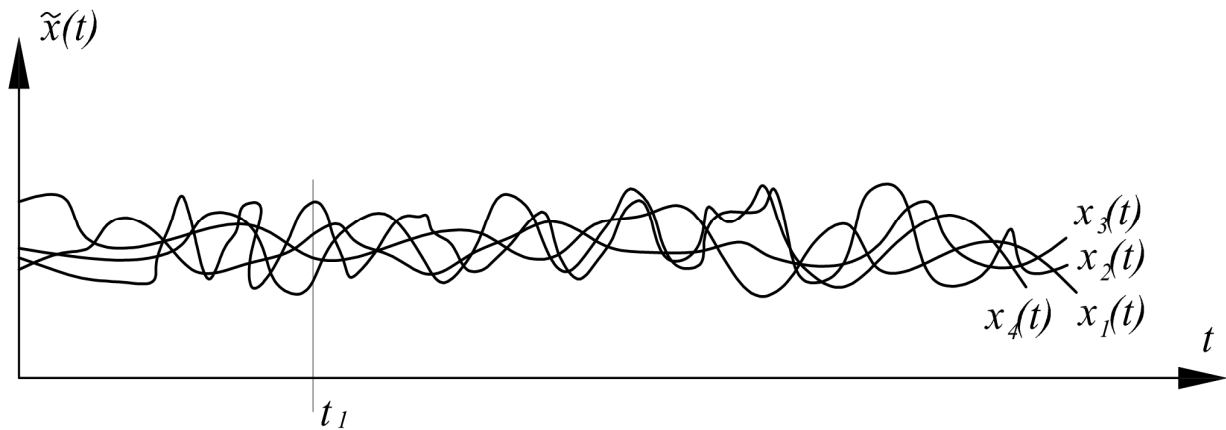


Рис. 1.18. Ансамбль реалізацій випадкової функції

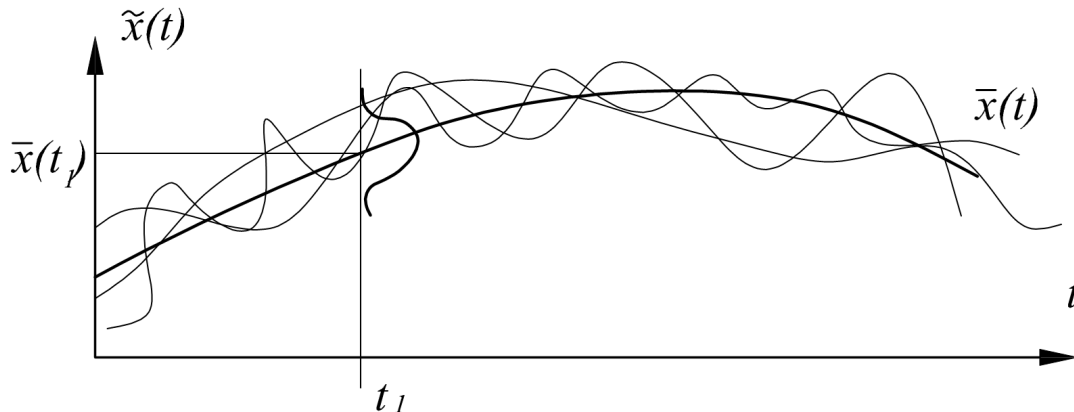
При фіксованому значенні аргументу $l = l_1$ випадкова функція перетворюється у випадкову величину $\tilde{x}(l)$. Таким чином, випадкова функція поєднує в собі ознаки функції і випадкової величини.

Якщо аргументом випадкової функції є час t , вона називається **випадковим процесом**. Найчастіше його визначають як випадкову величину, розподіл якої залежить не тільки від аргументу $t = t_1$, але й від того, які часткові значення приймає ця величина при інших значеннях аргументу $t = t_2$ [160]. Прикладами випадкових процесів є кліматичні (снігові, вітрові) і кранові навантаження на будівлі, а також міцність матеріалів, що змінюється в часі.

На відміну від випадкових величин, які мають числові характеристики, випадкові процеси мають аналогічні характеристики у вигляді функцій.

Математичне сподівання. Розглянемо переріз випадкової функції $\tilde{x}(t)$ при фіксованому значенні аргументу $t = t_1$. Він представляє випадкову величину з математичним сподіванням $\bar{x}(t_1)$, яке в загальному випадку залежить від аргументу t , тобто змінюється вдовж осі абсцис (рис. 1.19). Отже, *математичним сподіванням випадкового процесу* $\tilde{x}(t)$ називається не випадкова

функція $\bar{x}(t)$, котра при кожному значенні аргументу t дорівнює математичному сподіванню відповідного перерізу випадкового процесу. За змістом математичне сподівання випадкового процесу є деяка середня функція, біля якої різним чином варіюються конкретні реалізації випадкового процесу.



1.19. Математичне сподівання випадкового процесу

Дисперсія, стандарт. Дисперсією випадкового процесу $\tilde{x}(t)$ називається невідпадова функція $\hat{x}(t)$, значення якої для кожного t_1 дорівнює дисперсії відповідного перерізу випадкового процесу $\tilde{x}(t_1)$. Аналогічно визначається середньоквадратичне відхилення (стандарт) випадкового процесу $\tilde{x}(t)$

$$\hat{x}(t) = \sqrt{\bar{x}(t)}.$$

Наведені характеристики є дуже важливими, вони оцінюють розкид значень процесу, однак їх недостатньо для його повного опису. Це положення ілюструється *рис. 1.20*, на якому наведені процеси з приблизно однаковими математичними сподіваннями і дисперсіями. Однак інтенсивність зміни процесів суттєво відрізняється, що не враховується вказаними характеристиками $\bar{x}(t)$ і $\hat{x}(t)$.

Кореляційна функція. Внутрішня частотна структура випадкових процесів враховується *кореляційною функцією* – невідпадовою функцією двох аргументів t_1 і t_2 , яка при кожній парі значень t_1 і t_2 дорівнює кореляційному моменту відповідних перерізів випадкового процесу

$$K_x(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x(t_1) - \bar{x}(t_1)][x(t_2) - \bar{x}(t_2)] p[x(t_1), x(t_2)] dx(t_1) dx(t_2) \quad (1.46)$$

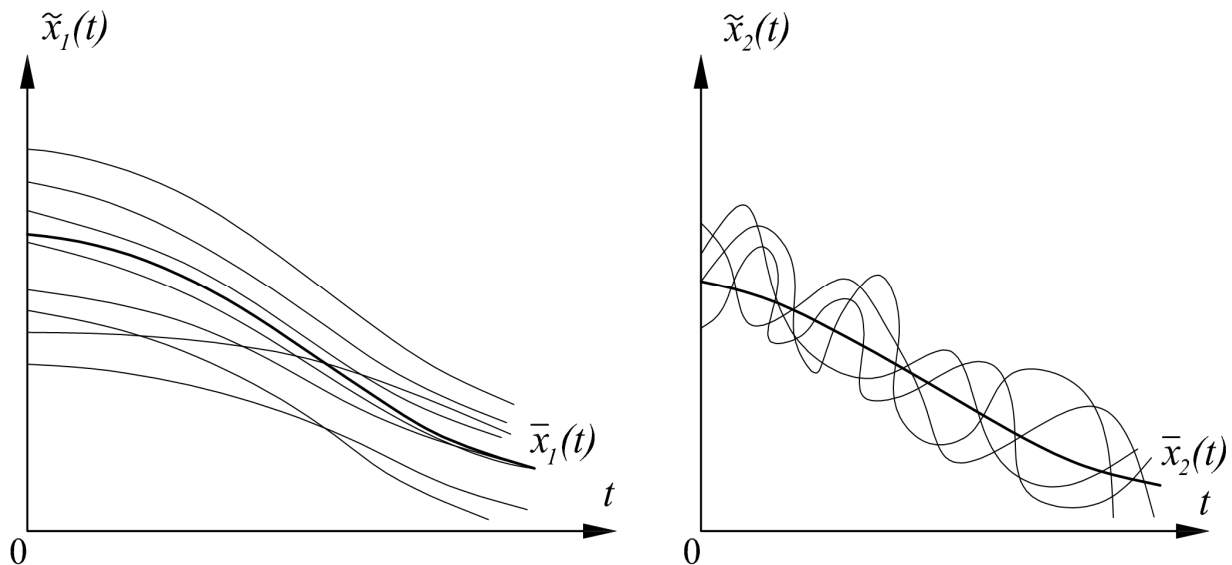


Рис. 1.20. Випадкові процеси різної частотної структури

Як видно на *рис. 1.20*, кореляційна функція процесу $\tilde{x}_1(t)$ убиває повільніше, ніж кореляційна функція процесу $\tilde{x}_2(t)$.

При рівності аргументів $t_2 = t_1$ кореляційна функція перетворюється в дисперсію.

Досить часто використовується *нормована кореляційна функція*, аналогічна коефіцієнту кореляції системи випадкових величин:

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{K_x(t_1, t_2)}{\hat{x}(t_1)\hat{x}(t_2)}. \quad (1.47)$$

При рівності аргументів $t_2 = t_1$ нормована кореляційна функція дорівнює одиниці.

1.7.2. Стаціонарні випадкові процеси. Такі процеси є найбільш важливими і широко розповсюдженими у задачах надійності конструкцій.

Випадковий процес називається **стаціонарним**, якщо його імовірнісні характеристики не залежать від часу t , тобто не змінюються при переносі початку відліку координати t (рис.1.21,а). Прикладами таких процесів є кранові навантаження та вітрові впливи (на окремих відрізках часу). **Нестаціонарним** називається випадковий процес, який має тенденцію до зміни або розвитку у часі (рис. 1.21, б). Прикладами таких процесів є снігове навантаження і міцність бетону.

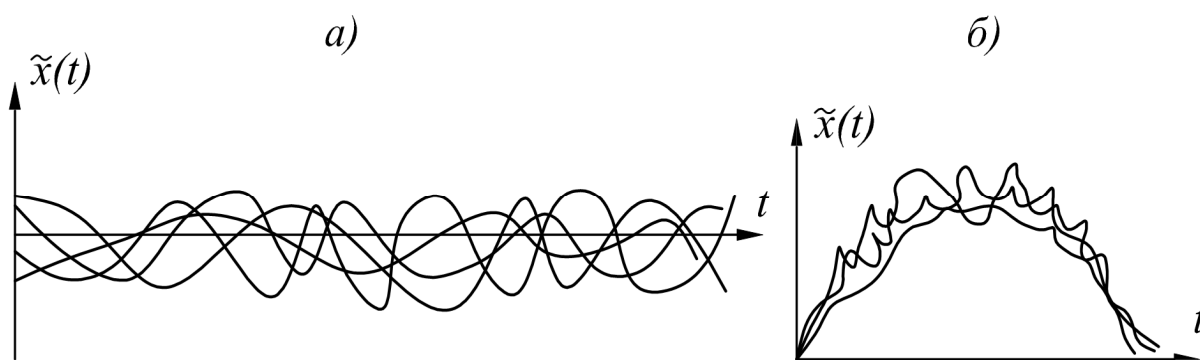


Рис. 1.21. Реалізації випадкових процесів:
а – стаціонарний процес; б – нестаціонарний процес

Стаціонарні випадкові процеси мають наступні особливості.

- Математичне сподівання є постійним

$$\bar{x}(t) = \bar{x} = const.$$

- Кореляційна функція залежить тільки від різниці $\tau = t_1 - t_2$, тобто є функцією тільки одного аргументу τ (рис. 1.22), що суттєво спрощує імовірнісні розрахунки

$$K_x(t_1, t_2) = K_x(t_1 - t_2) = K_x(\tau). \quad (1.48)$$

- При $\tau = 0$ кореляційна функція перетворюється у дисперсію, що не залежить від часу

$$K_x(\tau = 0) = K_x(0) = \hat{x}. \quad (1.49)$$

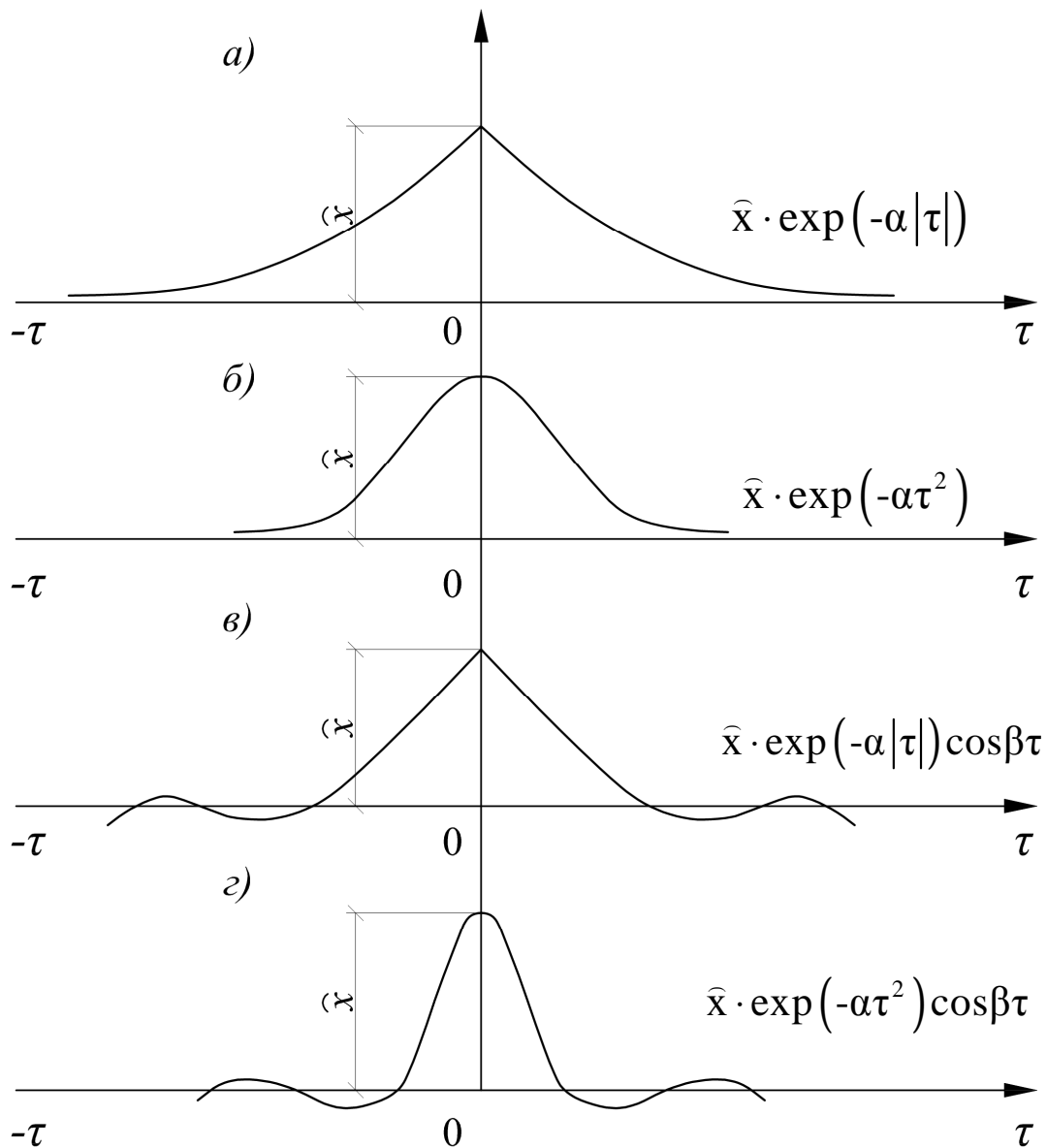


Рис. 1.22. Приклади кореляційних функцій стаціонарних випадкових процесів: а – недиференційована при $\tau = 0$; б – диференційована при $\tau = 0$; в – недиференційована при $\tau = 0$ з періодичністю; г – диференційована при $\tau = 0$ з періодичністю

Якщо кореляційна функція прямує до нуля (рис.1.22), тобто

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \hat{x}(\tau) = 0,$$

це свідчить про **ергодичність** випадкового процесу і можливість його обробки не по ансамблю реалізацій, а у вигляді однієї достатньо довгої реалізації (рис. 1.23, б). Це полегшує збирання вихідної інформації по процесам, що досліджуються.

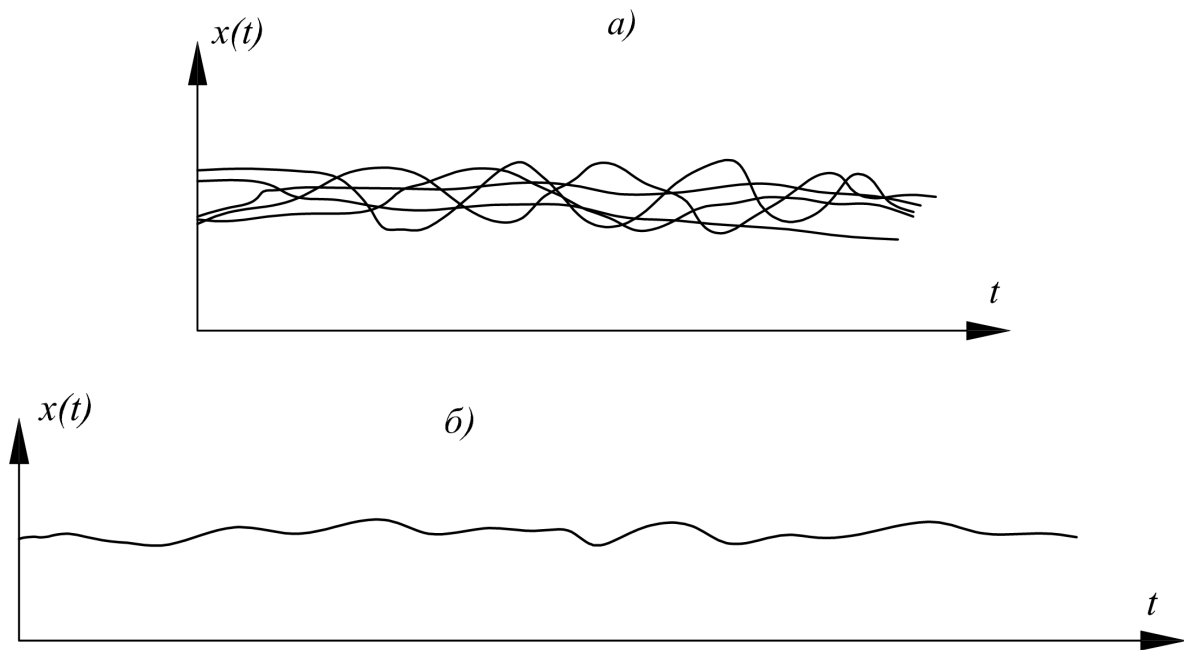


Рис. 1.23. Ергодичний випадковий процес:
а – ансамбль реалізацій; в – одна довга реалізація

1.7.3. Спектральна щільність стаціонарного випадкового процесу. Існує зв'язок між характером кореляційної функції і внутрішньою структурою відповідного випадкового процесу: в залежності від того, які частоти переважають у випадковому процесі, його кореляційна функція змінює свій вигляд. Тому можна застосовувати спектральне представлення випадкового процесу.

Спектр стаціонарного випадкового процесу описує розподіл дисперсій по різних частотах. **Спектральна щільність** такого процесу – це щільність розподілу його дисперсії по частотах (рис. 1.24).

$$\hat{x} = \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (1.50)$$

Площа, що обмежується кривою $S_x(\omega)$, дорівнює дисперсії стаціонарного випадкового процесу \hat{x} . Розподіли спектральної щільності можуть мати різний характер і одну, дві (рис. 1.25, б) і більше вершин.

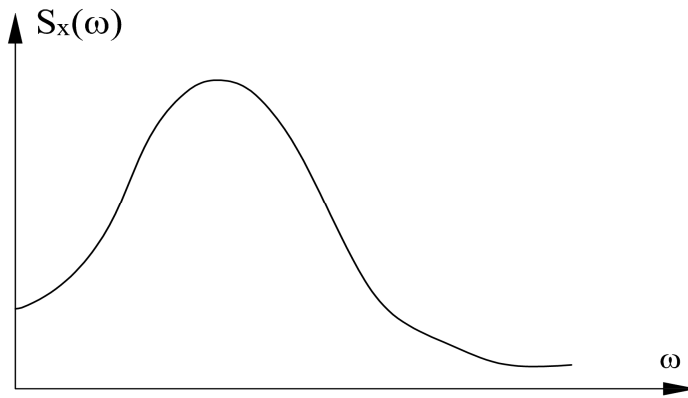


Рис. 1.24. Спектральна щільність випадкового процесу

Процеси, потужність дисперсії яких концентрується біля однієї частоти, називаються **вузькополосними (вузькосмуговими) процесами**, а їхня частота називається **ефективною частотою ω_e** (рис. 1.25, в).

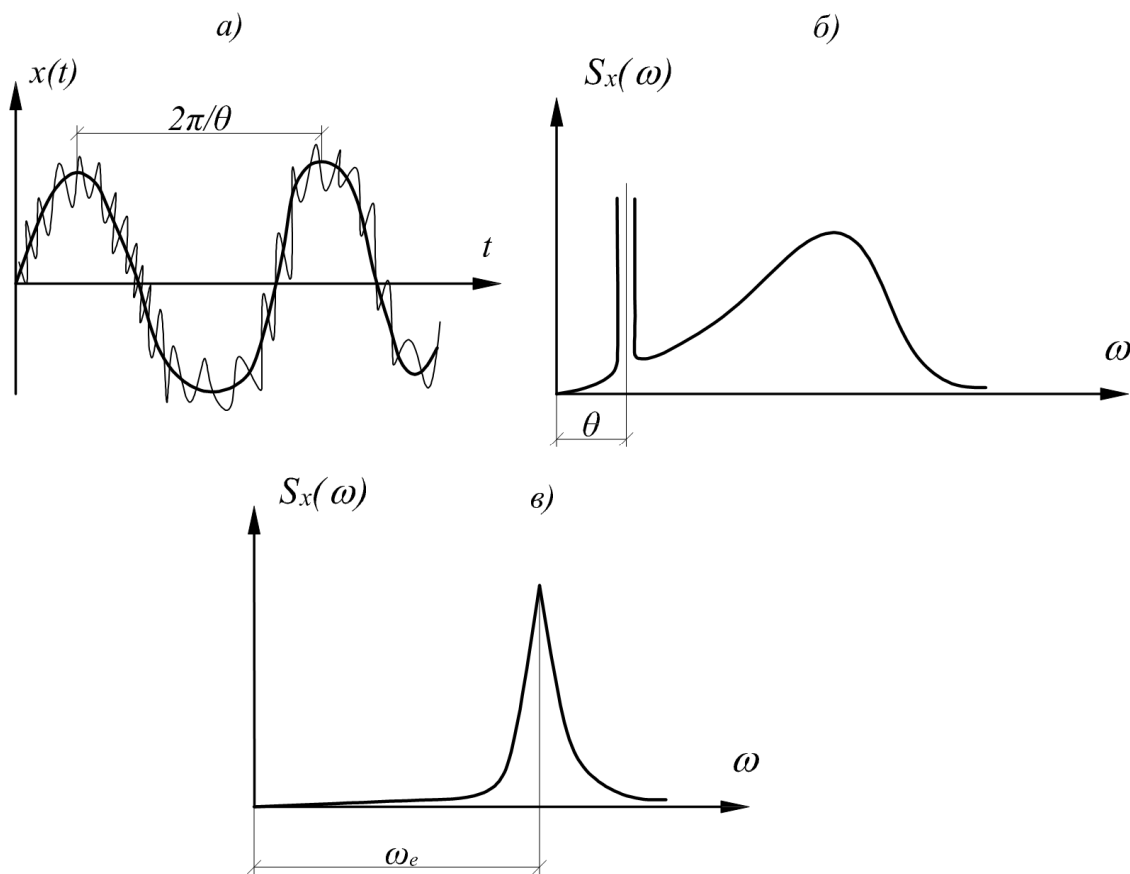


Рис. 1.25. Спектральна щільність випадкового процесу:
 а, б – двохчастотний випадковий процес і його спектральна щільність;
 в – спектральна щільність вузькосмугового процесу

Спектральна щільність зв'язана з кореляційною функцією перетворенням Фур'є наступного вигляду:

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \hat{x}(\tau) \cos \omega \tau d\tau; \quad (1.51)$$

$$\hat{x}(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega. \quad (1.52)$$

Отже, по виразу кореляційної функції можна визначити характер і вираз спектральної функції. На *рис. 1.26* ілюструється перехід від найпростішої кореляційної функції до відповідної спектральної щільності.

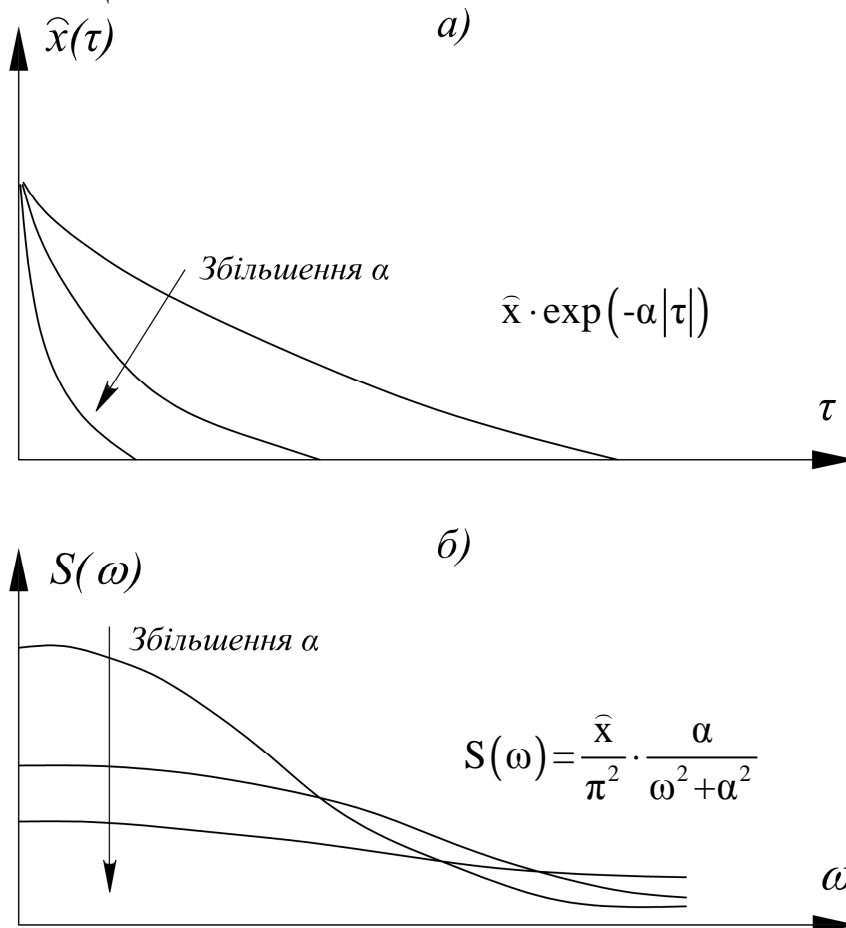


Рис. 1.26. Взаємозв'язок кореляційної функції (а) зі спектральною щільністю (б)

На *рис. 1.26* видно, що зі збільшенням параметру α кореляційна функція прямує до δ -функції, а спектральна щільність – до деякого постійного значення.

Випадковий процес з постійною спектральною щільністю називається «білим шумом». Подібні процеси досить часто виникають у випадкових явищах, наприклад, у броунівському русі. Походження терміну пов'язано з тим, що означення «білий» асоціюється із білим світлом, спектральний склад якого приблизно однорідний, а слово «шум» вперше виник як відображення поміх у радіотехніці. Абсолютно білий шум у природі не існує, однак наближено цю модель можна застосувати в імовірнісних розрахунках, наприклад, випадкових навантажень.

1.7.4. Викиди випадкових процесів. Основна мета застосування моделі випадкових процесів у задачах оцінки надійності і опису навантажень – це визначення ймовірності досягнення певних значень, тобто викидів за певні рівні. При цьому широко застосовується формула викидів процесів за постійний рівень:

$$v_+(X) = Wf(X) = f_x(X) \int_0^{\infty} f_v(V) V dV, \quad (1.53)$$

де X – ордината випадкового процесу; V – швидкість зміни ординати (перша похідна випадкового процесу); $f_x(X)$, $f_v(V)$ – щільності розподілу відповідно ординати й швидкості; W – половина першого абсолютного моменту розподілу похідної, або математичне очікування позитивної похідної процесу.

При нормальному розподілі ординати з формули (1.53) одержується відома формула Райса:

$$v_+(X) = \frac{\omega}{2\pi} \exp \left[-\frac{(X - \bar{X})^2}{2\hat{X}^2} \right], \quad (1.54)$$

де \bar{X} й \hat{X} – математичне очікування й середньоквадратичне відхилення (стандарт) ординати процесу; $\omega = \hat{V} / \hat{X}$ – ефективна частота, що характеризує частотно-часову структуру випадкового процесу; зокрема, для вузькополосного процесу, як вказано вище, ефективна частота збігається з несучою частотою.

В окремому випадку, коли при нормальному розподілі швидкості V розподіл ординати стаціонарного випадкового процесу відрізняється від нормального, з (1.53) виведена наступна формула частоти викидів процесу:

$$v_+(X) = \frac{\omega \hat{X}}{\sqrt{2\pi}} f(X). \quad (1.55)$$

При переході до нормованого рівня $\gamma = (X - \bar{X}) / \hat{X}$ дана формула набуває наступного вигляду:

$$v_+(\gamma) = \omega f(\gamma) / \sqrt{2\pi}, \quad (1.56)$$

де $f(\gamma) = f(X) / \hat{X}$ – нормована щільність розподілу навантаження.

1.8. ІМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ У РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ

1.8.1. Імовірнісні моделі. Крім описаних вище імовірнісних представлень у вигляді екстремальних величин (розділ. 1.5.3) і випадкових процесів (розділ 1.7), у розрахунках надійності конструкцій можуть ефективно застосовуватися ще кілька імовірнісних моделей, які коротко описуються нижче. Їх детальний розгляд міститься у монографії та публікаціях автора [118, 137].

1. Абсолютні максимуми випадкового процесу. Більшість навантажень в окремі досить малі проміжки часу збільшують свою інтенсивність, створюючи піки, які і визначають відмову конструкції. У зв'язку з цим при імовірнісному описі зовнішніх впливів можна розглядати не повністю випадковий процес, а лише його пікові значення. В.В. Болотіним на основі моделі нормального стаціонарного випадкового процесу була розроблена модель абсолютних максимумів навантажень [12], розподіл яких оснований на хвостовій частині розподілів викидів відповідних випадкових процесів, яка знаходиться вище рівня характеристичного максимуму γ_0 , що визначається із умови

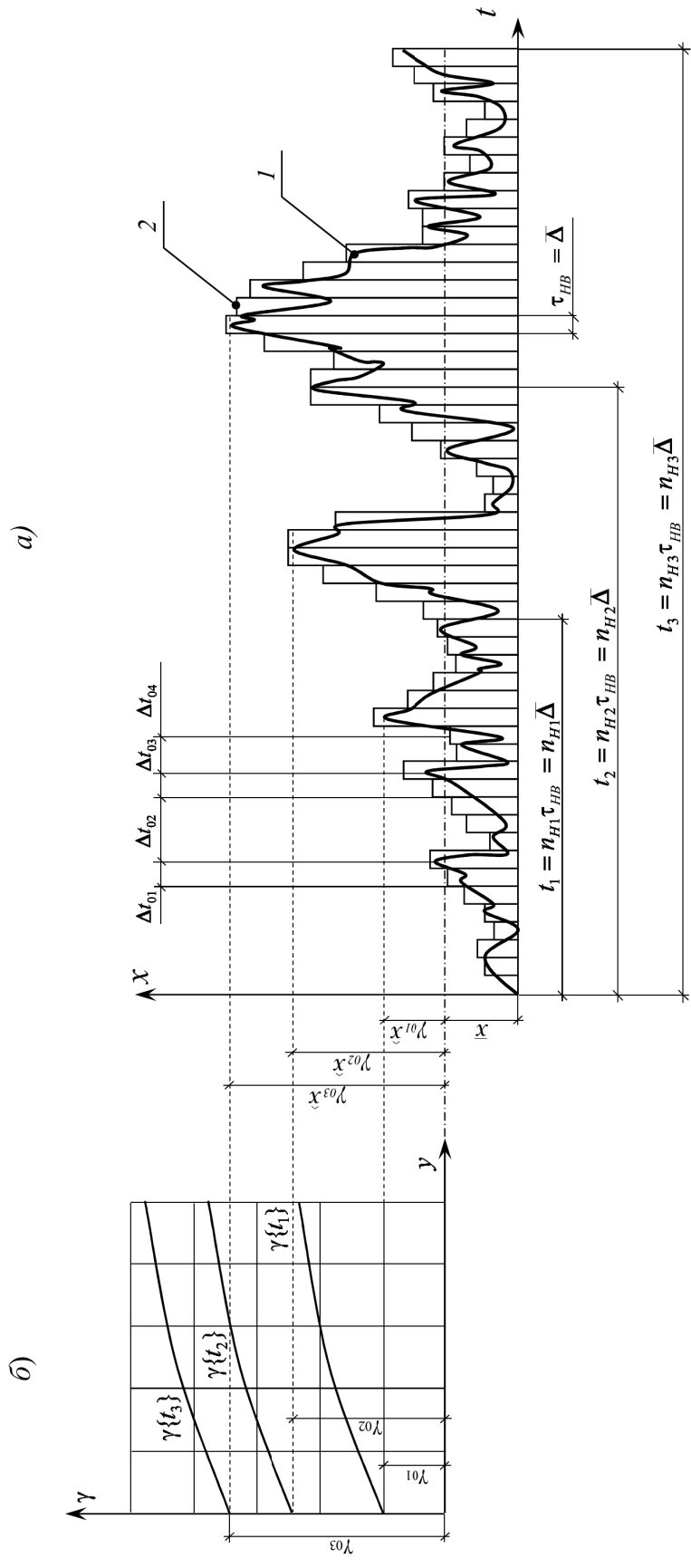


Рис.1.27. Відображення випадкового процесу у ЗФПН

а – реалізація ВП; 1 – модель неперервного ВП; 2 – дискретна модель;

б - загальна форма представлення навантаження (ЗФПН)

$$N_+(\gamma_0; 0 \leq \tau \leq t) = 1, \quad (1.57)$$

де $N_+(\cdot)$ – кількість викидів випадкового процесу.

Дана модель дозволяє замість всього ВП розглядати тільки його максимуми, приймаючи їх за випадкові величини, а частотно-часовий характер враховувати значенням характеристичного максимуму (рис. 1.28, поз. 4, 5).

Імовірність відмови за цією моделлю оцінюється як

$$Q(t) \cong N_+(\gamma; 0 \leq \tau \leq t) \text{ при } \gamma \geq \gamma_0; \quad Q(t) = 0 \text{ при } \gamma < \gamma_0, \quad (1.58)$$

де γ – нормоване значення навантаження.

Легко одержати з формули частоти викидів випадкового процесу (1.58) лаконічне співвідношення

$$Q(t) = f(\gamma) / f(\gamma_0). \quad (1.59)$$

На основі моделі абсолютних максимумів А.В. Махінько в дисертації [75, 131], виконаній під керівництвом автора, суттєво розвинув рішення задачі сполучення випадкових навантажень.

2. Схеми незалежних випробувань (випадкова послідовність незалежних випадкових навантажень), згідно з якою імовірність неперевикнення навантаженням нормованого рівня γ за час t визначається як результат реалізації n_n незалежних випробувань (незалежних навантажень) (рис. 1.27, поз. 2):

$$P(\gamma, t) = [P(\gamma)]^{n_n}, \quad (1.60)$$

де $P(\gamma) = P_1(\gamma)$ – імовірність неперевикнення рівня γ в окремому випробуванні.

Відповідно імовірність відмови визначиться як

$$Q(\gamma, t) = 1 - P(\gamma, t) = 1 - [P_1(\gamma)]^{n_n}. \quad (1.61)$$

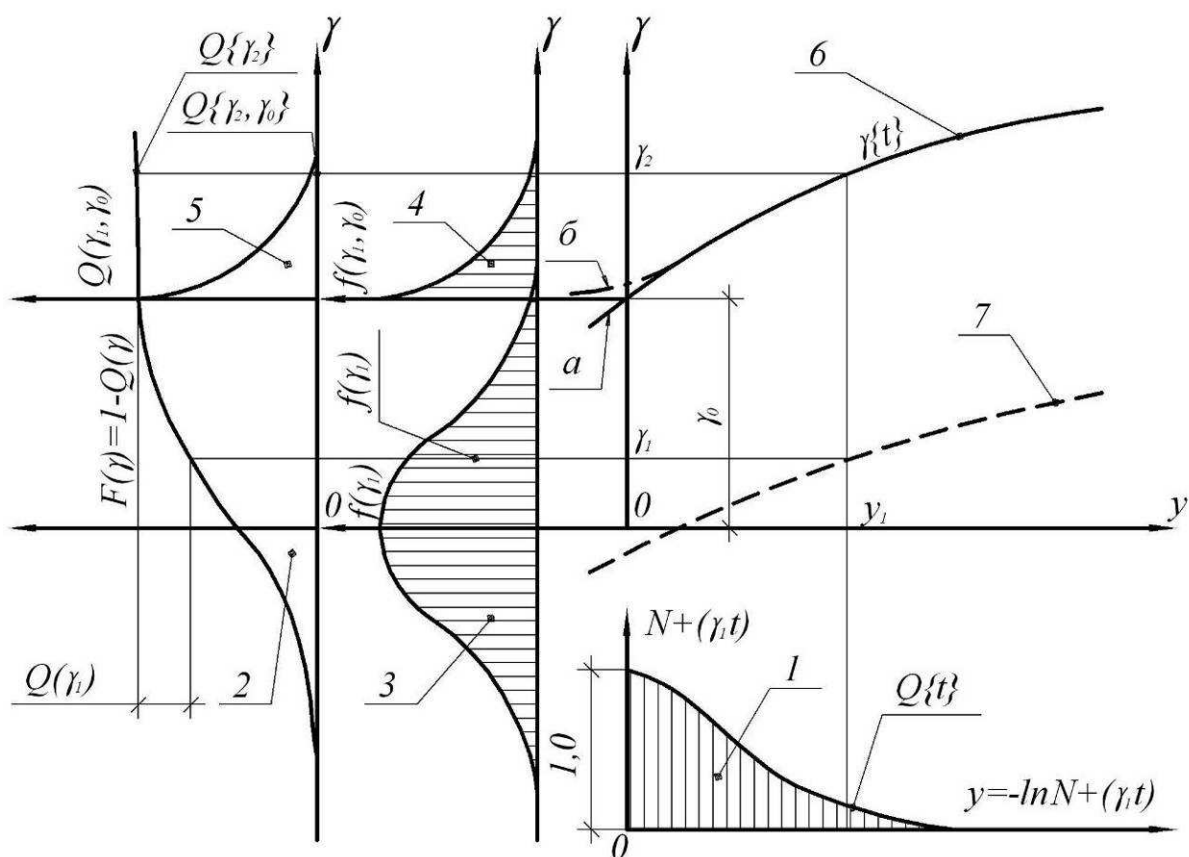


Рис. 1.28. Випадковий процес в ЗФПН

- 1 – крива викидів ВП; 2, 3 – інтегральна й диференціальна функції розподілу генеральної сукупності (однократне завантаження);
 4, 5 – щільність і функція $Q = 1 - F(\gamma, \gamma_0)$ розподілу абсолютних максимумів випадкових процесів; 6 – випадковий процес в ЗФПН (при тривалості t): а – експоненціальна модель; б – наближена оцінка (1.54);
 7 – вихідний розподіл (поз. 3) в ЗФПН

Важливо, щоб у кожному випробуванні навантаження були дійсно незалежними, тоді інтервал часу $\tau_{нв} = t/n_n$ можна назвати «інтервалом схеми незалежних випробувань». На такі інтервали слід «нарізати» час реалізації навантаження, щоб одержати об'єктиву і незмінну оцінку імовірності відмови $Q(t)$. Величина інтервалу $\tau_{нв}$ не зв'язана з часом t , вона залежить від рівня γ і є разом з параметром n_n частотною характеристикою схеми незалежних випробувань. Обернена величина $\lambda(\gamma) = 1/\tau_{нв}$ називається «інтенсивністю навантаження (перевантаження)».

3. Дискретне представлення навантажень. Дана модель була обґрунтована О.Р. Ржаніциним [160], який запропонував пікові значення навантажень розглядати не як безперервні випадкові процеси, а як деякі випадкові послідовності подій, здатних викликати відмови. Тоді навантаження можна спрощено представити у вигляді випадкових імпульсів \tilde{q} , що з'являються через випадкові проміжки часу \tilde{t} і що мають випадкову тривалість $\tilde{\Delta}$, яка залежить від рівня a (рис. 1.27, поз. 2). У реальних умовах роботи конструкцій проміжки часу \tilde{t} досить великі, тому значення $q > a$, а їх тривалості в послідовних появах можна вважати кореляційно незалежними.

Ймовірність перевищення рівня a по даній моделі визначається за формулою:

$$Q(t) = 1 - \left(1 - \frac{\bar{\Delta}}{\bar{t}}\right)^{n_n}, \quad (1.62)$$

де $\bar{\Delta}$ – середня тривалість імпульсів навантаження; \bar{t} – середній проміжок часу між імпульсами, n_n – кількість імпульсів зі значеннями $q > a$ за час t .

Аналогічна формула, за якою рекомендується визначати ймовірність $Q(t)$ хоча б одного перевантаження за час t , має наступний вигляд:

$$Q(t) = Q(\gamma)t/\bar{\Delta}, \quad (1.63)$$

де $Q(\gamma)$ – імовірність перевищення нормованого рівня навантаження γ .

Ця модель тісно пов'язана зі схемою незалежних випробувань наступними співвідношеннями:

$$n_n = t/\bar{\Delta}; \quad \bar{\Delta} = \tau_{нв}. \quad (1.64)$$

Рівність $\bar{\Delta} = \tau_{нв}$ надає чіткий фізичний зміст введеному раніше інтервалу схеми незалежних випробувань – це не що інше, як середня тривалість навантаження.

4. Корельована випадкова послідовність перевантажень (на основі метода узагальненої коваріації, розробленого А.П. Кудзисом [67]). Випадковий процес функціонування елемента $\tilde{X}(t)$ замінюється випадковою послідовністю, між перерізами \tilde{X}_k якої враховуються парні коефіцієнти кореляції $\rho_{k,l}$, по яких обчислюються усереднений ρ_{mt} і узагальнений ρ коефіцієнти кореляції

$$\rho_{mt} = \frac{2}{r(r-1)} \sum_{k < l} \rho_{k,l}; \quad (1.65)$$

$$\rho \approx \rho_{mt} \left\{ 2 - \left[\rho_{mt} + \frac{(1 - \rho_{mt})(3 - \lg r)}{1 - 0,1\rho_{mt}^2(3 - \lg r)^2} \right] \right\}, \quad (1.66)$$

де r – кількість розрахункових перерізів випадкової послідовності.

Імовірність безвідмовної роботи елемента за час t визначається приблизно як

$$P(t) \approx \rho P_{min} + (1 - \rho) \prod_{k=1}^r P_k, \quad (1.67)$$

де P_k – імовірність неперевикнення вибраного рівня в k -му перерізі випадкової послідовності.

1.8.2. Порівняння імовірнісних моделей. Порівнювальний аналіз зазначених імовірнісних моделей показав їх змістовну єдність і близькість структури основної наближеної оцінки імовірності перевикнення нормованого рівня γ за час t відповідно для ВП, абсолютних максимумів ВП, схеми незалежних випробувань, дискретного представлення і моделі на базі метода узагальненої коваріації:

$$\begin{aligned}
Q(t) &= \frac{\omega f(\gamma)t}{\sqrt{2\pi}} = \frac{f(\gamma)}{f(\gamma_0)} = \lambda t[1 - F(\gamma)] = \\
&= \frac{t[1 - F(\gamma)]}{\Delta} = [r(1 - \rho) + \rho][1 - F(\gamma)].
\end{aligned}
\tag{1.68}$$

Вибір імовірнісних моделей залежить від специфіки задач, які вирішуються: складніші з них розв'язуються у техніці випадкових процесів, які проте більш складні для обробки і опису. Простіші і доступніші моделі на базі випадкових величин і відповідних частотних характеристик (див. вище п.п. 1 – 4) при належному обґрунтуванні забезпечують не менш точні рішення задач надійності конструкцій.

Для системного розгляду з єдиних позицій різних імовірнісних моделей перспективним є використання розробленої загальної форми представлення навантажень (ЗФПН). Її графічний варіант (рис. 1.29) являє собою координатну систему, в якій вісь ординат γ характеризує навантаження як випадкову величину, а по осі абсцис відкладається аргумент подвійного експоненційного розподілу Гумбеля (1.32) $y = \ln[-\ln P(t)]$ або імовірність відмови $Q(t)$. Розподіл Гумбеля описується в ЗФПН прямими лініями, інші розподіли – відмінними кривими. Значною позитивною якістю ЗФПН є наочний огляд хвостових частин розподілів, непомітних у звичайних формах представлення розподілів. Це дає можливість наочного порівняння і ув'язки параметрів різних імовірнісних моделей (рис. 1.29).

Детальний опис ЗФПН і результати її застосування до кранових, снігових і вітрових навантажень міститься у публікаціях і монографії автора [118, 137].

1.9. НОРМОВАНІ ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ

1.9.1. Загальні міркування. Виконання розрахунків надійності потребує, крім знання статистичних характеристик зовнішніх впливів і внутрішніх властивостей будівельних об'єктів, також врахування результатів нормування надійності.

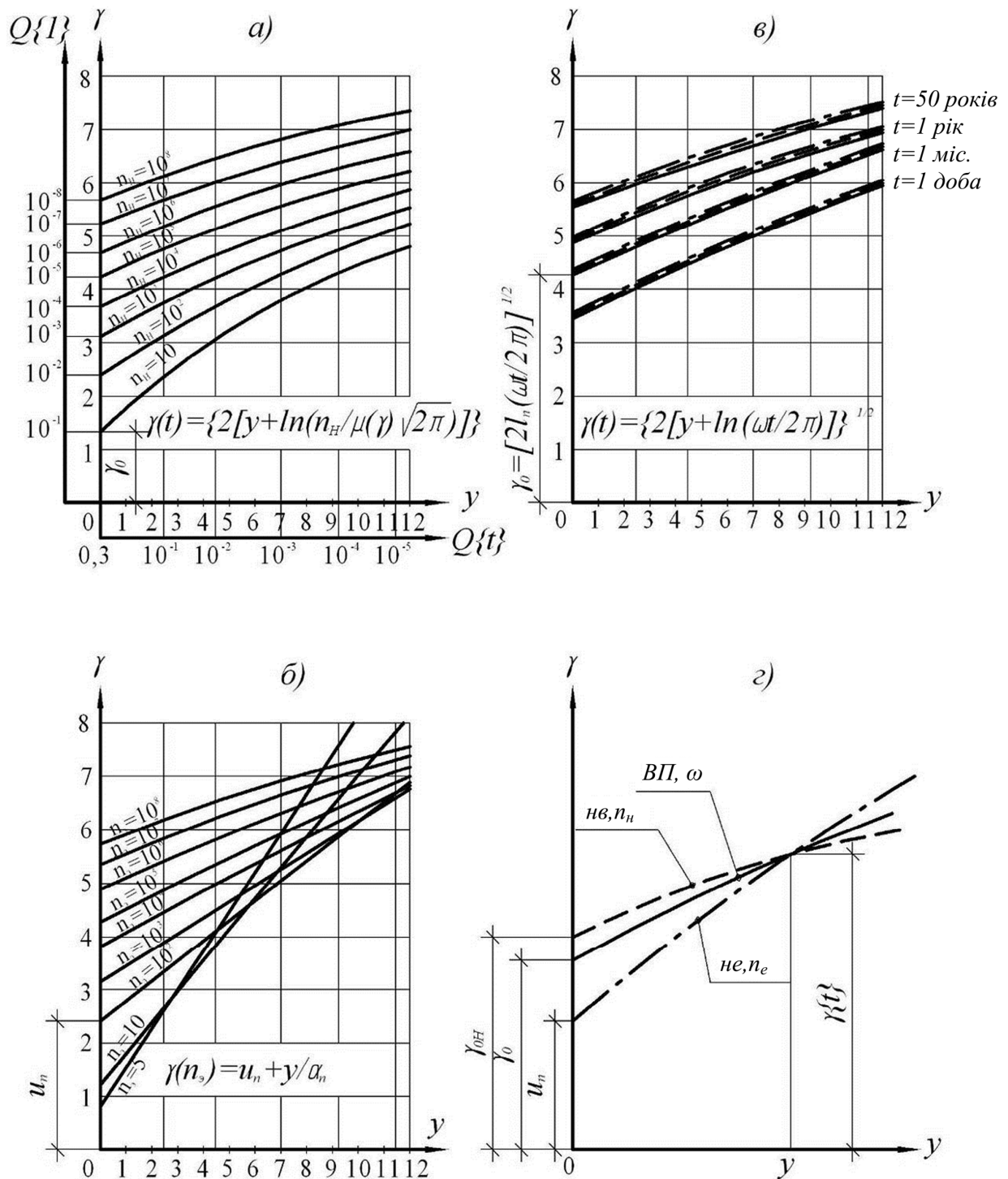


Рис. 1.29. Моделі навантажень в ЗФПН (при нормальному розподілі):

а – схема незалежних випробувань; б – нормальні екстремуми;

в – випадковий процес навантаження режимів кранів:

— 4К – 6К; --- 7К; - · - · 8К;

г – загальний підхід до порівняння методик:

— випадковий процес;

--- схема незалежних випробувань;

- · - · нормальні екстремуми

Нормування надійності включає [44]:

- вибір номенклатури нормованих показників надійності;
- техніко-економічне обґрунтування значень показників надійності об'єкта та його складових частин;
- завдання вимог до точності та достовірності вихідних даних;
- формулювання критеріїв відмов, пошкоджень та граничних станів;
- завдання вимог до методів контролю надійності на всіх етапах життєвого циклу об'єкта.

В основі нормування надійності – забезпечення необхідного рівня надійності (нормативної надійності), тобто *імовірності*, яку можна вважати безпечною і тому використовувати для висновку щодо допустимої степені ризику відмови конструкції.

Зважаючи на те, що найчастіше функція надійності має спадний монотонний характер (рис. 1.3), для практичних розрахунків конструкцій використовують нормовані показники надійності у формі ймовірності безвідмовної роботи $[P]$ (вихідної, без зазначення часу) або $[P(T)]$ (кінцевої, з урахуванням часу експлуатації T); відповідної ймовірності відмови $[Q]$ та $[Q(T)]$ (у деяких джерелах ця ймовірність називається «ризиком») або характеристики безпеки $[\beta]$ (пояснення щодо цієї важливої характеристики наведені нижче у п. 3.2.1).

Визначення нормованих показників надійності – досить складне і комплексне питання, для його розв'язання можуть бути застосовані наступні підходи.

1. *Мінімізація повної вартості конструкції*, у тому числі вартість матеріалів, виготовлення, транспортування і монтажу конструкцій; експлуатаційні витрати; приведені видатки; збитки від можливих відмов; прибуток за час експлуатації тощо. Узагальнена залежність між цим витратами показана на рис. 1.30, на якому видно, що з підвищенням надійності зменшуються експлуатаційні витрати, але зростає початкова вартість споруди. Разом з тим функція повних очікуваних витрат має чіткий мінімум, якому відповідає оптимальний рівень надійності.

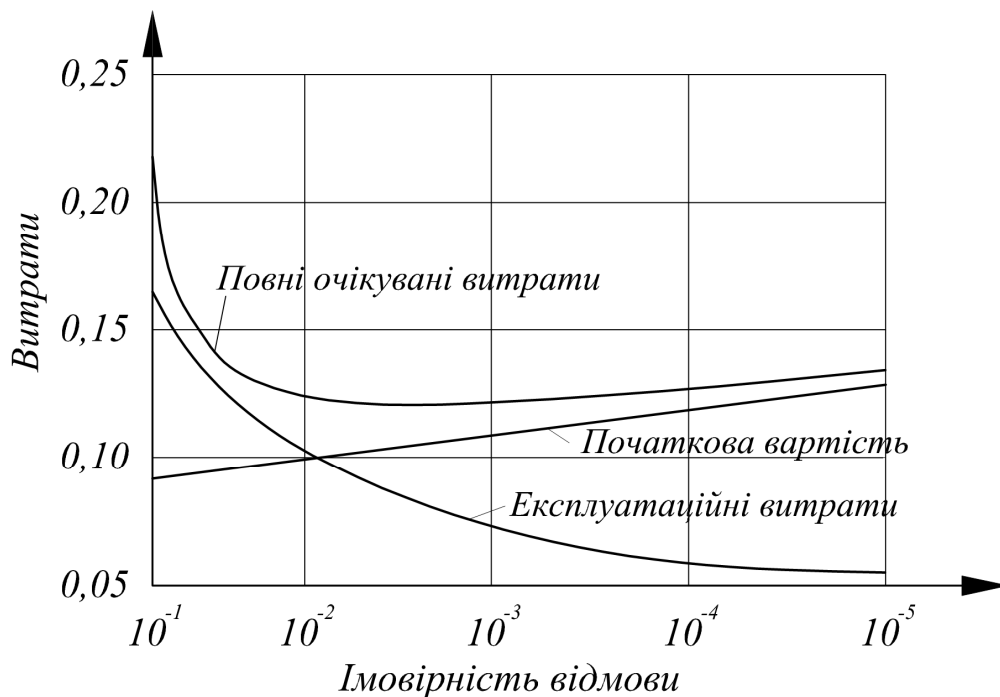


Рис. 1.30. Залежність витрат від рівня надійності [99]

Оптимізація надійності – це складна трудомістка задача, до того ж її рішення відноситься тільки до об’єктів з суто економічною відповідальністю. Між тим існує досить багато будівельних об’єктів, відмова яких несе небезпеку для життя і здоров’я людей, з неекономічною відповідальністю, надійність яких не оцінюється даним чисто вартісним підходом. Щодо нормування надійності таких об’єктів ведуться багаторічні наукові дискусії, обґрунтовані деякі пропозиції [2, 73], але ця проблема поки що далека від розв’язання.

2. *Аналіз реального рівня надійності конструкцій, що експлуатуються, аналіз потоку їх відмов.* Для цього потрібен достатній статистичний матеріал, збирання якого утруднено рідкістю подій, якими є будівельні аварії. Тому корисні результати можна отримати методом порівняльного аналізу надійності (ризик). При цьому використовуються оцінки для раніш побудованих об’єктів, які безаварійно експлуатуються, причому приймаються до уваги об’єкти різного призначення і різних галузей техніки (рис. 1.31).

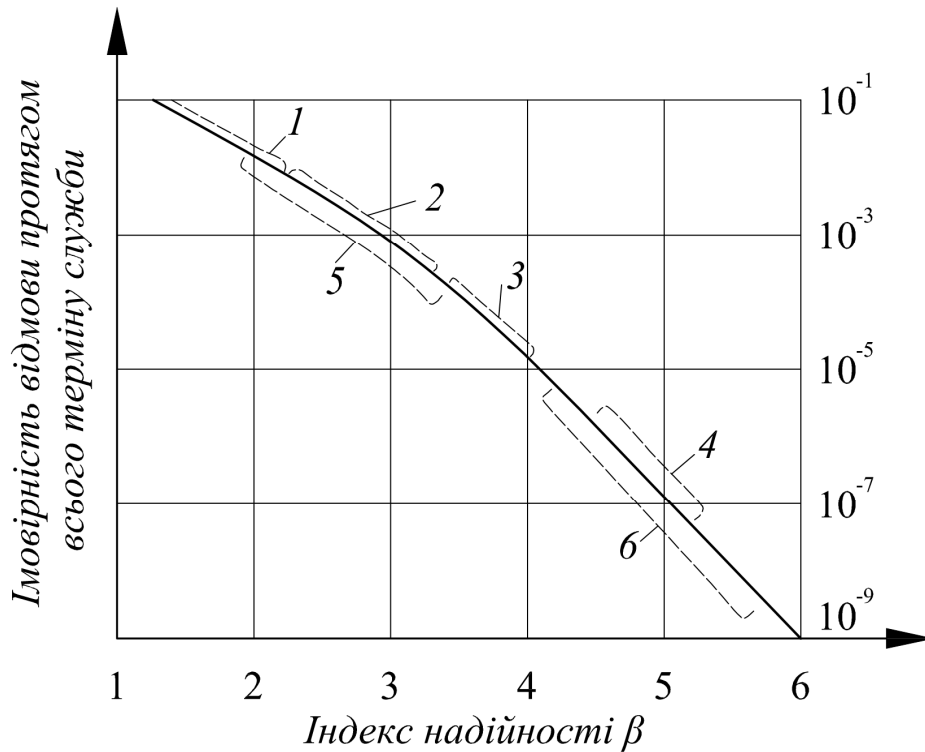


Рис. 1.31. Імовірності відмови технічних об'єктів [99]:

1 – сейсмостійкі будівлі (США); 2 – будинки (США); 3 – мости (Німеччина); 4 – мости (Велика Британія); 5 – морські стаціонарні платформи (Веритас); 6 – торгові судна (Ллойд)

Як вважають ведучі вчені в галузі надійності [27, 99], досвід постійної експлуатації техніки, яка не може не мати відмов (абсолютно надійної техніки не існує!) і є джерелом небезпеки, певним еволюційним шляхом призводить до обґрунтування прийнятних норм надійності. При цьому в якості деякого орієнтира і даних для порівняльного аналізу можуть слугувати повчальні дані щодо ризику для людського життя, де порівнюються добровільні (значно вищі) і вимушені ризики (табл. 1.2).

Зважаючи на наведені дані, Г. Шпете [218] оцінює як неприпустиму ймовірність смерті, більшу 10^{-3} за один рік, тому пропонує вважати ймовірність відмови конструкції $Q = 10^{-3}$ / рік як абсолютну верхню межу. Разом з тим табл. 1.2 показує, що ймовірність від 10^{-7} до 10^{-6} у рік відповідає винятково рідкісним подіям, і цю ймовірність можна розглядати як нижню оцінку ймовірності відмови споруди.

Таблиця 1.2

Імовірність (ризик) смертельних випадків [99]
(у розрахунку на одну людину в рік)

<i>Ризик, що приймається добровільно</i>		<i>Ризик, з яким міряться</i>	
<i>Дія</i>	<i>Ризик ($\times 10^{-5}$)</i>	<i>Дія</i>	<i>Ризик ($\times 10^{-7}$)</i>
<i>Паління (20 сигарет у день)</i>	<i>500</i>	<i>Наїзд транспорту на пішохода</i>	<i>500</i>
<i>Водіння мотоцикла</i>	<i>200</i>	<i>Повінь</i>	<i>22</i>
<i>Автогонки</i>	<i>120</i>	<i>Торнадо</i>	<i>22</i>
<i>Алкоголь (1 бут. вина у день)</i>	<i>75</i>	<i>Землетрус</i>	<i>17</i>
<i>Водіння автомобіля</i>	<i>17</i>	<i>Бурі</i>	<i>8</i>
<i>Гра у футбол</i>	<i>4</i>	<i>Блискавки</i>	<i>1</i>
<i>Вживання арахісового масла</i>	<i>4</i>	<i>Авіакатастрофи</i>	<i>1</i>
<i>Скелелазіння</i>	<i>4</i>	<i>Радіоактивний викид АЕС</i>	<i>1</i>
<i>Протизапідні таблетки</i>	<i>2</i>	<i>Прорив дамби</i>	<i>1</i>
<i>Рентгенівська діагностика</i>	<i>1</i>	<i>Отрутні укуси</i>	<i>1</i>
<i>Знаходження в одній кімнаті з курцем</i>	<i>1</i>	<i>Перевезення нафти</i>	<i>0,2</i>
		<i>Падіння метеорита</i>	<i>0,0006</i>
		<i>Захворювання грипом</i>	<i>2000</i>

В середньому мiрова практика використовує наступну класифікацію ризиків [99]:

- неприпустимий ризик – значення більше 10^{-4} ;
- жорсткий контроль ризику – значення від 10^{-4} до 10^{-5} ;
- прийнятний ризик – значення менше 10^{-5} .

3. *Врахування надійності*, закладеної у формулах норм проектування. В них на основі багаторічного досвіду і емпіричного процесу оптимізації досягнутий припустимий рівень безпечності. Цей рівень можна прийняти як вихідний для подальшого розгляду. Такий підхід придатний до більшості конструкцій, хоча при складанні норм автори не ставили задачі розрахунку надійності, тому у деяких конструкціях, запроектованих за нормами, може бути як завищений, так і занижений рівень надійності. Це наочно показано нижче в главах 3, 4 і 5 даної книги, в яких наводяться оцінки надійності

конструкцій різних типів, розрахованих за діючими нормами проектування.

1.9.2. Розробка рекомендацій щодо нормативної надійності. За останні 40 – 50 років було розроблено досить багато пропозицій по призначенню рівня нормативної надійності будівельних об'єктів. Вони відрізняються диференціюванням імовірності відмови в залежності від значення можливих відмов та граничних станів конструкцій, а також підходами до економічних наслідків і небезпеки для життя і здоров'я людей.

Одними з перших рекомендацій експертного характеру були пропозиції УралПромбудНДІПроекту (кер. С.А. Тімашев, 1974 р. [155]), одержані в результаті обробки багаторічної інформації щодо досвіду експлуатації широкого класу інженерних споруд, включно об'єктів зі суміжних галузей техніки (*табл. 1.3*).

Таблиця 1.3

Нормовані показники надійності будівельних об'єктів [155]

<i>№ з/п</i>	<i>Елементи, конструкції, споруди</i>	$[P]$	$[P(T)]$
1	<i>Маловідповідальні елементи (обрешітки, огороження)</i>	0,95	0,90
2	<i>Масові елементи статично невизначених конструкцій, відмова яких не призводить до раптового руйнування</i>	0,99	0,95
3	<i>Відповідальні конструкції (ферми, балки, колони), з поступовими відмовами</i>	0,999	0,99
4	<i>Відповідальні конструкції із поступовими відмовами</i>	0,9999	0,999
5	<i>Унікальні споруди</i>	0,99999	0,9999

З урахуванням результатів наступних досліджень наведені в *табл. 1.3* рекомендації щодо рівня нормативної надійності будівельних конструкцій представляються дещо заниженими.

Дещо пізніше за кордоном (СІВ, 1976 р. [218]) були обґрунтовані більш жорсткі нормативні пропозиції, що враховували степінь економічних наслідків при відмовах конструкцій та їх небезпечність для людей (*табл. 1.4*).

Таблиця 1.4

Нормативна імовірність відмови за пропозицією СІВ [218]

№ з/п	Кількість людей, що наражаються на небезпеку	[Q] при економічних наслідках		
		обмежених	середніх	великих
1	Мала	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
2	Середня	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
3	Велика (>10)	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}

Примітка. Пропозиції відносяться до терміну служби 1 рік

Асоціацією CIRIA, 1977 р. [2]), були розроблені рекомендації, що дозволяли визначати нормативну імовірність відмови $[Q(T)]'$ різних конструкцій від будь-яких причин на протязі розрахункового терміну служби T у вигляді формули

$$[Q(T)]' = 10^{-4} \zeta_s T / L, \quad (1.69)$$

де ζ_s – коефіцієнт соціальної значимості (табл. 1.5); L – середня кількість людей, що знаходяться всередині споруди або у безпосередній близькості від неї на протязі періоду T , за який оцінюється ризик.

Таблиця 1.5

Коефіцієнти соціальної значимості

№ з/п	Вид споруди	ζ_s
1	Місця зібрань людей, греблі	0,005
2	Житлові, конторські, торгові і виробничі будівлі	0,05
3	Мости	0,5
4	Бапти, щогли, морські видобувні споруди	5

Результати обчислень надійності, що враховують випадкову природу навантажень і опорів, визначають в певній мірі теоретичну імовірність відмови конструкцій, на відміну від імовірності відмови за формулою (1.69), яку пропонується вважати дійсною. Однак обчислення не враховують такі можливі джерела відмов, як помилки і недбалості, що можуть проявлятися при проектуванні, возведенні та експлуатації споруд. Зважаючи

на складність цього питання, запропоновано наближене емпіричне співвідношення між дійсною і теоретичною нормативними ймовірностями відмови

$$[Q(T)]' \cong 10Q(T). \quad (1.70)$$

Після введення цього співвідношення в формулу (1.69) отримується теоретична нормативна ймовірність відмови конструкцій [2], з якою треба порівнювати результати імовірнісних розрахунків, які наводяться в наступних розділах даної книги:

$$[Q(T)] \cong 10^{-5} \zeta_s T/L. \quad (1.71)$$

Закордонні дослідники частіше дають рекомендації щодо нормативної надійності в формі характеристики безпеки $[\beta]$. Такими є пропозиції NBS (Данія, 1978 р. [227]), які враховують клас безпеки і вид руйнування конструкцій (табл. 1.6).

Таблиця 1.6

**Нормативні характеристики безпеки $[\beta]$
за пропозицією NBS [227]**

Клас безпеки	Вид руйнування		
	Пластичний із запасом	Пластичний без запасу	Крихкий
Низький	3,1	3,7	4,2
Нормальний	3,7	4,2	4,7
Високий	4,2	4,7	5,2

Примітка. Пропозиції відносяться до терміну служби 1 рік

Зазвичай разом з нормованими значеннями параметру $[\beta]$ наводяться відповідні величини імовірності відмови (табл. 1.7), що базуються на стандартизованому нормальному розподілі функції надійності конструкції і зв'язані як $Q = \Phi(-\beta)$, де $\Phi(\cdot)$ – кумулятивна функція (функція Лапласа) для нормального розподілу (табл. Д.2).

Таблиця 1.7

Зв'язок між характеристикою безпеки β і ймовірністю відмови

$[Q]$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
$[\beta]$	1,3	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,2

Комітет безпеки споруд Німеччини (1981 р., [218]) також використав у своїх рекомендаціях 3 класи безпеки в ув'язці з граничними станами конструкцій (табл. 1.8 і 1.9).

Таблиця 1.8

**Нормативна характеристика безпеки
за пропозицією Комітету безпеки споруд [218]**

№ з/п	Граничний стан	$[\beta]$ для класу безпеки (табл. 1.9)		
		1	2	3
1	За придатністю до експлуатації	2,5	3,0	3,5
2	За несучою здатністю	4,2	4,7	5,2

Примітка. Пропозиції відносяться до періоду часу 1 рік

Таблиця 1.9

Класи безпеки споруд [218]

Можливі наслідки відмов, що стосуються		Клас безпеки
За несучою здатністю	За придатністю до експлуатації	
Відсутність небезпеки для життя людей і обмежені економічні наслідки	Обмежені економічні наслідки і обмежений вплив на можливість експлуатації	1
Небезпека для життя людей та (або) суттєві економічні наслідки	Суттєві економічні наслідки, суттєве обмеження експлуатації	2
Велике значення споруди для суспільства	Великі економічні наслідки, велике обмеження можливості експлуатації	3

Б. Еллінгвуд (1982 р. [228]) підтвердив необхідність врахування у ранжуванні $[\beta]$ характеру руйнування (пластичного або крихкого) (табл. 1.10).

Таблиця 1.10

**Нормативна характеристика безпеки
за пропозицією Еллінгвуда [228]**

<i>Наслідки відмови</i>	<i>Значення $[\beta]$ при руйнуванні</i>	
	<i>пластичному</i>	<i>крихкому</i>
<i>Не важкі</i>	2,5 – 3,0	3,0 – 3,5
<i>Важкі</i>	3,0 – 3,5	>4,0

Примітка. Пропозиції відносяться до періоду часу 1 рік

1.9.3. Закордонне нормування надійності. Перші пропозиції щодо міжнародного нормування рівня надійності в будівництві були внесені Joint Committee on Structural Safety (JCSS) у 1972 – 78 рр. і розвинені у вигляді загального документа в 1981 р. [241]. В подальшому цей документ дороблявся і поповнювався, на основі чого був розроблені і опубліковані розгорнуті імовірнісні норми, які узагальнили набутий міжнародний досвід дослідження надійності будівельних конструкцій (JCSS, 2000 р. [242]).

Розглянемо детально ці норми, які регламентують окремо нормативну надійність конструкцій для першої і другої груп граничних станів. Рекомендації для першої групи (за несучою здатністю) наведені в *табл. 1.11*.

Таблиця 1.11

Нормовані показники надійності (Target Reliability)

(Перша група граничних станів) [242]

<i>Відносна вартість забезпечення безпеки</i>	<i>Незначні наслідки відмови</i>		<i>Середні наслідки відмови</i>		<i>Великі наслідки відмови</i>	
	β	$[Q]$	β	$[Q]$	β	$[Q]$
<i>Велика (А)</i>	3,1	10^{-3}	3,3	$5 \cdot 10^{-4}$	3,7	10^{-4}
<i>Нормальна (В)</i>	3,7	10^{-4}	4,2	10^{-5}	4,4	$5 \cdot 10^{-6}$
<i>Мала (С)</i>	4,2	10^{-5}	4,4	$5 \cdot 10^{-6}$	4,7	10^{-6}

Примітка. Пропозиції відносяться до періоду часу 1 рік

Класи наслідків визначаються в залежності від параметра ρ – відношення витрат на будівництво і збитків від відмови до вартості будівництва.

Клас 1. Незначні наслідки: $\rho < 2$; ризик для життя людей і економічні наслідки незначні (сільськогосподарські споруди, силоси, щогли).

Клас 2. Середні наслідки: $2 < \rho < 5$; середній ризик для життя людей, суттєві економічні наслідки (офісні і промислові будівлі, житлові будинки).

Клас 3. Важкі наслідки: $5 < \rho < 10$; високий ризик для життя людей, значні економічні наслідки (великі мости, театри, лікарні, багатоповерхові будинки).

Якщо ρ перевищує 10, наслідки слід вважати екстремальними, і слід виконати повний аналіз вартості будівництва з метою визначення доцільності будівництва споруди.

Норми [242] дають **додаткові роз'яснення** до *табл. 1.11*.

1. Наслідки відмови залежать від *типів руйнування* конструкцій, які можна класифікувати наступним чином:

- пластичне руйнування з запасом несучої здатності внаслідок зміцнення;
- пластичне руйнування без резерву несучої здатності;
- крихке руйнування.

З огляду на це, конструктивний елемент, який може зруйнуватися раптово без попередження, повинен проектуватися на *вищий рівень надійності*, ніж елемент, руйнування якого має попередні ознаки, врахування яких може попередити серйозні наслідки відмови.

2. Рекомендації *табл. 1.11* відносяться до систем з домінуючим типом руйнування системи або її основних конструктивних елементів. Багатоелементні системи з однаковим типом руйнування елементів повинні розраховуватися на *вищий рівень надійності*.

3. Нормальний (В) клас наслідків характеризується:

- середньою варіацією навантажень і міцностей ($0,1 < V < 0,3$);

- відповідною вартістю засобів забезпечення безпеки;
- нормальною довговічністю і нормою амортизації в межах 3 % вартості будівництва.

4. Наведені значення відносяться до запроєктованих конструктивних систем і елементів (не збудованих).

5. Відмови внаслідок людських помилок або недбалості та відмови з не-будівельних причин не входять в *табл. 1.11*.

6. При значеннях, що виходять за вказані межі, рівень надійності може бути підвищений або знижений. Особливу увагу слід приділяти наступним аспектам.

- *Степінь невизначеності.* При значній невизначеності навантажень і міцностей (коефіцієнт варіації $V > 40\%$), і а також у випадках частих аварій і сейсміки слід приймати понижений клас надійності. Справа в тому, що при цій значній невизначеності додаткові витрати на підвищення надійності не досягають позитивного ефекту. З іншого боку, якщо силові і міцнісні параметри мають коефіцієнти варіації, менші 10 % (постійне навантаження і малозмінний опір), підвищений клас надійності може бути досягнутий незначними витратами.

- *Якість страхування і контролю.* Якість страхування (для нових будівель) і контролю (для існуючих будівель) має позитивний вплив на витрати, що може призвести до зниження класу надійності. З іншого боку, страхування і контроль зазвичай звужують невизначеність, і підвищення класу надійності стає економічно раціональним.

- *Термін служби і зношення.* Для об'єктів, що проектуються на короткий термін служби або швидке зношення (менше 10 років) значення характеристики безпеки може бути знижене на цілий клас або його половину.

Таблиця 1.12
Нормовані показники надійності
(друга група граничних станів)

<i>Відносна вартість забезпечення безпеки</i>	β	$[Q]$
<i>Висока</i>	1,3	10^{-1}
<i>Нормальна</i>	1,7	$5 \cdot 10^{-2}$
<i>Низька</i>	2,3	10^{-2}

При нормуванні надійності конструкцій за другою групою граничних станів (за придатністю до експлуатації) норми [242] поділяють ці стани на оборотні і безповоротні і дають попередні рекомендації тільки для безповоротних станів (*табл. 1.12*).

Допускається зменшення характеристики безпеки β на 0,3.

Принципи і рекомендації документа JCSS [242] були враховані International Organization for Standardization (ISO) при переробці основного документа цієї організації щодо надійності конструкцій [239]. Нормативна надійність в ньому представлена у формі *табл. 1.13* в ній рівень надійності залежить від наслідків відмови і відносної вартості засобів забезпечення безпеки.

Таблиця 1.13

Значення нормативної характеристики безпеки $[\beta]$ [239]

<i>Відносні витрати на забезпечення безпеки</i>	<i>Наслідки відмови</i>			
	<i>малі</i>	<i>невеликі</i>	<i>середні</i>	<i>великі</i>
<i>Високі</i>	<i>0</i>	<i>A 1,5</i>	<i>2,3</i>	<i>B 3,1</i>
<i>Середні</i>	<i>1,3</i>	<i>2,3</i>	<i>3,1</i>	<i>C 3,8</i>
<i>Низькі</i>	<i>2,3</i>	<i>3,1</i>	<i>3,8</i>	<i>4.3</i>

Пояснення до таблиці:

- А – для експлуатаційних граничних станів використовуються $[\beta]=0$ для оборотних і $[\beta]=1,5$ для безповоротних граничних станів;
- В – для граничних станів, зв'язаних із втомою, приймається $[\beta]$ від 2,3 до 3,1 в залежності від можливості контролю;
- С – для граничних станів за несучою здатністю приймаються для класів надійності $[\beta] = 3,1; 3,8$ і 4,3.

Починаючи з 1984 р., наведені вище принципи впроваджені в європейські норми проектування Єврокод [46], рекомендації яких щодо нормативної надійності будівельних об'єктів наведені в *табл. 1.14*. Рекомендації враховують три класи надійності і базовий період (терміном служби) 1 і 50 років.

Таблиця 1.14

Рекомендовані мінімальні значення
нормативної характеристики безпеки $[\beta]$ [46]

Клас надійності	Мінімальні значення $[\beta]$	
	Базовий період 1 рік	Базовий період 50 років
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Єврокод [46] пов'язує три класи надійності RC1, RC2 і RC3 з трьома класами наслідків CC1, CC2 і CC3 (табл. 1.15)

Таблиця 1.15

Визначення класів наслідків [46]

Клас наслідків	Опис	Приклади будівель і споруд
CC3	Значні наслідки – втрати людського життя, економічні, соціальні або наслідки для навколишнього середовища – є дуже великими	Трибуни, громадські споруди та будівлі, де наслідки руйнування можуть бути край негативною (наприклад, концертні зали)
CC2	Середні наслідки – втрати людського життя, економічні, соціальні або наслідки для навколишнього середовища – є значними	Житлові та офісні будівлі, громадські будівлі, де сліди руйнування є середніми (наприклад, офісна будівля)
CC1	Незначні наслідки – втрати людського життя, економічні, соціальні або наслідки для навколишнього середовища – є малими або незначними	Сільськогосподарські будівлі, куди люди, зазвичай, не заходять (наприклад, складські приміщення, теплиці)

Наведені в табл. 1.14 рівні надійності є основою для калібрування розрахункових коефіцієнтів методики часткових коефіцієнтів, яка використовується в нормах Єврокода для розрахунку конструкцій різного типу. При цьому гарантується, що характеристика безпеки споруди β буде не нижче 3,8 для

базового періоду 50 років, а конструкції класу надійності RC3 розглядаються окремо і спеціально.

Єврокод [46] підкреслює, що випадки руйнування у великій мірі пов'язані з людськими помилками, тобто людським фактором, що не враховується у наведених нормативах надійності (табл. 1.14) і часткових коефіцієнтах Єврокода. Тому значення $[\beta]$ не обов'язково гарантують дійсну частоту відмов конструкцій.

Таблиця 1.16

Доцільна імовірність відмови $[Q]$ [39]

Клас наслідків (відповідальності)	Категорія відповідальності конструкції	Значення $[Q]$, які використовуються в розрахункових ситуаціях				
		усталених		перехідних		аварійних
		перша група граничних станів	друга група граничних станів	перша група граничних станів	друга група граничних станів	перша група граничних станів
CC3	A	1×10^{-6}	5×10^{-5}	1×10^{-5}	5×10^{-4}	1×10^{-5}
	B	5×10^{-6}	5×10^{-5}	5×10^{-5}	5×10^{-4}	1×10^{-4}
	B	1×10^{-5}	1×10^{-4}	1×10^{-4}	1×10^{-3}	1×10^{-4}
CC2	A	5×10^{-6}	1×10^{-4}	5×10^{-5}	1×10^{-3}	5×10^{-5}
	B	1×10^{-5}	1×10^{-4}	1×10^{-4}	1×10^{-3}	5×10^{-4}
	B	5×10^{-5}	5×10^{-4}	5×10^{-4}	5×10^{-3}	5×10^{-4}
CC1	A	1×10^{-5}	5×10^{-4}	1×10^{-4}	5×10^{-3}	1×10^{-4}
	B	5×10^{-5}	5×10^{-4}	5×10^{-4}	5×10^{-3}	1×10^{-3}
	B	1×10^{-4}	1×10^{-3}	1×10^{-3}	1×10^{-2}	1×10^{-3}

Примітка. Для тимчасових будівель та споруд із встановленим терміном експлуатації до трьох років значення приймаються як для об'єктів класу CC1-B незалежно від класу наслідків (відповідальності) конструкції.

1.9.4. Вітчизняне нормування надійності будівельних об'єктів. Українські норми ДБН В.1.2-14-2009 «Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ»

(кер. А.В. Перельмутер, 2008 р. [39]), в розробці яких приймав участь автор книги, врахували набутий міжнародний досвід та суттєво і глибоко розвинули основні засади методики розрахунку конструкцій на надійність. В подальшому ці питання були дещо уточнені ДСТУ-Н Б.В.1.2-16:2013 «Визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об'єктів будівництва» [51], в розробці яких також приймали участь викладачі ПолтНТУ.

Таблиця 1.17

Доцільні значення характеристики безпеки $[\beta]$ [39]

Клас наслідків (відповідальності)	Категорія відповідальності конструкції	Значення $[\beta]$, які використовуються в розрахункових ситуаціях				
		усталених		перехідних		аварійних
		перша група граничних станів	друга група граничних станів	перша група граничних станів	друга група граничних станів	перша група граничних станів
СС3	A	4,76	4,27	4,45	3,72	4,45
	B	4,75	4,27	4,27	3,72	3,89
	B	4,45	3,89	3,89	3,29	3,89
СС2	A	4,75	3,89	4,27	3,29	4,27
	B	4,45	3,89	3,89	3,29	3,72
	B	4,27	3,72	3,72	3,09	3,72
СС1	A	4,45	3,72	3,89	3,09	3,89
	B	4,27	3,72	3,72	3,09	3,29
	B	3,89	3,29	3,29	2,58	3,29

Примітка. 1. Для тимчасових будівель та споруд зі встановленим терміном експлуатації до трьох років значення приймаються як для об'єктів класу СС1-В незалежно від класу наслідків (відповідальності) конструкції.

2. Дозволяється встановлювати інші значення нормативної ймовірності відмови при належному обґрунтуванні.

Нормативна надійність регламентується у ДБН [39] у формі доцільної ймовірності відмови $[Q]$ (табл. 1.16) або доцільної характеристики безпеки (дальності відмови) $[\beta]$ (табл. 1.17),

Слід відзначити, що ці рекомендації є значно детальнішими, ніж аналогічні закордонні, наведені вище, і потребують додаткових пояснень.

Класи наслідків (відповідальності) будівель і споруд використовують для забезпечення надійності та конструктивної безпеки будинків, будівель, споруд, лінійних об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури, а також будівельних конструкцій та основ. Клас наслідків (відповідальності) визначається рівнем можливих матеріальних збитків і (або) соціальних втрат, пов'язаних із припиненням експлуатації або із втратою цілісності об'єкта.

Можливі соціальні втрати від відмови повинні оцінюватися в залежності від таких факторів ризику, як:

- небезпека для здоров'я і життя людей;
- різке погіршення екологічної обстановки у прилеглий до об'єкта місцевості (наприклад, при руйнуванні сховищ токсичних рідин або газів, відмові очисних споруд каналізації тощо);
- втрата пам'яток історії і культури або інших духовних цінностей суспільства;
- припинення функціонування систем і мереж зв'язку, енергопостачання, транспорту чи інших елементів життєзабезпечення населення або безпеки суспільства;
- неможливість організувати надання допомоги потерпілим при аваріях і стихійних лихах;
- загроза обороноздатності країни.

Можливі економічні збитки повинні оцінюватися витратами, пов'язаними як з необхідністю відновлення об'єкта, що відмовив, так і з побічними збитками (збитки від зупинки виробництва, прогаяна вигода тощо).

Характеристики можливих наслідків є підставою для класифікації об'єктів будівництва по трьох класах наслідків (відповідальності) – СС1, СС2 та СС3 (табл. 1.18).

Категорії відповідальності конструкцій та їх елементів. Залежно від наслідків, які можуть бути викликані відмовою, розрізняють три категорії відповідальності конструкцій та їх елементів:

А – конструкції та елементи, відмова яких може *привести до повної непридатності* до експлуатації будівлі (споруди) в цілому або значної її частини.

Б – конструкції та елементи, відмова яких може *привести до ускладнення* нормальної експлуатації будівлі (споруди) або до відмови інших конструкцій, які не належать до категорії А.

В – конструкції, відмови яких *не призводять до порушення* функціонування інших конструкцій або їх елементів.

У складі категорії А можуть виділятися конструкції категорії А1 (головні несучі конструкції), безвідмовність яких забезпечує будівлю або споруду від повного руйнування при аварійних впливах, навіть якщо її подальше використання за призначенням при цьому стане неможливим без капітального ремонту.

Типи розрахункових ситуацій. При розрахунках конструкцій слід розглядати такі типи розрахункових ситуацій:

- *усталені*, для яких характерна тривалість реалізації T_{sit} того ж порядку, що й встановлений термін експлуатації будівельного об'єкта T_{ef} (наприклад, період експлуатації між двома капітальними ремонтами або змінами технологічного процесу);

- *перехідні*, для яких характерна тривалість реалізації T_{sit} невелика порівняно із встановленим терміном експлуатації T_{ef} (наприклад, період зведення об'єкта, капітального ремонту, реконструкції);

- *аварійні*, для яких характерна мала ймовірність появи P_{sit} і, як правило, невелика тривалість реалізації $T_{sit} \ll T_{ef}$, але які є досить важливими з точки зору наслідків можливих відмов (наприклад, ситуації, які виникають під час вибухів, пожеж, аварій обладнання, зіткнень транспортних засобів, а також безпосередньо після відмови будь-якого елемента конструкції).

Якщо в нормах проектування не визначена розрахункова ситуація, то припускається, що відповідні вимоги норм належать до усталених та перехідних розрахункових ситуацій, які прогноуються. Аварійні ситуації завжди повинні бути вказані явно.

Таблиця 1.18

Класи наслідків (відповідальності) будівель і споруд

Клас наслідків (відповідальності) будівлі або споруди	Хар-ки можливих наслідків від відмови будівлі або споруди					
	Можлива небезпека для здоров'я і життя людей, кількість осіб			Обсяг можливого економічного збитку, м.р.з.п.	Втрата об'єктів культурної спадщини, категорії об'єктів	Припинення функціонування комунікацій транспорту, зв'язку, енергетики, інженерних мереж, рівень
	які постійно перебувають на об'єкті	які періодично перебувають на об'єкті	які перебувають поза об'єктом			
СС3 значні наслідки	понад 300 (400)	понад 1000	понад 50000	понад 150000	національного значення	загальнодержавний
СС2 середні наслідки	від 20 до 300 (50-400)	від 50 до 1000 (100-1000)	від 100 до 50000	від 2000 до 150000	місцевого значення	регіональний, місцевий
СС1 незначні наслідки	до 20 (50)	до 50(100)	до 100	до 2000	—	—

Примітка 1. Будівлі або споруді присвоюється найвищий клас наслідків (відповідальності) за однією з усіх можливих характеристик можливого збитку від відмови.

Примітка 2. При підрахунку кількості осіб, яким може загрозувати небезпека для життя чи здоров'я, вважають, що на об'єкті постійно перебувають люди, якщо вони знаходяться там більше восьми годин на добу та не менше 150 днів на рік (загалом не менше 1200 годин за рік). Особами, які періодично відвідують об'єкт, вважають тих, які перебувають там не більше восьми годин на добу протягом не більше ніж 150 днів на рік (загалом від 450 до 1200 годин за рік). Небезпекою для життєдіяльності людей, які перебувають зовні об'єкту, є можливе порушення умов їх життєдіяльності більше ніж на три доби.

Примітка 3. Мінімальний розмір заробітної плати (м.р.з.п.) щорічно встановлюється Законом України «Про Державний бюджет України».

Примітка 4. Віднесення пам'яток культурної спадщини до національного та місцевого значення встановлюються відповідно до Закону України «Про охорону культурної спадщини».

Примітка 5. Рівень значення об'єктів інженерно-транспортної інфраструктури визначається з використанням Додатку ДДСТУ [51].

Примітка 6. Цифри у дужках вміщені в ДСТУ [51].

1.10. ВИЗНАЧЕННЯ КЛАСУ ВІДПОВІДАЛЬНОСТІ ОБ'ЄКТІВ БУДІВНИЦТВА

Введення в дію ДБН В.1.2-14-2009 «Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ» [39] викликало численні питання і незрозумілості у практиків-користувачів, зокрема щодо *табл. 1.18* Для зняття можливих питань і спрощення користування вказаними нормами був підготовлений допоміжний нормативний документ – ДСТУ-Н Б.В.1.2-16:2013 «Визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об'єктів будівництва» [51], в розробці якого прийняв участь автор книги та інші викладачі ПолтНТУ. Нижче наводяться основні положення цього документа-настанови.

1.10.1. Прогнозування сценарію аварії об'єкту будівництва. Для підрахунку можливих матеріальних збитків і (або) соціальних втрат від відмови об'єкту, пов'язаних з припиненням експлуатації або із втратою його цілісності, визначаються найбільш імовірні прогнози *можливої аварії* (наприклад, пошкодження, вихід із ладу, руйнування будинку, будівлі, споруди, лінійного об'єкту інженерно-транспортної інфраструктури або їх частин), що сталася з техногенних або природних причин. Можливі збитки оцінюють, виходячи з прогнозованого сценарію аварії, з урахуванням передбачених проектом заходів щодо локалізації можливої аварії (наприклад, поділенням об'єкту будівництва на окремі частини).

Сценарій аварії – це модель послідовності подій, що можуть статися внаслідок виникнення ініціюючого впливу (перевантаження, помилки персоналу, аварійної відмови захисних пристроїв тощо) на конструкції будинку, будівлі чи споруди. При цьому використовується *принцип одиначної відмови*, коли вважається, що аварійна ситуація ініціюється лише одним чинником (відмовою одного елемента конструкції, однією помилкою персоналу, одним порушенням технологічного процесу).

Крім звичайних розрахункових ситуацій, що повинні передбачатися під час проектування, аналізується можливість

виникнення і наслідки аварійних ситуацій, що можуть виникнути за рахунок позапроектних впливів чи помилок персоналу (проектувальників, будівельників, експлуатаційного персоналу тощо).

Рекомендується розглянути можливість, наприклад, таких подій:

- вихід із ладу і руйнування окремої несучої конструкції за рахунок її перевантаження понадпроектними сполученнями навантажень і впливів;

- виникнення великих просадок ґрунтових основ при їх аварійному замочуванні;

- вплив можливого карстового провалу, зсувів ґрунту тощо;

- вплив ударів від наїзду транспортних засобів;

- можливість відмови конструкцій при виникненні пожежі;

- пошкодження будівельних конструкцій аварійними вибухами (наприклад, побутового газу);

- можливість порушення технологічного регламенту чи пошкодження устаткування (розриви трубопроводів, падіння вантажів, інші поза проектні впливи).

1.10.2. Методика визначення класу відповідальності об'єктів будівництва. Оцінка можливих економічних збитків повинна враховувати:

- збитки від руйнування чи пошкодження основних фондів;

- збитки від втрат готової промислової чи сільськогосподарської продукції;

- збитки від втрат запасів сировини, напівфабрикатів та проміжної продукції.

Збитки від руйнування чи пошкодження основних фондів розраховуються, виходячи з втрати їх залишкової вартості, тобто балансової вартості з урахуванням амортизації. Припустимо приймати, що відмова трапиться на момент середнього значення встановленого терміну експлуатації T_{ef} і розраховувати залишкову вартість на цей момент часу. Тоді збитки від можливого руйнування основних фондів розраховуються за формулою:

$$\Phi = c \sum_i^n P_i \left(1 - \frac{1}{2} T_{ef} \times K_{a,i} \right), \quad (1.72)$$

де: Φ – прогнозовані втрати (тис. грн.); c — коефіцієнт, що враховує відносну долю основних фондів, що повністю втрачаються під час аварії, попередньо приймається $c = 0,45$); P_i – кошторисна вартість i -го виду втрачених основних фондів; T_{ef} – середнє значення встановленого терміну експлуатації основних фондів; $K_{a,i}$ – коефіцієнт амортизаційних відрахувань i -го виду основних фондів; n – кількість видів основних фондів.

Незалежно від класифікації за ознаками *табл. 1.18* слід встановлювати клас наслідків (відповідальності) не меншим ніж:

- ССЗ – для об’єктів підвищеної небезпеки;
- ССЗ – для сховищ цивільного захисту (цивільної оборони) незалежно від місця розташування, місткості та класу захисту.

1.10.3. Особливості щодо об’єктів будівництва не виробничого призначення. Для об’єктів будівництва не виробничого призначення кількість осіб, для яких враховується можлива небезпека, визначається таким чином:

- у житлових будинках – кількість осіб, що постійно перебуває на об’єкті (N_I), визначається нормою 21 квадратний метр загальної площі на власника (наймача) та кожного члена його сім’ї та додатково 10,5 квадратних метрів на сім’ю (зазначена норма не застосовується при проектуванні гуртожитків та житла соціального призначення);

- у будинках із житлового фонду соціального призначення – кількість осіб, що постійно перебуває на об’єкті (N_I), відповідно до встановлених тимчасових мінімальних норм забезпечення соціальним житлом, визначається за нормою 22 квадратних метри загальної площі на сім’ю із двох осіб та додатково 9,3 квадратних метрів на кожного наступного члена сім’ї;

- у соціальних гуртожитках – кількість осіб, що постійно перебуває на об’єкті (N_I), відповідно до встановлених тимчасових мінімальних норм забезпечення соціальним житлом

визначається нормою 6 квадратних метрів житлової площі на кожного мешканця;

- у гуртожитках – кількість осіб, що постійно перебуває на об’єкті (N_1), визначається нормою 8 квадратних метрів житлової площі на кожного мешканця;

- у гуртожитках для аспірантів – кількість осіб, що постійно перебуває на об’єкті (N_1), визначається нормою 10 квадратних метрів житлової площі на кожного мешканця;

- у громадських будинках кількість постійно (N_1) і періодично перебуваючих (N_2) людей визначається згідно з положеннями будівельних норм на відповідні типи будинків;

- кількість осіб, що перебувають зовні об’єкта (N_3), визначають за формулою

$$N_3 = \alpha \times N_1; \quad (1.73)$$

де коефіцієнт α визначається за *табл. 1.19*.

Таблиця 1.19

Значення коефіцієнту α

Висота будинку над рівнем землі, м	Значення коефіцієнту α при розміщенні будинку:		
	у сільській місцевості	у невеликому місті або у спальному районі великого міста	у центрі великого міста
<i>Менше за 10</i>	1,0	1,0	1,3
<i>Від 10 до 30</i>	1,0	1,3	1,5
<i>Більше ніж 30</i>	1,3	1,5	2,0

Примітка. В основу даних *табл. 1.19* положено ДБН В.1.2-14-2009 [39], який розроблено на підставі прогресивного міжнародного досвіду реалізованого у міжнародному нормативному документі ISO 2394:1994 *General principles on reliability for structures (Загальні принципи забезпечення надійності)* [239]. Показники таблиці були запозичені з кодексу усталеної практики *The Building Regulations 2000. Structure. APPROVED DOCUMENT A (Будівельні норми і правила 2000 року. Структура. Затверджений документ А)*

Для житлової забудови можна приймати, що $K_{a,i}$ дорівнює одному відсотку, а встановлений термін експлуатації дорівнює 100 рокам. Тоді розрахункова формула (1.60) змінюється наступним чином:

$$\Phi = 0,45 \sum_i^n P_i \left(1 - \frac{1}{2} 100 \cdot 0,01 \right) = 0,225 \sum_i^n P_i. \quad (1.74)$$

1.10.4. Числовий приклад [51]. Розрахувати клас наслідків (відповідальності) житлового будинку.

Вихідні дані. Односекційний 16 поверховий 96 квартирний житловий будинок в м. Київ

1. Приймаємо 6-квартирну секцію за формулою квартир поверху 1-1-2-2-3-3.

2. Визначаємо розрахункову кількість мешканців у залежності від площі квартири (за нормою 21 м^2 на людину плюс $10,5 \text{ м}^2$ на сім'ю, табл. 1.20).

Кількість людей, які постійно перебувають в будинку (N_1), дорівнює 194. Відповідно до табл. 1.20 об'єкт будівництва відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

Таблиця 1.20

Розрахункова кількість людей у будинку

Тип квартир	Площа квартир	Кількість квартир на будинок	Загальна площа квартир на будинок	Розселення на квартиру (розрахунковий коефіцієнт на заселення)	Розселення на будинок
1	40,5 (30+10,5)	32	1296	1,43	46
2	52,5 (42+10,5)	32	1680	2	64
3	65,5 (55+10,5)	32	2096	2,62	84
Всього		96	5072		194

3. Тимчасове перебування людей у житлових будинках не нормоване і у будь-якому випадку не перевищує 50% від людей,

що постійно перебувають у будинках, тобто N_2 становитиме 97 осіб.

За кількістю осіб, які періодично перебувають на об'єкті, житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС1.

4. Кількість осіб, які перебувають поза об'єктом (для спального району), визначаємо за формулою:

$$N_3 = \alpha \times N_1 = 1,5 \times 194 = 291 \text{ (людина),}$$

де $\alpha = 1,5$ приймається за *табл. 1.19*.

За кількістю осіб, які перебувають зовні об'єкту, житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

5. Згідно з розрахунком кількість квадратних метрів в будинку дорівнює – 7608.

Розрахункова вартість 1 м² приймається 5986 грн за м² площі квартири.

Примітка. У прикладі застосовується показник опосередкованої вартості спорудження житла у м. Києві відповідно до наказу Мінрегіонбуду № 387 від 27.07.2012. Показник вартості у розрахунку на 1 м² загальної площі враховує позаквартирні площі будинку, тому для розрахунку вартості будинку як місткість взята виключно загальна площа його квартир.

При визначенні класу наслідків (відповідальності) і категорій складності об'єктів будівництва житла у тому чи іншому регіоні слід використовувати показники опосередкованої вартості спорудження житла за регіонами, які затверджуються центральним органом виконавчої влади, що забезпечує формування державної політики у сфері містобудування і діють на момент виконання розрахунку.

Розрахункова вартість будинку складає:

$$5072 \times 5986 = 30360 \text{ тис. грн.}$$

Прогнозовані збитки визначаються за формулою (1.74):

$$\Phi = 0,225 \sum_{i=1}^n P_i ;$$

$$\begin{aligned} \Phi &= 0,225 \times 3036 = 6831 \text{ (тис. грн.)} = \\ &= 6831 / 1,102 = 6198 \text{ м.р.з.п.} \end{aligned}$$

Примітка. Мінімальний розмір заробітної плати слід уточнювати на момент виконання розрахунку відповідно до Закону України «Про Державний бюджет України». Мінімальний розмір заробітної плати (м.р.з.п.) на час виконання розрахунку становив 1102 грн.

Відповідно до *табл. 1.18* житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

6. Будинок не розташований в охоронній зоні об'єктів культурної спадщини і не є об'єктом культурної спадщини.

7. Приймаємо, що відмова будинку не впливає на припинення роботи об'єктів транспорту, зв'язку, енергетики.

Висновок: Згідно з ДСТУ [51] клас наслідків (відповідальності) об'єкту будівництва встановлюється за найвищою характеристикою можливих наслідків, отриманих за результатами розрахунку.

За критеріями *табл. 1.18* «Можлива небезпека для здоров'я і життя людей, які постійно перебувають на об'єкті», «Можлива небезпека для життєдіяльності людей, що перебувають зовні об'єкта», «Обсяг можливого економічного збитку» 16-ти поверховий 96-ти квартирний житловий будинок відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

Приклади розрахунку для 24-х поверхового 144-х квартирною житлового будинку та 16-ти поверхового 192-х квартирною двохсекційного житлового будинку з підземним паркінгом наведено у додатку В ДСТУ [51]. При проектуванні комплексу житлових будинків, об'єднаних у одному проекті, категорію складності об'єкта у цілому слід визначати з урахуванням можливого порушення нормальних умов життєдіяльності людей, які постійно перебувають на об'єкті, у наслідок відмови систем забезпечення життєдіяльності об'єкта. Чисельність таких людей рахується як сумарна кількість осіб, постійно перебуваючих у всіх будинках комплексу.

1.10.5. Числовий приклад. Розрахувати клас наслідків (відповідальності) критого спортивного залу з місцями для глядачів на 100 місць

Вихідні дані. Загальна характеристика споруди, що проектується: споруда критого універсального спортивного залу прямокутна в плані розмірами 30×48 м², висота до верху відмітки несучих конструкцій покриття 10 м, площа забудови 1440 м². Конструктивна схема: одноповерхова, однопролітна каркасна споруда з рамним сталевим каркасом та легкими огорожувальними стіновими конструкціями.

1. Відповідно до класифікації ДБН В.2.2-13-2003 «Спортивні і фізкультурно-оздоровчі споруди» [37] за функціональним призначенням та характером використання споруда відноситься до учбово-тренувальних.

2. Постійний обслуговуючий персонал становить 6 осіб. Кількість змін на добу – 3. Розрахункова кількість людей, що постійно перебувають на об'єкті, визначається, використовуючи нормативні значення пропускної здатності відповідно до таблиці 2, 9 ДБН [37]. Відповідні дані наведені нижче у табличному вигляді (табл. 1.21).

Таблиця 1.21

Розрахунок кількості людей у спортивному залі

Вид спорту, розрахункова одиниця	Пропускна здатність, осіб / зміну	
	при учбово- тренувальних зайняттях в залі	при проведенні змагань
<i>баскетбол</i>	24	48
<i>волейбол</i>	24	48
<i>настільний теніс, на три столи</i>	4 (на кожен стіл)	8 (4 на кожен стіл)
<i>групові зайняття з загальної фізичної підготовки</i>	35	—

Таким чином, враховуючи обслуговуючий персонал, кількість людей, що постійно перебувають на об'єкті, становить:

$$N_2 = 6 + 48 = 54 \text{ особи.}$$

За кількістю осіб, які постійно перебувають на об'єкті, спортивний зал відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

4. Визначаємо розрахункову кількість осіб, що періодично перебувають на об'єкті, по кількості місць для глядачів – $N_2 = 100$ осіб.

За кількістю осіб, які періодично перебувають на об'єкті, спортивний зал відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС1.

5. Кількість осіб, що перебувають поза об'єктом при висоті будівлі 15 м:

$$N_3 = \alpha \times N_1 = 1,3 \times 54 = 70 \text{ осіб,}$$

де $\alpha = 1,3$ – при розміщенні споруди у спальному районі великого міста.

За кількістю осіб, які перебувають зовні об'єкта, спортивний зал відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС1.

6. Збитки від руйнування та пошкодження основних фондів невиробничого призначення розраховуємо за формулою (1.72):

$$\Phi = c \sum_{i=1}^n P_i \left(1 - \frac{1}{2} T_{ef} \times K_{a,i} \right),$$

де $n = 1$ – кількість основних фондів;

$c = 0,45$ – коефіцієнт, що враховує відносну долю основних фондів;

$T_{ef} = 100$ років – встановлений термін експлуатації, прийнятий за *табл. 2* ДБН [39];

$K_a = 0,01$ – коефіцієнт амортизаційних відрахувань;

$P_i = 7,8$ млн. грн. – кошторисна вартість проекту-аналога, визначена з застосуванням порівняльного підходу оцінки майна.

Таким чином

$$\Phi = 0,45 \times 7800 \times (1 - 50 \times 0,01) = 1755 \text{ тис. грн.}$$

Обсяг можливого економічного збитку у мінімальних заробітних платах складає:

$$1755 / 1,102 = 1592 \text{ м.р.з.п.}$$

Відповідно до *табл. 1.18* об'єкт відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС1.

7. Будівля не розташована в охоронній зоні об'єктів культурної спадщини і не є об'єктом культурної спадщини.

Висновок. Клас наслідків (відповідальності) об'єкту будівництва встановлюється за найвищою характеристикою можливих наслідків, отриманих за результатами розрахунків. Виходячи з того, що найвищою характеристикою для будівлі критого спортивного залу з місцями для глядачів для навчального закладу є «Можлива небезпека для здоров'я і життя людей, які постійно перебувають на об'єкті», зазначений об'єкт будівництва, відповідно до *табл. 1.18*, відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС2.

Приклади розрахунку для інших будівель громадського і невиробничого призначення (продовольчий магазин з дворівневим підземним паркінгом і склад логістичного центру) наведено у додатку В ДСТУ [51].

1.10.6. Числовий приклад. Розрахувати клас наслідків (відповідальності) сигаретного цеху тютюнової фабрики.

Вихідні дані. Загальна характеристика будівлі: сигаретний цех прямокутний в плані розмірами 24×144 м, поділений поперечним деформаційним швом на два відсіки довжиною 72 м. Висота до верху несучих конструкцій покриття 10,5 м, площа забудови 3456 м². Конструктивна схема будівлі: одноповерхова,

однопролітна каркасна споруда зі змішаним каркасом (колони залізобетонні, покриття – сталеві ферми з легкими огорожувальними конструкціями покрівлі, огорожуючі конструкції стін – сандвіч-панелі). Сигаретний цех розташований за межами населеного пункту на відстані 5 км.

2. Кількість робітників, що постійно працюють у цеху – $N_1 = 25$ осіб.

Кількість робітників, що періодично перебувають на об'єкті – $N_2 = 10$ осіб.

Кількість осіб, що знаходяться зовні об'єкта, приймається – $N_3 = 60$ осіб

Враховуючи наведені показники, об'єкт відноситься до класу наслідків (відповідальності) СС1.

3. Можливі економічні збитки підраховуються, виходячи із найбільш імовірного прогнозу аварії будівлі, наведеного у пояснювальній записці до проекту. Цей прогноз передбачає руйнування покриття одного із відсіків під впливом надмірного постійного і снігового навантажень. Внаслідок аварії може відбутися пошкодження технологічного обладнання і зупинка роботи цеху на термін $T_{зуп} = 20$ діб. Після виконання необхідних ремонтних робіт функціонування сигаретного цеху відновляється в повному обсязі.

4. Збитки від руйнування та пошкодження основних фондів виробничого призначення розраховуються за формулою (1.72):

$$\Phi = c \sum_{i=1}^n P_i \left(1 - \frac{1}{2} T_{ef} \times K_{a,i} \right),$$

де $n = 1$ – кількість основних фондів;

$c = 0,45$ – коефіцієнт, що враховує відносну долю основних фондів, що повністю втрачається при відмові;

$T_{ef} = 60$ років – встановлений термін експлуатації для виробничих будівель;

$K_a = 0,017$ – коефіцієнт амортизаційних відрахувань;

$P_i = 100$ млн. грн. – кошторисна вартість проекту-аналога.

Таким чином

$$\Phi = 0,45 \times 100000 \times (1 - 0,5 \times 60 \times 0,017) = 22050 \text{ тис. грн.}$$

Обсяг можливого економічного збитку від руйнування і пошкодження основних фондів у мінімальних заробітних платах складає:

$$22050/1,102 = 20009 \text{ м.р.з.п.}$$

5. Сигаретний цех випускає щодоби продукцію, що оцінюється за середньооптовими цінами в розмірі $C = 3,0$ млн. грн. Отже, збитки від втрат готової продукції в результаті зупинки цеху визначаються як:

$$\begin{aligned} P_p &= C \cdot T_{зуп} = 3,0 \times 20 = 60000 \text{ тис. грн} = \\ &= 60000/1,102 = 54446,5 \text{ м.р.з.п.} \end{aligned}$$

6. Загальні збитки від відмови споруди визначаються як:

$$M_p = \Phi + P_p = 20009,0 + 54446,5 = 74455,5 \text{ м.р.з.п.}$$

Враховуючи розміри економічних збитків, згідно з *табл. 1.18*, будівля сигаретного цеху відноситься до класу наслідків (відповідальності) **СС2**.

Висновок. Враховуючи положення ДСТУ [51], згідно із яким споруді в цілому присвоюється найвищий з одержаних класів, будівля сигаретного цеху тютюнової фабрики відноситься до класу наслідків (відповідальності) **СС2**.

Приклади розрахунку для інших виробничих будівель (окремо розташований резервуар і вітрова електрична станція) наведено у додатку В ДСТУ [51].

ГЛАВА 2 ІМОВІРНІСНИЙ ОПИС НАВАНТАЖЕНЬ І МІЦНОСТІ МАТЕРІАЛІВ

Настала необхідність створення теорії навантажень, що включає загальні положення, класифікацію властивостей і конкретний аналіз навантажень численних видів. Лише після того, як наука про навантаження досягне того ж рівня, що і наука про міцність конструкцій, розрахунок останніх стане досить досконалим.

**О.Р. Ржаніцин, доктор технічних наук,
"Теорія розрахунку будівельних конструкцій на
надійність", 1978 р.**

Як слідує з викладеного вище в главі 1, обґрунтована оцінка надійності конструкцій в якості обов'язкової частини повинна включати дані про навантаження, що діють на конструкції, а також про механічні характеристики матеріалів конструкцій. Тому основний зміст цієї глави складають результати імовірнісного дослідження постійних, кранів, вітрових і снігових навантажень, що істотно впливають на надійність конструкцій будівельних об'єктів. В главі також приведені статистичні дані про міцність конструкційних матеріалів.

Описані імовірнісні моделі перерахованих навантажень і міцності базуються на представницькому вихідному статистичному матеріалі і мають узагальнений характер, чим визначається обґрунтованість їх використання в різних задачах надійності конструкцій і спільність отриманих висновків і рекомендацій.

Постійні навантаження і міцність матеріалів мають статистичний характер і можуть описуватися випадковими величинами. Кранові і атмосферні навантаження також мають статистичну природу, проте є випадковими функціями часу. Тому їх опис і рішення завдань надійності конструкцій повинні

виконуватися передусім в техніці випадкових процесів, що реалізовано і детально викладено в даній книзі.

Слід відмітити, що використання імовірнісної техніки випадкових процесів вимагає повного знання їхнього характеру, включаючи розподіли ординати, які можуть суттєво відрізнятися від нормального, частотні характеристики, кореляційні і спектральні функції, похідні високих порядків та ін. Тому природним є інтерес до більш простих імовірнісних моделей навантажень на базі випадкових величин, доповнених відповідними частотними характеристиками. По цих питаннях адресуємо читача до монографії автора [137], в якій розглядаються представлення навантажень у вигляді розподілу абсолютних максимумів випадкового процесу, схеми незалежних випробувань, дискретного представлення, екстремумів, корельованої випадкової послідовності. Такі моделі простіші і доступніші, ніж модель випадкових процесів, але при належному виборі і обґрунтуванні вони забезпечують не менш точні рішення завдань надійності.

2.1. ПОСТІЙНЕ НАВАНТАЖЕННЯ

2.1.1. Опис постійного навантаження. Згідно з ДБН [38], до постійних навантажень відноситься:

а) вага частин споруд, у тому числі вага несучих та огорожуючих конструкцій;

б) вага та тиск ґрунтів (насипів, засипок), гірничий тиск.

Зусилля від попереднього напруження, що зберігаються у конструкції чи в основі, слід враховувати при розрахунках як зусилля від постійних навантажень.

ДБН [38] приписує, що характеристичне значення ваги конструкцій заводського виготовлення слід визначати за стандартами, робочими кресленнями чи паспортними даними заводів-виробників, а інших будівельних конструкцій та ґрунтів — за проектними розмірами та питомою вагою матеріалів і ґрунтів з урахуванням їхньої вологості в умовах будівництва та експлуатації споруд.

При визначенні навантажень від ваги конструкцій має бути приділена належна увага правильній оцінці можливої питомої

ваги матеріалу, з якого виготовляється конструкція. Між тим у вітчизняних нормах по навантаженням і впливам такі дані відсутні. У нормах проектування сталевих, алюмінієвих і дерев'яних конструкцій наводяться дані про щільність відповідних будівельних матеріалів, хоча вони відсутні в нормах проектування бетонних і залізобетонних, а також кам'яних і армокам'яних конструкцій. В той же час деякі зарубіжні нормативні документи приводять довідкові дані про щільність матеріалів будівельних конструкцій (табл. 2.1 [45]).

Таблиця 2.1

Питома вага основних матеріалів [45]

№ з/п	Найменування матеріалу	Питома вага, кН/м ³	№ з/п	Найменування матеріалу	Питома вага кН/м ³
1	Бетон	24,0	8	Деревина	3,5...10,8
2	Легкий бетон	9,0...20,0	9	Деревина (клеєна)	3,7...4,2
3	Розчин (цементний)	19,0...23,0	10	Плити з дерев'яної стружки	7,0...12,0
4	Розчин (гипсовий)	12,0...18,0	11	Деревоволокнисті плити	4,0...12,0
5	Глина	18,5...19,5	12	Фанера	4,5...7,0
6	Пісок	15,0...16,0	13	Скло	22,0...25,0
7	Шифер	28,0	14	Полістірол	0,30

В тих випадках, коли обґрунтовані дані про об'ємну вагу відсутні, слід орієнтуватися на більш високі узагальнені довідкові дані (табл. 2.2 [71, 80]).

Для виробів і конструкцій з деревини слід враховувати збільшення питомої ваги, обумовлене просоченням її антисептичними або іншими спеціальними складами. Для виробів і конструкцій, експлуатованих в умовах підвищеної вологості повітря (по відношенню до вологості, при якій визначено вихідне значення питомої ваги) або схильних до безпосереднього зволоження, слід враховувати збільшення питомої ваги матеріалів відповідно до можливої зміни їх вагової вологості.

Таблиця 2.2

Навантаження від ваги конструкцій покрівлі

№ з/п	Склад навантаження	Параметри	Розрахункове навантаження, кПа
Огороджуючі елементи покрівлі			
1	Гравійний захист	$t = 15 \text{ мм}$	0,40
		$t = 20 \text{ мм}$	0,50
2	Гідроізоляційний килим з руберойду	3 шари	0,20
		4 шари	0,35
3	Асфальтова або цементна стяжка	$t = 20 \text{ мм}$	0,50
4	Утеплювач товщиною h з питомою вагою γ	пінобетон $\gamma = 6,0 \text{ кН/м}^3$	1,3 μ
		мінераловатні плити $\gamma = 1...3 \text{ кН/м}^3$	
5	Пароізоляція	1 шар	0,07
Несучі елементи покрівлі			
6	Сталевий профільований настил, товщиною, мм	$t = 1,0 \text{ мм}$	0,16
		$t = 0,8 \text{ мм}$	0,13
		$t = 0,6 \text{ мм}$	0,10
7	Плоский сталевий лист, товщиною, мм	$t = 3 \text{ мм}$	0,23
		$t = 4 \text{ мм}$	0,34
8	Хвилясті азбестоцементні листи		0,13...0,22
9	Збірні залізобетонні панелі, розмірами, м	1,5×6,0 м	1,71
		3,0×6,0 м	1,40
		1,5×12,0 м	3,00
		3,0×12,0 м	2,08
Металеві конструкції покриття			
10	Кроквяні ферми, прольотом, м	$L = 24,0 \text{ м}$	0,21
		$L = 30,0 \text{ м}$	0,31
		$L = 36,0 \text{ м}$	0,42
11	Підкроквяні ферми		0,055...0,105
12	Ліхтарі		0,085...0,125
13	В'язі покриття		0,040...0,105
14	Суцільні прогони, прольотом, м	$L = 6,0 \text{ м}$	0,13
		$L = 12,0 \text{ м}$	0,19
15	Решітчасті прогони	$L = 12,0 \text{ м}$	0,075...0,125

Питома вага матеріалу може помітно відхилятися від значень, прийнятих у розрахунку. Якщо для сталі цей параметр практично співпадає із середнім значенням, то для інших матеріалів відхилення можуть бути суттєвими. Особливо значно може відхилятися від проектного питома вага різних утеплювачів, в якості яких для покриттів широке поширення отримали пінобетон, піносілікат й інші матеріали щільністю до 300...600 кг/м³. Значення щільності цих матеріалів має великий розкид і залежить від багатьох причин як технологічного порядку, так і умов зберігання і монтажу. Потрапляючи у вологе середовище, іноді навіть під опади при неправильному зберіганні або укладанні в покриття, ці матеріали насичуються вологою, погіршуючи при цьому свої теплотехнічні властивості і збільшуючи щільність до 700...1000 кг/м³. Інакше кажучи, вага утеплювача може зрости майже удвічі. За даними дослідження [148] питома вага пінобетона у покриттях досягала 10,0 кН/м³ замість 6,0 кН/м³, прийнятих у проекті, тобто фактичне навантаження перевищувало проектне на 65 %. До підвищення вологості і збільшення ваги утеплювача при експлуатації будівлі призводять також дефекти гідроізоляційного килима або пароізоляції. Зустрічаються випадки, коли через відсутність на будівництві передбачених проектом утеплювачів для теплоізоляції покрівлі застосовувалися наявні матеріали з великою щільністю. Наприклад, на деяких обстежених об'єктах для утеплення покрівлі замість пінобетону був використаний паливний шлак щільністю 800...1000 кг/м³.

На практиці відхилення дійсних об'ємів матеріалів конструкцій від підрахованих за проектом можуть бути достатньо великими. Внаслідок цього, власна вага, зокрема, сталевого прокату може дещо відрізнятись від теоретичного. Середнє значення великої кількості вимірювань власної ваги прокатних профілів перевищує теоретичне на 1...2 %, а окремі значення відрізняються ще більше. Закордонні дані щодо стандартних відхилень розмірів будівельних конструкцій наведені в *табл. 2.3* [218].

Таблиця 2.3

**Стандартні відхилення геометричних розмірів
елементів конструкцій**

<i>Конструкції</i>	<i>Відхилення, мм</i>	
	<i>Розміри поперечного перерізу</i>	<i>Довжина</i>
<i>Залізобетонні</i>	<i>5...7</i>	<i>5...20</i>
<i>Сталеві</i>	<i>0,1...1,5</i>	<i>5...10</i>
<i>Дерев'яні</i>	<i>5</i>	<i>5...20</i>
<i>Кам'яні</i>	<i>5...10</i>	<i>5...20</i>

Обстеження широко вживаних для вітчизняних промислових будівель збірних залізобетонних плит типу ПКЖ або ПНС розміром 1,5×6 м, 3×6, 3×12 м показали, що проектний допуск ± 3 мм для цих плит завтовшки 30 мм, як правило, не витримується. Виявляється, що товщина їх фактично складає 35...40 мм, а в деяких випадках доходить до 50 мм. Таким чином, власна вага плит ПКЖ і ПНС в натурі часто перевершує проектне значення на 10...20 %, а іноді до 30 %. У роботі [29] показано, що фактична товщина збірних залізобетонних панелей може знаходитися в межах 26...60 мм (проти 30 мм за проектом), причому середнє значення товщини за результатами вимірів перевищує проектну величину на 32 %. Внаслідок цього навантаження від панелей перевищує проектне на 0,90 кН/м².

Досить часто утеплювач обважнюється внаслідок збільшення товщини шару укладання матеріалу на покритті (10...40 %). Найбільші відхилення від проекту спостерігаються при насипному матеріалі, застосування плитного утеплювача дозволяє у більшій мірі дотриматися потрібної товщини шару укладання. Вирівнюючі асфальтові і цементно-піщані стяжки найчастіше задаються в проектах товщиною 20 мм. Проте середня товщина шару стяжки складає фактично 25...30 мм (іноді 50...80 мм), і навантаження від стяжки зростає на 30...50 % і більше. Ця тенденція прослідковується також у роботі [29], де наводяться дані щодо збільшення товщин стяжок: цементної на 57 % і асфальтової на 33 %. До збільшення навантаження призводить і порушення правил ремонту покрівлі, його часто

роблять накладенням додаткових шарів руберойду без зняття пошкоджених. Як показують обстеження, число шарів руберойду доходить до 8...10, а навантаження від них до 0,04...0,5 кН/м² проти 0,1...0,15 кН/м² за проектом.

Як наслідок, сумарне навантаження від покрівель може суттєво перевищувати проектні значення. Зокрема, в роботі [148] наводяться результати вимірювань ваги покрівель з урахуванням відхилень розмірів і питомої ваги. Фактична вага покрівлі при характеристичному значенні 5,57 кН/м² складала 6,43 кН/м² (більше на 16 %), а при характеристичному значенні 2,17 кН/м² – 2,47 кН/м² (більше на 14 %). Дослідження [29] виявили значні перевищення найбільших фактичних навантажень від утепленої покрівлі по залізобетонним панелям: 24 % для цементної стяжки і 19 % для асфальтової стяжки.

2.1.2. Постійне навантаження в нормах проектування.

Згідно з ДБН [38], граничне розрахункове значення ваги конструкцій та ґрунтів визначається множенням характеристичного значення на коефіцієнт надійності за граничним навантаженням γ_m , наведений у *табл. 2.4*.

При визначенні навантаження від ґрунту слід враховувати навантаження від матеріалів, обладнання та транспортних засобів, що передаються на ґрунт.

Коефіцієнти надійності за навантаженням для ваги ґрунтів диференційовані залежно від вигляду ґрунтів (скельні і нескельні) та їх стану (ґрунти в природному стані і насипні ґрунти). Ці коефіцієнти враховують можливу мінливість об'ємної ваги ґрунтів. Особливу роль в навантаженні від ваги нескельних ґрунту грає вода, що частково або повністю заповнює проміжки між частками ґрунту. Дія води, якщо вона має місце, повинна враховуватися незалежно від коефіцієнтів надійності за навантаженням.

Коефіцієнти надійності за навантаженням для тиску ґрунтів в нормах не встановлені, оскільки величина тиску ґрунту залежить не лише від його об'ємної ваги, але і від інших характеристик (кута внутрішнього тертя, зчеплення), мінливість яких повинна враховуватися окремо. Це питання є предметом спеціальних норм.

Таблиця 2.4

Коефіцієнти надійності за граничним постійним навантаженням

<i>Конструкції споруд та вид ґрунтів</i>	γ_m
<i>Конструкції</i>	
<i>металеві, у яких зусилля від власної ваги:</i>	
• менші 50%;	1,05 (0,95)
• дорівнюють або перевищують 50%	1,10 (0,90)
<i>бетонні (з середньою густиною понад 1600 кг/м³), залізобетонні, кам'яні, армокам'яні, дерев'яні</i>	1,10 (0,90)
<i>бетонні (з середньою густиною 1600 кг/м³ і менше), ізоляційні, вирівнювальні та опоряджувальні шари (плити, матеріали у рулонах, засипки, стяжки тощо), виконані:</i>	
• у заводських умовах	1,20(0,90)
• на будівельному майданчику	1,30(0,90)
<i>Ґрунти:</i>	
• у природному стані	1,10(0,90)
• насипні	1,15(0,90)
Примітка. Значення у дужках слід використовувати для перевірки стійкості конструкції на перекидання, а також в інших випадках, коли зменшення ваги конструкцій і ґрунтів може погіршити умови роботи конструкції.	

Слід зауважити, що коефіцієнти надійності за навантаженням, представлені у табл. 2.4, не є універсальними. Так, наприклад, в нормах проектування мостів і труб наводяться дещо інші значення коефіцієнту γ_f (табл. 2.5).

Значення γ_f , вказані в табл. 2.5 у дужках, як і в табл. 2.4, слід приймати у несприятливих випадках, коли вони збільшують вплив на конструкції. Тут також має місце відміна від ДБН [38], де понижені значення коефіцієнту надійності не залежать від того, вага якої конструкції враховується.

2.1.3. Імовірнісний опис постійного навантаження. Навантаження від власної ваги несучих і огорожуючих конструкцій, що отримується в результаті перемноження двох величин (питомої ваги і об'єму), кожна із яких є випадковою величиною, є випадковою величиною, що відхиляється від характеристичного значення.

Таблиця 2.5

Коефіцієнти надійності компонентів мостів і труб

<i>Навантаження і впливи</i>	<i>Коефіцієнти надійності γ_f</i>	
	<i>Норми [184]</i>	<i>Норми [49]</i>
<i>Вага мостового полотна з їздою на баласті під залізницю, а також шляхи метрополітену і трамвая</i>	1,3 (0,9)	
<i>Вага баластного мостового полотна під трамвайні колії на бетонних і залізобетонних плитах</i>	1,2 (0,9)	1,3 (0,9)
<i>Вага вирівнюючого, ізоляційного і захисного шарів автодорожніх і міських мостів</i>	1,3 (0,9)	1,25 (0,9)
<i>Вага покриття їздового полотна і тротуарів автодорожніх мостів</i>	1,5 (0,9)	2,0(0,9)
<i>Те ж, міських мостів</i>	2,0 (0,9)	
<i>Вага дерев'яних конструкцій в мостах</i>	1,2 (0,9)	1,25(0,9)
<i>Горизонтальний тиск ґрунту від ваги насипу:</i>	1,4 (0,7)	
<ul style="list-style-type: none"> • на опори мостів (включно устої) • на кільця труб 	1,3 (0,8)	1,4 (0,7)

Таблиця 2.6

Статистичні характеристики питомої ваги основних матеріалів

<i>№ з/п</i>	<i>Найменування матеріалу</i>	<i>Середнє значення, кН/м³</i>	<i>Коефіцієнт варіації</i>
1	<i>Глина</i>	19,70	0,046
2	<i>Суглинок</i>	19,10	0,029
3	<i>Важкий бетон</i>	24,0	0,024...0,04
4	<i>Високоміцний бетон</i>	24,0...26,0	0,030
	<i>Легкий бетон</i>	5,0...18,0	0,04...0,08
	<i>Ніздрюватий бетон</i>	10,0...12,0	0,05...0,10
4	<i>Керамзитобетон М100</i>	14,30	0,091
5	<i>Цементна стяжка</i>	20,60	0,073
6	<i>Асфальтова стяжка</i>	18,20	0,011
7	<i>Руберойдний килим</i>	9,10	0,011
8	<i>Керамзит</i>	3,10	0,069
	<i>Кам'яна кладка</i>	14,0...19,0	0,050
9	<i>Деревина</i>	4,40...6,80	0,065...0,10
10	<i>ДСП</i>	6,70	0,116

Випадкові значення питомої ваги різних матеріалів добре описуються нормальним законом, узагальнені числові характеристики якого наведені в *табл. 2.6* [73, 101].

Змінність навантаження від власної ваги наглядно ілюструють дані вимірювань на покрівлях виробничих будівель, наведені у роботі [29, 155] і зведені в *табл. 2.7*. Вони наочно свідчать про помітне перевищення фактичного навантаження $q_{факт}$ від ваги покрівель над характеристичними значеннями $q_{хар}$, що регламентуються нормами.

Таблиця 2.7

Орієнтовні статистичні характеристики питомої ваги і товщини елементів утепленої залізобетонної покрівлі

Елементи покриття	Кількість вимірів	Середнє/стандарт		Коефіцієнт варіації		$\frac{q_{факт}}{q_{хар}}$
		товщина δ , мм	питома вага γ , кН/м ³	V_{δ}	V_{γ}	
Тришаровий рулонний килим	206	8,6/2,35	9,07/10,02	0,273	0,107	0,85
Цементна стяжка	97	35,6/12,21	20,60/1,54	0,343	0,073	1,83
Асфальтова стяжка	110	18,7/4,95	18,20/1,32	0,246	0,070	1,40
Утеплювач	207	140/12,3	4,20/1,41	0,088	0,335	1,0
Залізобетонні плити	260	39,8/5,95	27,40	0,149	-	1,5

З *табл. 2.7* також видно, що мінливість по питомій вазі і товщині суттєво відрізняється для різних шарів покрівлі, про що свідчать коефіцієнти варіації, що відрізняються у 2...3 рази.

Гістограми результатів вимірювань [29], наведені на *рис. 2.1*, підтверджують можливість опису випадкового постійного навантаження та його складових нормальним розподілом, що було підтверджено застосуванням критерію Колмогорова. Як видно на графіках, практично всі дослідні значення укладаються у діапазон «середнє значення \pm три стандарти», тобто підтверджується відоме у математичній статистиці «правило 3σ » [19].

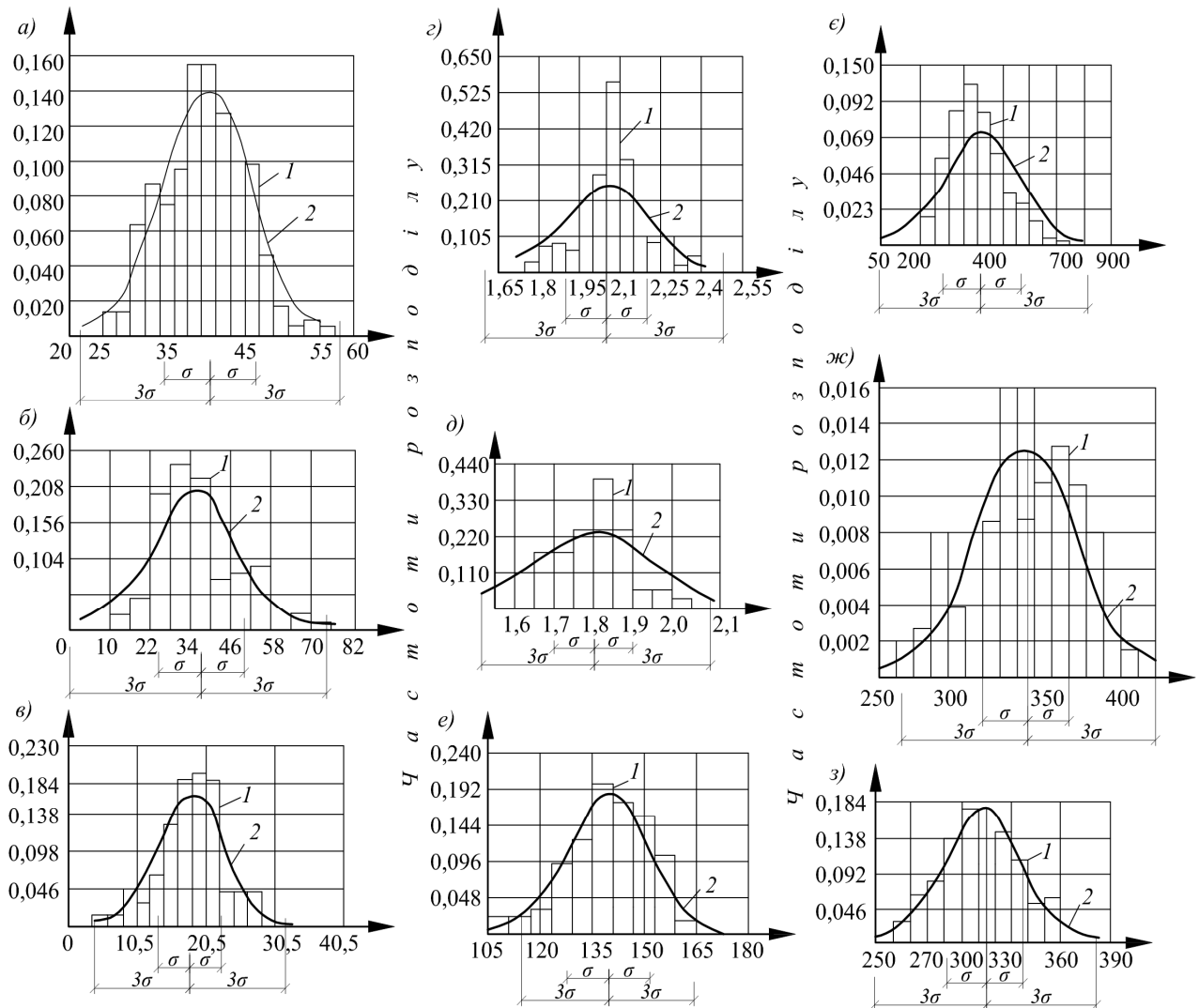


Рис. 2.1. Статистичні дані щодо навантаження від покрівлі:

а – товщина полук панелей покриття (мм); б – те ж, цементна стяжка (мм); в – те ж, асфальтова стяжка (мм); г – питома вага цементної стяжки (т/м^3); д – питома вага асфальтової стяжки (т/м^3); е – товщина утеплювача (мм); є – питома вага утеплювача (т/м^3); ж – маса покрівлі з цементною стяжкою (кг/м^2); з – те ж, з асфальтовою стяжкою (кг/м^2); 1 – дослідна гістограма; 2 – нормальний розподіл.

2.1.4. Постійні навантаження для існуючих конструкцій.

Все сказане вище у п. 2.1.2 відноситься до нового проектування конструкцій, коли дані про фактично реалізоване значення власної ваги ще невідомі. Але коли йдеться про перевірку існуючих конструкцій, є принципова можливість уточнити фактичні розміри і щільність матеріалу, а не використовувати номінальні значення і довідкові відомості. Нормами ДБН [38] допускається визначати граничні значення навантажень від ваги

конструкцій та засипок (залівок) за результатами контрольних зважувань не менш ніж п'яти зразків. При цьому граничне розрахункове навантаження визначається як добуток середнього значення густини на коефіцієнт надійності за навантаженням $\gamma_{fm}=1,2$ або проектної товщини шару засипки на коефіцієнт надійності за навантаженням γ_{fm} , який дорівнює:

- 1,2 – для засипок завтовшки 50 мм і більше;
- 1,3 – для засипок завтовшки менш як 50 мм;
- 1,1 – для залівок и стяжок завтовшки 20 мм і більше;
- 1,2 – для залівок и стяжок завтовшки менш як 20 мм.

Таку можливість передбачає також спеціальний нормативний документ [36], який рекомендує використовувати дані обмірів конструкцій і визначати розрахункове значення навантажень, наприклад, від ваги покриттів, з врахуванням результатів розкриття покрівлі і зважування зразків. При цьому характеристичне значення навантаження від ваги визначається за формулою

$$g_n = p_n \pm t \frac{s_g}{\sqrt{m}}, \quad (2.1)$$

де $p_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m p_i$ – середнє арифметичне значення ваги зразків;

$s_g = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (p_i - p_n)^2}$ – середнє квадратичне відхилення

результатів зважування; p_i – сумарна вага усіх шарів захисної конструкції в i -му шурфі; m – кількість зразків; t – коефіцієнт, який враховує обсяг вибірки, визначається за *табл. 2.8*.

Таблиця 2.8

Значення коефіцієнту t

<i>Кількість зразків</i>	<i>Коефіцієнт t</i>	<i>Кількість зразків</i>	<i>Коефіцієнт t</i>	<i>Кількість зразків</i>	<i>Коефіцієнт t</i>
5	2,13	9	1,86	25	1,71
6	2,02	12	1,80	30	1,70
7	1,94	15	1,76	40	1,68
8	1,89	20	1,73	≥60	1,67

Примітка

Для проміжних значень m величину t визначають лінійною інтерполяцією

Знак «плюс» у формулі (2.1) приймається при несприятливій дії збільшеного навантаження, знак «мінус» - при сприятливій.

Допускається визначати g_n з урахуванням нерівномірності розподілу постійного навантаження по поверхні захисної конструкції. Для цього використовують формулу:

$$g_n = p_n \pm \frac{1,64s_g}{\sqrt{1+0,1(L+B)+0,006LB}}, \quad (2.2)$$

де L і B – відповідно довжина і ширина вантажної площі конструкції, що розраховується у метрах.

Із двох значень g_n , розрахованих за формулами (2.1) і (2.2), приймається найбільш несприятливе. Коефіцієнт надійності за навантаженням γ_{fm} до характеристичного значення навантаження g_n , визначеного за формулою (2.1) або (2.2), дорівнює одиниці.

На практиці товщина залізобетонних панелей і плит визначається шляхом пробивання наскрізних отворів діаметром не менше 30 мм, кількість яких для однорідних ділянок покритть площею до 5000 м² однієї черги будівництва не менше трьох; на кожні наступні 5000 м² відбирається по одній додатковій пробі. Для оцінки фактичної ваги утеплювача, вирівнювальної стяжки і гідроізоляційного килима виконуються вирубки розміром 10×10 см із заміром товщини і питомої ваги кожного шару. Зважаючи на більшу мінливість вказаних шарів, для однорідних ділянок покритть площею до 3000 м² однієї черги будівництва кількість вирубок повинна бути не менше трьох; на кожні наступні 1000 м² відбирається по одній додатковій вирубці [88, 156].

2.1.5. Коефіцієнт сполучення постійного навантаження. Постійне навантаження, наприклад, від покриттів будівель, є сумою декількох випадкових навантажень, врахування спільної дії яких представляє певний науковий і економічний інтерес.

Вирішення цього питання розпочнемо з систематизації переходу від розрахункових величин навантажень до їх числових характеристик. Розглянемо розрахункове навантаження X^p , що представляє собою суму n розрахункових навантажень X_i^p , які

додаються з коефіцієнтами (частками у сумарному навантаженні) C_i , тобто

$$X_i^p = C_i X^p; \sum_{i=1}^n C_i = 1; X^p = \sum_{i=1}^n X_i^p = \sum_{i=1}^n C_i X^p. \quad (2.3)$$

Зв'яжемо розрахункове значення i -го навантаження з його статистичними характеристиками:

$$X_i^p = \bar{X}_i + \gamma_i \hat{X}_i = \bar{X}_i + \gamma_i V_i \bar{X}_i = \bar{X}_i (1 + \gamma_i V_i) = C_i X^p, \quad (2.4)$$

де \bar{X}_i – математичне очікування i -го навантаження;
 \hat{X}_i – середньоквадратичне відхилення (стандарт) i -го навантаження;
 V_i – коефіцієнт варіації i -го навантаження;
 γ_i – нормоване відхилення i -го розрахункового навантаження.

Одержаний вираз дозволяє визначити математичне очікування i -го навантаження:

$$\bar{X}_i = \frac{X_i^p}{1 + \gamma_i V_i} = \frac{C_i X^p}{1 + \gamma_i V_i}. \quad (2.5)$$

Середньоквадратичне відхилення i -го навантаження:

$$\hat{X}_i = \bar{X}_i V_i = \frac{C_i V_i X^p}{1 + \gamma_i V_i}. \quad (2.6)$$

Для навантаження, що є сумою випадкових навантажень, тобто $\tilde{X}_n = \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i$, числові характеристики в загальному випадку визначаються наступним чином:

$$\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n \bar{X}_i; \hat{X}_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \hat{X}_i^2}. \quad (2.7)$$

Підставляємо у формули (2.7) вирази (2.5) і (2.6) і одержуємо значення числових характеристик навантаження \tilde{X}_n :

а) математичне очікування:

$$\bar{X}_n = X^p \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \gamma_i V_i}; \quad (2.8)$$

б) стандарт

$$\hat{X}_n = X^p \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{C_i V_i}{1 + \gamma_i V_i} \right)^2}. \quad (2.9)$$

Визначивши розрахункове навантаження як $X_n = \bar{X}_n + \gamma_n \hat{X}_n$, одержуємо для коефіцієнту сполучення $\psi = X_n / X^p$:

$$\psi = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \gamma_i V_i} + \gamma_n \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{C_i V_i}{1 + \gamma_i V_i} \right)^2}. \quad (2.10)$$

Отриманий вираз дещо відрізняється від формул, наведених в літературі [151, 160], де коефіцієнти C_i визначаються через нормативні значення навантажень.

Якщо навантаження, що складаються, кореляційно зв'язані, формула (2.10) доповнюється доданком під радикалом

$$\psi = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \gamma_i V_i} + \gamma_n \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{C_i V_i}{1 + \gamma_i V_i} \right)^2 + 2 \sum_{i \neq j} \frac{C_i C_j V_i V_j r_{ij}}{(1 + \gamma_i V_i)(1 + \gamma_j V_j)}}, \quad (2.11)$$

де r_{ij} – коефіцієнт кореляції i -го і j -го навантажень.

Проведені розрахунки, у тому числі наведений нижче чисельний приклад п. 2.1.6, показують, що для багатошарових утеплених покрівель коефіцієнт сполучення може дорівнювати $\psi = 0,90 \dots 0,95$.

2.1.6. Числовий приклад. Обчислити коефіцієнт сполучення для постійного навантаження від багатошарової покрівлі.

Вихідні дані: склад покрівлі: гідроізоляційний килим із захисним шаром, утеплювач, пароізоляція, сталеві панелі, сталеві кроквяні ферми; вагові дані складових – *табл. 2.8*; коефіцієнти варіації: сталеві елементи $V = 0,025$; збірний залізобетон та інші елементи заводського виготовлення $V = 0,10$; стяжки, утеплювачі, гідроізоляція та інші шари, виконані на будівельному майданчику $V = 0,15$; однакова забезпеченість окремих навантажень та їхнього сполучення, тобто $\gamma_i = \gamma_n = 3,0$.

Таблиця 2.8

Дані для обчислення коефіцієнту сполучення

<i>№ n/n</i>	<i>Склад покрівлі</i>	<i>Розрахункове навантаження X_i^p, КПа</i>	C_i	V_i
1	<i>Захисний шар</i>	0,55	0,346	0,15
2	<i>Гідроізоляційний килим</i>	0,26	0,164	0,15
3	<i>Утеплювач</i>	0,04	0,025	0,15
4	<i>Пароізоляція</i>	0,05	0,031	0,15
5	<i>Сталева панель</i>	0,37	0,233	0,025
6	<i>Сталева ферма</i>	0,32	0,201	0,025
<i>Всього</i>		1,59	1,000	

Визначаємо математичне очікування сумарного навантаження за формулою (2.8):

$$\begin{aligned} \bar{X}_n &= \frac{0,346}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,164}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,025}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,031}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,233}{1+3 \cdot 0,025} + \frac{0,201}{1+0,025} = \\ &= 0,239 + 0,113 + 0,017 + 0,021 + 0,217 + 0,187 = 0,794. \end{aligned}$$

Обчислюємо стандарт навантаження за формулою (2.9):

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \left[\left(\frac{0,15 \cdot 0,346}{1,45} \right)^2 + \left(\frac{0,15 \cdot 0,164}{1,45} \right)^2 + \left(\frac{0,15 \cdot 0,025}{1,45} \right)^2 + \left(\frac{0,15 \cdot 0,031}{1,45} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{0,025 \cdot 0,223}{1,075} \right)^2 + \left(\frac{0,025 \cdot 0,201}{1,075} \right)^2 \right]^{1/2} = \end{aligned}$$

$$= \sqrt{1,28 \cdot 10^{-3} + 2,88 \cdot 10^{-4} + 6,69 \cdot 10^{-6} + 1,03 \cdot 10^{-5} + 2,94 \cdot 10^{-5} + 2,19 \cdot 10^{-5}} = 4,046 \cdot 10^{-2}.$$

Коефіцієнт сполучення за формулою (2.10):

$$\psi = 0,794 + 3 \cdot 4,046 \cdot 10^{-2} = 0,915.$$

Одержаний коефіцієнт відноситься до легкої утепленої покрівлі по сталевим фермам, для більш важких покрівель з більшими частками навантажень від утеплювача і залізобетонних панелей, що є більш змінними, результуючий коефіцієнт сполучення може бути меншим.

2.2. СНІГОВЕ НАВАНТАЖЕННЯ

2.2.1. Опис снігового навантаження. Сніговий покрив відіграє суттєву позитивну роль у житті людини. Він має велике значення у формуванні кліматичного і гідрологічного режимів місцевостей. У той же час сильні снігопади порушують рух транспорту, блокують роботу міського господарства, ламають дерева, руйнують будівлі. Відомо, що кожна зима приходить несподівано, і великі снігопади досить часто набувають катастрофічного характеру (*рис. 2.2*).



Рис. 2.2. Снігові заноси на дорогах

Особливу небезпеку складає сніговий покрив і його нерівномірні відкладення на дахах і покриттях будівель, де знаходиться велика кількість людей і дороге технологічне устаткування. Багатосніжні зими останніх років відмічені обваленнями покриттів різних будівель у ряді країн, що мали серйозні і навіть трагічні наслідки. Наведемо деякі приклади аварій, спричинених сніговими навантаженнями.

В січні 1987 р. у місті Запоріжжя (Україна) за одну ніч впали дахи на чотирьох заводах. Особливо багато клопоту доставила аварія на шихтовому дворі "Запоріжсталі" – падаючи, покрівля розбила мостові крани і перекрила шлях доставки металобрухту. Мартени виявилися на голодному пайку. Кожну добу "Запоріжсталь" недодавала 1000 тон продукції. Величезними збоями обернулися для багатьох одержувачів запорізького металу вказана аварія.



Рис. 2.3. Обвалення покриття спортивного комплексу
(м. Бад-Райхенваль, Німеччина)

В січні 2006 р. у баварському містечку Бад-Райхенваль (Німеччина) рухнув дах спортивно-розважального комплексу, побудованого в 70-і роки. Ділянка плоского даху обвалилася на

на каток, де у цей момент знаходилися не менше 50 чоловік, усі вони виявилися під уламками. Загинули 15 чоловік, у тому числі діти. Причина обвалення – півметровий шар снігу на даху (рис. 2.3).

Тієї ж зими в місті Катовіце (Польща) рухнув дах торгово-виставкового павільйону площею 10 тис. м². Цю аварію президент Польщі Лех Качиньський назвав найбільшою техногенною катастрофою за усю новітню історію республіки. В цей час в приміщенні проходила традиційна міжнародна виставка поштових голубів, оглянути яку прийшло багато відвідувачів. Під завалами опинилося близько 1000 чоловік, число загиблих перевищило 100 чоловік. Головною причиною катастрофи став товстий шар снігу з льодом, що утворився на даху, товщина якого перевищувала метр. Цьому сприяло ще і те, що, на думку фахівців, під час будівельного буму, що охопив Польщу останніми роками перед сучасною кризою, при зведенні великих комерційних центрів використовувалися проекти, що застосовувалися в країнах з теплим кліматом.

Опис численних форс-мажорних ситуацій, пов'язаних зі снігопадами, вміщений, зокрема, у монографії та довіднику [139, 180].

Формування снігових опадів в атмосфері залежить від багатьох чинників, але головним чином від температури довкілля і наявності переохолодженої води. Утворення снігового покриву в Україні пов'язане із загальним сезонним пониженням температури повітря і ґрунту, а також з снігопадами, що викликаються вторгненням арктичних мас повітря і їх взаємодією з повітрям помірних широт [61]. Середнє число днів з сніговим покривом на рівнинній частині України складає 30...100, на північному сході і в гірських районах Українських Карпат – 100...110, на заході України – менше 80, на Причорноморській низовині і в Степовому Криму – 30...40, на узбережжі – близько 20. У окремі зими відхилення від середнього може досягати великих значень. Так, на північному сході число днів з сніговим покривом може змінюватися від 40 до 160, а на півдні і заході – від 2 до 100 днів.

Регулярні спостереження за відкладеннями снігу, головним чином снігомірні зйомки, почали проводитися метеорологами з

1924 р (на території України працює близько 200 метеостанцій і понад 400 метеопостів). При цьому на досить великому майданчику, умови якого є характерними для певної території, виконується 100 вимірів висоти снігового покриву і відбирається 10 проб для визначення щільності снігу. Як правило, снігомірні зйомки виконуються в полі (місцевість, відкрита дії вітру), на лісовій поляні або в лісі під кронами дерев (місцевість, захищена від дії вітру). У місцевостях із стабільно негативними зимовими температурами повітря і стійким сніговим покривом снігомірні зйомки проводяться щодаки, а в районах з нестійким сніговим покривом (наприклад, на території України) – кожні 5 діб. Зйомка виконується при мірі покриву дослідної ділянки або маршруту снігом не менше 50 %. Деякі метеостанції ведуть снігомірні зйомки в ярах і в гірській місцевості. Точність і об'єм наземних оцінок снігового покриву, особливо у важкодоступних районах, підвищується аерометодами, що включають аерофотозйомки і аеровізуальні спостереження. Важлива роль належить метеорологічним супутникам, які разом з іншими метеорологічними елементами створюють картину розподілу снігового покриву у ряді районів світу, особливо в тих, де не робляться систематичні спостереження над сніговим покривом [52].

Багаторічні снігомірні спостереження дозволяють достовірно оцінити такий важливий для нормування снігового навантаження параметр, як *запас води* у сніговому покриві. У сучасній метеорології його прийнято виражати в міліметрах, він чисельно дорівнює еквівалентній товщині шару талої води. З урахуванням того, що щільність води дорівнює одиниці, від величини запасу води легко перейти до ваги снігового покриву на одиницю площі, тобто до нормативу, необхідного для розрахунку снігових навантажень ($1\text{мм} = 1\text{ кгс/м}^2 = 10\text{ Па}$):

$$S = 0,01 \cdot h_B, \quad (2.12)$$

де S – снігове навантаження в кПа; h_B – середній по ділянці запас води в сніговому покриві, мм.

В попередні роки снігомірні спостереження включали виміри висоти снігового покриву і його щільності. У таких випадках снігове навантаження може бути визначене як добуток висоти снігового покриву та його об'ємної ваги (щільності):

$$S = 0,1 \cdot \rho \cdot h, \quad (2.13)$$

де S – снігове навантаження в кПа; ρ – щільність снігу в г/см³; h – висота снігового покриву в см.

Як вказувалося вище, залежно від кліматичних умов сніговий покрив може мати різну висоту і щільність як в просторі, так і в часі. Зокрема, параметри щільності снігового покриву мають істотний територіальний розкид для території України: середня щільність – 0,200...0,267 г/см³, коефіцієнт варіації $V = 16...17\%$, максимальна щільність 0,270...0,700 г/см³.

Отже, отримані за формулою (2.13) значення снігового навантаження можуть мати істотний розкид. Проте, на думку метеорологів, такий підхід дає досить інформативні результати і дозволяє істотно продовжити кліматичні ряди спостережень за сніговим навантаженням.

2.2.2. Нормування снігового навантаження.

Вітчизняні норми ДБН [38]. Снігове навантаження є змінним, для якого встановлено три розрахункові значення: граничне, експлуатаційне та квазіпостійне розрахункові значення. З урахуванням розглянутих у монографії питань надійності, обмежимося розглядом *граничного розрахункового значення* снігового навантаження.

Це значення снігового навантаження на горизонтальну проекцію покриття (конструкції) обчислюється за формулою

$$S_m = \gamma_{fm} S_0 C, \quad (2.14)$$

де γ_{fm} – коефіцієнт надійності за граничним значенням снігового навантаження; S_0 – характеристичне значення снігового навантаження (в Па); C – коефіцієнт, що визначається за формулою (2.15).

Характеристичне значення снігового навантаження S_0 (в Па) дорівнює вазі снігового покриву на 1 квадратний метр поверхні ґрунту, яке може бути перевищене у середньому один раз за 50 років. Характеристичне значення снігового навантаження S_0 визначається залежно від снігового району за ДБН [38] (карта *рис. 8.1* або за додатком Е) (*табл. 2.9*).

Відмітимо, що снігове районування території України згідно з ДБН [38] більш диференційоване у порівнянні зі СНиП [181] (шість районів замість трьох) і містить збільшені розрахункові значення снігового навантаження (в 1,5...2,0 рази).

Таблиця 2.9

Характеристичні значення снігового навантаження по ДБН [38]

<i>Снігові райони</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
<i>Характеристичне значення снігового навантаження S_0, КПа</i>	<i>0,80</i>	<i>1,00</i>	<i>1,20</i>	<i>1,40</i>	<i>1,60</i>	<i>1,80</i>

Коефіцієнт C визначається за формулою

$$C = \mu C_e C_{alt}, \quad (2.15)$$

де μ – коефіцієнт переходу від ваги снігового покриву на поверхні ґрунту до снігового навантаження на покрівлю; C_e – коефіцієнт, що враховує режим експлуатації покрівлі; C_{alt} – коефіцієнт географічної висоти.

Коефіцієнт μ визначається за додатком Ж [38] залежно від форми покрівлі і схеми розподілу снігового навантаження, при цьому проміжні значення коефіцієнта слід визначати лінійною інтерполяцією.

Коефіцієнт C_e враховує вплив особливостей режиму експлуатації на накопичення снігу на покрівлі (очищення, танення тощо) і встановлюється завданням на проектування. При визначенні снігових навантажень для неутеплених покрівель цехів з підвищеною тепловіддачею при ухилах покрівлі понад 3% і забезпеченні належного відводу талої води слід приймати $C_e = 0,8$. При відсутності даних про режим експлуатації покрівлі

коефіцієнт C_e допускається приймати таким, що дорівнює одиниці.

Коефіцієнт C_{alt} враховує висоту H (у кілометрах) розміщення будівельного об'єкта над рівнем моря і визначається за формулою

$$C_{alt} = 1,4H + 0,3 \text{ (при } H \geq 0,5 \text{ км); } C_{alt} = 1 \text{ (при } H < 0,5 \text{ км)}. \quad (2.16)$$

Коефіцієнт надійності γ_{fm} за граничним розрахунковим значенням снігового навантаження визначається залежно від заданого середнього періоду повторюваності T за *табл. 2.10*.

Таблиця 2.10

Значення коефіцієнту надійності γ_{fm}

T , роки	1	5	10	20	40	50	60	80	100	150	200	300	500
γ_{fm}	0,24	0,55	0,69	0,83	0,96	1,00	1,04	1,10	1,14	1,22	1,26	1,34	1,44

Проміжні значення коефіцієнта γ_{fm} слід визначати лінійною інтерполяцією.

Для об'єктів масового будівництва допускається середній період повторюваності T приймати таким, що дорівнює встановленому строку експлуатації конструкції T_{ef} .

Для об'єктів, що мають підвищений рівень відповідальності, для яких технічним завданням встановлена імовірність P неперевикнення (забезпеченість) граничного розрахункового значення снігового навантаження протягом встановленого терміну служби, середній період повторюваності граничного розрахункового значення снігового навантаження обчислюється за формулою

$$T = T_{ef} K_p, \quad (2.17)$$

де K_p – коефіцієнт, визначений за *табл. 2.11* залежно від імовірності P .

Таблиця 2.11

Значення коефіцієнту K_p

P	0,37	0,5	0,6	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
K_p	1,00	1,44	1,95	4,48	6,15	9,50	19,50	99,50

Проміжні значення коефіцієнту K_p слід визначати лінійною інтерполяцією.

Норми ДБН [38] допускають в необхідних випадках визначати значення снігового навантаження S_0 шляхом статистичного оброблення результатів снігомірних зйомок. Методика такої обробки наводиться у Посібнику [147].

Норми проектування СНиП 2.01.07-85 "Нагрузки и воздействия" [181]. Ці норми діяли на усій території СРСР і продовжують діяти (з деякими змінами у формі стандарту [191]) на території Росії. В якості початкових статистичних даних по сніговому навантаженню ці норми використовують річні максимуми ваги снігового покриву, отримані за даними снігомірних зйомок на майданчиках, захищених від прямої дії вітру. На основі цих даних регламентуються нормативні значення S_0 снігового навантаження, які відповідають середньому значенню річних максимумів ваги снігового покриву, визначених за період не менше 10 років. Вказаний СНиП [181] регламентує шість значень величини S_0 , що відповідає кількості снігових районів на території колишнього СРСР (табл. 2.12).

Таблиця 2.12

Нормативні значення снігового навантаження по СНиП 2.01.07-85

Снігові райони	I	II	III	IV	V	VI
Нормативне значення снігового навантаження S_0 , КПа	0,50	0,70	1,00	1,50	2,00	2,50

Більша частина території колишнього СРСР відноситься до III і IV снігових районів, місцевості на південь від 49°...50° північної широти відповідають I і II сніговим районам, V район в

основному поширений на Уралі, в Західному Сибіру і на Камчатці, а VI сніговий район зустрічається лише на Сахаліні. Снігове навантаження в гірських місцевостях не нормується; його слід встановлювати за метеорологічними даними. Помітне збільшення нормативного значення в передгірних районах.

Згідно з цими нормами, територія України відноситься до I-го снігового району (південна частина території) і II-го району (інша територія), окрім північних районів Чернігівської і Сумської областей, які віднесені до III-го снігового району.

Розрахункове значення снігового навантаження на горизонтальну проекцію покриття знаходиться по формулі, яка в СНиП 2.01.07-85 описана словесно [101]:

$$S = \gamma_f \cdot \mu \cdot k \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot S_0, \quad (2.18)$$

де γ_f – коефіцієнт надійності по сніговому навантаженню, який повинен забезпечувати перехід від середньорічного максимуму до максимально можливого значення ваги снігового покриву; k і k_1 – коефіцієнти, що враховують здування снігу з покриття; $k_2 = 0,8$ – коефіцієнт, що враховує підтавання снігу на неутеплених покриттях цехів з підвищеними тепловиділеннями; μ – коефіцієнт переходу від ваги снігового покриву на поверхні землі до снігового навантаження на покриття.

Коефіцієнт надійності по навантаженню приймається рівним $\gamma_f = 1,4$, а при розрахунку елементів відносно легких конструкцій покриття, для яких відношення нормативного значення рівномірно розподіленого навантаження від ваги покриття до нормативного значення ваги снігового покриву S_0 менше 0,8, слід приймати рівним $\gamma_f = 1,6$.

Порівняння вітчизняного снігового нормування з нормами Єврокоду [48] наводиться в монографії [139].

2.2.3. Імовірнісний опис снігового навантаження. В якості вихідного статистичного матеріалу для опису снігового навантаження використовувалися результати регулярних снігозйомок тривалістю 15...40 років, отримані на 69

метеостанціях, у тому числі на 62 метеостанціях на території України [125, 251]. Була обґрунтована можливість представлення снігового навантаження у формі квазістаціонарного випадкового процесу із річним періодом нестационарності [111].

Специфічним для річного циклу снігового навантаження є наявність на початку зими (нагромадження снігу) і наприкінці зими (танення снігу) невеликих перехідних нерегулярних ділянок. В основній же частині зими, від середньої дати початку t_{Π} до середньої дати кінця t_K , знаходиться найбільш важливий період стійкого снігового покриву з відносно високими значеннями навантаження, що представляють інтерес для розрахунку конструкцій. У межах $t_3 = t_K - t_{\Pi}$ цього періоду простежується ряд описаних нижче закономірностей.

Річний тренд математичного очікування снігового навантаження описаний поліномом 3-го ступеня; коефіцієнт варіації, асиметрію й ексцес виявилось можливим приймати постійними в межах періоду стійкого снігового навантаження. На *рис. 2.4, а* показаний характер річного тренда математичного очікування і стандарту снігового навантаження для кожного району, описаного поліномом 3-го ступеня. Функції $\bar{X}(t)$ і $\hat{X}(t)$ являють собою несиметричні криві, заключені між датами t_{Π} й t_K , вершини яких приходяться на лютий. У *табл. 2.13* як розрахункові параметри враховані максимальні значення математичного очікування для $t_0 = 165$ діб (15 лютого) і коефіцієнти варіації, які є загальними для всіх моделей снігового навантаження. Тому для визначення числового значення снігового навантаження, що має нормоване відхилення γ , використовується наступна відома залежність:

$$X = \bar{X} + \gamma\hat{X} = \bar{X}(1 + \gamma W),$$

де \bar{X} й V – розрахункові параметри з *табл. 2.13*.

Для виявлення частотної структури снігового навантаження, для 10 метеостанцій, що відносяться до різних снігових районів, були побудовані послідовності оцінок нормованих кореляційних функцій при інтервалах від 10 до 40 діб, а також ефективних частот, визначених чисельним диференціюванням. Більшість цих

послідовностей виявилася стаціонарною, що підтверджує **стаціонарність** випадкового процесу снігового навантаження по частоті й можливість прийняття постійних осереднених за часом НКФ і ефективних частот ω .

Аналіз форми розподілів ординати випадкового процесу показав, що для снігового навантаження на території України характерна двумодальна форма, для якої непридатний нормальний закон, що задовільно описує навантаження багатосніжних районів. Тому був застосований розподіл наступного вигляду:

$$f(X) = \exp(C_0 + C_1X + C_2X^2 + C_3X^3). \quad (2.19)$$

Такі порівняно маловідомі розподіли, що характеризуються "мінімальною упередженістю" або максимумом ентропії, будемо надалі називати "експоненціальним з показником у вигляді полінома", або коротко – "поліномо-експоненціальним". Окремими випадками розподілу (2.19) є експоненціальний, нормальний, гамма-розподіл та ін.

Судячи зі степеня полінома, у наведеному розподілі не повинно бути більше двох мод, а підбір коефіцієнтів полінома виконується по оцінках математичного очікування, дисперсії, асиметрії й ексцесу, тобто по моментах 1...4-го порядків шляхом рішення системи нелінійних рівнянь. Розподіл (2.19) добре описує снігові й вітрові навантаження, а також їхні комбінації в задачах сполучення навантажень. Недоліком даного розподілу є трудомісткість підбору, незважаючи на застосування ПЕОМ, особливо при деяких співвідношеннях оцінок моментів. Порівняння експериментальних і обчислених по описаній моделі частот викидів снігового навантаження (річних) показало їхню добру відповідність.

Перейдемо від звичайної форми щільності (2.19) (при врахуванні показника степеня, рівного 3) до нормованого виду, з огляду на $f(X) = f(\gamma)/\hat{X}$:

$$f(\gamma) = \exp(C_0 + C_1\gamma + C_2\gamma^2 + C_3\gamma^3). \quad (2.20)$$

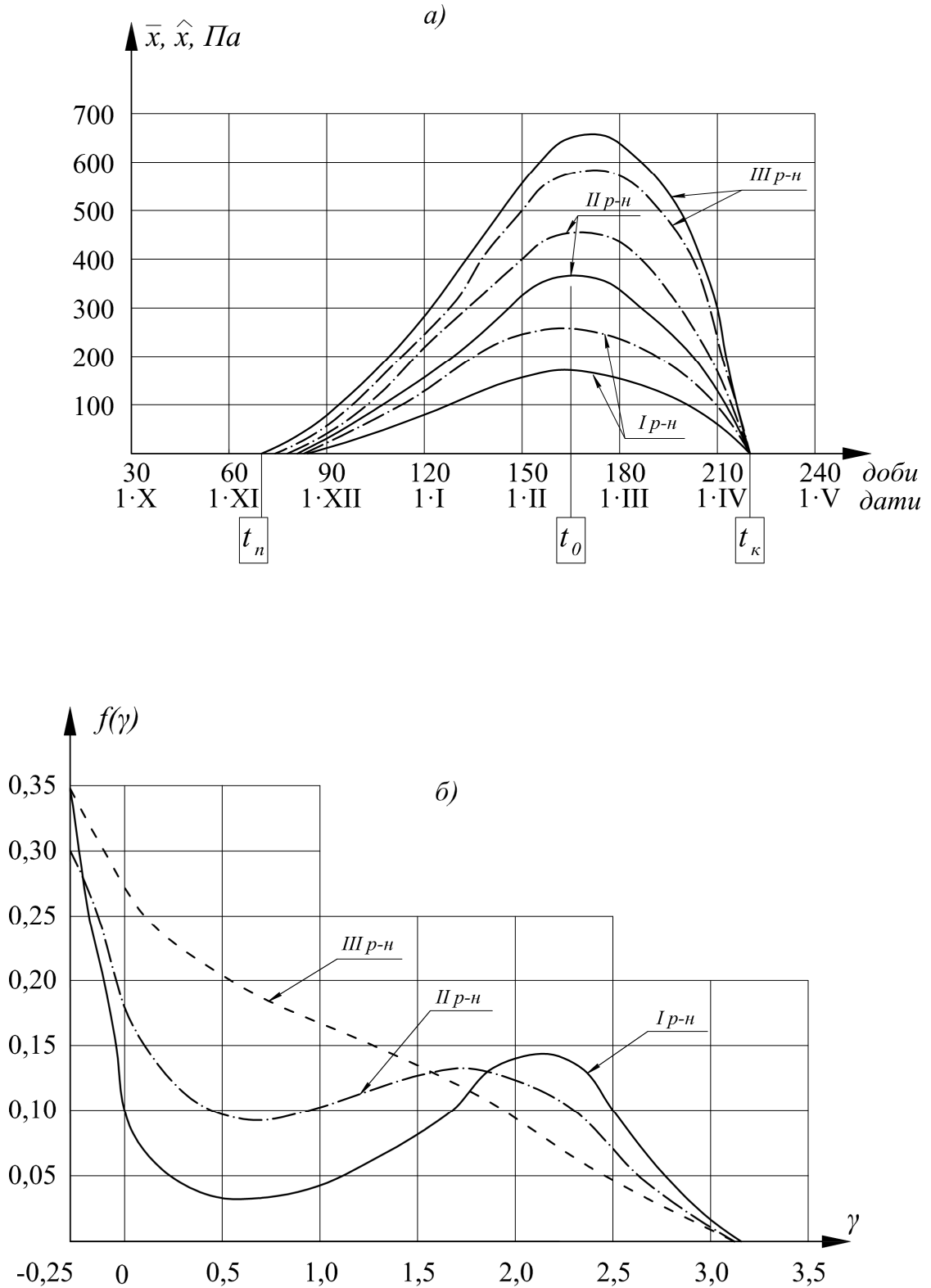


Рис. 2.4. До моделі снігового навантаження
 а – тренд числових характеристик: позначення:
 — математичне очікування, — · — стандарт;
 б – нормовані розподіли ординатци

Для півмісячних інтервалів підбиралися розподіли (2.19) (при врахуванні ступеня полінома, рівної 3), які при постійному V відрізнялися тільки масштабом по осі абсцис, у той час як нормовані розподіли (2.20) для кожного району (див. коефіцієнти в *табл. 2.13*) залишаються постійними й не залежать від дати t . Таким чином, випадковий процес снігового навантаження є стаціонарним як по частоті, так і за нормованим законом розподілу ординати, одержаним при виділенні тренда. Нормовані розподіли, показані на *рис. 2.4, б*, мають специфічний двумодальний характер, виразний для I району й мало помітний для III району.

Лівий (експонентний) пік кривих y на початку відліку навантаження відображає відсутність снігового навантаження в окремі зимові періоди, що характерно для малосніжних і нестійких зим України. Друга вершина ("горб" кривої) визначається періодами стійкого снігового навантаження. На *рис. 2.4, б* наочно видна неможливість застосування нормального й інших простих законів для апроксимації дослідних розподілів снігового навантаження в малосніжних районах, зокрема, України. Цікаво відзначити, що доданок C_0 у поліноміальному аргументі експоненти (2.20) визначає початкову ординату розподілу, коефіцієнт C_1 – спадну експонентну ділянку, позитивний коефіцієнт C_2 – наявність і висоту "горба" кривої, останній негативний множник C_3 до рівня приблизно $(3.0 \dots 3.5) \gamma$ стримує вплив C_2 і з наростаючою швидкістю притискає хвіст кривої до осі абсцис. Невипадково тому, що хвости розподілів (2.20) виявляються нижче хвостів нормальних кривих. Слід зазначити, що графіки інтегральної функції розподілу снігового навантаження $F(\gamma)$ мають більш спокійний згладжений характер у порівнянні з диференціальною функцією $f(\gamma)$.

Параметри імовірнісної снігової моделі були узагальнені для територіальних районів України (згідно з нормами [181]) і вміщені в *табл. 2.13*. Для представлення снігового навантаження у формі випадкового процесу в *табл. 2.13* включені середньорайонні ефективні частоти. В таблицю вміщені також коефіцієнти тренда K_{tr} , які обчислювалися на базі максимуму тренда й найбільшої частоти викидів при $t_0 = 165$ діб. Величини

K_{tr} при $t = 1...50$ років перебувають у діапазоні 0,13...0,59. Використання K_{tr} дозволяє застосовувати для опису квазістаціонарного випадкового процесу снігового навантаження залежності для стаціонарного процесу.

Таблиця 2.13

Розрахункові випадкові параметри снігового навантаження

Представлення (модель) навантаження		Параметри					
		Найменування	Позначення	Розмірність	Числові значення для снігових районів України		
					I	II	III
Загальні параметри	Числові характеристики	Математичне очікування	\bar{X}	кПа	0,164	0,344	0,631
		Коефіцієнт варіації	V	-	1,60	1,26	0,92
	Розподіл (2.20)	Коефіцієнти полінома аргумента експоненти	C_0	-	-2,26543	-1,73623	-1,31299
			C_1	-	-3,88499	-1,92608	-0,72538
			C_2	-	3,85527	1,88519	0,44527
			C_3	-	-0,92030	-0,50588	-0,17771
		Коефіцієнт тренда	K_{tr}	-	0,132	0,180	0,229
Тривалість зими	t_3	доба	145	145	150		
Квазістаціонарний ВП	Ефективна частота	ω	1/добу	0,141	0,095	0,073	

Враховуючи вираз (2.20) для щільності розподілу, одержуємо оцінку імовірності перевищення нормованого рівня γ снігового навантаження:

$$Q(t) = \frac{\omega t t_3 K_{tr}}{\sqrt{2\pi}} \exp(C_0 + C_1 \gamma + C_2 \gamma^2 + C_3 \gamma^3), \quad (2.21)$$

де ω – ефективна частота випадкового процесу снігового навантаження (1/добу); t – час (у роках); t_3 – тривалість зими (у добах); K_{tr} – коефіцієнт тренда.

Всі параметри формули (2.21) наведені в *табл. 2.13*.

Якщо імовірність $Q(t)$ (2.21) обчислюється для $t = 1$ рік, то легко визначається період повторюваності T (у роках) навантаження, що має нормований рівень γ :

$$T = \frac{1}{Q(t=1 \text{ рік})}. \quad (2.22)$$

Продовжуючи вивчення снігового навантаження, в ПолтНТУ виконані дослідження відкладень снігу на покриттях з перепадами висот (дисертація Ю.В. Дрижирука [43, 265]), практичним результатом яких є обґрунтування зниженого коефіцієнту сполучень, що дорівнює 0,8 для снігових мішків на території України. Вплив теплотехнічних характеристик покриття на величину снігового навантаження досліджений у дисертації І.В. Мольки [81], основні результати котрої наведено у формі диференційованого коефіцієнта експлуатації покриття C_e . Дисертація Н.М. Попович дозволила встановити розрахункові значення снігового навантаження на холодні покрівлі будівель з додатними внутрішніми температурами повітря [145, 264].

2.2.4. Числовий приклад. *Визначити період повторюваності розрахункового снігового навантаження за нормами СНиП [181] і ДБН [38].*

Вихідні дані: місце будівництва – м. Полтава, згідно із СНиП II-й сніговий район, районне нормативне значення снігового навантаження $S_0 = 0,70$ КПа; згідно з ДБН 5-й район, районне характеристичне значення снігового навантаження $S_0 = 1,60$ КПа; розрахункові коефіцієнти в формулах (2.15) і (2.16) дорівнюють одиниці.

Числові характеристики снігового навантаження для II-го снігового району (*табл. 2.13*): математичне сподівання $\bar{S} = \bar{X} = 0,344$ КПа, коефіцієнт варіації $V = 1,26$. Статистичні параметри снігового навантаження II-го району: ефективна частота $\omega = 0,095$ 1/добу; тривалість зими $t_3 = 145$ діб; коефіцієнт

тренду $K_{tr} = 0,180$; коефіцієнти поліномо-експоненційного розподілу: $C_0 = -1,73623$; $C_1 = -1,92608$; $C_2 = 1,88519$; $C_3 = -0,50588$.

Районний стандарт снігового навантаження

$$\hat{S} = V\bar{S} = 1,26 \cdot 0,344 = 0,433 \text{ КПа.}$$

Норми СНиП [181]. Розрахункове значення снігового навантаження для II-го снігового району дорівнює

$$S = \gamma_f S_0 = 1,4 \cdot 0,70 = 0,98 \text{ КПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{S - \bar{S}}{\hat{S}} = \frac{0,98 - 0,344}{0,433} = 1,468.$$

За формулою (2.21) визначається імовірність перевищення розрахункового снігового навантаження за термін $t = 1$ рік:

$$\begin{aligned} Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t_3 K_{tr} \exp(C_0 + C_1 \gamma + C_2 \gamma^2 + C_3 \gamma^3) / \sqrt{2\pi} = \\ &= 0,095 \cdot 1 \cdot 145 \cdot 0,180 \times \\ &\times \exp[-1,73623 - 1,92608 \cdot 1,468 + 1,88519 \cdot 1,468^2 - 0,50588 \cdot 1,468^3] / \sqrt{2\pi} = \\ &= 0,121. \end{aligned}$$

За формулою (2.22) період повторюваності розрахункового снігового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(t = 1 \text{ рік})} = \frac{1}{0,121} = 8,26 \text{ роки.}$$

Такий період повторюваності є недостатнім для розрахункового навантаження. Отже, розрахунок показує, що розрахункові значення снігового навантаження згідно зі СНиП [181] є заниженими для території України. Таке положення

підтверджує обґрунтованість підвищення норм снігового навантаження у нормах ДБН.

Норми ДБН [38]. Граничне розрахункове значення снігового навантаження для 5-го снігового району, враховуючи заданий середній період повторюваності навантаження $T = 50$ років, дорівнює

$$S = \gamma_{fm} S_0 = 1 \cdot 1,60 = 1,60 \text{ кПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{S - \bar{S}}{\hat{S}} = \frac{1,60 - 0,344}{0,433} = 2,90.$$

За формулою (2.21) визначається імовірність перевищення розрахункового снігового навантаження за термін $t = 1$ рік:

$$\begin{aligned} Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t_3 K_r \exp(C_0 + C_1 \gamma + C_2 \gamma^2 + C_3 \gamma^3) / \sqrt{2\pi} = \\ &= 0,095 \cdot 1 \cdot 145 \cdot 0,180 \times \\ &\times \exp[-1,73623 - 1,92608 \cdot 2,90 + 1,88519 \cdot 2,90^2 - 0,50588 \cdot 2,90^3] / \sqrt{2\pi} = \\ &= 0,0221. \end{aligned}$$

За формулою (2.22) період повторюваності розрахункового снігового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(t = 1 \text{ рік})} = \frac{1}{0,0221} = 45,25 \text{ роки.}$$

Одержаний період повторюваності близький до заданого в умовах прикладу періоду $T = 50$ років. Зважаючи на деяку завищеність узагальнених параметрів у *табл. 2.13*, таке співпадіння свідчить про імовірнісну обґрунтованість снігового нормативу ДБН [38].

2.3. ВІТРОВЕ НАВАНТАЖЕННЯ

2.3.1. Опис вітрового навантаження. Атмосферне повітря Землі знаходиться в постійному русі. Єдиним джерелом енергії, що викликає рух атмосфери, є Сонце. Нерівномірний нагрів поверхні Землі, яка, у свою чергу, нагріває повітря, створює різницю в атмосферному тиску. Холодне повітря щільніше, тому воно опускається вниз і створює зону високого тиску, тепле повітря, навпаки – менш щільне і, піднімаючись вгору, створює область низького тиску. *Вітер* – це рух повітря відносно земної поверхні з областей з високим тиском до ділянок з низьким тиском.

Системи формування погоди і вітрового клімату всього світу виникають в результаті спільної дії на атмосферу сонячної радіації і обертання Землі навколо Сонця. У загальній циркуляції атмосфери, при усій різноманітності її безперервних змін, є деякі стійкі особливості, що повторюються з року в рік. При цьому кожній ділянці планети властиві певні переважаючі (пануючі) вітри. Різноманітність проявів загальної циркуляції атмосфери особливо залежить від того, що в атмосфері постійно виникають величезні хвилі і вихори, що по-різному розвиваються і по-різному переміщуються. Це утворення атмосферних обурень – *циклонів і антициклонів* – є найхарактернішою рисою загальної циркуляції атмосфери. Від загальної циркуляції атмосфери відрізняють місцеві циркуляції, такі як бризи на узбережжях морів, гірсько-долинні вітри, льодовикові вітри та ін. Ці місцеві циркуляції в певних районах накладаються на течії загальної циркуляції.

Для точної оцінки вітрового навантаження потрібна достовірна інформація про характеристики вітру, таких як швидкість, напрям, частота появи вітру різної швидкості, розподіл швидкості по висоті, амплітуді і тривалості поривів тощо. Ця інформація одержується на основі спостережень за вітром та статистичної обробки даних 240 метеостанцій на території України. Прилади для виміру швидкості вітру на метеорологічних станціях встановлені на стандартній висоті 10 м від поверхні землі, спостереження проводяться 8 раз на добу з десятихвилинним усереднюванням. Таким чином, на вітчизняних

метеостанціях робляться дискретні виміри, що дають інформацію про усереднені локальні параметри вітрової течії в місці розташування метеостанції, така ж ситуація має місце і за кордоном.

В якості первинних вимірювальних перетворювачів швидкості вітру використовуються механічні вимірювачі – анеморумбметри і флюгери Вільда (в якості резервних) [52]. Реєстрація вимірювальної інформації робиться як за допомогою аналогових реєстраторів (самописців, шлейфових осцилографів, відеомагнітофонів і магнітографів), так і з використанням цифрових систем збору і обробки інформації на основі спеціалізованих контролерів і персональних комп'ютерів. Статистична інформація щодо вітрового навантаження наводиться у метеорологічних довідниках [187] і монографіях [59, 96, 130].

Оскільки зміни швидкості і напрямку вітру в основному викликаються змінами температури, вітер має цикли, що відповідають річному, метеорологічному (тривалість близько чотирьох діб) і добовому циклам інсоляції. Це добре видно на графіці спектральної щільності потужності швидкості вітру (енергетичного спектру пульсацій подовжньої компоненти швидкості вітру), отриманому Ван дер Ховеном [130] (рис. 2.5).

Графік має два максимуми енергії :

а) лівий – синоптичний, з періодом четверо діб і частковими максимумами при $T = 1$ рік і $T = 10$ годин;

б) правий – турбулентний, з періодом $T = 1$ хв., що викликається тертям потоку повітря об поверхню землі.

Між цими двома максимумами при $T = 5$ годин...10 хв. спостерігається широкий мінімум, що називається спектральним "провалом". Така особливість вітрового спектру дозволяє:

а) розбити вітровий спектр на дві ділянки:

- мікрометеорологічний (високочастотний) з періодами в секундах і хвилинах;
- макрометеорологічний (низькочастотний) з періодами в десятки і сотні годин;

б) представити вітрове навантаження у вигляді двох складових:

- *статична (середня)* складова, що відповідає швидкості вітру, що в середньому встановилася;
- *динамічна (пульсаційна)* складова, залежна від пульсаційної (турбулентної) компоненти швидкості.

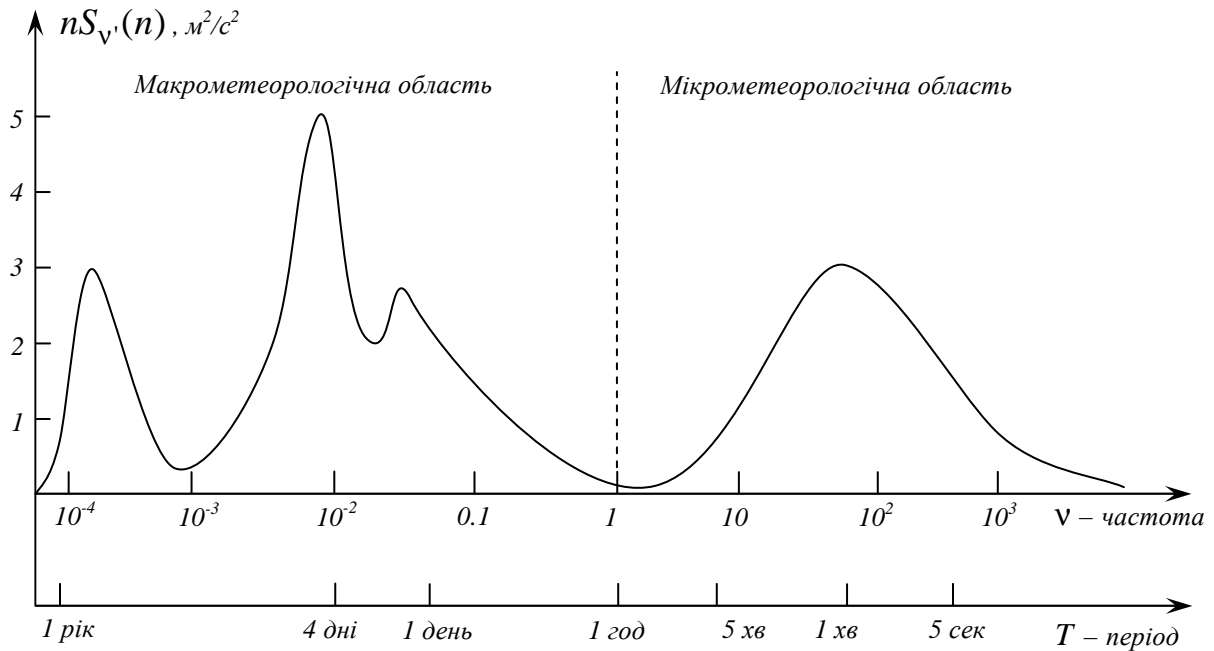


Рис. 2.5. Спектр пульсацій Ван дер Ховена

Наявність сили тертя у пограничному (приземному) шарі атмосфери призводить до того, що швидкість вітру змінюється з висотою. Нині існують дві пропозиції по опису залежності швидкості вітру від висоти, відомі як *логарифмічний* [38] і *степеневий* [181] закони.

Вертикальний профіль середньої швидкості вітру при логарифмічному законі записується у вигляді:

$$\frac{\bar{v}(z_2)}{\bar{v}(z_1)} = \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)}, \quad (2.23)$$

де $\bar{v}(z_1)$ і $\bar{v}(z_2)$ – середні швидкості вітру на висоті z_1 і z_2 відповідно; z_0 – параметр шорсткості підстеляючої поверхні, пропорційний середньому розміру нерівностей, що височіють над підстеляючою поверхнею, причому швидкість вітру на висоті z_0

дорівнює нулю. Значення z_0 для різних типів поверхонь знаходяться в широкому інтервалі від 0,003 см (поверхня моря) до 300 см (центри великих міст) [173].

Якщо в якості висоти z_1 прийняти стандартну висоту анемометра ($z_1 = 10$ м), то вираз (2.23) можна переписати у вигляді:

$$\bar{v}(z) = \bar{v}_{10} \frac{\ln(z/z_0)}{\ln(10/z_0)}. \quad (2.24)$$

Графічна інтерпретація формули (2.24) наведена на *рис. 2.6* при варіюванні \bar{v}_{10} і z_0 [130].

Степеневий закон найбільше поширення отримав в країнах Східної Європи, зокрема, він описує вертикальний профіль швидкості і швидкісного натиску вітру в СНиП [181].

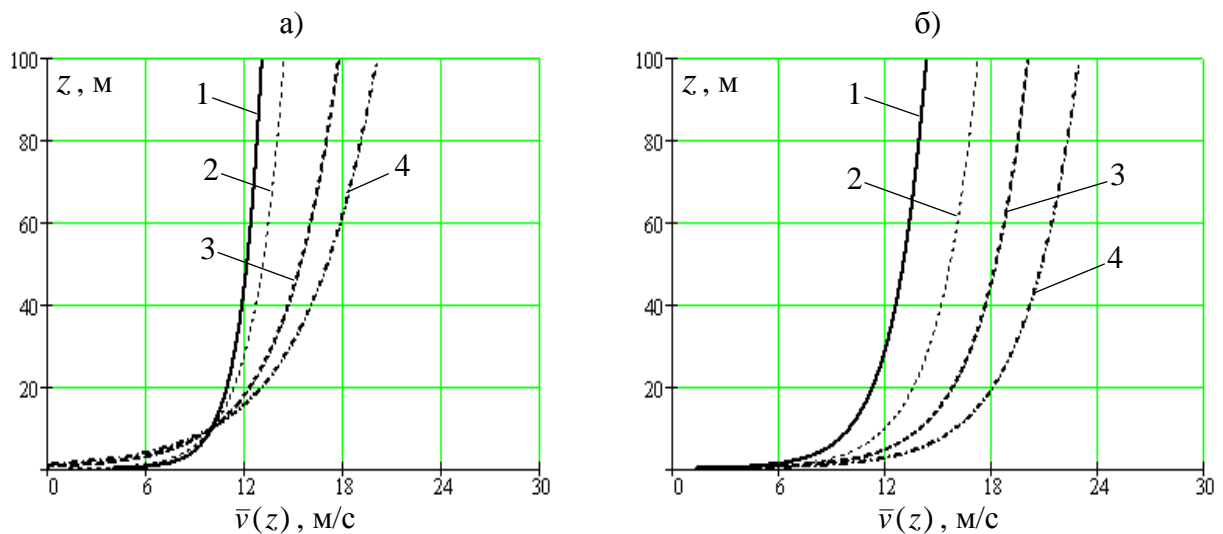


Рис. 2.6. Вертикальні профілі швидкості вітру при логарифмічному законі

а) для різних типів підстеляючої поверхні (при $\bar{v}_{10} = 10$ м/с):

1 – $z_0 = 0,005$ м; 2 – $z_0 = 0,05$ м; 3 – $z_0 = 0,5$ м; 4 – $z_0 = 1,0$ м;

б) для різних швидкостей вітру (при $z_0 = 0,05$ м):

1 – $\bar{v}_{10} = 10$ м/с; 2 – $\bar{v}_{10} = 12$ м/с; 3 – $\bar{v}_{10} = 14$ м/с; 4 – $\bar{v}_{10} = 16$ м/с

Висновок про те, який закон краще відповідає експериментальним даним, не має однозначної відповіді. У кожному окремому випадку, для конкретної місцевості і заданого

інтервалу висот задовільний опис вертикального профілю швидкості вітру може бути досягнутий як на основі логарифмічного, так і на основі степеневого закону. Проте у зв'язку з використанням нормами Єврокоду [49] логарифмічного закону, а також переходом до цього закону українських норм [38], можна вважати обґрунтованим використання саме логарифмічного закону в практиці будівельного проектування.

Опис впливу вітру на споруди включає питання будівельної аеродинаміки, основними завданнями якої є визначення сил, що діють на обтічне повітрям тіло, розподіл тиску на його поверхні і швидкостей в повітрі, його оточуючому. Аеродинаміка будівель і споруд відноситься до аеродинаміки поганооптичних (російський термін – «плохообтекаемых») тіл. При їх розгляді використовується універсальний параметр – число Рейнольдса:

$$Re = \frac{vL}{\nu}, \quad (2.25)$$

де v – характерна швидкість потоку; L – характерний розмір потоку; ν – кінематична в'язкість повітря. Для повітря при нормальному атмосферному тиску і температурі 20°C $\nu = 1,512 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Поганооптичні тіла, особливо трикутні, квадратні, прямокутні і інші призми правильної і неправильної геометричної форми, викликають явища зриву вихорів [173].

На результуючий спутний струмінь впливає не лише поганооптична лобова поверхня тіла, але також довжина тіла у напрямі течії і його загальна форма. При порівнянні обтікання квадратних і прямокутних призм (рис. 2.7) видно, що квадратний поперечний переріз (при досить великому Re) викликає відрив потоку, що супроводжується появою широкого турбулентного спутного струменя, тоді як при більше витягнутій прямокутній формі (залежно від відношення довжини до ширини) відрив потоку може статися в передніх кутах, за ним вниз за течією слідує відновлення безвідривного обтікання і ще один відрив потоку на задній кромці.

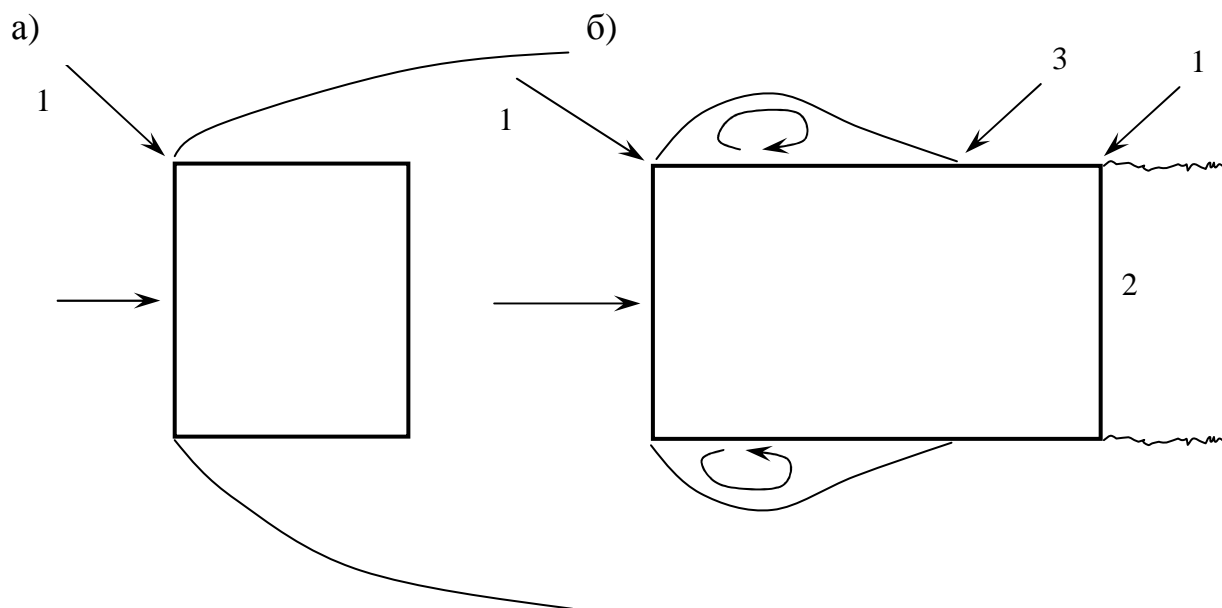


Рис. 2.7. Обтікання квадратної (а) і прямокутної (б) перешкод:
 1 – відрив; 2 – спутний струмінь; 3 – повторне з'єднання

2.3.2. Нормування вітрового навантаження.

Вітчизняні норми ДБН [38]. Вітрове навантаження є змінним навантаженням, для якого встановлені два розрахункові значення: граничне і експлуатаційне розрахункове значення. Зважаючи на поставлені у монографії питання надійності, обмежимося розглядом *граничного розрахункового значення* вітрового навантаження.

Це значення вітрового навантаження визначається за формулою

$$W_m = \gamma_{fm} W_0 C, \quad (2.26)$$

де γ_{fm} – коефіцієнт надійності за граничним розрахунковим значенням вітрового навантаження;

W_0 – характеристичне значення вітрового тиску (в Па);

C – коефіцієнт, що визначається за формулою (2.27).

Характеристичне значення вітрового тиску W_0 дорівнює середній (статичній) складовій тиску вітру на висоті 10 м над поверхнею землі, який може бути перевищений у середньому один раз за 50 років. Характеристичне значення вітрового тиску

W_0 визначається залежно від вітрового району за ДБН [38] (карта рис. 9.1 або за додатком Е) (табл. 2.14).

Таблиця 2.14

Характеристичні значення вітрового навантаження за ДБН [38]

<i>Вітрові райони</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Характеристичне значення в вітрового навантаження W_0, КПа</i>	<i>0,40</i>	<i>0,45</i>	<i>0,50</i>	<i>0,55</i>	<i>0,60</i>

Відмітимо, що вітрове районування території України згідно з ДБН [38] враховує значну територіальну мінливість вітрового навантаження, що помітно відрізняється від його занадто узагальненого нормування за СНиП [181], згідно з якими практично уся територія України відносилася до II-го (нормативне навантаження $W_0 = 0,3$ кПа, розрахункове 0,42 кПа) і III-го ($W_0 = 0,38$ кПа, розрахункове 0,53 кПа) вітрових районів. Більш детальне територіальне районування України по характеристичним значенням вітрового навантаження включає п'ять територіальних районів з розрахунковими характеристичними значеннями від 0,4 до 0,6 кПа. Найменші значення вітрового навантаження спостерігаються в центральних і північно-західних районах України, а також в Закарпатті. Великі вітрові навантаження реалізуються в Карпатах, Прикарпатті і в приморських районах.

Порівняння вітрового районування за ДБН [38] зі СНиП [181] виявляє порівняно невелику різницю розрахункових швидкісних тисків. Для центральних областей, Криму, Львова, Одеси, Херсона і Луганська вітрове навантаження менше, ніж в нормах СНиП [181]. У Приазов'ї, навпаки, вітрове навантаження набагато вище. В середньому по Україні районування за ДБН [38] занижує вітрове навантаження на 4 %. При цьому для 34 % пунктів спостереження вітрове навантаження занижене на 15...25%, а для 12 % пунктів – підвищене на 25...65% [96].

Коефіцієнт C визначається за формулою

$$C = C_{aer} C_h C_{alt} C_{rel} C_{dir} C_d, \quad (2.27)$$

де C_{aer} – аеродинамічний коефіцієнт; C_h – коефіцієнт висоти споруди; C_{alt} – коефіцієнт географічної висоти; C_{rel} – коефіцієнт рельєфу; C_{dir} – коефіцієнт напрямку; C_d – коефіцієнт динамічності.

Аеродинамічні коефіцієнти C_{aer} враховують характер обдування споруд вітром і визначаються залежно від форми споруди або конструктивного елемента за додатком I [38].

Коефіцієнт висоти споруди C_h враховує збільшення вітрового навантаження з висотою. Коефіцієнт C_h враховує висоту споруди або її частини, що розглядається, над поверхнею землі та тип навколишньої місцевості. Типи місцевості, що оточує будівлю чи споруду, визначаються для кожного розрахункового напрямку вітру окремо:

I – відкриті поверхні морів, озер, а також плоскі рівнини без перешкод, що піддаються дії вітру на ділянці довжиною не менш як 3 км;

II – сільська місцевість з огорожами (парканами), невеликими спорудами, будинками і деревами;

III – приміські і промислові зони, протяжні лісові масиви;

IV – міські території, на яких принаймні 15% поверхні зайняті будівлями, що мають середню висоту понад 15 м.

Коефіцієнт географічної висоти C_{alt} враховує висоту H (в кілометрах) розміщення будівельного об'єкта над рівнем моря і обчислюється за формулою

$$C_{alt} = 2H \ (H > 0,5 \text{ км}); \ C_{alt} = 1 \ (H \leq 0,5 \text{ км}). \quad (2.28)$$

Коефіцієнт рельєфу C_{rel} враховує мікрорельєф місцевості поблизу площадки розташування будівельного об'єкта і приймається таким, що дорівнює одиниці, за винятком випадків, коли об'єкт будівництва розташований на пагорбі або схилі. В цих випадках швидкість вітру може збільшуватися.

Коефіцієнт напрямку C_{dir} враховує нерівномірність вітрового навантаження за напрямками вітру і, як правило, приймається таким, що дорівнює одиниці. Значення C_{dir} , що відрізняється від одиниці, допускається враховувати при спеціальному обґрунтуванні тільки для відкритої рівнинної місцевості та при наявності достатніх статистичних даних.

Коефіцієнт динамічності C_d враховує вплив пульсаційної складової вітрового навантаження і просторову кореляцію вітрового тиску на споруду. Для будівель і споруд, старший період коливань яких не перевищує 0,25 сек, $C_d = 1$. Для основних типів будівель і споруд, старший період коливань яких перевищує 0,25 сек, значення C_d визначаються за графіками, наведеним в ДБН (рис. 9.5...9.10 [38]).

Коефіцієнт надійності γ_{fm} за граничним розрахунковим значенням вітрового навантаження визначається залежно від заданого середнього періоду повторюваності T за табл. 2.15

Таблиця 2.15

Значення коефіцієнту надійності γ_{fm}

T , ро- ків	5	10	15	25	40	50	70	100	150	200	300	500
γ_{fm}	0,55	0,69	0,77	0,87	0,96	1,00	1,07	1,14	1,22	1,28	1,35	1,45

Проміжні значення коефіцієнту γ_{fm} слід визначати лінійною інтерполяцією.

Для об'єктів масового будівництва допускається середній період повторюваності T приймати таким, що дорівнює встановленому терміну експлуатації конструкції T_{ef} .

Для об'єктів, що мають підвищений рівень відповідальності, для яких технічним завданням встановлена імовірність P неперевикнення (забезпеченість) граничного розрахункового значення вітрового навантаження протягом встановленого терміну служби, середній період повторюваності граничного розрахункового значення вітрового навантаження обчислюється за формулою

$$T = T_{ef} K_p, \quad (2.29)$$

де K_p – коефіцієнт, визначений за табл. 2.16 залежно від імовірності P .

Таблиця 2.16

Значення коефіцієнту K_p

P	0,37	0,5	0,6	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
K_p	1,00	1,44	1,95	4,48	6,15	9,50	19,5	99,5
							0	0

Проміжні значення коефіцієнту K_p слід визначати лінійною інтерполяцією.

В необхідних випадках W_0 допускається визначати шляхом статистичного оброблення результатів строкових вимірювань швидкості вітру. Методика такої обробки наводиться у Посібнику [147].

Норми проектування СНиП 2.01.07-85 «Нагрузки и воздействия» [181]. Як вказувалося вище, ці норми діяли на всій території СРСР і продовжують діяти зі змінами [191] на території Росії. Згідно з рекомендаціями вказаних норм, вітрове навантаження слід визначати як суму *середньої* та *пульсаційної* складових. Пульсаційну складову вітрового навантаження допускається не враховувати при розрахунку багатоповерхових будівель заввишки до 40 м і одноповерхових виробничих будівель заввишки до 36 м при відношенні висоти до прольоту менше 1,5, що розміщуються в місцевостях типів А і В (див. нижче). Зважаючи на ці вказівки і враховуючи задачі надійності будівель, що розглядаються в даній монографії, обмежимося розглядом нормування середньої складової вітрового навантаження.

Нормативне значення середньої складової вітрового навантаження w_m на висоті z над поверхнею землі слід визначати за формулою

$$w_m = w_0 k c, \quad (2.30)$$

де w_0 – нормативне значення вітрового тиску;
 k – коефіцієнт, що враховує зміну вітрового тиску по висоті;
 c – аеродинамічний коефіцієнт.

При цьому нормативне значення вітрового тиску w_0 (Па), визначено за формулою (2.37), в якій v_0 – швидкість вітру (м/с), на рівні 10 м над поверхнею землі для місцевості типу А, що відповідає 10-хвилинному інтервалу осереднення і перевищується в середньому один раз за 5 років. СНиП [181] регламентує поділ території колишнього СРСР на сім вітрових

районів із відповідними нормативними значеннями w_0 (табл. 2.17).

Таблиця 2.17

**Нормативні значення вітрового навантаження
по СНиП 2.01.07-85**

<i>Вітрові райони</i>	<i>Ia</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>
<i>Нормативне значення вітрового навантаження $W_0, \text{КПа}$</i>	0,17	0,23	0,30	0,38	0,48	0,60	0,73	0,85

Коефіцієнт k , що враховує зміну вітрового тиску по висоті z , визначається залежно від типу місцевості. Приймаються наступні типи місцевості:

A – відкриті узбережжя морів, озер і водосховищ, пустелі, степи, лісостепу, тундра;

B – міські території, лісові масиви та інші місцевості, рівномірно покриті перешкодами висотою більше 10 м;

C – міські райони із забудовою будинками висотою більше 25 м.

Розрахункове вітрове навантаження визначається як

$$w = \gamma_f w_m = \gamma_f w_0 k c, \quad (2.31)$$

де $\gamma_f = 1,4$ – коефіцієнт надійності за вітровим навантаженням.

Порівняння вітчизняного вітрового нормування з нормами Єврокоду [49] наводиться в монографії [130].

2.3.3. Імовірнісний опис вітрового навантаження. Вітрове навантаження, тобто сила тиску вітрового потоку на споруду, є випадковою функцією часу і визначається як [173]

$$\tilde{F}(T, t) = 0.5 \rho \tilde{V}^2(T, t) c k B^2, \quad (2.32)$$

де ρ – щільність повітря; c – аеродинамічний коефіцієнт; k – коефіцієнт, що враховує тип місцевості і висоту споруди; B – характерний розмір споруди; $\tilde{V}(T, t)$ – швидкість вітру, яка може бути представлена як

$$\tilde{V}(T, t) = \tilde{V}_m(T) + \tilde{u}(t), \quad (2.33)$$

де $\tilde{V}_m(T)$ – середня (статична) складова швидкості вітру, відповідна макрометеорологічному піку спектра Ван дер Ховена (рис. 2.5), яка є випадковою функцією часу "у великому" T , вимірюваному в добах; $\tilde{u}(t)$ – пульсаційна складова швидкості вітру, відповідна мікрометеорологічному піку того ж спектру, яка є випадковою функцією часу "в малому" t , вимірюваному в хвилинах і секундах.

Взагалі кажучи, коефіцієнти c і k , що мають турбулентну природу, також повинні залежати від часу, проте наявна інформація з цього питання досить обмежена, тому в даній роботі ці коефіцієнти вважалися постійними, за аналогією з діючими нормами [38]. Враховуючи це, далі в якості випадкових параметрів вітрового навантаження розглядалися тільки середня і пульсаційна складові швидкості вітру.

Підстановка швидкості (2.33) у формулу (2.32) дає наступний вираз

$$\tilde{F}(T, t) = 0,5 \rho c k B^2 \left[\tilde{V}_m^2(T) + 2\tilde{V}_m(T) \tilde{u}(t) \right] = \tilde{F}_m(T) + \tilde{F}_p(t). \quad (2.34)$$

У наведеному виразі опущено третій доданок у квадратних дужках у зв'язку з малістю квадрата швидкості пульсації вітру [161, 173].

Середня складова вітрового навантаження, очевидно, дорівнює

$$\tilde{F}_m(T) = 0,5 \rho \tilde{V}_m^2(T) c k B^2 = \tilde{w}_0(T) c k B^2 = \tilde{w}_m(T) B^2, \quad (2.35)$$

де \tilde{w}_0 – середній вітровий тиск (швидкісний напір); \tilde{w}_m – середня питома складова вітрового навантаження (на одиницю навітряної площі).

Пульсаційна складова вітрового навантаження одержується з виразу (2.34) рівною

$$\tilde{F}_p(t) = \rho \tilde{V}_m \tilde{u}(t) c B^2. \quad (2.36)$$

Будемо розглядати статичний (квазістатичний) вплив вітрового навантаження на споруду. Тим не менше, і в цьому випадку пульсаційна складова доповнює в конструкціях спектр зусиль (напружень), викликаний середньою складовою, який може прискорити накопичення ушкоджень, появу тріщин, підвищити ймовірність перевищення межі текучості і т.п.

2.3.4. Імовірнісний опис середньої складової вітрового навантаження. Результати імовірнісного дослідження цієї складової вітрового навантаження детально викладені в монографії [130] і публікаціях [123, 128, 247]. В якості вихідної інформації для імовірнісного опису були зібрані дані 77 метеостанцій України й додатково для порівняння 10 метеостанцій інших країн СНД.

Від значень швидкості вітру здійснювався перехід до вітрового тиску w_0 за формулою Бернуллі з умови, що вся кінетична енергія вітру переходить в енергію вітрового напору:

$$w_0 = 0,61 v_0^2, \quad (2.37)$$

де v_0 – швидкість вітру на рівні 10 м над поверхнею землі для відкритої місцевості, що визначається при 10-хвилинному інтервалі осереднення й перевищується в середньому раз в T років ($T = 5$ років в нормах СНиП [181] і $T = 50$ років в нормах ДБН [38]).

Регламентовані нормами коефіцієнти, зокрема аеродинамічний коефіцієнт і коефіцієнт, що враховує тип місцевості й зміну вітрового тиску по висоті, не є функціями часу, вони являють собою предмет окремого вивчення й у даній

книзі не розглядаються. Тому вітровий тиск розглядався як середня складова вітрового навантаження й був предметом імовірнісного аналізу. Підкреслимо, що середня складова є основною для конструкцій одноповерхових й багатоповерхових будівель (висотою до 40 м), оскільки для них динамічний ефект від пульсацій вітру не враховується.

Розподіл Вейбулла, який добре описує дослідні дані, було використано для імовірнісного опису вітрового навантаження (п. 1.5.2). Нагадаємо, що цей розподіл має наступні диференційну і інтегральну функції розподілу:

$$f(\gamma) = \frac{\beta}{\alpha} (X - \gamma)^{\beta-1} \exp\left[-\frac{(X - \gamma)^\beta}{\alpha}\right], \quad (2.38)$$

$$F(X) = 1 - \exp\left[-\frac{(X - \gamma)^\beta}{\alpha}\right], \quad (2.39)$$

де γ – параметр положення розподілу, якщо $\gamma = 0$, тоді розподіл можливий тільки при $X \geq 0$; $\alpha > 0$ – параметр масштабу, що визначає витягнутість розподілу; $\beta > 0$ – параметр форми, від якого залежить вигляд розподілу; при $\beta = 1$ розподіл Вейбулла перетворюється в експоненційний розподіл, при $\beta = 2$ – в розподіл Релея.

Математичне сподівання і дисперсія аргументу X , підпорядкованого розподілу Вейбулла при $\gamma = 0$, визначаються як

$$\bar{X} = \alpha^{1/\beta} \Gamma(1 + 1/\beta); \quad (2.40)$$

$$\hat{X} = \alpha^{2/\beta} \left\{ \Gamma(1 + 2/\beta) - \left[\Gamma(1 + 1/\beta) \right]^2 \right\}, \quad (2.41)$$

де Γ – гамма-функція виду

$$\Gamma(1 + p) = \int_0^{\infty} X^p e^{-x} dx. \quad (2.42)$$

Аналіз стохастичної природи вітрового навантаження дозволив представити його у вигляді квазістаціонарного випадкового процесу з відносно повільно мінливими протягом

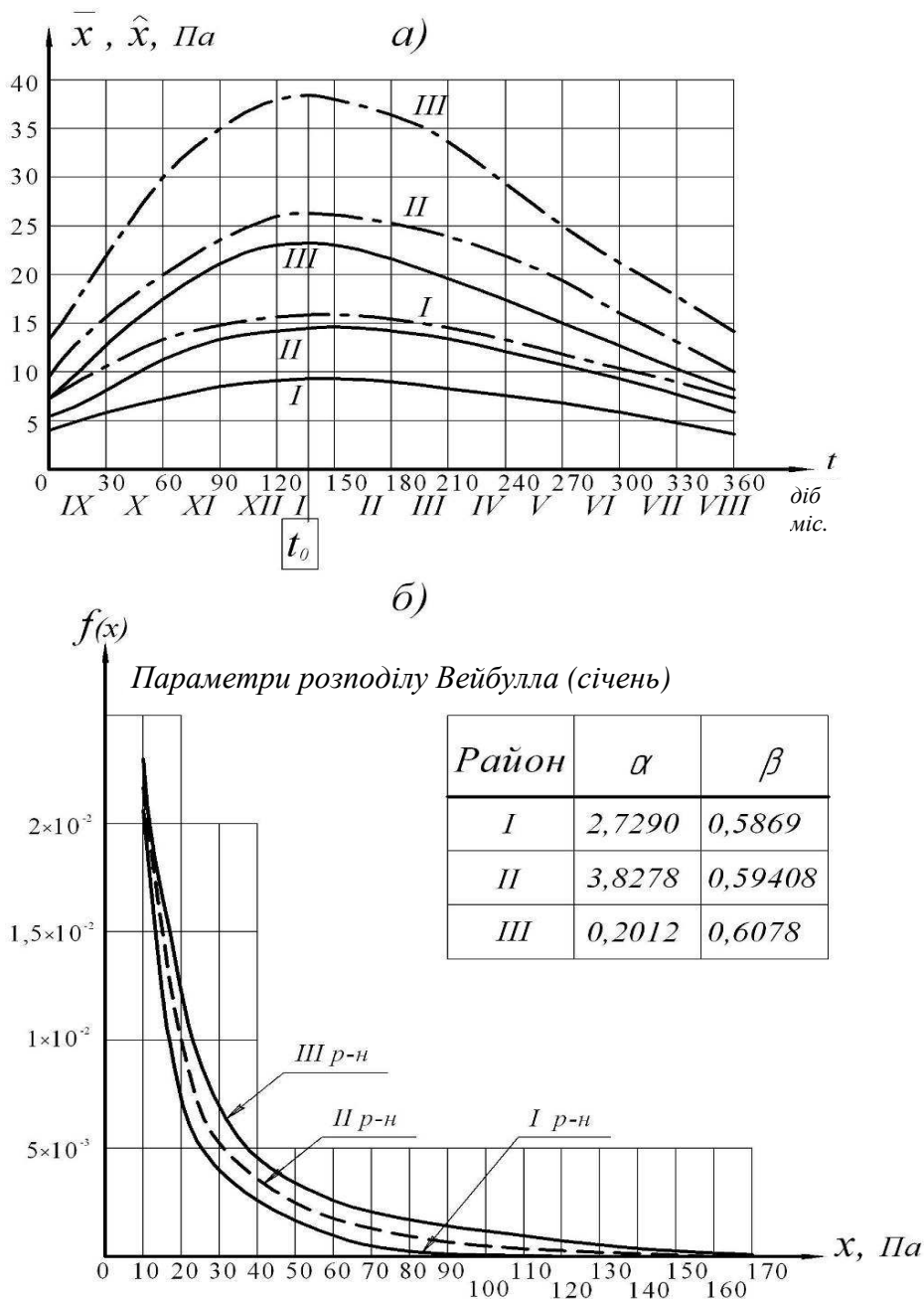


Рис. 2.8. До моделі вітрового навантаження

а – тренд числових характеристик:

— математичне очікування; - - - стандарт

б – розподіл Вейбулла для ординати (для січня)

річного циклу числовими характеристиками й розподілом ординати, з постійною частотною структурою [123, 244]. Сезонні зміни математичного очікування вітрового навантаження протягом року описуються алгебраїчним поліномом 3-го ступеня, середньорайонні коефіцієнти варіації й асиметрії – виявилися постійними для території України. Характер річного

тренда математичного очікування \bar{X} й стандарту \hat{X} середньорайонних вітрових навантажень ілюструється *рис. 2.8, а*. Тут видно, що функції $\bar{X}(t)$ і $\hat{X}(t)$ являють собою порівняно невисокі плавні криві з вершиною, що приходить на зимові місяці.

Було виявлено, що місячні оцінки НКФ становлять стаціонарні послідовності і не залежать від пори року, а саме вітрове навантаження є стаціонарним за частотною структурою і постійною ефективною частотою ω .

Випадковий процес вітрового навантаження виявився стаціонарним не тільки по частоті, але й по нормованому розподілу при виключенні тренда. Характер підібраних розподілів Вейбулла ілюструється *рис. 2.8, б*, вони мають експоненційну форму, як і повинно бути при $0 < \beta < 1$.

Для можливості подальших перетворень, приведемо розподіл Вейбулла (2.38) – (2.39) до нормованого вигляду. Помітимо, що аргумент X може бути виражений через стандарт, коефіцієнт варіації V й нормоване відхилення γ як $X = \hat{X}(\gamma V + 1) / V$. З урахуванням цього, а також співвідношення для параметра масштабу α , одержуємо для інтегральної й диференціальної функцій розподілу Вейбулла наступні вирази:

$$F(\gamma) = 1 - \exp\left\{-\left[(\gamma V + 1)\Gamma(1 + \beta^{-1})\right]^\beta\right\}, \quad (2.43)$$

$$f(\gamma) = \beta V \Gamma(1 + \beta^{-1})^\beta (\gamma V + 1)^{\beta-1} \exp\left\{-\left[(\gamma V + 1)\Gamma(1 + \beta^{-1})\right]^\beta\right\}. \quad (2.44)$$

Як видно з останньої формули, при постійному коефіцієнті варіації нормована щільність залишається постійною.

Формула для частоти викидів стаціонарного ВП за нормований рівень γ при розподілі Вейбулла має наступний вигляд:

$$v_+(\gamma) = 0.4\omega\beta\sqrt{V}\Gamma^\beta(\gamma V + 1)^{\beta-0.5} \exp\left\{-\left[(\gamma V + 1)\Gamma\right]^\beta\right\}. \quad (2.45)$$

У даному виразі для компактності опущений аргумент гамма-функції $\Gamma(1 + \beta^{-1})$.

Для квазістаціонарного ВП вітрового навантаження, як і раніше для снігового навантаження, вводиться коефіцієнт тренда K_{tr} , що дорівнює відношенню числа викидів квазістаціонарного ВП за час t_1 до числа викидів за цей ж час стаціонарного ВП, що відповідає t_0 – вершині тренда, тому $K_{tr} < 1$:

$$K_{tr} = \int_0^{t_1} v_+(X, t) dt / [v_+(X, t_0) t_1]. \quad (2.46)$$

Використання K_{tr} дозволяє застосовувати для квазістаціонарного ВП вітрового навантаження замкнуті формули стаціонарного ВП. Числові значення коефіцієнту тренда знаходяться у відносно вузькому інтервалі $K_{tr} = 0,35 \dots 0,52$ в залежності від рівня навантаження різного періоду повторюваності. Подальше спрощення досягається виділенням наступного параметра:

$$\delta = -\ln[0.4\beta\sqrt{V}\Gamma^\beta] - (\beta - 0.5)\ln(\gamma V + 1). \quad (2.47)$$

Тут перший доданок постійний для кожного з вітрових районів, а другий доданок укладається у вузьких межах $0,2 \dots 0,4$ для всього діапазону досліджуваних вітрових навантажень. Підставляючи δ й K_{tr} в (2.45), одержуємо оцінку імовірності перевищення нормованого рівня γ вітрового навантаження у наступній лаконічній формі [249]:

$$Q(t) = v_+(\gamma)t = \omega t K_{tr} \exp\left(-[(\gamma W + 1)\Gamma]^\beta - \delta\right). \quad (2.48)$$

В окремому випадку, коли $t = 1$ рік, період повторюваності вітрового навантаження, що має нормований рівень γ , може визначатися за наведеною вище формулою (2.22).

На основі викладених положень з використанням узагальнених дослідних даних обґрунтовані розрахункові параметри імовірнісної моделі вітрового навантаження, які

наведені в *табл. 2.18*, куди включені максимальні значення математичного сподівання \bar{X} для $t_0 = 135$ діб (місяць січень) і коефіцієнти варіації V . У *табл. 2.18* включені також середньорайонні значення β й $\Gamma(1 + \beta^{-1})$, які разом з параметром V повністю визначають розподіл ординати для випадкового процесу й інших моделей. Для моделі квазістаціонарного випадкового процесу в *табл. 2.18* включені середнерайонні ефективні частоти ω та коефіцієнти тренда K_{tr} .

Таблиця 2.18

Розрахункові параметри вітрового навантаження

Представлення (модель) навантаження		Параметри					
		Найменування	Позначення	Розмірність	Числові значення для вітрових районів України		
					I	II	III
Загальні параметри	Числові характеристики	Математичне сподівання	\bar{X}	кПа	$8,6 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-2}$	$2,23 \cdot 10^{-2}$
		Коефіцієнт варіації	V	–	1,81	1,78	1,73
	Розподіл Вейбулла	Параметр форми	β	–	0,5862	0,5941	0,6078
		Гамма-функція	Γ^β	–	1,55185	1,52435	1,47969
Квазістаціонарний ВП		Ефективна частота	ω	1/добу	6,58	5,16	5,42
		Коефіцієнт тренда	K_{tr}	–	0,52	0,49	0,44
		Числовий параметр	δ	-	0,66	0,65	0,62

2.3.5. Числовий приклад. Визначити період повторюваності розрахункового вітрового навантаження за нормами СНиП [181] і ДБН [38].

Вихідні дані: місце будівництва – м. Полтава, згідно із СНиП II-й вітровий район, районне нормативне значення

вітрового навантаження $w_0 = 0,30$ кПа; згідно з ДБН 3-й район, характеристичне значення вітрового навантаження $W_0 = 0,50$ кПа; розрахункові коефіцієнти в формулах (2.26) і (2.30) дорівнюють одиниці.

Числові характеристики вітрового навантаження для II-го вітрового району (табл. 2.18): математичне сподівання $\bar{W} = 1,46 \cdot 10^{-2}$ кПа, коефіцієнт варіації $V = 1,78$. Статистичні параметри вітрового навантаження II-го району: ефективна частота $\omega = 5,16$ 1/добу, коефіцієнт тренда $K_{tr} = 0,49$, параметр $\delta = 0,65$; коефіцієнти розподілу Вейбулла: $\beta = 0,5943$; $\Gamma(1 + \beta^{-1}) = 1,52435$.

Районний стандарт вітрового навантаження

$$\hat{W} = V\bar{W} = 1,78 \cdot 1,46 \cdot 10^{-2} = 2,60 \cdot 10^{-2} \text{ кПа.}$$

Норми СНиП [181]. Розрахункове значення вітрового навантаження для II-го вітрового району дорівнює

$$W = 1,4 \cdot 0,30 = 0,42 \text{ кПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{W - \bar{W}}{\hat{W}} = \frac{0,42 - 1,46 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 15,60.$$

За формулою (2.48) визначається імовірність перевищення розрахункового вітрового навантаження за термін $t = 1$ рік:

$$\begin{aligned} Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t K_{tr} \exp\left\{-\left[(\gamma W + 1)\Gamma(1 + \beta^{-1})\right]^\beta - \delta\right\} = \\ &= 5,16 \cdot 365 \cdot 0,49 \cdot \exp\left\{-\left[(15,6 \cdot 1,78 + 1)1,52435\right]^{0,5941} - 0,65\right\} = 0,03761. \end{aligned}$$

За формулою (2.22) період повторюваності розрахункового вітрового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(1\text{рік})} = \frac{1}{0,03761} = 26,8 \text{ років.}$$

Розрахунок показує, що розрахункові значення вітрового навантаження згідно зі СНиП [181] є дещо заниженими.

Цей висновок узгоджується з результатами досліджень вітрового навантаження, проведених у ПолтНТУ [247, 252].

Норми ДБН [38]. Граничне розрахункове значення вітрового навантаження для 3-го вітрового району, враховуючи заданий середній період повторюваності навантаження $T = 50$ років, дорівнює

$$W = \gamma_{fm} W_0 = 1 \cdot 0,50 = 0,50 \text{ кПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{W - \bar{W}}{\hat{W}} = \frac{0,50 - 1,46 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 18,67.$$

За формулою (2.48) визначається імовірність перевищення розрахункового вітрового навантаження за термін $t = 1$ рік:

$$\begin{aligned} Q(t = 1\text{рік}) &= \omega t K_r \exp\left\{-\left[(\gamma W + 1)\Gamma(1 + \beta^{-1})\right]^\beta - \delta\right\} = \\ &= 5,16 \cdot 365 \cdot 0,49 \cdot \exp\left\{-\left[(18,67 \cdot 1,78 + 1)1,52435\right]^{0,5941} - 0,65\right\} = 0,0140. \end{aligned}$$

За формулою (2.22) період повторюваності розрахункового вітрового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(1\text{рік})} = \frac{1}{0,0140} = 71,4 \text{ років.}$$

Розрахунок показує, що розрахункові значення вітрового навантаження згідно з ДБН [38] є достатньо обґрунтованими.

2.3.6. Імовірнісний опис пульсаційної складової вітрового навантаження. Будемо використовувати фундаментальну емпіричну залежність для спектральної щільності пульсацій швидкості вітру на будь-якій висоті, одержану А. Давенпортом [130]

$$S_u(n) = \frac{4k_0 V_{60}^2 z^2}{n(1+z^2)^{4/3}}, \quad (2.49)$$

де V_{60} – середня годинна (60-хвилинна) швидкість вітру на стандартній висоті анемометра (10м); k_0 – коефіцієнт лобового опору підстеляючої поверхні, що приймає в залежності від типу місцевості значення в інтервалі 0,002...0,05; n – частота (Гц); $z = nL/V_{60}$, тут 1200 м – масштаб довжини.

Розшифрувавши параметр z , представимо вираз (2.49) в наступному вигляді

$$S_u(n) = \frac{4k_0 L^2 V_{60}^{8/3} n}{(V_{60}^2 + n^2 L^2)^{4/3}}. \quad (2.50)$$

Як відомо, інтеграл від спектральної щільності дорівнює квадрату стандарту її аргументу. Отже, нескладне інтегрування виразу (2.50) як степеневої функції дає нам стандарт пульсації швидкості вітру, необхідний для подальшого імовірнісного опису вітрового навантаження

$$\begin{aligned} \hat{u}^2 &= \int_0^{\infty} S_u(n) dn = 2k_0 V_{60}^{8/3} \int_0^{\infty} \frac{2L^2 n}{(V_{60}^2 + n^2 L^2)^{4/3}} dn = \\ &= -6k_0 V_{60}^{8/3} \frac{1}{(V_{60}^2 + n^2 L^2)^{1/3}} \Big|_0^{\infty} = 6k_0 V_{60}^2. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Таким чином, ми простежили отримання зі спектру Давенпорта відомого виразу для стандарту пульсації швидкості вітру, яке наводить М.Ф. Барштейн [161] і в дещо іншому вигляді Е. Сіміу [173]. Останній також приводить наступний вираз для спектральної щільності пульсаційної складової вітрового навантаження

$$S_{F_p} = \rho^2 V_m^2 B^4 c^2 S_u(n). \quad (2.52)$$

Звідси квадрат стандарту пульсаційної складової, з урахуванням наведеного вище результату (2.51), визначиться як

$$\hat{F}_p^2 = \rho^2 V_m^2 B^4 c^2 \int_0^{\infty} S_u(n) dn = 6k_0 \rho^2 V_m^4 B^4 c^2. \quad (2.53)$$

Використовуючи вираз (2.35) для середньої складової вітрового навантаження, отримуємо формулу для стандарту пульсацій вітрового навантаження

$$\hat{F}_p = F_m 2\sqrt{6k_0}. \quad (2.54)$$

Враховуючи, що спектр Давенпорта (2.49) базується на годинній швидкості вітру, виконаємо прив'язку отриманого виразу до стандартної швидкості вітру з 10-хвилинним осередненням, для чого скористаємося наступною перехідною формулою [173]

$$V_t(z) = V_{60}(z) \left[1 + \frac{\beta^{1/2} c(t)}{2.5 \ln(z/z_0)} \right] = V_{60}(z) k_t, \quad (2.55)$$

де β – коефіцієнт, що залежить від параметрів шорсткості місцевості, за даними натурних вимірів, він знаходиться в межах 4,0...6,0, зокрема, для відкритої місцевості він дорівнює 6,0; $c(t)$ – параметр, що залежить від часу осереднення швидкості вітру t (табл. 2.6 [173]), для 10-хвилинного інтервалу

осереднення він дорівнює 0,36; z – висота, для якої обчислюється швидкість вітру, прийmemo для нашого випадку стандартну висоту анемометра $z = 10$ м; z_0 – параметр шорсткості, рівний для відкритій місцевості в середньому 0,05 м.

Виконавши обчислення, отримаємо перехідний коефіцієнт $k_{10} = 1,067$.

Прийнявши у формулі (2.54) $k_0 = 0,005$ для відкритій місцевості (табл. 2.1 [173]) і поділивши результат на квадрат перехідного коефіцієнта k_{10} , отримуємо для стандарту пульсаційної складової вітрового навантаження наступне співвідношення

$$\hat{F}_p = 0,30F_m. \quad (2.56)$$

Дане співвідношення добре узгоджується з концепцією норм [181] в частині вітрових пульсацій, де значення коефіцієнтів пульсації тиску вітру ζ відповідають 2,5 стандартам цих пульсацій [161]: наприклад, значення $\zeta = 0,76$ для місцевості типу А на висоті 10 м в точності відповідає $2,5\hat{F}_p$.

Математична структура спектра Давенпорта не дозволяє, використовуючи відомі загальні співвідношення, визначити по ньому ефективну частоту випадкових процесів пульсації швидкості вітру і вітрового навантаження. Тому, беручи до уваги вузькополосність зазначених процесів, будемо вважати ефективним період T_p , відповідний максимуму спектра Давенпорта і мікрометеорологічному максимуму спектра Ван дер Ховена, який дорівнює 1...2 хв. [161] і багаторазово підтверджений дослідним шляхом [247]. Тоді ефективна частота випадкового процесу пульсацій вітрового навантаження складе

$$\omega_p = 2\pi/T_p = 4500 - 9000 \text{ 1/добу}. \quad (2.57)$$

Як видно, ця частота на два порядки переважає наведену вище ефективну частоту середньої складової вітрового навантаження. Отже, сумарний вплив середньої і пульсаційної вітрових складових являє собою широкополосний випадковий

процес, імовірнісний опис якого розроблено нами стосовно сполучення різночастотних навантажень (див. нижче розділ 3.6). Слід зазначити також, що ефективна частота вітрових пульсацій близька до ефективної частоти випадкового процесу кранових навантажень, яка знаходиться, залежно від режиму роботи кранів, в межах 1700...5000 1/ добу (розділ 2.4)

Підводячи підсумок вищесказаного, можна прийняти опис пульсаційної складової у вигляді стаціонарного нормального випадкового процесу з нульовим математичним сподіванням, стандартом згідно (2.56) і ефективною частотою згідно (2.57).

Пульсаційна складова вітрового навантаження поглиблено досліджена в дисертації А.В. Махінька [76, 77], який разом з автором книги опублікував монографію, присвячену вітровому навантаженню [130].

2.4. КРАНОВЕ НАВАНТАЖЕННЯ

Технологічний процес більшості виробничих підприємств пов'язаний з необхідністю механізувати операції по вертикальному й горизонтальному транспортуванню вантажів. Цю механізацію разом з іншими транспортними засобами здійснюють за допомогою мостових (опорних) (рис. 2.8, 2.9) і підвісних кранів. Мостові крани поділяються:

- за способом підвісу вантажу – крани з гнучким та жорстким підвісом вантажу;
- за приводом механізму руху моста крану – крани з центральним та роздільним приводом.

2.4.1. Класифікація мостових кранів. Залежно від призначення мостові крани поділяються на наступні основні групи: крани загального призначення, спеціальні крани і металургійні крани [22, 141].

Мостові крани загального призначення.

- *Ручні крюкові одnobалочні і двохбалочні крани*, призначені для підйому і переміщення вантажів при виконанні періодичних робіт у складах, в монтажних і ремонтних цехах, в машинних залах електростанцій.

- *Електричні крюкові однобалочні крани* (чотириколісні), призначені для підйому і переміщення вантажів в цехах і на складах.

- *Електричні двохбалочні крани* (чотириколісні), що виконують аналогічні функції, а також застосовуються на відкритих майданчиках.

- *Електричні крюкові великої вантажопідйомності* (багатоколісні) (рис. 2.8), призначені для переміщення вантажів великої маси в механічних і складальних цехах. Крім того, вони можуть бути використані для монтажних і ремонтних робіт.



Рис. 2.8. Мостовий кран великої вантажопідйомності

Мостові крани спеціального призначення.

- *Магнітні крани*, призначені для підйому і транспортування виробів з чорних металів, що мають магнітні властивості (скрапу, стружки, листового і профільного прокату, виливниць для розливання сталі, металобрухту і т. д.) (рис. 2.9, а).

Грейферні крани, призначені для перевантаження, підйому і транспортування сипких, навалювальних і кускових матеріалів за допомогою канатного або навісного електромеханічного або електрогідравлічного грейфера (рис. 2.9, б).

а)



б)



Рис. 2.9. Спеціальні мостові крани:
а – магнітний кран; б – грейферний кран

Металургійні мостові крани.

Мульдо-завалочні крани, призначені для завалки твердої шихти в сталеплавильні печі, для виконання допоміжних підйомно-транспортних операцій при ремонті і обслуговуванні печей (рис. 2.10, а).

Ливарні крани є основним підйомно-транспортним устаткуванням, яке використовується на металургійних підприємствах для транспортування, заливки і розливання рідкого металу (рис. 2.10, б).

Крани для роздягання зливків (стрипер-крани) встановлюються в спеціальних (стриперних) відділеннях

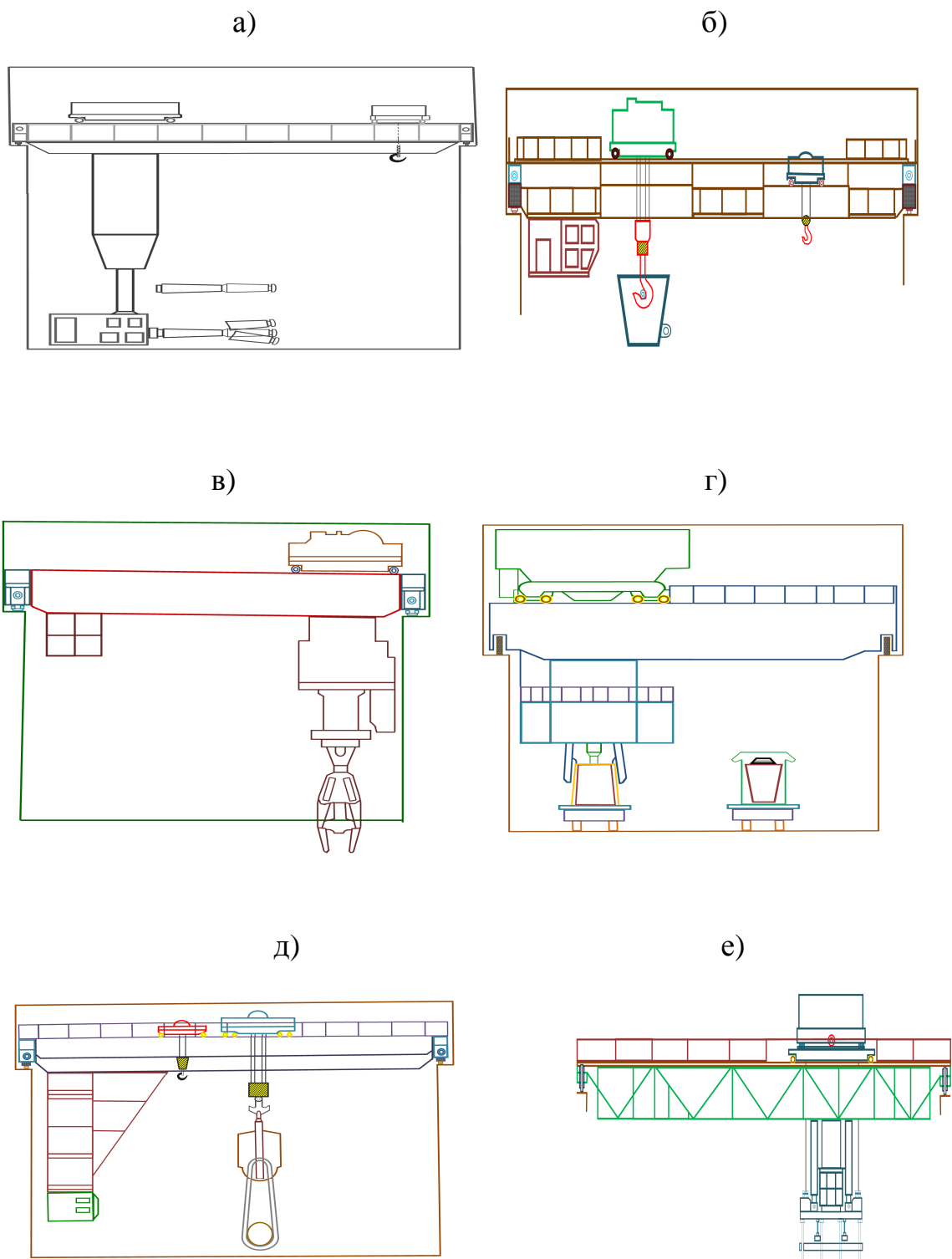


Рис. 2.10. Металургійні мостові крани:

а – мульдо-завалочний кран; б – ливарний кран; в – стрипер-кран;
 г – колодязний кран; д – кувальний кран; е – кран прокатного цеху

сталеплавильних цехів і виконують технологічні операції, пов'язані з вийманням сталевих зливків з виливниць (рис. 2.10, в).

Колодязні крани використовують у відділеннях нагрівальних колодязів блюмінгів або слябінгів, вони переміщують зливки у нагрівальні печі і подають їх до приймального конвеєра блюмінга або слябінгу (рис. 2.10, г).

Кувальні крани застосовують в кувально-пресових цехах для кування поковок пресами (рис. 2.10, д).

Крани прокатних цехів займають особливе місце в групі металургійних цехів, вони включені у безперервний технологічний процес і зайняті транспортуванням і складуванням сталевого прокату або заготівель (рис. 2.10, е).

2.4.2. Режими роботи кранів. Основними параметрами мостових кранів, що впливають на створювані ними навантаження, є вантажопідйомність, проліт, вид приводів, спосіб підвісу вантажів і група режиму їх роботи, яка встановлюється по ГОСТ 25546-82* [30].

Група режиму роботи кранів визначається залежно від класу використання і класу навантаження відповідно до табл. 2.19. У таблиці вказані також відповідні режими роботи кранів за міжнародним стандартом ІСО 4301/1-86 [238].

Таблиця 2.19

Групи режиму роботи кранів

Клас використання	Група режиму роботи кранів для класу навантаження									
	Q0		Q1		Q2		Q3		Q4	
	Г	І	Г	І	Г	І	Г	І	Г	І
C0	-	-	-	-	1K	-	1K	A1	2K	A2
C1	-	-	1K	-	1K	A1	2K	A2	3K	A3
C2	1K	-	1K	A1	2K	A2	3K	A3	4K	A4
C3	1K	-	2K	A2	3K	A3	4K	A4	5K	A5
C4	2K	-	3K	A3	4K	A4	5K	A5	6K	A6
C5	3K	-	4K	A4	5K	A5	6K	A6	7K	A7
C6	4K	-	5K	A5	6K	A6	7K	A7	8K	A8
C7	5K	-	6K	A6	7K	A7	8K	A8	8K	-
C8	6K	-	7K	A7	8K	A8	8K	-	-	-
C9	7K	-	8K	A8	8K	-	-	-	-	-

Клас використання крану визначається залежно від числа циклів роботи крану за термін його служби (табл. 2.20).

Таблиця 2.20

Класи використання кранів

<i>Клас використання</i>	<i>Загальне число циклів роботи крану за термін його служби</i>
<i>C0</i>	<i>До $1,6 \cdot 10^4$</i>
<i>C1</i>	<i>Від $1,6 \cdot 10^4$ до $3,2 \cdot 10^4$</i>
<i>C2</i>	<i>Від $3,2 \cdot 10^4$ до $6,3 \cdot 10^4$</i>
<i>C3</i>	<i>Від $6,3 \cdot 10^4$ до $1,25 \cdot 10^5$</i>
<i>C4</i>	<i>Від $1,25 \cdot 10^5$ до $2,5 \cdot 10^5$</i>
<i>C5</i>	<i>Від $2,5 \cdot 10^5$ до $5,0 \cdot 10^5$</i>
<i>C6</i>	<i>Від $5,0 \cdot 10^5$ до $1,0 \cdot 10^6$</i>
<i>C7</i>	<i>Від $1,0 \cdot 10^6$ до $2,0 \cdot 10^6$</i>
<i>C8</i>	<i>Від $2,0 \cdot 10^6$ до $4,0 \cdot 10^6$</i>
<i>C9</i>	<i>Вище $4,0 \cdot 10^6$</i>

Примітка. Цикл роботи крану складається з переміщення вантажозахватного органу до вантажу, підйому і переміщення вантажу, звільнення вантажозахватного органу і повернення його в початкове положення.

Термін служби кранів встановлюється в стандартах або технічних умовах на крани конкретних видів. Клас навантаження крану визначається залежно від коефіцієнту навантаження (табл. 2.21).

Таблиця 2.21

Класи навантаження кранів

<i>Клас навантаження</i>	<i>Коефіцієнт навантаження K_p</i>
<i>Q0</i>	<i>До 0,063</i>
<i>Q1</i>	<i>Від 0,063 до 0,125</i>
<i>Q2</i>	<i>Від 0,125 до 0,25</i>
<i>Q</i>	<i>Від 0,25 до 0,50</i>
<i>Q4</i>	<i>Від 0,50 до 1,00</i>

Таблиця 2.22.

Мостові та підвісні крани (приблизний перелік, додаток Г [38])

<i>Крани</i>	<i>Умови використання</i>	<i>Групи режимів роботи</i>
<i>Ручні усіх видів</i>	<i>Будь-які</i>	<i>1К-3К</i>
<i>З привідними підвісними талями, у тому числі з навісними захватами</i>	<i>Ремонтні і перевантажувальні роботи обмеженої інтенсивності</i>	
<i>З лебідочними вантажними візками, у тому числі з навісними захватами</i>	<i>Машинні зали електростанцій, монтажні роботи, перевантажувальні роботи обмеженої інтенсивності</i>	
<i>З лебідочними вантажними візками, у тому числі з навісними захватами</i>	<i>Перевантажувальні роботи середньої інтенсивності, технологічні роботи в механічних цехах, склади готових виробів підприємств будівельних матеріалів, склади металозбуту</i>	<i>4К-6К</i>
<i>Грейферні, магнітно-грейферні</i>	<i>Змішані склади, робота з різноманітними вантажами</i>	
<i>Магнітні</i>	<i>Склади напівфабрикатів, робота з різноманітними вантажами</i>	
<i>Гартівні, кувальні, штирєві, ливарні</i>	<i>Цехи металургійних підприємств</i>	<i>7К</i>
<i>З лебідочними вантажними візками, у тому числі з навісними захватами</i>	<i>Технологічні крани при цілодобовій роботі</i>	
<i>Траверсні, мультдогрейферні, мультдозавальні, для роздягання зливків, копрові, вагранкові, колодязні</i>	<i>Цехи металургійних підприємств</i>	<i>8К</i>
<i>Магнітні</i>	<i>Цехи і склади металургійних підприємств, великі металобазис з однорідними вантажами</i>	
<i>З грейферами двоканатного типу, магнітно-грейферні</i>	<i>Склади насипних вантажів і металобрухту з однорідними вантажами (при цілодобовій роботі)</i>	

Коефіцієнт навантаження K_p слід обчислювати за формулою

$$K_p = \sum \left(\frac{Q_i}{Q_{ном}} \right)^3 \frac{C_i}{C_T}, \quad (2.58)$$

де Q_i – маса вантажу, переміщуваного краном; C_i – кількість циклів роботи крану з вантажем маси Q_i ; $Q_{ном}$ – номінальна вантажопідйомність крану; C_T – кількість циклів роботи крану за термін його служби, $C_T = \sum C_i$.

За відсутності у паспорті крану даних про групу режиму роботи, а також за відсутності вихідних даних, необхідних для визначення класу навантаження і коефіцієнту використання, групу режиму допускається визначати за даними рекомендованого переліку кранів, який наводиться в додатку до нормативних документів Наведемо тут класифікацію кранів (*табл. 2.22*) за групами режимів роботи, що міститься в чинних нормах проектування [38].

Раніше в СРСР застосовувалася інша класифікація режимів роботи кранів, яка регламентувалася правилами Держгіртехнагляду [30], вона ілюструється *табл. 2.23*.

Коефіцієнти, вміщені в *табл. 2.23*, визначалися таким чином:

- коефіцієнт річного використання: кількість днів роботи крану за рік, поділена на 360;
- коефіцієнт добового використання: кількість годин роботи в добу, поділена на 24;
- коефіцієнт використання по вантажопідйомності: середнє значення величини вантажу, що піднімається, за зміну, поділене на вантажопідйомність крану;
- відносна тривалість включень двигуна крану: час роботи механізму впродовж циклу, поділений на повний час циклу.

Таблиця 2.23

Режими роботи мостових кранів

<i>Номинальний режим роботи крану</i>	<i>Коефіцієнт річного використання K_r</i>	<i>Коефіцієнт добового використання K_c</i>	<i>Коефіцієнт використання по вантажо-підйомності $K_{ГР}$</i>	<i>Відносна тривалість включень ПВ %</i>	<i>Кількість включень в годину $n_{вк}$</i>
<i>Легкий (Л)</i>	<i>0,25...1,0</i>	<i>0,33..1,0</i>		<i>15...25</i>	<i>60</i>
<i>Середній (С)</i>	<i>0,5...1,0</i>	<i>0,33..1,0</i>	<i>0,75...1,0</i>	<i>15...60</i>	<i>120</i>
<i>Важкий (Т)</i>	<i>0,75...1,0</i>	<i>0,33..1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>25...60</i>	<i>240</i>
<i>Дуже важкий (ВТ)</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>40...60</i>	<i>300</i>
<i>Дуже важкий безперервний (ВТН)</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>60...80</i>	<i>720</i>

2.4.3. Особливості навантажень мостових кранів***Вихідна інформація щодо кранових навантажень.***

Вивчення навантажень кранів включає, передусім, експериментальні дослідження, які повинні виконуватися переважно в умовах нормальної експлуатації діючих цехів. Тому отримання і накопичення експериментальних даних по навантаженнях кранів є завданням великої трудомісткості. Велику роль тут відіграють такі специфічні чинники, як безперервна робота мостових і підвісних кранів, великі динамічні дії від переміщення візків і мостів крану по рейках, магнітні поля на кранах, високі температурні дії та ін. Внаслідок цього до методики і апаратури досліджень навантажень кранів пред'являються більш жорсткі вимоги, ніж до засобів лабораторних досліджень.

Вивчення вертикальних кранових навантажень виконувалося із застосування таких методик, як:

- візуальні спостереження за роботою кранів з фіксацією траєкторій руху мостів і візків, а також оцінкою піднятих вантажів;
- використання підкранових балок в якості динамометрів з реєстрацією прогинів, деформацій нижніх поясів і опорних частин за допомогою тензометрів і тензорезисторів;
- використання мостових кранів в якості динамометрів з реєстрацією деформацій кінцевих балок кранів;
- інструментальна фіксація руху візків і мостів з одночасним вимірюванням піднятих вантажів;
- зважування мостових кранів;
- встановлення спеціальних матриць на кранові рейки для вимірювання тиску окремих коліс кранів.

Горизонтальні кранові навантаження вивчалися із застосуванням наступних методик:

- встановлення динамометрів (кільцевих, щільових, листових, стержньових) замість кріплення верхніх поясів підкранових балок до колон;
- встановлення динамометрів (тензокришок) на колеса кранів;
- фіксація деформацій кінцевих балок мостових кранів.

Детальний розгляд методик вивчення кранових навантажень міститься у монографії автора [141].

У зв'язку з тим, що промисловість не виготовляє необхідні прилади для натурних випробувань конструкцій виробничих будівель, різні дослідники розробляли свої методики, конструювали і виготовляли прилади і пристрої, що в тій чи іншій мірі відповідали вимогам натурального експерименту. Проте слід визнати, що до теперішнього часу не існує універсальний комплект апаратури, здатний забезпечити дослідника достовірними даними, особливо статистичними, про силові дії на каркаси промислових будівель.

Натурні дослідження виявили ряд суттєвих особливостей кранових навантажень, які описуються нижче.

Нерівномірність тиску колес кранів. Експерименти показують, що фактичні вертикальні тиски на окремі колеса кранів можуть суттєво відрізнятися від паспортних значень. Це є

наслідком того, що мостовий кран являє собою статично невизначену просторову систему, що має у вертикальному напрямі досить велику жорсткість (рис. 2.8). Тому, наприклад, реальний 4-колісний кран при русі по реальним коліям в окремі моменти може спиратися на рейки у трьох і навіть у двох точках (що розміщені по діагоналі моста). Внаслідок цього навантаження вертикальні навантаження на колеса мостових кранів можуть суттєво змінюватися як у бік збільшення, так і зменшення.

Причинами такого ефекту є можливий перекис конструкції крана, допущений при його виготовленні та монтажі, прогини підкранових балок, деформації колон і основ фундаментів і головним чином – нерівності кранових колій, масові у реальних умовах експлуатації. В певній мірі такі нерівності допускаються нормами монтажу і експлуатації: допускається різниця відміток головок кранових рейок в одному створі колон 15...25 мм, на сусідніх колонах – 10...20 мм, ухили колій 1/1000. Однак натурні обстеження кранових колій діючих промислових будівель виявили значно більші поздовжні ухили, відхилення по вертикалі від проектного положення і різниці відміток колій у поперечному напрямі до 50...100 мм [57].

Була обґрунтована пропозиція враховувати цю особливість шляхом множення тиску колеса мостового крана на *коефіцієнт нерівномірності* [18]

$$\gamma_H = 1 + \Delta F / F^n, \quad (2.59)$$

де ΔF – збільшення тиску на колесо; F^n – максимальний нормативний тиск.

Було виявлено, що ΔF залежить від згинально-крутильної жорсткості моста крана і можливого вертикального переміщення колеса крана. На основі аналізу цього фактора були рекомендовані значення коефіцієнту нерівномірності $\gamma_H = 1,1 \dots 1,3$ для кранів різної вантажопідйомності. Даний коефіцієнт можна вважати складовою коефіцієнту γ_{f1} , що регламентується нормами [38].

Динамічний характер кранових навантажень. Крім статичного впливу, робота кранів спричиняє коливання і відповідні динамічні зусилля підтримуючих конструкцій. Динамічний ефект від кранового навантаження створюється в основному ударним впливом колес крана при його русі по коліям з нерівностями. Деякий вплив може спричинити обертання неврівноважених частин механізмів крана. Експериментальні значення загального коефіцієнту динамічності $k_d = 1,0 \dots 1,2$ не відрізняються суттєво від величин, що нормуються ДБН [57]. При цьому для кранів легкого і середнього режимів, особливо при підкранових балках великих прольотів, а також кранів важкого режиму великої вантажопідйомності – динамічність вертикального кранового навантаження незначна.

Цей коефіцієнт непридатний для розрахунку верхньої частини стінки і з'єднання верхнього поясу зі стінкою підкранових конструкцій. Тут слід розглядати динамічний вплив окремих кранових колес, який враховується місцевим динамічним коефіцієнтом

$$k_{d,loc} = 1 + F_d / F^n, \quad (2.60)$$

де F_d – динамічний тиск колеса, F^n – нормативний (статичний) тиск колеса.

Визначені за дослідженнями МІБІ [57] значення місцевого динамічного коефіцієнту для кранів різного призначення знаходяться в інтервалі $k_{d,loc} = 1,0 \dots 1,5$.

Очевидно, що фізична природа коефіцієнта γ_{f1} визначається нерівномірністю і динамічністю тиску окремих колес, внаслідок чого цей коефіцієнт можна представити як добуток відповідних коефіцієнтів

$$\gamma_{f1} = \gamma_n k_{d,loc}. \quad (2.61)$$

Враховуючи наведені вище значення коефіцієнту нерівномірності $\gamma_n = 1,1 \dots 1,3$ і місцевого динамічного коефіцієнту

$k_{d,loc} = 1,0...1,5$, можна одержати для деяких кранів значення коефіцієнтів γ_{f1} , що перевищують величини, наведені в діючих нормах. Тому можна вважати дещо заниженими значення цього коефіцієнту в нормах [38] і, відповідно, розрахункові величини місцевих напружень $\sigma_{loc,y}$ в стінках підкранових балок, що може бути однією з причин частих пошкоджень верхньої зони підкранових балок [57].

Природа горизонтальних кранових навантажень [141]. Як показали численні експериментальні дослідження, основну частку (порядку 70...90 %) поперечних навантажень всіх без винятку мостових кранів складають бічні сили. За фізичною природою – це сили тертя, що виникають при поперечному ковзанню колес при русі крана. Це поперечне ковзання є результатом неспівпадіння площини обертання колеса крана з напрямом його руху, тобто перекосу колеса на кут γ (рис. 2.11,а).

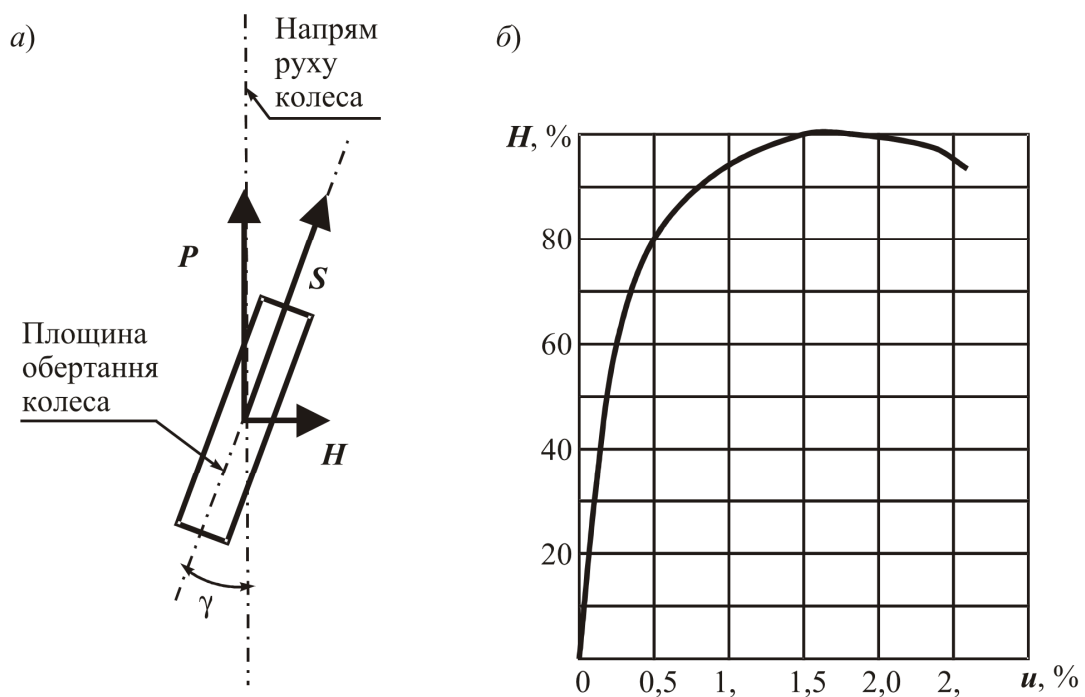


Рис. 2.11. Бічні сили мостових кранів:

- а – силова взаємодія в місці контакту колеса з рейкою;
- б – залежність між кутом перекосу колеса і бічною силою

Характер залежності бічної сили від кута γ ілюструється графіком на рис. 2.11, б. По осі ординат тут відкладена відносно величина бічної сили, причому за 100 % прийнята максимальна

величина $H = F\psi$, де F – вертикальний тиск на колесо, ψ – коефіцієнт зчеплення. По осі абсцис відкладено відносно поперечне ковзання колеса (кріп), що дорівнює $u = tg\gamma \approx \gamma$.

Як видно на графіку, сила H збільшується до 100 % при певному критичному значенні $u_{cr} = 1,5...2\%$, після чого відбувається падіння H . Така картина силової взаємодії спостерігається при відсутності контакту реборд колеса з рейкою.

Перекося у тій чи іншій степені характерні для будь-яких мостових кранів, що рухаються по реальним крановим коліям. Вони мають взагалі постійний характер, оскільки їх викликають численні причини, зокрема:

- перекося моста при його русі;
- непаралельність кранових колій;
- неточність встановлення і нерівномірне зношення ходових колес;
- різний коефіцієнт тертя кранових колій внаслідок нерівномірного змащування колій мазутом і мастилом, наявності на рейках води і льоду, забруднення колій тощо;
- податливість вузлових з'єднань моста крана;
- несправності механізму руху моста крана тощо.

Одержані експериментально значення бічних сил чотириколісних кранів приблизно у 2...5 разів більше гальмівних сил за нормами СНиП [181] (див. нижче числовий приклад п. 2.4.5). Тому можна стверджувати, що норми, що діяли в Україні раніше, суттєво занижували горизонтальні навантаження чотириколісних кранів, особливо для кранів груп режимів 1К...4К.

2.4.4. Нормування кранових навантажень. Кранові навантаження поділяються на вертикальні, горизонтальні поперечні і горизонтальні поздовжні.

Вітчизняні норми ДБН [38]. Навантаження від мостових і підвісних кранів – це змінні навантаження, для яких встановлено чотири види розрахункових значень:

- граничні розрахункові значення;
- експлуатаційні розрахункові значення;
- циклічні розрахункові значення;

- квазіпостійні розрахункові значення.

Граничні розрахункові значення вертикального кранового навантаження для мостових і підвісних кранів визначаються за формулою:

$$F_m = \gamma_{fm} \psi F_0, \quad (2.62)$$

де γ_{fm} – коефіцієнт надійності за граничним розрахунковим значенням кранового навантаження (за *табл. 2.24*); F_0 – характеристичне значення вертикального навантаження від двох найбільш несприятливих за впливом кранів; ψ – коефіцієнт сполучень кранових навантажень.

Характеристичні значення вертикальних навантажень F_0 , що передаються колесами кранів на балки кранової колії, та інші необхідні для розрахунку дані слід приймати відповідно до вимог державних стандартів на крани, а для нестандартних кранів – відповідно до даних, наведених у паспортах заводів-виробників.

При відсутності паспортних даних характеристичні значення вертикального тиску на колесо крана можуть бути визначені за наступними формулами (*рис. 2.12*):

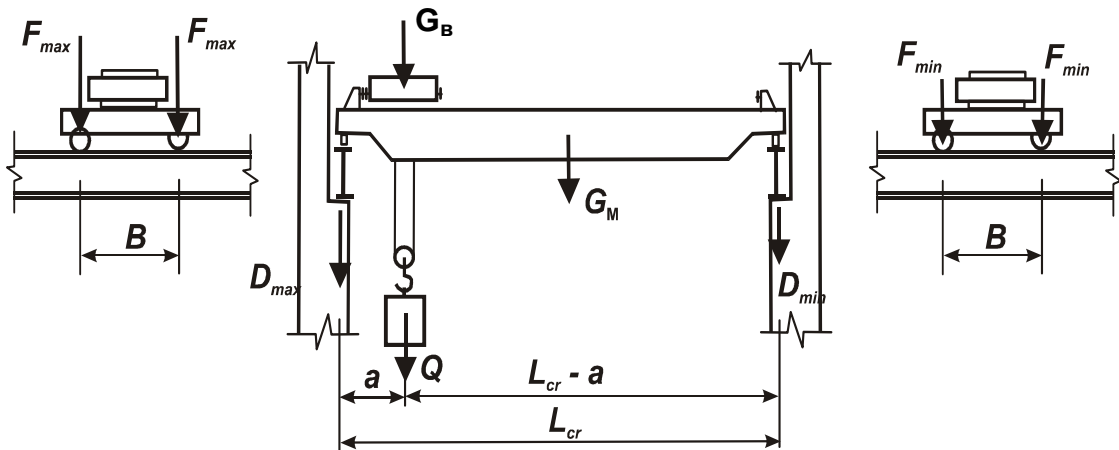


Рис. 2.12. До визначення тиску на колеса мостового крану

а) максимальний тиск на колесо на боці крана, до якого максимально наближений візок з вантажем

$$F_{max}^n = \left[\frac{G_M}{2} + \frac{(Q + G_B)(L_{cr} - a)}{L_{cr}} \right] \frac{1}{n_0}, \quad (2.63)$$

де Q – вантажопідйомність крана, G_M – вага моста крана, G_B – вага візка крана, L_{cr} – проліт крана, a – мінімальне наближення гака крана до осі кранової рейки, n_0 – кількість колес з одного боку крана;

б) мінімальний тиск на колесо на протилежному боці крана

$$F_{max}^n = \left[\frac{G_M}{2} + \frac{(Q + G_B)a}{L_{cr}} \right] \frac{1}{n_0}. \quad (2.64)$$

Аналогічний результат дає формула

$$F_{min}^n = \frac{Q + G_B + G_M}{n_0} - F_{max}^n. \quad (2.65)$$

Для багатоколісних кранів тиски на колеса можуть незначно різнитися, і на практиці звичайно приймають у розрахунок середні максимальні і мінімальні значення тиску на колеса.

З урахуванням приведених у формулі (2.62) коефіцієнтів граничні розрахункові значення вертикальних навантажень, наприклад, на поперечну раму ОВБ визначаються як

$$\begin{aligned} D_{max} &= \gamma_{fm} \psi F_{0max} + G_{nk} = \gamma_{fm} \psi F_{max}^n \sum_{i=1}^n y_i + G_{nk}; \\ D_{min} &= \gamma_{fm} \psi F_{0min} + G_{nk} = \gamma_{fm} \psi F_{min}^n \sum_{i=1}^n y_i + G_{nk}, \end{aligned} \quad (2.66)$$

де $\sum_{i=1}^n y_i$ – сума ординат лінії впливу опорного тиску на колону; G_{nk} – вага підкранових конструкцій.

Граничні розрахункові значення горизонтального навантаження мостових кранів, спрямованого поперек кранової колії.

Чотириколісні крани. З точки зору величин і характеру горизонтальних навантажень ці крани виділяються в окрему

групу кранів, схильних до перекосу при русі. Особливо ця схильність проявляється для кранів з відношенням прольоту до бази $L_{cr}/B \geq 5$. Найбільші навантаження чотириколісні крани реалізують у так званому «найбільш косому положенні», коли перекіс моста крана обмежується ребордами коліс, що контактують з рейками. Обмеження перекосу може здійснюватися колесами однієї сторони крана або колесами, що знаходяться по діагоналі крана.

Граничне розрахункове значення поперечного навантаження чотириколісних кранів визначається за формулою:

$$H_m = \gamma_{fm} H_{01}, \quad (2.67)$$

де H_{01} – характеристичне значення бічної сили від *одного крана*, найбільш несприятливого за впливом із кранів, розташованих на одній крановій колії або в одному створі.

Характеристичне значення горизонтального навантаження чотириколісних мостових кранів, спрямованого поперек кранового шляху, яке спричиняється перекосами мостових електричних кранів і непаралельністю кранових колій (*бічну силу*), для колеса крана слід визначати за формулою:

$$H_k^n = 0,1F_{max}^n + \frac{\alpha(F_{max}^n - F_{min}^n)L_{cr}}{B}, \quad (2.68)$$

де F_{max}^n , F_{min}^n – характеристичне значення вертикального тиску на колесо, відповідно на більш або на менш навантаженій стороні крана; B , L_{cr} – відповідно база і проліт крана; α – коефіцієнт, прийнятий таким, що дорівнює 0,03 при центральному приводі механізму руху моста і 0,01 – при роздільному приводі.

Бічні сили H_k^n , обчислені за формулою (2.68), можуть бути прикладені:

- до коліс однієї сторони крана і спрямовані в різні сторони (всередину або назовні прольоту будівлі, що розглядається), що відповідає обмеженню перекосу крана колесами однієї сторони (рис. 2.13, а);

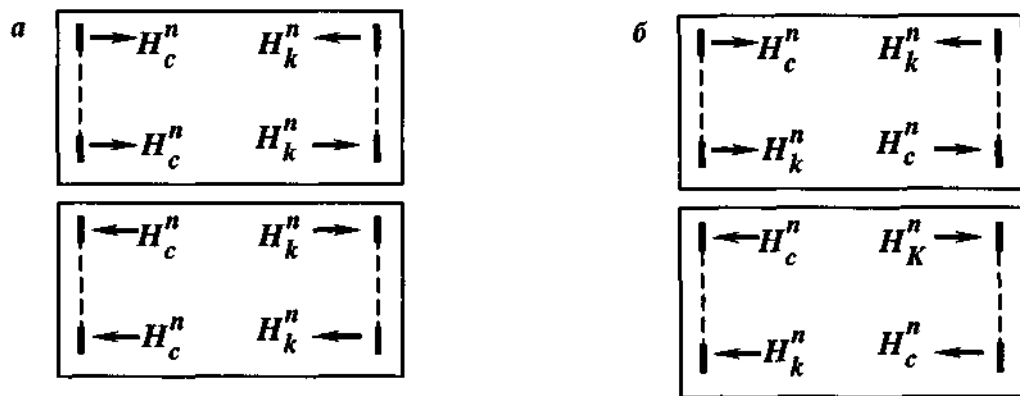


Рис. 2.13. Варіанти прикладення бічних сил для чотириколісних кранів

- до коліс по діагоналі крана і спрямовані в різні сторони (всередину або назовні прольоту будівлі, що розглядається), що відповідає випадку обмеження перекосу крана колесами, що знаходяться на діагоналі крана (рис. 2.13, б).

При цьому до інших коліс прикладаються сили, що дорівнюють $H_c^n = 0,1F_{max}^n$ або $H_c^n = 0,1F_{min}^n$ (приймається не вигідний варіант), кожна з яких може бути спрямована як назовні, так і всередину прольоту.

Для розрахунку конструкцій слід вибирати з наведених схем найбільш не вигідні схеми завантаження конструкцій, що розраховуються.

В формулі (2.68), запропонованій А.В. Фігаровським (МІБІ) [206], перша складова виражає граничну силу при перекосі площини колеса відносно поздовжньої осі рейки при відсутності контакту реборди колеса з рейкою. Тут використовується багатократно підтверджений експериментально коефіцієнт пропорційності, який зв'язує силу поперечного ковзання рухомого колеса і вертикальне навантаження, що діє на колесо. Друга складова враховує вплив на бічну силу наявності моменту від перекосу моста у плані. Тут видно визначальний вплив відношення проліта крана до бази L_{cr}/B , а також типу приводу механізму руху моста крана, оскільки при роздільному приводі перекося моста при русі крана зменшується у порівнянні з центральним приводом.

Експериментальні випробування реальних кранів у діючих цехах показали, що бічні сили від проїздів двох зближених кранів незначно відрізняються від бічних сил одного крана. Тому в ДБН нормується бічна сила від одного чотириколісного крана на кожній крановій колії.

Багатоколісні (вісім коліс і більше) крани. Граничне розрахункове горизонтального навантаження багатоколісних кранів, спрямованого поперек кранової колії, визначається як:

$$H_m = \gamma_{fm} H_0, \quad (2.69)$$

де H_0 – характеристичне значення бічної сили від **двох** найбільш несприятливих за впливом кранів, розташованих на одній крановій колії або на різних коліях в одному створі.

Характеристичне значення бічної сили, прикладеної до колеса багатоколісних кранів з гнучким підвісом H_k^n приймається таким, що дорівнює 0,1 від вертикального навантаження на колесо, підрахованого при розташуванні візка з вантажем, що дорівнює паспортній вантажопідйомності крана, посередині моста.

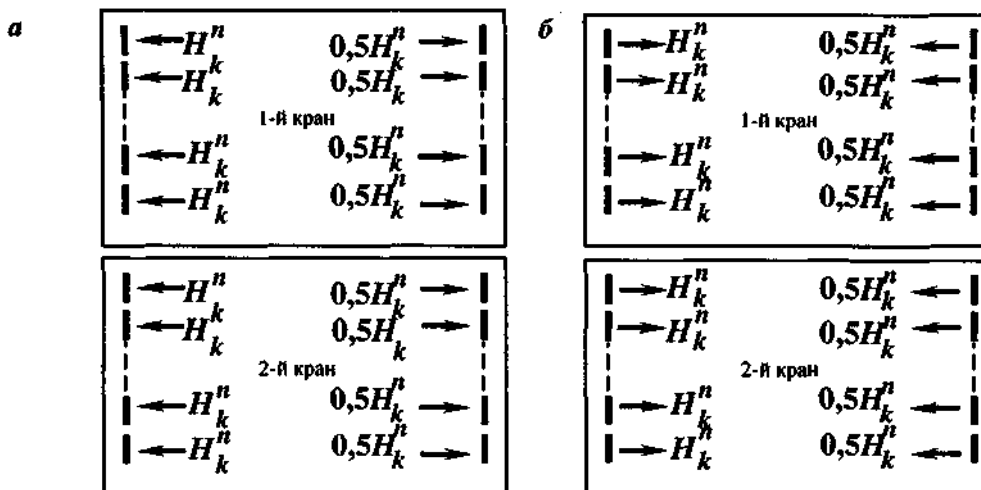


Рис. 2.14. Варіанти прикладення бічних сил для багатоколісних кранів

Характеристичне значення H_k^n для багатоколісних (вісім коліс і більше) кранів з жорстким підвісом приймається таким,

що дорівнює 0,1 від максимального вертикального навантаження на колесо. При цьому приймається, що бічні сили всіх коліс кожної із сторін крана мають один напрямок – усередину або назовні розглядуваного прольоту будівлі (рис. 2.14, а, б).

При визначенні характеристичних значень навантажень H_k^n слід враховувати, що бічні сили багатокісних кранів передаються на обидві сторони кранової колії. На кожній стороні крана бічні сили мають один напрямок – назовні або всередину прольоту, на різних коліях вони спрямовані у протилежні боки (обидві всередину прольоту або обидві назовні). На одній із колій приймається повна бічна сила, на іншій колії приймається половина від бічної сили.

Коефіцієнт надійності за граничним розрахунковим значенням кранового навантаження γ_{fm} визначається залежно від заданого середнього періоду повторюваності T за табл. 2.24.

Таблиця 2.24

Коефіцієнти надійності за граничним розрахунковим значенням

<i>T, років</i>	≥ 50	10	1	0,1
γ_{fm}	1,1	1,07	1,02	0,97

Проміжні значення коефіцієнта γ_{fm} слід визначати лінійною інтерполяцією. Імовірнісне обґрунтування цього коефіцієнту наводиться нижче в п. 2.4.5.

Коефіцієнт збільшення тиску колеса крана. При урахуванні місцевого і динамічного впливу зосередженого вертикального навантаження від одного колеса крана характеристичне значення цього навантаження слід множити при розрахунку міцності балок кранових колій на додатковий коефіцієнт γ_{f1} , що дорівнює:

1,6 – для групи режиму роботи кранів 8К із жорстким підвісом вантажу;

1,4 – для групи режиму роботи кранів 8К із гнучким підвісом вантажу;

1,3 – для групи режиму роботи кранів 7К;

1,1- для інших груп режимів роботи кранів.

При перевірці місцевої стійкості стінок балок значення додаткового коефіцієнта γ_{f1} слід приймати таким, що дорівнює 1,1.

Динамічний коефіцієнт. При розрахунку міцності і стійкості балок кранової колії та їхніх кріплень до несучих конструкцій граничні розрахункові значення вертикальних кранових навантажень слід множити на коефіцієнт динамічності, що дорівнює:

- при кроці колон не більш як 12 м:
 $k_d = 1,2$ – для групи режиму роботи мостових кранів 8К;
 $k_d = 1,1$ – для груп режимів роботи мостових кранів 6К і 7К;
 $k_d = 1,1$ – для усіх груп режимів роботи підвісних кранів;
- при кроці колон понад 12 м – $k_d = 1,1$ для групи режиму роботи мостових кранів 8К.

Граничні розрахункові значення горизонтальних навантажень від мостових кранів групи режиму роботи 8К слід враховувати з коефіцієнтом динамічності, що дорівнює $k_d = 1,1$.

Кількість кранів, що враховується у розрахунках. Вертикальні навантаження при розрахунку міцності і стійкості балок кранових колій слід враховувати не більш як від **двох** найбільш несприятливих за впливом мостових або підвісних кранів.

Вертикальні навантаження при розрахунку міцності і стійкості рам, колон, фундаментів, а також основ у будівлях із мостовими кранами в декількох прольотах (у кожному прольоті на одному ярусі) слід приймати на кожній колії не більш як від **двох** найбільш несприятливих за впливом кранів, а при врахуванні суміщення в одному створі кранів різних прольотів – не більш як від **чотирьох** найбільш несприятливих за впливом кранів.

Горизонтальні навантаження при розрахунку міцності і стійкості балок кранових колій, колон, рам, кроквяних і підкроквяних конструкцій, фундаментів, а також основ слід враховувати не більш як від **двох** найбільш несприятливих за впливом кранів, розташованих на одній крановій колії або на різних коліях в одному створі (для чотириколісних кранів – від

одного крана на кожній крановій колії). При цьому для кожного крана необхідно враховувати тільки одне горизонтальне навантаження (поперечне або поздовжнє).

При наявності на крановій колії одного крана і за умови, що другий кран не буде встановлений під час експлуатації споруди, навантаження на цій колії повинні бути враховані тільки від одного крана.

Коефіцієнт сполучення ψ , що враховується у формулах (2.62) і (2.69) для навантажень від двох кранів, визначається таким чином:

$\psi = 0,85$ – для груп режимів роботи кранів 1К...6К;

$\psi = 0,95$ – для груп режимів роботи кранів 7К, 8К.

При врахуванні чотирьох кранів навантаження від них необхідно множити на коефіцієнт сполучень:

$\psi = 0,7$ – для груп режимів роботи кранів 1К...6К;

$\psi = 0,8$ – для груп режимів роботи кранів 7К, 8К.

Врахування обмеження наближення візка. При визначенні кранових навантажень допускається враховувати фактичне розміщення зон обслуговування крана і фактичне наближення візка до ряду колон, якщо розміщення і габарити постійно встановленого в будівлі обладнання такі, що порушення цих обмежень фізично неможливе, або ж у відповідних місцях установлені обмежувачі переміщень кранів по коліях і візків по мосту крана (упори).

Якщо фактичне наближення візків мостових кранів до розглядуваного ряду колон, $y_{min} = y_o + pL_{cr}$, перевищує паспортне значення y_o , то вертикальне кранове навантаження на конструкції розглядуваного ряду може бути скориговане множенням на коефіцієнт K_y , що обчислюється за формулою:

$$K_y = 1 - \frac{pL_{cr}(m_c + m_q)}{m_b} \left/ \left(2L_{cr} + (m_c + m_q) \frac{L_{cr} - y_o}{m_b} \right) \right., \quad (2.70)$$

де m_c , m_b – маса візка і моста відповідно; m_q – вантажо-підйомність крана; L_{cr} – проліт крана; p – відносна частина прольоту крана.

В залежності від значення p і параметрів кранів вказаний коефіцієнт знаходиться в діапазоні $K_p = 0,810 \dots 0,965$ [К9].

Для будівель, що проектуються і реконструюються, які мають певний або усталений технологічний процес, допускається враховувати конкретні особливості і параметри режимів роботи і зон обслуговування кранів.

Вітчизняні нароби в галузі нормування кранових навантажень включені в Національний додаток до відповідного розділу Єврокоду [50].

Норми СНиП [181]. Вертикальне кранове навантаження. Ці навантаження визначаються аналогічно нормам ДБН [38], причому замість терміну «характеристичні значення навантажень» використовується термін «нормативні навантаження». Крім того, враховується постійний коефіцієнт надійності $\gamma_f = 1,1$, який вводиться у формули типу (2.62) і (2.66) замість диференційованого коефіцієнту γ_{fm} . Інші розрахункові положення і коефіцієнти співпадають (кількість кранів, коефіцієнти γ_{f1} і k_d , коефіцієнти сполучення ψ).

Горизонтальне кранове навантаження. В цих нормах зафіксований подвійний підхід до визначення горизонтальних поперечних кранових навантажень.

З одного боку, для розрахунку поперечних рам будівель і балок кранових колій слід враховувати горизонтальне навантаження, що спричиняється гальмуванням електричного візка крану – *поперечну гальмівну силу*. Нормативне значення цього навантаження рекомендується приймати рівним:

- для кранів з гнучким підвісом вантажу – 0,05 суми вантажопідйомності крана Q і ваги візка G_B :

$$T_{cr}^n = 0,05(Q + G_B). \quad (2.71)$$

- для кранів з жорстким підвісом вантажу – 0,1 суми вантажопідйомності крана і ваги візка:

$$T_{cr}^n = 0,1(Q + G_B). \quad (2.72)$$

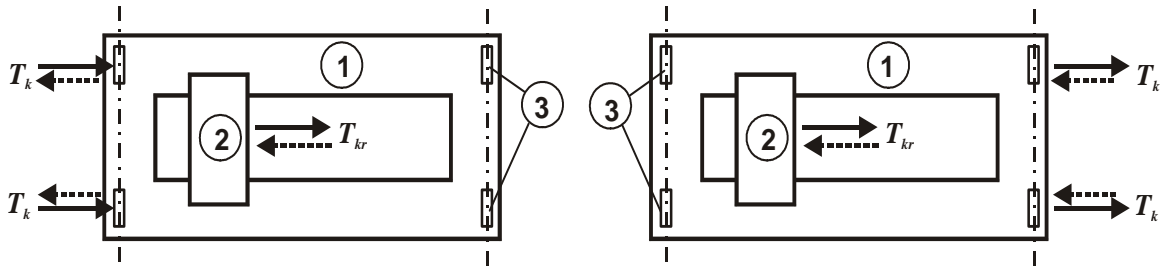


Рис. 2.15. Схема прикладення кранових гальмівних сил:
1 – міст крана; 2 – візок; 3 – колеса крана

При цьому приймається, що гальмівна сила передається на одну сторону (балку) кранової колії, розподіляється порівну між усіма колесами крана, що спираються на неї, і може бути спрямована як усередину, так і назовні розглядуваного прольоту (рис. 2.15). Отже, гальмівне зусилля, що передається на одне колесо крана, визначається як

$$T_k^n = T_{kr}^n / n_0, \quad (2.73)$$

де n_0 – кількість колес з одного боку крана.

З іншого боку, при розрахунку міцності і стійкості балок кранових колій і їх кріплень до колон у будівлях з кранами груп режимів роботи 7К, 8К пропонується враховувати *бічні сили*, що спрямовані поперек шляху крану і викликаються перекосами мостових електричних кранів і непаралельністю шляхів кранів. Нормативне значення бічної сили для кожного ходового колеса крана слід приймати рівним 0,1 повного нормативного значення вертикального навантаження на колесо:

$$H_k^n = 0,1F_{max}^n. \quad (2.74)$$

При цьому приймається, що бічна сила передається на підкранову балку від усіх коліс однієї сторони крану. Коефіцієнт надійності по навантаженню для горизонтальних кранових

навантажень, як і для вертикальних навантажень, нормується величиною $\gamma_f = 1,10$. Горизонтальні навантаження слід враховувати не більше ніж від двох найбільш несприятливих по впливу кранів, розташованих на одній колії або на різних коліях в одному створі. Як і для вертикальних навантажень, при врахуванні двох кранів горизонтальні навантаження від них необхідно множити на коефіцієнт сполучень $\psi = 0,85$ або $0,95$. Коефіцієнт динамічності, рівний $k_d = 1,1$, рекомендується враховувати для горизонтальних навантажень тільки від мостових кранів групи режиму роботи 8К.

З урахуванням вищесказаного, розрахункове поперечне горизонтальне навантаження мостових кранів, наприклад, на поперечну раму промислової будівлі визначиться за формулою

$$T = \gamma_f k_d \psi \sum_{i=1}^n y_i, \quad (2.75)$$

де $\sum_{i=1}^n y_i$ – сума ординат лінії впливу опорного тиску на колону.

При визначенні горизонтальних прогинів балок кранових колій, а також горизонтальних зміщень колон навантаження (нормативне значення) слід враховувати від тільки одного найбільш несприятливого по дії крану

Слід відмітити, що у нормах ДБН [38] гальмівні сили враховуються тільки для підвісних кранів.

2.4.5. Числовий приклад. *Порівняти розрахункові горизонтальні навантаження, визначені за ДБН [38] і СНиП[181], на колеса кранів і на колони від чотириколісних і багатоколісних кранів.*

1. Чотириколісні крани.

Вихідні дані. Мостовий кран групи режиму 6К вантажопідйомністю $Q = 20/5$ тс з роздільним приводом механізму руху; проліт крану $L_{cr} = 22,5$ м; база крану $B = 4,4$ м;

загальна ширина крана 6,3 м; вага моста $G_M = 275$ кН; вага візка $G_B = 275$ кН; максимальний тиск колеса $F_{max}^n = 220$ кН; крок колон 12 м; ординати лінії впливу опорного тиску на колону: для одного крана $y_1 = 1$, $y_2 = 0,63$; для двох зближених кранів сума ординат $\sum y_i = 2,945$.

Визначаємо мінімальний вертикальний тиск на колесо крана:

$$F_{min}^n = (Q + G_M + G_B) \frac{1}{n_0} - F_{max}^n = (200 + 275 + 85) \frac{1}{2} - 220 = 60 \text{ кН.}$$

Згідно з ДБН [38], розрахункова бічна сила на колесі крана, що обмежує перекис моста, дорівнює

$$H_k = \left[0,1F_{max}^n + \alpha \frac{(F_{max}^n - F_{min}^n)L_{cr}}{B} \right] \gamma_{fn} =$$

$$= \left[0,1 \cdot 220 + 0,01 \frac{(220 - 60)22,5}{4,4} \right] 1,1 = 33,2 \text{ кН.}$$

На інші колеса діють наступні розрахункові бічні сили:

$$H_{Cmax} = 0,1F_{max}^n \gamma_{fn} = 0,1 \cdot 220 \cdot 1,1 = 24,2 \text{ кН.}$$

Згідно з ДБН, бічні сили враховуються від одного чотириколісного крана, тому розрахункове горизонтальне навантаження на колону визначається як

$$H = H_k \cdot y_1 + H_{Cmax} \cdot y_2 = 33,2 \cdot 1 + 24,2 \cdot 0,63 = 48,5 \text{ кН.}$$

Згідно зі СНиП [181], на колесах кранів групи режиму 6К діють розрахункові гальмівні сили:

$$T_{\text{кол}} = \gamma_f \frac{Q + G_B}{20n_0} = 1,1 \frac{200 + 85}{20 \cdot 2} = 7,84 \text{ кН.}$$

Горизонтальне навантаження на колону від гальмівних сил визначається для двох зближених кранів, із урахуванням коефіцієнту сполучення $\psi = 0,85$:

$$T = \psi T_{\text{кол}} \sum y_i = 0,85 \cdot 7,84 \cdot 2,945 = 19,64 \text{ кН.}$$

Як видно, бічні сили на окремі колеса перевищують гальмівні сили 3,09 і 4,23 рази, різниця відповідних горизонтальних навантажень на колони дещо менше – у 2,47 рази.

2. Багатоколісні крани.

Вихідні дані. Восьмиколісний мостовий кран групи режиму 6К вантажопідйомністю $Q = 100/20$ тс; база крана $B = 4,4 + 2 \times 0,8$ м; загальна ширина крана 9,35 м; вага моста $G_M = 840$ кН; вага візка $G_B = 410$ кН; максимальний тиск колеса $F_{\text{max}}^n = 430$ кН; крок колон 12 м; сума ординат лінії впливу опорного тиску для двох зближених кранів $\sum y_i = 4,88$.

Визначаємо вертикальне навантаження на колесо крана при розташуванні візка з вантажем, що дорівнює паспортній вантажопідйомності крана, посередині моста

$$F_{\text{сер}} = \frac{G_M + G_B + Q}{2} \cdot \frac{1}{n_0} = \frac{840 + 410 + 1000}{2} \cdot \frac{1}{4} = 281,3 \text{ кН.}$$

Згідно з ДБН [38], розрахункові бічні сили на колесах багатоколісних кранів визначаються як

$$H_k = \gamma_{fm} \cdot 0,1 \cdot F_{\text{сер}} = 1,1 \cdot 0,1 \cdot 281,3 = 31,0 \text{ кН.}$$

На колеса з іншого боку багатоколісних кранів прикладаються бічні сили, рівні $0,5H_k$, тобто $0,5 \cdot 31,0 = 15,5$ кН.

Гальмівні сили за СНиП [181] на колесах багатоколісних кранів визначаються звичайним способом, тобто:

$$T_{кол} = \gamma_f \frac{Q + G_B}{20n_0} = 1,1 \frac{1000 + 410}{20 \cdot 4} = 19,39 \text{ кН.}$$

Навантаження на колони за обома нормами визначаються аналогічно від двох зближених кранів з урахуванням коефіцієнта сполучень:

$$\text{ДБН} - H = \psi H_k \sum y_i = 0,85 \cdot 31,0 \cdot 4,88 = 128,6 \text{ кН;}$$

$$\text{СНиП} - T = \psi T_{кол} \sum y_i = 0,85 \cdot 19,39 \cdot 4,88 = 80,4 \text{ кН.}$$

Таким чином, більші з бічних сил багатоколісних кранів переважають гальмівні сили в 1,6 разів.

2.4.6. Аналіз наслідків переходу від СНиП [181] до ДБН [38]. Як показано вище, введення з 1 січня 2007 року норм навантажень ДБН призвело до суттєвого збільшення, зокрема, розрахункових значень горизонтальних кранових навантажень. Порівняльний аналіз показав, що для чотиріколісних кранів характеристичні значення горизонтального навантаження на колесо мостового крана середнього режиму роботи, визначені за ДБН, перевищують нормативні горизонтальне навантаження, визначені згідно зі СНиП у 5...8 разів, важкого режиму роботи – в 1,5...5 разів. Зусилля у підкранових балках за ДБН від дії вертикального навантаження залишаються незмінними, від дії горизонтального навантаження збільшуються в середньому на 45 %, проте площі підібраних перерізів підкранових балок за ДБН лише на 2...5% перевищують значення, отримані згідно СНиП. При важкому режимі та роздільному приводі крана перерізи не змінюються. Горизонтальні навантаження на поперечну раму ОВБ, визначені згідно з ДБН від впливу мостового крану при середньому режимі роботи, переважають значення навантажень, отримані за СНиП, у 2,8...5 разів, при важкому режимі роботи – в 2,3...4,5 разів. Значення згинальних моментів у опорному перерізі колони поперечної рами від бічних

сил, визначених за ДБН, у 2,1...4,1 разів перевищують зусилля від гальмівної сили, яка визначена згідно зі СНиП. Можливі перевитрати сталі (для нижніх частин колон до 24 %) виключаються врахуванням просторової роботи каркасу будівлі [140].

Для багатоколісних кранів перехід до розрахунку за ДБН призвів до зростання горизонтальних навантажень на колесо мостового крана, порівняно зі СНиП для кранів середнього режиму роботи у 1,40...1,63 разів та до відповідного зростання зусиль у підкранових балках (без зміни їхніх перерізів). Горизонтальні кранові навантаження на поперечну раму зростають у 1,81...2,11 разів без суттєвого збільшення зусиль у колонах ОВБ.

Для мостових кранів важкого режиму роботи із гнучким підвісом вантажу розрахунок кранових навантажень за ДБН дозволяє знизити розрахункові бічні сили до 20...50 % порівняно з рекомендаціями СНиП. Відповідно зменшуються зусилля на 24...41 % у колонах і на 37...39 % у підкранових балках, що не впливає на зміну поперечних перерізів колон і дозволяє знизити вагу підкранових балок на 8 % [93].

Порівняння вітчизняних норм кранових навантажень є Єврокодом [50] наводиться у монографії [141]

2.4.7. Ймовірнісний опис навантаження від мостових кранів. Натурними експериментами в діючих цехах було підтверджено, що кранове навантаження має чітко виражений випадковий характер. Були узагальнені 83 процеси вертикального навантаження та 14 процесів горизонтального навантаження, із яких 8 відносяться до кранів із жорстким підвісом вантажу, а інші – до кранів із гнучким підвісом вантажопідйомністю 5...650 тс груп режимів роботи 4К...8К [94, 106, 107, 121, 246, 248].

Були виявлені основні ймовірнісні особливості кранових навантажень:

- стаціонарність випадкового процесу кранового навантаження, що проявляється у швидкій стабілізації і подальшій постійності розподілів ординати і числових

характеристик, незмінності частот викидів і частотних параметрів випадкового процесу;

- добра частотна перемішаність випадкового процесу кранового навантаження, відсутність періодичної складової;
- тісний зв'язок роботи кранів і кранових навантажень з технологією виробництва цехів, в яких вони працюють, стабільність траєкторій руху кранів і візків, вплив технологічних особливостей на імовірнісні характеристики кранових навантажень (фактичне розміщення зон роботи кранів, неоднакове завантаження конструкцій різних рядів, обмеження наближення візків кранів);
- специфічна особливість навантажень деяких кранів з гнучким підвісом (наприклад, ливарних), що полягає у виділенні в їхніх розподілах крайніх «хвостових» частин, що відповідають операціям з вантажами, близькими до вантажопідйомності; ці частини слід розглядати окремо;

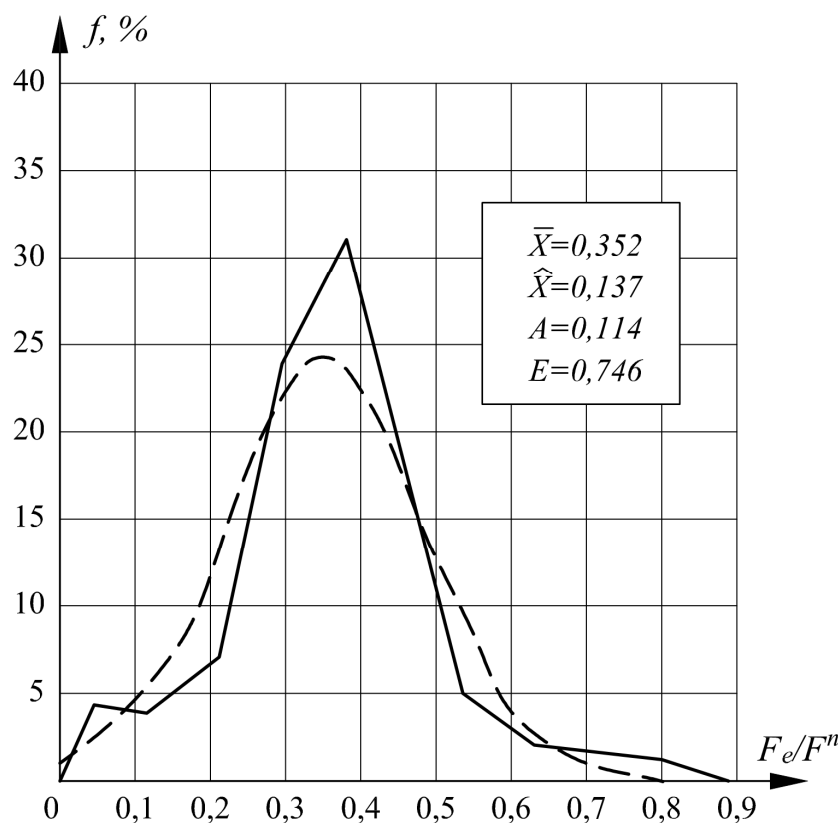


Рис. 2.16. Приклад розподілу вертикального кранового навантаження (розливальний проліт сталеплавильного цеху):

F_e – експериментальні значення; F^n – нормативне навантаження.

- можливість застосування нормального розподілу для опису розподілу ординати кранового навантаження (рис. 2.16) відомої формули нормованої щільності цього розподілу:

$$f(\gamma) = \exp(-0,5\beta^2) / \sqrt{2\pi}, \quad (2.76)$$

де, як і раніше, $\gamma = (x - \bar{x}) / \hat{x}$ – нормований випадковий аргумент (\bar{x} і \hat{x} – відповідно математичне сподівання та стандарт навантаження x);

Як наслідок, обґрунтовано загальний висновок, що випадкове кранове навантаження найповніше описується моделлю **нормального стаціонарного випадкового процесу**.

Для нормального стаціонарного ВП з використанням виразу нормованої щільності розподілу нормального закону (1.24) виведена формула для частоти викидів:

$$\nu_+(\gamma) = \omega \exp(-0,5\gamma^2) / (2\pi). \quad (2.77)$$

З урахуванням цього, імовірність перевищення нормованого рівня кранового навантаження за час t визначається як

$$Q(\gamma, t) \cong \nu_+(\gamma)t = \omega t \exp(-\gamma^2/2) / (2\pi). \quad (2.78)$$

На основі одержаних експериментальних даних обґрунтовані узагальнені імовірнісні параметри вертикального кранового навантаження, наведені в табл. 2.25 [94, 141]. В таблиці числові характеристики \bar{X} і \hat{X} подані у частках від нормативного навантаження одного крана. Вантажна характеристика кранів визначалася як $\eta = Q/G_{cr}$; де Q – вантажопідйомність крана, G_{cr} – вага крана (моста з візком). Значення математичного сподівання \bar{X} і стандарту \hat{X} були визначені із запасом по сукупності досліджених процесів навантаження із забезпеченістю 0,99. Ці характеристики разом з ефективною частотою ω повністю описують ВП вертикального кранового навантаження.

Таблиця 2.25

Узагальнені імовірнісні параметри кранового навантаження

Вид параметрів	Значення параметрів						
	Найменування	Позначення	Розмірність	Числові значення для підвісу и режиму роботи кранів			
				гнучкий			жорсткий
				4К-6К	7К	8К	8К
Числові характеристики	Математичне сподівання	\bar{X}	—	0,66 – 0,243 η			0,758
	Стандарт	\hat{X}	—	0,131			0,274
Часовий параметр	Ефективна частота	ω	1/год	71,0	106,8	215,0	215,0

В наочній формі залежність математичного сподівання вертикального кранового навантаження від вантажної характеристики η , одержана Б.М. Кошутіним [57], показана на рис. 2.17, вона має помітний розкид і кореляційний характер.

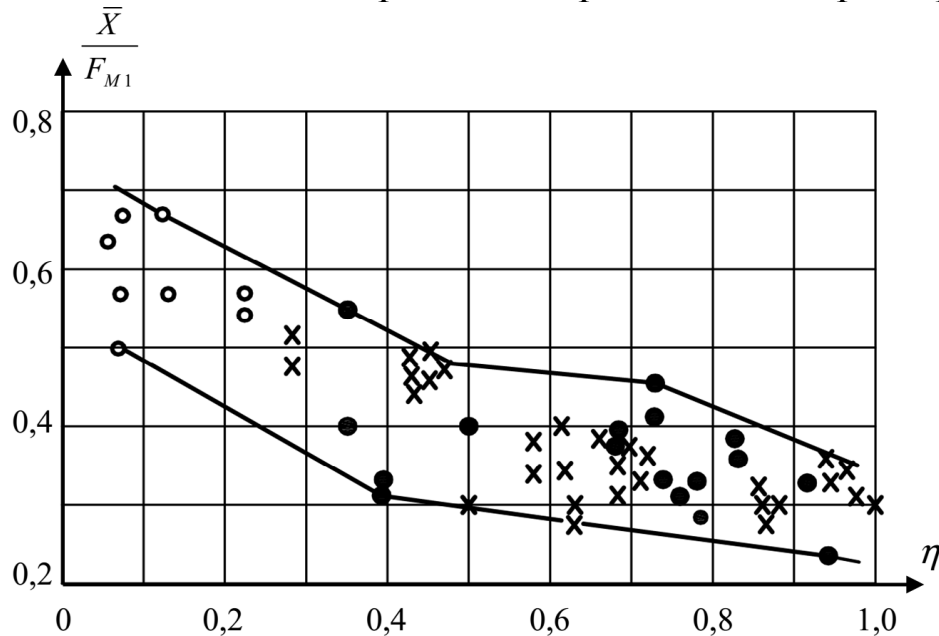


Рис. 2.17. Залежність середніх значень вертикального кранового навантаження від параметрів кранів:

○ – крани дуже важкого безперервного режиму роботи; ● – те ж, важкого; х – те ж, середнього; F_{M1} – нормативне навантаження від одного крана

Формула (2.78) дає можливість визначення нормованого відхилення від математичного сподівання граничного розрахункового значення кранового навантаження при заданій імовірності його перевищення $Q(T)$:

$$\gamma(T) = \sqrt{2 \ln \frac{\omega T}{2\pi Q(T)}}. \quad (2.79)$$

На основі цієї формули коефіцієнт надійності за граничним розрахунковим значенням кранового навантаження наближено, але з достатньою точністю, визначається із співвідношення:

$$\gamma_{fm}(T) = \frac{1 + V\gamma(T)}{1 + V\gamma(T = 50 \text{ років})}. \quad (2.80)$$

Тут $V = \hat{X} / \bar{X}$ – коефіцієнт варіації кранового навантаження.

В наочній формі зв'язок коефіцієнту γ_{fm} з середнім періодом повторюваності кранового навантаження T ілюструється графіком на *рис. 2.18*.

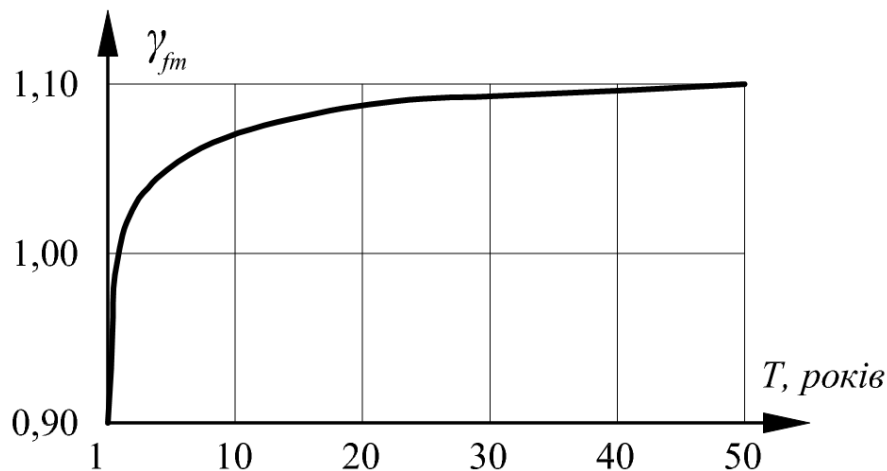


Рис. 2.18. Залежність коефіцієнту надійності γ_{fm} від періоду повторюваності T

Ця залежність за пропозицією автора монографії включена в національні норми ДБН [38].

Горизонтальні кранові навантаження, мають випадковий характер і такі ж особливості, як вертикальні навантаження:

стаціонарність, нормальність статистичних розподілів (асиметрія й ексцес незначні), витягнутість їхніх хвостових частин (рис. 2.19).

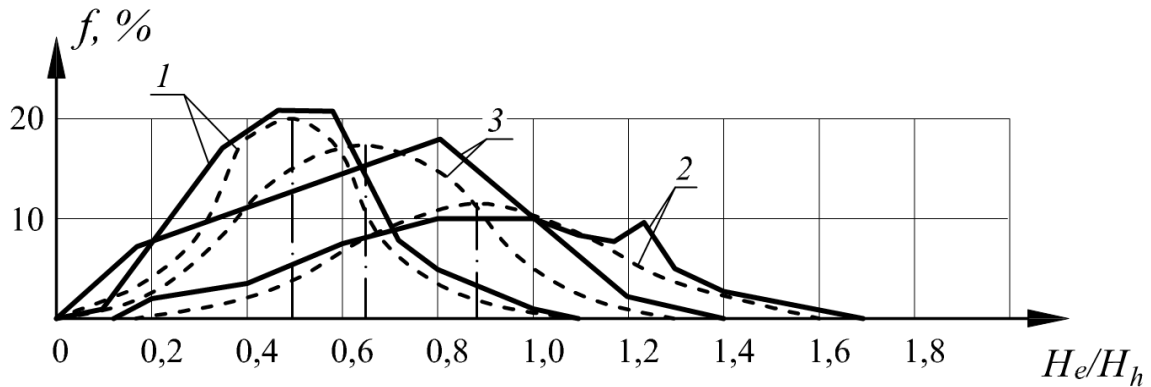


Рис. 2.19. Розподіли горизонтальних кранових навантажень:

1 – багатоколісні кран з гнучким підвісом на ділянках з нормальною колією (розливальні крани сталеплавильного цеху); 2 – те ж, на ділянках зі звуженнями і розширеннями колії; 3 – кран з жорстким підвісом (стриперний цех).

———— дослідний розподіл - - - - - нормальна крива

З урахуванням характеру і величин бічних сил всі мостові крани були поділені на чотириколісні крани та багатоколісні крани із гнучким або жорстким підвісом [107, 141]. Чотириколісні крани схильні до перекосу моста при русі, що особливо проявляється для кранів із великим відношенням прольоту до бази. Проведені експериментальні і теоретичні дослідження показали, що багатоколісні крани (з кількістю коліс 8 і більше) не схильні до перекосу в процесі руху, тому рівнодійна сил кількох коліс, об'єднаних спільним балансиrom, виявляється значно меншою суми максимально можливих бічних сил окремих коліс.

Враховуючи сказане, для розрахунків надійності конструкцій можна рекомендувати наступні значення математичного очікування й коефіцієнта варіації поперечних навантажень мостових кранів:

а) крани із жорстким підвісом вантажу

$$\bar{X} = 0,1F_{cp}^{BG} \sum Y; \quad V = 0,50,$$

де F_{cp}^{BG} – вертикальний тиск колеса крана без вантажу з візком, розташованим посередині моста; $\sum Y$ – сума ординат лінії впливу (для колони, підкранової балки) при врахуванні одного крана;

б) багатоколісні крани із гнучким підвісом (число коліс 8 і більше)

– на ділянках шляхів з нормальною колією

$$\bar{X} = 0,08F_{cp}^{BG} \sum Y ; \quad V = 0,45;$$

– на ділянках зі звуженнями й розширеннями колій, що перевищують 40 мм

$$\bar{X} = 0,12F_{cp}^{BG} \sum Y ; \quad V = 0,36;$$

в) чотириколісні крани із гнучким підвісом

– коефіцієнт варіації $V = 0,36$;

– математичне очікування слід визначати за формулою (2.68) з підстановкою \bar{F}_{max} й \bar{F}_{min} , які потрібно обчислювати по формулах (2.63) і (2.64) з підстановкою середніх значень аргументів \bar{Q} , \bar{a} і $\bar{y} = 1$. При відсутності необхідних статистичних даних допускається приймати a за паспортним даними, $\bar{Q} = 0,5Q$, де Q – вантажопідйомність крана.

Межі середньостатистичного відхилення (стандарту) бічної сили можна оцінити по графіку *рис. 2.20*, побудованому по експериментальним даним [106], який ілюструє залежність коефіцієнту варіації $V = \hat{H}/\bar{H}$ від середньостатистичного значення, представленого у формі відношення $\bar{H}/H_{1хар}$, де $H_{1хар} = 0,1F_{cp}^{BG}$. Як видно на графіку, залежність має статистичний характер, причому із зростанням \bar{H} величини V зменшуються за лінійним законом.

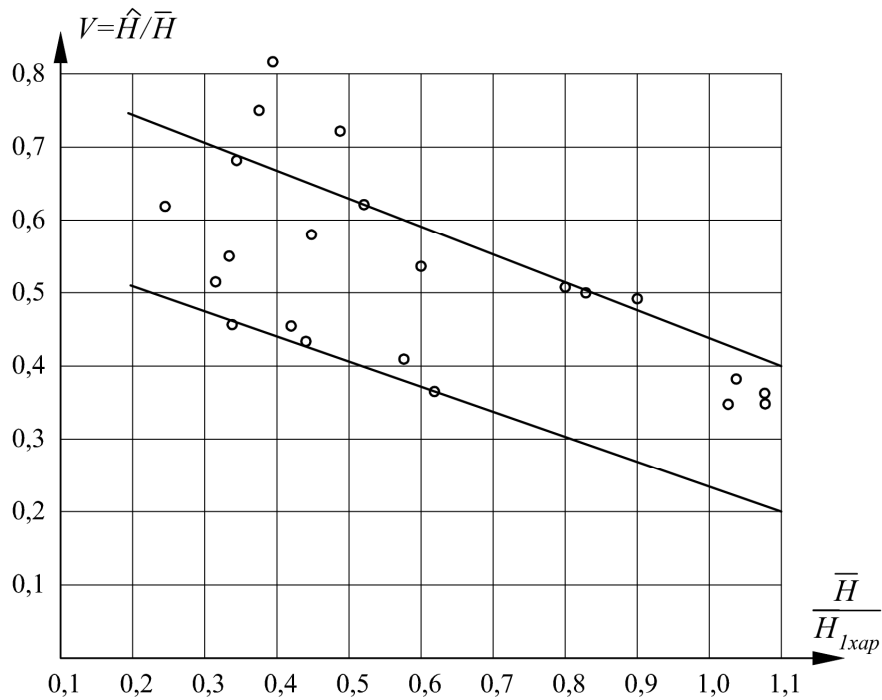


Рис. 2.20. Коефіцієнт варіації бічних сил

Відповідно до даних натурних експериментів, що виявили близькість частотного складу горизонтальних і вертикальних кранових навантажень, у розрахунках надійності конструкцій допускається приймати однакові ефективні частоти для H й F .

Для вирішення завдань надійності важливо мати залежність між горизонтальним і вертикальним навантаженнями кранів. Таку залежність намітив Б.М. Кошутін, узагальнивши результати досліджень, проведених в МІБІ впродовж ряду років [65]. Результатом цього став графік, по осі ординат якого були відкладені результати вимірів сил H , по осі абсцис – повна маса крану з вантажем G_K (рис. 2.21). Цей параметр можна вважати досить загальним, оскільки маса крану загалом визначає як конструкцію і розміри самого крану, так і конструкцію і жорсткість каркасу цеху. Від маси крану також залежить стан шляхів кранів при експлуатації цеху.

Рис. 2.21 показує зростаючий характер залежності горизонтальної сили від маси крану з вантажем. Розкид значень H вийшов досить значним, що можна пояснити різною методикою виміру і обробки експериментальних даних і впливом ряду детермінованих чинників

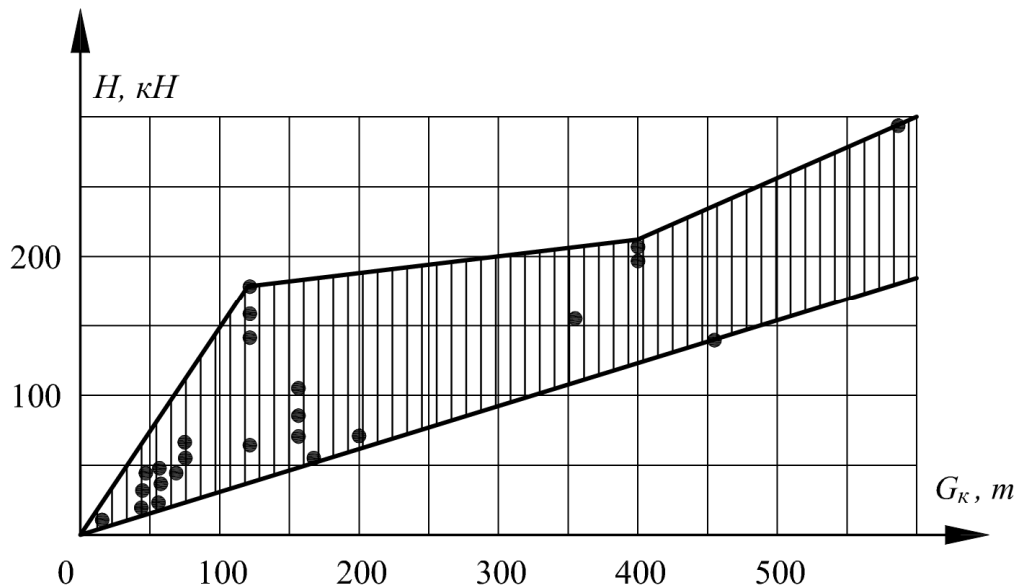


Рис. 2.21 Залежність горизонтального кранового навантаження від маси крана з вантажем

У практичних розрахунках кореляційний зв'язок між H і F може бути врахований по-різному:

а) між H і F приймається функціональний зв'язок з коефіцієнтом кореляції $r_{HF} = 1$, такий розрахунок йде в запас надійності конструкції;

б) ураховується фактичний, не дуже тісний кореляційний зв'язок з $r_{HF} \approx 0,5$ (визначено експериментально [141]);

в) H і F вважаються незалежними з $r_{HF} = 0$, розрахунок може дещо переоцінювати надійність конструкцій; такий підхід можливий при урахуванні кількох навантажень, серед яких H і F не є визначальними.

Сполучення розрахункових вертикального і горизонтального навантажень має понижену імовірність реалізації, що може бути враховано спеціальним коефіцієнтом сполучення. Обчислення такого коефіцієнту для випадку однакового впливу обох складових кранового навантаження наводиться нижче у числовому прикладі п. 2.4.8. Коефіцієнти сполучення для інших співвідношень кранових складових вміщені в *табл. 2.26*.

Як видно з таблиці, найменшим коефіцієнт сполучення
получається при рівності навантажень; при зростанні впливу
одного з них він збільшується

Таблиця 2.26

**Коефіцієнти сполучення горизонтального і вертикального
кранових навантажень**

№ варі- анта	Частки навантажень		Коефіцієнти сполучення ψ	
	Вертикаль- ного C_1	Горизон- тального C_2	Без урахування кореляції	З урахуванням кореляції
1	0,5	0,5	0,805	0,910
2	0,7	0,3	0,831	0,922
3	0,3	0,7	0,850	0,929
4	0,8	0,2	0,873	0,940
5	0,2	0,8	0,892	0,946

Одержані дані дозволили дати наступну рекомендацію, включену у нормативний документ [36]: «Якщо частки вертикального і бокового навантаження у загальному напруженні становлять не менше 30 % кожна, тоді допускається вводити у розрахунок коефіцієнт сполучення вертикального тиску і бокової сили, який дорівнює 0,9». Як видно з табл. 2.26, коефіцієнт $\psi = 0,9$, що рекомендується, призначений достатньо обережно в запас.

2.4.8. Числовий приклад. *Визначити коефіцієнт сполучення для горизонтальної і вертикальної складових кранового навантаження.*

Вихідні дані. В елементі конструкції зусилля від кранового навантаження мають частки вертикальної і горизонтальної складових $C_1 = C_2 = 0,5$ (найбільш показовий випадок). За даними експериментальних досліджень: узагальнені коефіцієнти варіації для вертикального навантаження $V_1 = 0,25$, для горизонтального навантаження $V_2 = 0,50$; нормоване відхилення їхніх розрахункових значень від математичного сподівання $\gamma = 6,0$, коефіцієнт кореляції $r_{12} = 0,5$.

Вирішимо задачу в техніці випадкових величин. При цьому математичне сподівання коефіцієнту сполучень, згідно з формулою (2.8), дорівнює

$$\bar{\psi} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \gamma_i V_i} = \frac{C_1}{1 + \gamma_1 V_1} + \frac{C_2}{1 + \gamma_2 V_2} = \frac{0,5}{1 + 6 \cdot 0,25} + \frac{0,5}{1 + 6 \cdot 0,25} = 0,325.$$

Стандарт коефіцієнту сполучень визначається за другою складовою формули (2.9):

$$\begin{aligned} \hat{\psi} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{C_i V_i}{1 + \gamma_i V_i} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5 \cdot 0,25}{1 + 6 \cdot 0,25} \right)^2 + \left(\frac{0,5 \cdot 0,50}{1 + 6 \cdot 0,50} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2} = \sqrt{0,05^2 + 0,0625^2} = 0,080. \end{aligned}$$

Коефіцієнт сполучення вертикального і горизонтального навантаження без урахування кореляції дорівнює:

$$\psi = \bar{\psi} + \gamma \hat{\psi} = 0,325 + 6 \cdot 0,080 = 0,805.$$

Стандарт коефіцієнту сполучення з урахуванням кореляції, згідно з формулою (2.11):

$$\begin{aligned} \hat{\psi} &= \sqrt{\hat{\psi}_1^2 + \hat{\psi}_2^2 + 2 r_{12} \hat{\psi}_1 \hat{\psi}_2} = \\ &= \sqrt{0,05^2 + 0,0625^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,05 \cdot 0,0625} = 0,0976. \end{aligned}$$

Коефіцієнт сполучення вертикального і горизонтального навантажень з урахуванням кореляції між ними виявляється дещо більшим

$$\psi = \bar{\psi} + \gamma \hat{\psi} = 0,325 + 6 \cdot 0,0976 = 0,910.$$

2.4.9. Побудова імовірнісної моделі кранового навантаження. У зв'язку з великою трудомісткістю й технічною складністю натурних експериментальних досліджень кранових навантажень певний інтерес має розробка математико-обчислювальних прийомів визначення імовірнісних характеристик даних навантажень.

Числові характеристики вертикального кранового навантаження. Вертикальне навантаження на конструкції різних рядів (колони, підкранові балки) визначається як

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{max} &= \left[\frac{G_M}{2} + (\tilde{Q} + G_B) \frac{L_{cr} - \tilde{a}}{L_{cr}} \right] \frac{\tilde{y}}{n_0}, \\ \tilde{F}_{min} &= \left[\frac{G_M}{2} + (\tilde{Q} + G_B) \frac{\tilde{a}}{L_{cr}} \right] \frac{\tilde{y}}{n_0},\end{aligned}\quad (2.81)$$

де G_M , G_B – відповідно вага моста й візка; \tilde{Q} – вага вантажу, що піднімається; L_{cr} – проліт крана; \tilde{a} – наближення гака крана; \tilde{y} – відповідна сума ординат лінії впливу; n_0 – кількість коліс із однієї сторони крана.

Застосуємо до нелінійних функцій (2.81) трьох випадкових аргументів процедуру статистичної лінеаризації. При цьому математичні очікування \bar{F}_1 й \bar{F}_2 визначаються з (2.63) і (2.64) за допомогою підстановки замість випадкових аргументів їхніх математичних очікувань \bar{Q} , \bar{a} , \bar{y} , причому одержане рішення виходять точним, тому що всі другі похідні, що визначають похибки математичного очікування, дорівнюють нулю.

Для обчислення дисперсії максимального кранового навантаження визначимо коефіцієнти

$$\begin{aligned}A_{1,max} &= \frac{dF_{max}}{dQ} = \frac{L_{cr} - \bar{a}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0}; & A_{2,max} &= \frac{dF_{max}}{da} = -\frac{G_B + \bar{Q}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0}; \\ A_{3,max} &= \frac{dF_{max}}{dy} = \frac{1}{n_0} \left[\frac{G_M}{2} + (G_B + \bar{Q}) \frac{L_{cr} - \bar{a}}{L_{cr}} \right].\end{aligned}\quad (2.82)$$

З використанням одержаних коефіцієнтів визначаємо дисперсію вертикального кранового навантаження в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \widehat{F}_{max} = & \left(\frac{L_{cr} - \bar{a}}{L_{cr}} \frac{y}{n_0} \right)^2 \widehat{Q}^2 + \left(\frac{G_B + \bar{Q}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0} \right)^2 \hat{a}^2 + \\ & + \frac{1}{n_0^2} \left[\frac{G_M}{2} + (G_B + \bar{Q}) \frac{L_{cr} - \bar{a}}{L_{cr}} \right]^2 \hat{y}^2. \end{aligned} \quad (2.83)$$

Для оцінки похибки дисперсії беремо змішані похідні:

$$\frac{d^2 F_{max}}{dQda} = -\frac{y}{L_{cr} n_0}; \quad \frac{dF_{max}}{dQdy} = \frac{L_{cr} - a}{L_{cr}} \frac{1}{n_0}; \quad \frac{d^2 F_{max}}{dady} = -\frac{G_B + Q}{L_{cr} n_0}. \quad (2.84)$$

Похибка дисперсії максимального кранового навантаження, визначеного за процедурою лінеаризації, складає:

$$\Delta \widehat{F}_{max} = \frac{1}{L_{cr}^2 n_0^2} \left\{ [(L_{cr} - \bar{a}) \widehat{Q} \hat{y}]^2 + (\bar{y} \widehat{Q} \hat{a})^2 + [(G_B + \bar{Q}) \hat{a} \hat{y}]^2 \right\}. \quad (2.85)$$

Аналогічним чином визначається похибка визначення дисперсії мінімального кранового навантаження.

Для чисельного оцінки результатів був узятий кран вантажопідйомністю $Q = 50/10$ тс, розподіл ваги вантажу був прийнятий нормальним з коефіцієнтом варіації $V_Q = 1/3$, розподіл y – прийнятий рівномірним. Похибка обчислення дисперсії виявилася досить малою (2,2 % \widehat{F}_{max}), побудований по отриманих числових характеристиках нормальний розподіл навантаження на колону добре відповідав експериментальним полігонам навантажень [265].

Отримані формули дозволяють перейти від громіздкого дослідного вивчення вертикальних кранових навантажень до більш простого розгляду випадкових аргументів \tilde{Q} , \tilde{a} і \tilde{y} , причому можуть використовуватися як наявні дослідні дані, так і апріорні міркування, з наступним аналітичним визначенням характеристик кранового навантаження.

Числові характеристики горизонтального кранового навантаження. Викладений підхід виявився придатним також

для імовірнісного оцінювання бічних сил на конструкції. Виведення необхідних співвідношень базується на наведених вище формулах (2.63) і (2.64) для вертикальних кранових навантажень і формулі (2.68) для бічних сил чотириколісних кранів.

Для обчислення дисперсії мінімального кранового навантаження визначимо коефіцієнти

$$A_{1,min} = \frac{dF_{min}}{dQ} = \frac{\bar{a}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0}; \quad A_{2,min} = \frac{dF_{min}}{da} = -\frac{G_B + \bar{Q}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0};$$

$$A_{3,min} = \frac{dF_{min}}{dy} = \frac{1}{n_0} \left[\frac{G_M}{2} + (G_B + \bar{Q}) \frac{\bar{a}}{L_{cr}} \right]. \quad (2.86)$$

Тоді дисперсія мінімального кранового навантаження визначиться як:

$$\hat{F}_{min} = \left(\frac{\bar{a}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0} \right)^2 \hat{Q}^2 + \left(\frac{G_T + \bar{Q}}{L_{cr}} \frac{\bar{y}}{n_0} \right)^2 \hat{a}^2 +$$

$$+ \frac{1}{n_0^2} \left[\frac{G_M}{2} + (G_T + \bar{Q}) \frac{\bar{a}}{L_{cr}} \right]^2 \hat{y}^2. \quad (2.87)$$

Математичне сподівання бічної сили на колесах чотириколісного крана, що обмежують перекіс моста, визначається на основі формули (2.68):

$$\bar{H}_k^n = 0,1 \bar{F}_{max} + \frac{\alpha (\bar{F}_{max} - \bar{F}_{min}) L_{cr}}{B}. \quad (2.88)$$

Для визначення дисперсії бічної сили також застосуємо процедуру лінеаризації з визначенням необхідних коефіцієнтів:

$$A_{1,H} = \frac{dH}{dF_{max}} = 0,1 + \frac{\alpha L_{cr}}{B}; \quad A_{2,H} = \frac{dH}{dF_{min}} = \frac{\alpha L_{cr}}{B}. \quad (2.89)$$

Тоді дисперсія максимальної бічної сили складе

$$\hat{H}_k^n = \left[\left(0,1 + \frac{\alpha L_{cr}}{B} \right) \hat{F}_{max} \right]^2 + \left(\frac{\alpha L_{cr}}{B} \hat{F}_{min} \right)^2. \quad (2.90)$$

На інших колесах крана виникають бічні сили з наступними числовими характеристиками:

$$\bar{H}_c^n = 0,1\bar{F}_{max} \text{ або } \bar{H}_c^n = 0,1\bar{F}_{min}; \hat{H}_c^n = 0,1\hat{F}_{max} \text{ або } \hat{H}_c^n = 0,1\hat{F}_{min}. \quad (2.91)$$

Одержані формули дозволяють розрахунковим шляхом одержувати числові характеристики горизонтальних кранових навантажень, необхідні для оцінок надійності конструкцій виробничих будівель.

Врахування нульових ділянок реалізації кранових навантажень. Реалізації дій кранів на конструкції досить часто включають перерви в завантаженні, тобто нульові ділянки (рис. 2.22, а). Такий характер дій кранів, очевидно, відповідним чином впливає на числові характеристики навантажень кранів. Автор монографії показав оцінку цього фактору у закордонній публікації [265], в подальшому це питання було розвинуто у дисертаціях В.О. Северина [167] і Ю.Е Патенко [93], виконаних під керівництвом автора.

При статистичній обробці безперервних реалізацій навантажень кранів стаціонарний випадковий процес $\tilde{X}_1(t)$ ділиться на часові інтервали Δt (рис. 2.22, а), що дає, після обчислень, бімодальний розподіл ординати процесу (рис. 2.22, в, поз. 1), оцінки статистичного середнього \bar{X}_1 і дисперсії \hat{X}_1 . Нормальний розподіл, побудований за цими характеристиками (рис. 2.22, в, поз. 1'), не відповідає експериментальному розподілу (рис. 2.22, в, поз. 1). Тому представляє інтерес перехід до випадкового процесу $\tilde{X}_2(t)$ без нульових ділянок з числовими характеристиками \bar{X}_2 і \hat{X}_2 , для якого розподіл ординати близький до нормального закону (рис. 2.22, в, поз. 2 і 2').

Легко бачити, що ординати другого дослідного розподілу зв'язані з ординатами першого розподілу співвідношенням

$$n_{i2} = n_{i1} \frac{1}{1 - n_0}, \quad (2.92)$$

де n_0 – частота нульових значень навантаження.

Тоді статистичне середнє стаціонарного випадкового процесу без нульових інтервалів визначиться як

$$\bar{X}_2 = \sum_{i=1}^l n_{i2} X_i = \sum_{i=1}^l X_i n_{i1} \frac{1}{1 - n_0} = \bar{X}_1 \frac{1}{1 - n_0}. \quad (2.93)$$

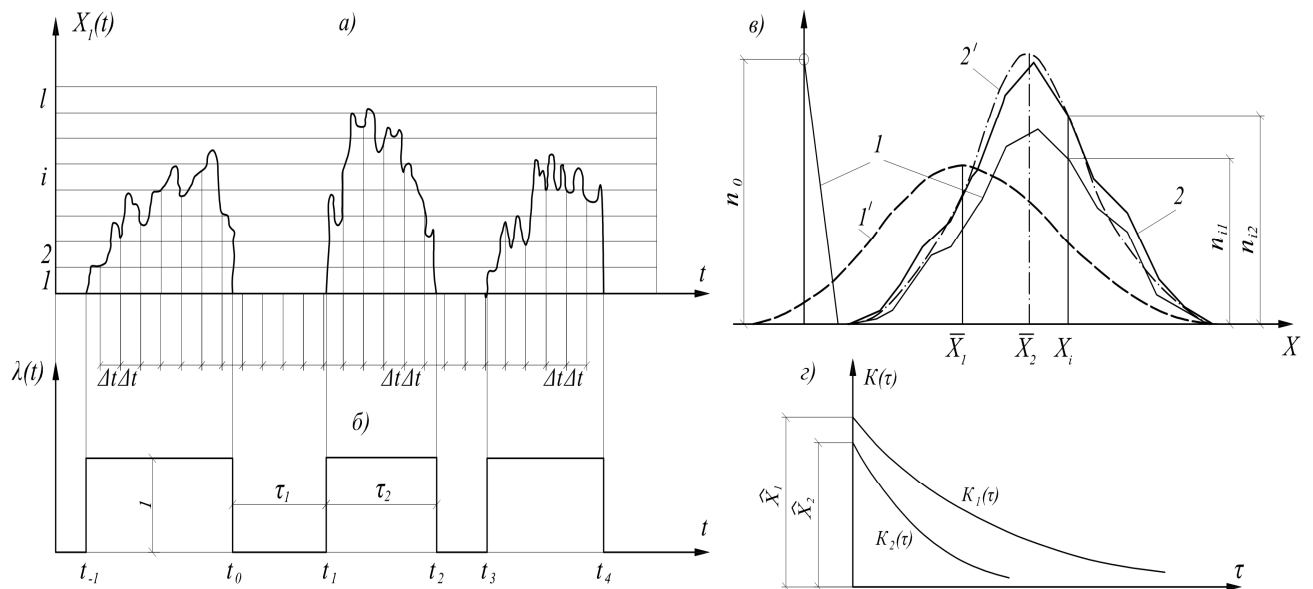


Рис. 2.22. Аналіз випадкового процесу з нульовими ділянками:

а – реалізація процесу; б – імпульсний процес; в – розподіли ординати процесів; г – кореляційні функції

Позначення: 1 і 1' – емпіричний і нормальний розподіли для процесу $\tilde{X}_1(t)$; 2 і 2' – те ж для процесу без нулів $\tilde{X}_2(t)$

Для визначення кореляційних функцій даних процесів, представимо вихідний процес в складеній формі:

$$X_1(t) = \lambda(t)X_2(t), \quad (2.94)$$

де $\lambda(t)$ – імпульсний процес, сформований на основі потоку Пуассона часових точок, для яких $\lambda(t)$ рівне 1 або 0 з вірогідністю $p = 1 - n_0$ або $1 - p = n_0$ (рис. 2.22 б). Математичне очікування і кореляційна функція цього процесу дорівнюють [141]:

$$\bar{\lambda} = 1 - n_0; \quad K_\lambda(\tau) = n_0(1 - n_0)\exp(-\nu|\tau|). \quad (2.95)$$

де $\nu = m/t$ – інтенсивність Пуассоновського потоку, тобто середнє число тимчасових точок або подвоєне число нульових інтервалів в одиницю часу. Використовуючи формулу множення кореляційних функцій [20], отримаємо кореляційну функцію для складеного процесу (2.94)

$$K_1(\tau) = K_\lambda(\tau)K_2(\tau) + \bar{\lambda}^2 K_2(\tau) + \bar{X}_2^2 K_\lambda(\tau). \quad (2.96)$$

Підставляючи в цю формулу вирази (2.93) і (2.95), отримуємо остаточно вираз, що зв'язує кореляційні функції процесів "з нулями" і "без нулів":

$$K_1(\tau) = K_2(\tau) \left[n_0(1 - n_0)\exp(-\nu|\tau|) + (1 - n_0)^2 \right] + \bar{X}_2^2 n_0(1 - n_0). \quad (2.97)$$

Якщо $\tau = 0$ і $\exp(-\nu|\tau|) = 1$, з цього виразу одержується відношення відповідних дисперсій:

$$\hat{X}_1 = (1 - n_0)(\hat{X}_2 + n_0\bar{X}_2^2). \quad (2.98)$$

Наближений характер кореляційних функцій $K_1(\tau)$ і $K_2(\tau)$ ілюструється на рис. 2.22, г, де дисперсія \hat{X}_1 може бути як більше, так і менше \hat{X}_2 , залежно від співвідношення параметрів формули (2.97).

Середньоквадратичне відхилення для процесу з нулями, очевидно, дорівнює:

$$\hat{X}_1 = \sqrt{(1-n_0^2)(\hat{X}_2^2 + n_0\bar{X}_2^2)}. \quad (2.99)$$

Нормована кореляційна функція випадкового процесу $\tilde{X}_1(t)$:

$$r_1(\tau) = \frac{\hat{X}_2 r_2(\tau) [n_0(1-n_0)\exp(-v|\tau|) + (1-n_0^2)] + \bar{X}_2^2 n_0(1-n_0)\exp(-v|\tau|)}{(1-n_0)(\hat{X}_2 + n_0\bar{X}_2^2)},$$

де $r_2(\tau)$ – нормована кореляційна функція процесу $\tilde{X}_2(t)$.

Врахування зон дії і часу роботи кранів. Значення n_0 можна розглядати як вірогідність відсутності мостового крана в розглянутій зоні впливу і визначати її як $n_0 = 1 - p_1$, де p_1 – ймовірність перебування крана в зоні впливу за умови його роботи. Значення p_1 залежать від особливостей технологічного процесу у виробничих цехах. Наступні три схеми інтенсивності роботи мостових кранів практично повністю охоплюють можливі технологічні ситуації в прольотах виробничих будівель.

Перша схема – описується рівномірним розподілом (рис. 2.23, а). При цьому ймовірність перебування крана в зоні впливу визначиться як $p_1 = l/L$, де l – довжина зони впливу, L – загальна довжина зони дії крана.

Тоді частота нульових значень навантаження визначиться як:

$$n_0 = 1 - \frac{l}{L} = \frac{L-l}{L}. \quad (2.100)$$

Друга схема – описується трикутним розподілом (рис. 2.23, б). Імовірність перебування крана в зоні впливу визначається наступним чином:

$$p_1 = \frac{(a+0,5l)^2 - (a+0,5l^2)}{aL} + \frac{(b+0,5l)^2 - (b+0,5l^2)}{bl}. \quad (2.101)$$

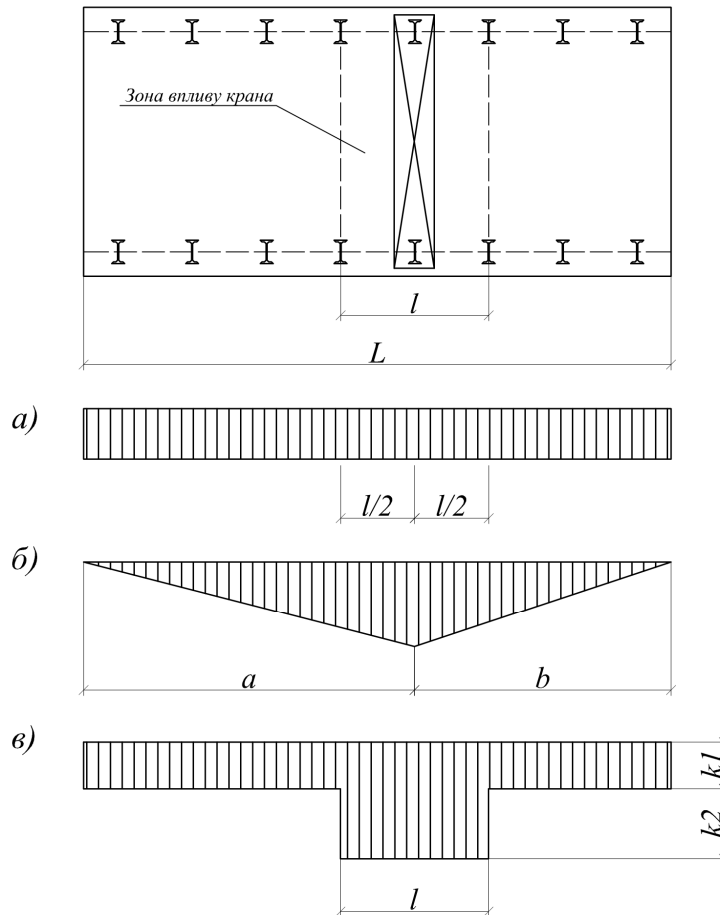


Рис. 2.23. Схеми до визначення ймовірності перебування крана в зоні впливу:

а – перша схема; б – друга схема; в – третя схема

Тоді вираз для частоти нульових значень навантажень прийме наступний вигляд:

$$n_0 = \frac{b(a + 0,5l)^2 + a(b + 0,5l)^2}{abL}. \quad (2.102)$$

Якщо $a = b = 0,5l$, значення p_1 і n_0 будуть відповідно дорівнювати:

$$p_1 = 2 \frac{l}{L} - \left(\frac{l}{L} \right)^2; \quad n_0 = \frac{(L-l)^2}{L^2}. \quad (2.103)$$

Третя схема – описується рівномірним розподілом, причому інтенсивність технологічного процесу в зоні впливу в

k -разів більше, ніж за її межами (рис. 2.23, в). Ординати щільності розподілів по ділянках складають:

$$k_1 = \frac{1}{(k+1)(L-l)}, \quad k_2 = \frac{k}{l(1+k)}.$$

Звідси імовірність перебування крана в зоні впливу:

$$p_1 = k_2 l = \frac{k}{1+k}. \quad (2.104)$$

Відповідно одержуємо необхідну частоту

$$n_0 = k_1(L-l) = \frac{1}{1+k}. \quad (2.105)$$

Крім цього, слід враховувати режим роботи кранів, зв'язану з яким імовірність роботи крана можливо наближено визначати за формулою:

$$p_2 = k_{year} k_{day}, \quad (2.106)$$

де k_{year} , k_{day} – відповідно коефіцієнти використання кранів на протязі року і на протязі доби. Значення цих коефіцієнтів, взяті по даним кранівників, наводяться в роботі [167] (табл. 2.27).

Таблиця 2.27
Характеристики роботи мостових кранів

Параметри	Групи режимів роботи мостових кранів		
	4К – 6К	7К	8К
k_{year}	0,24...0,50	0,75	1,0
k_{day}	0,33...0,67	0,67	1,0
p_2	0,08...0,335	0,51	1,0

Наведені коефіцієнти призначені для оцінок надійності конструкцій при дії кранового навантаження, які визначаються за кількістю викидів випадкового процесу за певний інтервал часу. Цей інтервал обчислюється відповідно для процесів $\tilde{X}_1(t)$ і $\tilde{X}_2(t)$ наступним чином:

$$t_1 = p_2 t; t_2 = p_1 t_1 = p_1 p_2 t, \quad (2.107)$$

де t – термін експлуатації конструкції.

Для орієнтовної оцінки застосування коефіцієнтів, наведених вище, розглянемо виробничу будівлю з терміном експлуатації 50 років, довжиною 120 м з рівномірним розподілом інтенсивності роботи крану (схема 1) і довжиною зони впливу $l = 45$ м, для якої параметр $p_1 = 45/120 = 0,375$. При кранах групи режиму роботи 6К, для яких найбільше значення $p_2 = 0,335$, надійність конструкцій повинна оцінюватися на інтервалі часу $t_2 = 0,375 \cdot 0,335 \cdot 50 = 6,3$ років (замість 50 років). Для групи режиму 7К цей інтервал складає $t_2 = 0,375 \cdot 0,51 \cdot 50 = 9,6$ років. Таким чином, врахування особливостей і режиму роботи мостових кранів призводить до помітного уточнення оцінок надійності конструкцій.

2.4.10. Числовий приклад. *Визначити числові характеристики навантаження мостового крана.*

Вихідні дані: мостовий кран вантажопідйомністю $Q = 15$ тс, групи режиму роботи 6К, з роздільним приводом механізму руху моста, встановлений в цеху прольотом 24 м з кроком колон 6 м. Параметри крану: проліт $L_{cr} = 23,0$ м; база $B = 4,4$ м, відповідні ординати лінії впливу опорного тиску колес на колону $y_1 = 1,0$, $y_2 = 0,63$; вага моста $G_M = 257$ кН; вага візка $G_B = 53$ кН; наближення гака до кранової колії $a = 1,3$ м.

Числові характеристики ваги вантажу

$$\bar{Q} = 0,5 \cdot Q = 0,5 \cdot 150 = 75 \text{ кН};$$

$$V_Q = 0,3; \hat{Q} = V_Q \cdot \bar{Q} = 0,3 \cdot 75 = 22,5 \text{ кН.}$$

Числові характеристики ваги моста

$$\bar{G}_M = G_M = 257 \text{ кН}; V_M = 0,1; \hat{G}_M = 0,1 \cdot \bar{G}_M = 0,1 \cdot 257 = 25,7 \text{ кН.}$$

Числові характеристики ваги візка

$$\bar{G}_B = G_B = 53 \text{ кН}; V_B = 0,1; \hat{G}_B = 0,1 \cdot \bar{G}_B = 0,1 \cdot 53 = 5,3 \text{ кН.}$$

Числові характеристики наближення гака крана

$$\bar{a} = 1,3 \text{ м}, V_a = 0,1, \hat{a} = 0,1 \cdot \bar{a} = 0,1 \cdot 1,3 = 0,13 \text{ м.}$$

Визначимо математичні сподівання максимального і мінімального тиску колеса крана:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\max} &= \frac{1}{n_0} \left\{ \frac{\bar{G}_M}{2} + \left[\frac{(\bar{Q} + \bar{G}_B)(L_{cr} - \bar{a})}{L_{cr}} \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{257}{2} + \left[\frac{(75 + 53)(23 - 1,3)}{23} \right] \right\} = 124,63 \text{ кН}; \\ \bar{F}_{\min} &= \frac{1}{n_0} \left\{ \frac{\bar{G}_M}{2} + \left[\frac{(\bar{Q} + \bar{G}_B)\bar{a}}{L_{cr}} \right] \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{257}{2} + \left[\frac{(75 + 53)1,3}{23} \right] \right\} = 67,87 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Математичні сподівання бічних сил на колесах крана:

$$\begin{aligned} \bar{H}_k^n &= 0,1\bar{F}_{\max} + \frac{\alpha(\bar{F}_{\max} - \bar{F}_{\min})L_{cr}}{B} = \\ &= 0,1 \cdot 124,63 + \frac{0,01(124,63 - 67,87)23}{4,4} = 15,43 \text{ кН}; \\ \bar{H}_c^n &= 0,1\bar{F}_{\max} = 0,1 \cdot 124,63 = 12,46 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Математичне сподівання горизонтального навантаження на грузки на колону від бічних сил:

$$\bar{H} = \bar{H}_k^n \cdot y_1 + \bar{H}_c^n \cdot y_2 = 15,43 \cdot 1 + 12,46 \cdot 0,63 = 23,32 \text{ кН.}$$

Вертикальне навантаження на колону від одного мостового крану без вантажу

$$F_{cp}^{BG} = \frac{G_{cr}}{4} \sum y = \frac{310}{4} \cdot 1,63 = 126,58 \text{ кН.}$$

Математичне сподівання бічної сили, виражене через $0,1F_{cp}^{BG}$:

$$\bar{X} = \frac{\bar{H}}{0,1F_{cp}^{BG}} = \frac{23,32}{0,1 \cdot 126,58} = 1,843.$$

Для обчислення дисперсії \hat{F}_{max} визначимо коефіцієнти:

$$A_{1,max} = \frac{dF_{max}}{dQ} = \frac{L_{cr} - \bar{a}}{L_{cr} n_0} = \frac{23,0 - 1,3}{23,0 \cdot 2} = 0,478;$$

$$A_{2,max} = \frac{dF_{max}}{dG_B} = \frac{L_{cr} - \bar{a}}{L_{cr} n_0} = \frac{23,0 - 1,3}{23,0 \cdot 2} = 0,478;$$

$$A_{3,max} = \frac{dF_{max}}{dG_M} = \frac{1}{2n_0} = \frac{1}{2 \cdot 2} = 0,25;$$

$$A_{4,max} = \frac{dF_{max}}{da} = -\frac{\bar{G}_B + \bar{Q}}{L_{cr} n_0} = -\frac{53 + 75}{23,0 \cdot 2} = -2,783 \text{ кН/м.}$$

Дисперсія максимального вертикального тиску колеса складає:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{max} &= A_{1,max}^2 \hat{Q}^2 + A_{2,max}^2 \hat{G}_B^2 + A_{3,max}^2 \hat{G}_M^2 + A_{4,max}^2 \hat{a}^2 = \\ &= 0,478^2 \cdot 22,5^2 + 0,478^2 \cdot 5,3^2 + 0,25^2 \cdot 25,7^2 + 2,783^2 \cdot 0,13^2 = 185,17 \text{ кН}^2. \end{aligned}$$

Стандарт максимального вертикального тиску колеса

$$\hat{F}_{max} = \sqrt{\hat{F}_{max}} = \sqrt{185,17} = 13,61 \text{ кН.}$$

Для обчислення дисперсії \hat{F}_{min} визначаємо коефіцієнти:

$$A_{1,min} = \frac{dF_{min}}{dQ} = \frac{\bar{a}}{L_{cr}n_0} = \frac{1,3}{23,0 \cdot 2} = 0,028;$$

$$A_{1,min} = \frac{dF_{min}}{dG_B} = \frac{\bar{a}}{L_{cr}n_0} = \frac{1,3}{23,0 \cdot 2} = 0,028;$$

$$A_{3,min} = \frac{dF_{min}}{dG_M} = \frac{1}{2n_0} = \frac{1}{2 \cdot 2} = 0,25;$$

$$A_{4,max} = \frac{dF_{min}}{da} = \frac{\bar{G}_B + \bar{Q}}{L_{cr}n_0} = \frac{53 + 75}{23,0 \cdot 2} = 2,783 \text{ кН/м.}$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_{min} &= A_{1,min}^2 \hat{Q}^2 + A_{2,min}^2 \hat{G}_B^2 + A_{3,min}^2 \hat{G}_M^2 + A_{4,min}^2 \hat{a}^2 = \\ &= 0,028^2 \cdot 22,5^2 + 0,028^2 \cdot 5,3^2 + 0,25^2 \cdot 25,7^2 + 2,783^2 \cdot 0,13^2 = 41,83 \text{ кН}^2. \end{aligned}$$

$$\hat{F}_{min} = \sqrt{\hat{F}_{min}} = \sqrt{41,83} = 6,47 \text{ кН.}$$

Визначимо коефіцієнти для обчислення дисперсії бічної сили на колесо

$$A_{1H} = \frac{dH_k^n}{dF_{max}} = 0,1 + \frac{0,01L_{cr}}{B} = 0,1 + \frac{0,01 \cdot 23}{4,4} = 0,152;$$

$$A_{2H} = \frac{dH_k^n}{dF_{min}} = \frac{0,01L_{cr}}{B} = \frac{0,01 \cdot 23}{4,4} = 0,052.$$

Тоді дисперсія \hat{H}_k^n і стандарти сил бічних сил \hat{H}_k^n , \hat{H}_c^n складають:

$$\hat{H}_k^n = A_{1H}^2 \hat{F}_{max}^2 + A_{2H}^2 \hat{F}_{min}^2 = 0,152^2 \cdot 13,61^2 + 0,052^2 \cdot 6,45^2 = 4,31 \text{ кН}^2;$$

$$\hat{H}_k^n = \sqrt{\hat{H}_k^n} = \sqrt{4,31} = 2,08 \text{ кН};$$

$$\hat{H}_c^n = 0,1 \hat{F}_{max} = 0,1 \cdot 13,61 = 1,36 \text{ кН.}$$

Стандарт горизонтального навантаження на колону від бічних сил одного крану:

$$\hat{H} = \hat{H}_k^n \cdot y_1 + \hat{H}_c^n \cdot y_2 = 2,08 \cdot 1 + 1,36 \cdot 0,63 = 2,94 \text{ кН.}$$

Стандарт того ж навантаження, виражений через $0,1F_{cp}^{BG}$ (F_{cp}^{BG} – навантаження на колону від мостового крана без вантажу, визначене вище):

$$\hat{X} = \frac{\hat{H}}{0,1F_{cp}^{BG}} = \frac{2,94}{0,1 \cdot 126,583} = 0,232.$$

Одержані числові характеристики горизонтального кранового навантаження відповідають наведеним вище експериментальним значенням.

2.5. СТАТИСТИЧНІ ДАНІ ЩОДО МІЦНОСТІ МАТЕРІАЛІВ

2.5.1. Статистичні параметри міцності прокатної сталі

Статистичний характер міцності сталі. Як відомо, процес виплавки сталі є досить складним і не ідеально контрольованим (висока температура, час процесу плавки, вміст легуючих домішок тощо). Згодом при прокатці відбувається обтискання металу, роздрібнення зерен і різна їхня орієнтація вздовж і поперек прокату, що впливає на механічні властивості металу. На властивості сталі впливають також температура прокатки і подальше охолодження. Крім того, при збільшенні товщини прокату механічні характеристики металу понижуються. При наявності таких численних факторів, що впливають на міцність сталі, цілком природно, що показники міцності мають певну змінність, наочне уявлення про яку дають статистичні криві розподілу різних характеристик сталі.

Межа текучості та інші механічні характеристики сучасних сталей мають статистичний розкид, який добре описується нормальним законом (рис. 2.24, 2.25), що було

неодноразово підтверджено даними випробування зразків сталі.

Результати масштабних (26 тисяч випробувань) досліджень статистичних характеристик маловуглецевої сталі марки Ст3 для будівельних металоконструкцій наведені в *табл. 2.28* [73]. Із наведених даних видно, що кипляча сталь щодо міцності більш однорідна, чим спокійна сталь. Статистичний розкид значень межі міцності виявився меншим, чим розкид межі текучості, а коефіцієнт варіації відносного видовження помітно більше, чим відповідний коефіцієнт показників міцності. З *табл. 2.29 – 2.30* видно, що середнє значення межі текучості і міцності із збільшенням товщини прокату зменшується внаслідок зростання початкових дефектів структури металу у більш товстих виробих.

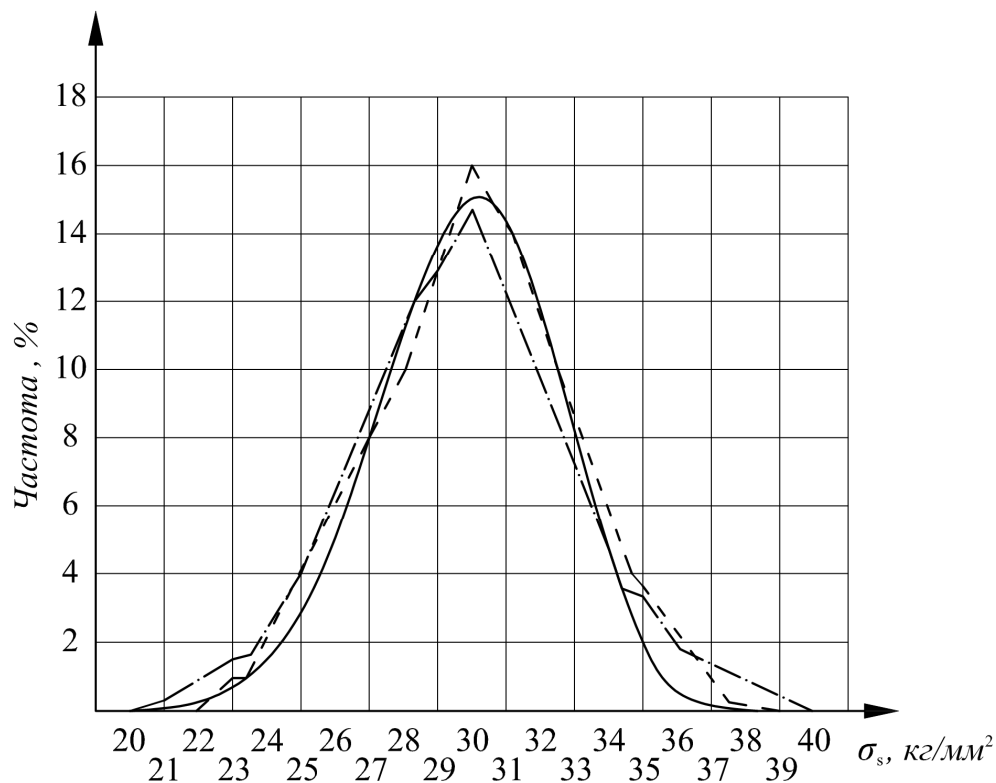


Рис. 2.24. Статистичні розподіли межі текучості сталі марки Ст3 (довоєнні дані)

- — — — — Кузнецький і Магнітогорський металургійні комбінати, 1943 і 1944рр. (5888 вип.)
- крива Гауса $y=15,96e^{-x^2/13,5}$ $\sigma_s=30,17\pm 2,5$ кг/мм²
- - - - - Магнітогорський металургійний комбінат, 1944р. (1925 вип.)

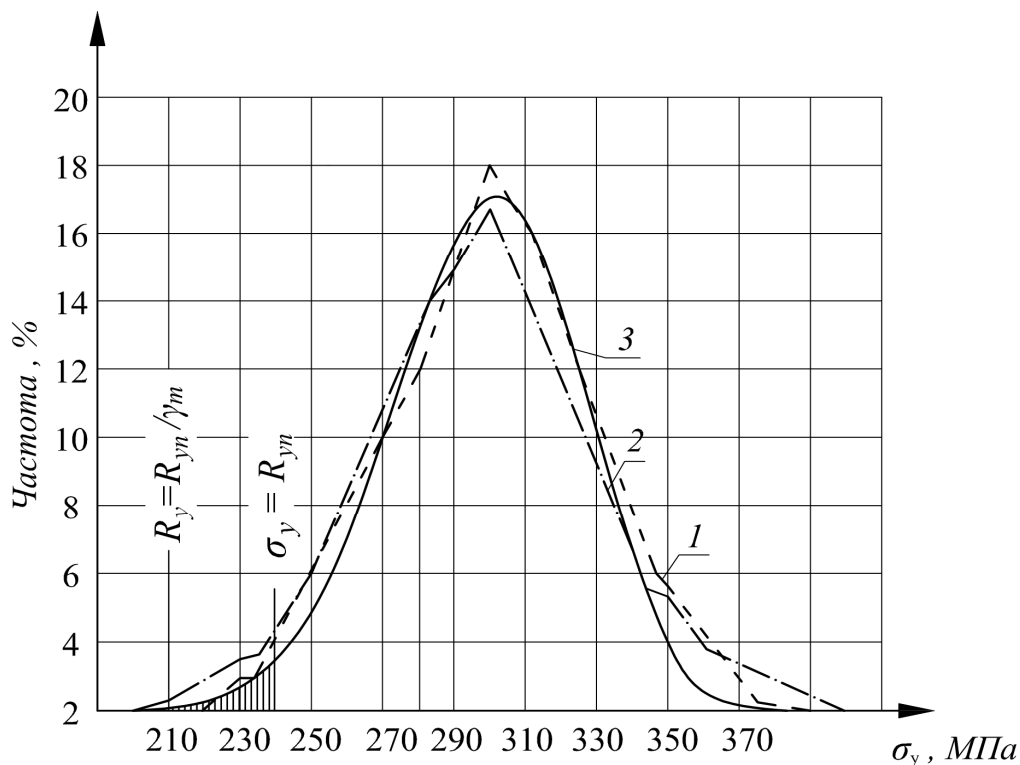


Рис. 2.25. Статистичні розподіли межі текучості сталі марки Ст3:
1,2 – по даним різних заводів; 3 – нормальний розподіл (Гаусса)

Таблиця 2.28

Статистичні параметри механічних характеристик
сталі марки Ст3

Вид прокату	Товщина, мм	Степень розкисленості	Межа текучості		Межа міцності		Відносне видовження	
			$\bar{\sigma}_y$, МПа	V_y	$\bar{\sigma}_u$, Па	V_u	$\bar{\delta}$, %	V_δ
Лист	4 – 10	сп	288	0,083	440	0,057	32,6	0,080
	11 – 15		294	0,075	436	0,053	29,3	0,102
	16 – 20		288	0,083	433	0,046	30,6	0,111
	>40		254	0,106	428	0,063	23,1	0,117
	Всі товщини		286	0,091	439	0,057	31,0	0,141
	4 – 10	кп	266	0,109	410	0,073	34,2	0,100
	Увесь лист	–	277	0,106	430	0,067	32,0	0,138
Кутики		сп	304	0,084	444	0,056	33,3	0,100
		пс	294	0,068	430	0,051	34,6	0,090
		кп	281	0,082	418	0,067	36,3	0,085
		всі	–	0,081	–	0,061	–	0,088

Основні статистичні характеристики межі текучості (середнє значення і коефіцієнт варіації) для розповсюджених модифікацій сталі марки Ст3 за ГОСТ 380-71*, наведені в табл. 2.29 і 2.30 [146].

Таблиця 2.29

Статистичні характеристики межі текучості прокатної сталі

<i>№ n/n</i>	<i>Профілі</i>	<i>Марки сталі</i>	<i>Середнє значення межі текучості $\bar{\sigma}_y$, МПа</i>	<i>Коефіцієнт варіації V_y</i>
1	<i>Гнуті, товщина листів більше 3 мм</i>	<i>ВСт3пс3, ВСт3пс2</i>	305	0,08
2		<i>ВСт3пс3, ВСт3пс2</i>	285	0,08
3		<i>ВСт3пс3, ВСт3пс2</i>	295	0,08
4		<i>ВСт3пс3, ВСт3пс2</i>	275	0,08
5	<i>Прокатні, товщина полиці до 5 мм</i>	<i>ВСт3Гсп2</i>	315	0,07
6		<i>ВСт3пс2</i>	295	0,08
7		<i>ВСт3кп2</i>	275	0,09
8	<i>Те ж, більше 5 мм</i>	<i>Марки сталі пп. 5,6,7</i>	270	0,08

Коефіцієнти варіації межі текучості сталі, за даними закордонних джерел [218], знаходяться у наступних межах:

- окремий профіль з одного заводу $V_y = 0,01 \dots 0,04$;
- різні профілі з одного заводу $V_y = 0,04 \dots 0,07$;
- однакові профілі з різних заводів $V_y = 0,05 \dots 0,08$;
- різні профілі з різних заводів $V_y = 0,06 \dots 0,12$;
- для сталевого листа $V_y = 0,6 \dots 0,12$.

Для модуля пружності коефіцієнт варіації коливається від 0,02 до 0,06 [218].

Таблиця 2.30

Статистичні характеристики межі текучості прокатної сталі

Марка сталі і вид прокату	Товщина листа або полиці профіля, мм	Сталь групи I		Сталь групи II	
		Середнє значення межі текучості $\bar{\sigma}_y, \text{МПа}$	Коефіцієнт варіації V_y	Середнє значення межі текучості $\bar{\sigma}_y, \text{МПа}$	Коефіцієнт варіації V_y
ВСтЗсп, лист	4 – 6	285	0,049	321	0,064
	8 – 10	283	0,050	315	0,060
	12 – 16	273	0,052	303	0,060
ВСтЗпс, лист	4 – 6	280	0,055	313	0,058
	8 – 10	277	0,056	309	0,055
	12 – 16	270	0,053	298	0,055
ВСтЗсп, фасон	4 – 6	293	0,080	330	0,062
	8 – 10	292	0,080	325	0,058
	12 – 16	282	0,051	311	0,056
ВСтЗпс, фасон	4 – 6	284	0,050	318	0,062
	8 – 10	282	0,050	313	0,053
	12 – 16	280	0,051	308	0,053

Нормування міцності прокатної сталі. Основною характеристикою міцності конструктивного матеріалу є нормативний опір. Імовірнісна забезпеченість (імовірність відхилень у меншій бік) нормативного опору матеріалу повинна дорівнювати $P = 0,95$ (рис. 2.25) [39]. Це значення забезпеченості оцінюється на основі розподілу Гаусса як:

$$P = 0,5 + \Phi(\beta), \quad (2.108)$$

де $\beta = 1,64$ – величина аргументу, що відповідає значенню функції Лапласа $\Phi = 0,45$.

Відповідне значення нормативного опору сталі дорівнює:

$$R_{yn} = \bar{\sigma}_y (1 - 1,64V_m). \quad (2.109)$$

За діючими в Україні нормами [41], основним показником сталі є характеристичний (замість нормативного) опір R_{yn} , що дорівнює значенням межі текучості (бракувальному мінімуму), встановленим стандартами чи технічними умовами. Ці значення, визначені за нормами поставки, прийнятими і діючими на протязі багатьох років, не мають послідовного статистичного обґрунтування. Згідно із численними статистичними дослідженнями, для більшості будівельних сталей забезпеченість характеристичного опору за межею текучості R_{yn} складає 0,95...0,99, тобто дещо вище наведеного рівня P .

Можливість попадання в конструкцію сталі із значенням межі текучості нижче встановленого стандартом бракувального мінімуму враховується **коефіцієнтом надійності за матеріалом** $\gamma_m = R_{yn}/R_y \geq 1,0$.

Цим коефіцієнтом враховуються:

- неминучі змінність і розкид властивостей сталі, що оцінюються на основі статистичної обробки численних результатів заводських випробувань сталі (див. криву розподілу на *рис. 2.25*);
- відхилення, обумовлені неточністю залежностей між матеріалом конструкції і вибірковими лабораторними зразками, по даним випробування яких встановлюються нормативні значення міцнісних характеристик сталі;
- можливі відхилення площі перерізу від номінального значення в межах встановлених стандартами допусків на прокатні профілі (щоб не вводити додаткових коефіцієнтів).

Розрахунковий опір сталі – це мінімальний імовірний опір сталі, який може бути визначений на основі статистичного розподілу межі текучості (*рис. 2.25*), наприклад, на основі правила «трьох сігма». При цьому забезпеченість розрахункового опору повинна бути не менше 0,998 [41]. У сучасних нормах проектування сталевих конструкцій у формулу $R_y = R_{yn}/\gamma_m$ вводяться значення коефіцієнти надійності за матеріалом, що дорівнюють $\gamma_m = 1,025$ для сталей за ГОСТ 27772-88 (крім високоміцних сталей С590 і С590К), $\gamma_m = 1,05$ для сталей за

ГОСТ 380-71* і $\gamma_m = 1,10$ для сталей, що поставляються за іншими стандартами.

Значення нормативних і розрахункових опорів сталі наведені в нормах проектування сталевих конструкцій [41]. На основі наведених в *табл. 2.29* і *2.30* статистичних даних для межі текучості сталі Ст3, можна визначити імовірнісну забезпеченість вказаних опорів і оцінити відповідність наведених вище значень коефіцієнтів надійності за матеріалом.

2.5.2. Статистичні характеристики міцності арматури.

Статистичні характеристики міцності арматурної сталі, розподіленої за нормальним законом, наведені в *табл. 2.31* [73, 212]. Дещо інші коефіцієнти варіації, показані у знаменнику, наведені у монографії А.П. Кудзиса [67].

Таблиця 2.31
Статистичні характеристики міцності арматури

<i>Клас арматури</i>	<i>A-I</i>	<i>A-II</i>	<i>A-III</i>	<i>A-IIIв</i>	<i>A-IV</i>
<i>Середнє значення, \bar{R}_s, МПа</i>	247	313	420 <i>d=10...40</i> <i>мм</i>	600	667
<i>Коефіцієнт варіації, V_s</i>	0,0297 0,05 – 0,08	0,0353 0,06 – 0,08	0,0436 0,06 – 0,08	0,0612 –	0,0859 0,08 – 0,10

<i>Клас арматури</i>	<i>A-V</i>	<i>A-VI</i>	<i>B-II</i>	<i>B_p-II</i>	<i>K-7</i>
<i>Середнє значення, \bar{R}_s, МПа</i>	912	1178	1607 <i>d=5 мм</i>	1507	1554 <i>d=15</i> <i>мм</i>
<i>Коефіцієнт варіації, V_s</i>	0,0848 0,08 – 0,10	0,103 0,06 – 0,14	0,103 0,06 – 0,10	0,102 0,06 – 0,10	0,102 –

Вказані в *табл. 2.31* середні значення і коефіцієнти варіації міцності арматури є усередненими по генеральній сукупності даних багатьох металургійних заводах СНД. При цьому всі заводи випускають арматуру, що відповідає вимогам відповідних стандартів відносно бракувального мінімуму і забезпечення

нормативного опору. Однак середні значення міцності у кожній партії сталі можуть бути різними. Тому результуюча крива розподілу міцності арматури має дещо більший коефіцієнт варіації, ніж кожна окрема крива.

Статистичний розподіл модуля пружності арматури також підкоряється нормальному закону, середні значення і коефіцієнти варіації для різних класів арматури наведені в *табл. 2.32* [53, 212].

Таблиця 2.32

Статистичні характеристики модуля пружності арматури

<i>Клас арматури</i>	<i>A-I</i>	<i>A-II</i>	<i>A-III</i>	<i>A-IV</i>
<i>Середнє значення, $\bar{E}_s \cdot 10^{-5}$, МПа</i>	2,29	2,29	2,18	2,18
<i>Коефіцієнт варіації, V_E</i>	0,07	0,07	0,07	0,07

<i>Клас арматури</i>	<i>A-V</i>	<i>A-VI</i>	<i>B_p-I</i>	<i>K-7</i>
<i>Середнє значення, $\bar{E}_s \cdot 10^{-5}$, МПа</i>	1,87	1,87	1,85	1,96
<i>Коефіцієнт варіації, V_E</i>	0,07	0,07	0,08	0,08

Відносне видовження арматури після розриву має статистичний розкид з коефіцієнтами варіації $V_\delta = 0,135 \dots 0,347$.

Змінність площини поперечного перерізу арматури діаметром $d = 10 \dots 18$ мм характеризується коефіцієнтом варіації $V_A = 0,019 \dots 0,049$. Більш детальні щодо змінності площі перерізу арматури наводяться в *табл. 2.33* [73].

Таблиця 2.33

Змінність площі поперечного перерізу арматури

	<i>Марка сталі</i>									
	<i>80С</i>					<i>20ХГ2С</i>				
	<i>d, мм</i>	<i>10</i>	<i>12</i>	<i>14</i>	<i>16</i>	<i>18</i>	<i>10</i>	<i>12</i>	<i>14</i>	<i>16</i>
<i>n</i>	110	517	231	996	1832	196	1020	180	134	181
<i>V_A</i>	0,029	0,049	0,024	0,024	0,019	0,021	0,024	0,026	0,027	0,02

2.5.3. Статистичні характеристики міцності бетону

Статистична природа міцності бетону. Бетон – штучний будівельний матеріал, що відрізняється неоднорідністю і мінливістю міцнісних і деформативних властивостей, що залежать від таких випадкових факторів, як активність цементу, крупність заповнювачу, технологія виготовлення та твердіння, час експлуатації тощо.

Основна характеристика, що відображає міцнісні властивості бетону – це його кубикова міцність, що визначається шляхом випробування стандартних кубів розміром 15 см і добре описується нормальним законом розподілу [53, 212].

Оцінка математичного сподівання (середнього значення) міцності бетону може бути одержана на основі розрахункового опору бетону, що має статистичне обґрунтування (див. нижче формулу (2.115)). Треба мати на увазі, що для бетону характерне зростання міцності з часом при дії як статичних, так і динамічних навантажень. Так, тривалі зусилля стиску, близькі за величиною до експлуатаційних, підвищують міцність бетону на стиск стержньових і плоских елементів на 25...25 % [67]

Коефіцієнт варіації міцності бетону прийнятий у нормах проектування [183] рівним $V_b = 0,135$ як середньостатистичне значення для великої кількості заводів по виготовленню залізобетонних конструкцій. Між тим дослідження технологічних ліній на заводах ЗБК показали, що коефіцієнт варіації може суттєво відхилитися як у більший, так і в менший бік і складає $V_b=0,05...0,25$ [73, 212]. Із збільшенням міцності бетону ущільнюється його структура, що призводить до підвищення однорідності і зменшенню коефіцієнта варіації. Це підтверджують дані *табл. 2.34*, де наведені результати лабораторних досліджень (462 випробування, 14320 зразків) [53], скореговані на вплив виробничих умов за рекомендаціями А.П. Кудзіса [67].

Статистичний розкид міцності бетону суттєво залежить від рівня технології виготовлення і возведення конструкцій, що ілюструє *табл. 2.35* [67].

Таблиця 2.34

Варіація міцності бетону в залежності від її величини

Вид твердіння	Коефіцієнти варіації у % при середній міцності, МПа							
	10	20	30	40	50	60	70	≥80
Природний	15,9	12,0	10,5	8,8	6,6	5,4	5,1	5,1
Пропарюван ня	12,1	11,1	9,4	9,0	7,8	6,6	5,5	5,2

Таблиця 2.35

Коефіцієнти варіації міцності бетону на стиск, %

Тип конструкцій	Консистенція бетонної суміші	Культура виробництва і возведення конструкцій		
		висока	середня	низька
Монолітні	Пластична	8...11	11...16	16...20
	Жорстка	10...15	15...20	20...25
Збірні	Пластична	6...9	9...14	14...18
	Жорстка	8...11	11...16	16...22

На розкид міцності бетону суттєво впливають мінливість і можлива неточність дозування його складових, які можуть знаходитися у наступних межах [53]:

- міцність цементу $\pm(6...25)\%$;
- міцність заповнювачів $\pm(15...50)\%$;
- уміст цементу $\pm(5...15)\%$;
- уміст води $\pm(8...23)\%$;
- уміст наповнювачів $\pm(5...10)\%$;
- уміст вологи в наповнювачах $\pm(1...21)\%$.

Має місце також тенденція зменшення коефіцієнта варіації міцності бетону з часом. Так, за даними [212], вже через три місяці після виготовлення залізобетонної конструкції цей коефіцієнт може зменшитися в 1,5 рази. Аналогічна тенденція характерна для модуля пружності бетону (табл. 2.36) [53]).

Коефіцієнт варіації модуля пружності бетону зменшується також із збільшенням його міцності (табл. 2.37) [73]).

Таблиця 2.36

Залежність коефіцієнта варіації модуля пружності бетону
 V_{Eb} від часу

<i>t, діб</i>	<i>0...12</i>	<i>13...25</i>	<i>26...359</i>	<i>360...624</i>	<i>≥ 625</i>
V_{Eb}	0,130	0,120	0,085	0,090	0,085

Таблиця 2.37

Зв'язок коефіцієнта варіації модуля пружності бетону
 V_{Eb} з міцністю бетону

<i>Середнє значення міцності, МПа</i>	<i>10</i>	<i>20</i>	<i>30</i>	<i>40</i>	<i>50</i>
<i>Коефіцієнт варіації модуля пружності бетону</i>	0,092	0,077	0,056	0,047	0,044

Таблиця 2.38

Відхилення розмірів залізобетонних елементів

<i>Тип конструкцій</i>	<i>Корисна висота</i>		<i>Товщина захисного шару арматури</i>	
	<i>Середнє значення, мм</i>	<i>Дисперсія, мм²</i>	<i>Середнє значення, мм</i>	<i>Дисперсія, мм²</i>
<i>Монолітні плити</i>	-10	100	-2	25
<i>Збірні ребристі плити</i>	0	36	+1	25
<i>Збірні багатопустотні плити</i>	+2	49	0	25
<i>Балки</i>	-5	169	-6	49

Примітка: середнє значення і дисперсія розподілу відхилень за товщиною касетних виробів дорівнюють відповідно +4 мм і 9 мм²

При оцінці надійності залізобетонних слід враховувати наступні види відхилень розмірів елементів від проектних величин: корисної висоти поперечного перерізу, товщини захисного шару арматури і товщини стінок і ребер. Згідно з [67], коефіцієнт варіації висоти поперечного перерізу

$$V_d \approx 0,025 + 0,5/d, \quad (2.110)$$

де d – висота, см.

Статистичні характеристики відхилень розмірів залізобетонних конструкцій від проектних величин наведені в *табл. 2.38*.

Нормування міцності бетону. Згідно з нормами [183], основною характеристикою бетонів є *клас за міцністю при стиску* B (МПа) – граничний опір стисковій стандартних бетонних кубів, які випробуються через 28 діб зберігання при температурі $20 \pm 2^\circ \text{C}$ забезпеченістю 0,95.

По аналогії з формулою (2.109) можна записати для класу бетону

$$B = \bar{R}_{cub} (1 - 1,64 \cdot V_b), \quad (2.111)$$

де \bar{R}_{cub} – середня кубикова міцність бетону на осьовий стиск (МПа) (раніше називалася маркою бетону); V_b – коефіцієнт варіації міцності бетону.

У розрахунках залізобетонних конструкцій використовується *призмена міцність бетону*, внаслідок чого перехід від класу бетону до його нормативного опору R_{bn} записується як [17, 172]

$$R_{bn} = B(0,77 - 0,00125B) = B \cdot k_b \geq 0,72B. \quad (2.112)$$

При визначенні розрахункового опору бетону R_b враховується коефіцієнт умов роботи γ_{bc} :

$$R_b = R_{bn} / \gamma_{bc}. \quad (2.113)$$

Коефіцієнт γ_{bc} враховує особливості властивостей бетону; тривалість дії навантаження та багаторазовість його повторення; умови, характер і стадію роботи конструкцій; спосіб виготовлення; розміри перерізу тощо. Для важких бетонів $\gamma_{bc} = 1,3$.

З урахуванням наведених співвідношень середня міцність бетону може бути визначена за формулою

$$\bar{R}_b = \frac{R_b}{1 - 1,64 \cdot V_b}. \quad (2.114)$$

Як вказано вище, в нормах враховується узагальнений коефіцієнт варіації міцності бетону $V_b = 0,135$. Підставляючи це значення в формулу (2.114), маємо:

$$\bar{R}_b = \frac{R_b}{1 - 1,64 \cdot 0,135} = \frac{R_b}{0,7786} = 1,282R_b. \quad (2.115)$$

Відповідно стандарт міцності бетону дорівнюватиме

$$\hat{R}_b = V_b \cdot \bar{R}_b = 0,135 \cdot 1,282R_b = 0,173R_b. \quad (2.116)$$

Одержані узагальнені числові характеристики міцності бетону можуть застосовуватися у розрахунках надійності конструкцій разом з експериментальними статистичними даними.

2.5.4. Числовий приклад. *Визначити нормативний і розрахунковий опору сталі на розтяг по експериментальним статистичним даним.*

Вихідні дані: вибірка експериментальних даних випробування сталевих зразків на розтяг загальним обсягом $n=50$ (табл. 2.39).

Таблиця 2.39
Експериментальні значення межі текучості сталі, МПа

253,2	270,8	360,0	371,0	406,6
277,7	280,9	306,9	249,1	345,7
311,1	322,4	324,7	376,3	304,4
328,8	275,7	301,1	298,4	323,9
332,3	287,3	361,1	346,6	339,5
324,1	340,4	339,3	250,1	406,7
346,2	266,8	330,2	373,5	258,5
363,9	288,8	391,3	337,2	302,5
272,6	257,8	301,1	202,7	314,0
325,3	413,6	307,4	326,2	328,5

Таблиця 2.40

Обчислення вибірових числових характеристик

Межі інтервалів		x_i	n_i	f_i^*	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i u_i^3$	$n_i u_i^4$	$n_i (u_i + 1)^4$
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
202	222	212	1	0,02	-6	-6	36	-216	1296	625
222	242	232	0	0	-5	0	0	0	0	0
242	262	252	5	0,1	-4	-20	80	-320	1280	405
262	282	272	6	0,12	-3	-18	54	-162	486	96
282	302	292	5	0,1	-2	-10	20	-40	80	5
302	322	312	6	0,12	-1	-6	6	-6	6	0
322	342	332	14	0,28	0	0	0	0	0	14
342	362	352	5	0,1	1	5	5	5	5	80
362	382	372	4	0,08	2	8	16	32	64	324
382	402	392	1	0,02	3	3	9	27	81	256
402	422	412	3	0,06	4	12	48	192	768	1875
Сума			50	1		-32	274	-488	4066	3680

Пояснення до табл. 2.40:

- для спрощення розрахунків вибраний “умовний нуль” $C=332$, що відповідає значенню x_i з максимальною частотою, та підраховані умовні варіанти u_i ;
- виконується контроль обчислень

$$\sum n_i u_i^4 + 4 \sum n_i u_i^3 + 6 \sum n_i u_i^2 + 4 n_i u_i + n = 3680,$$

що збігається зі сумарним значенням у стовпчику 9 табл. 2.40.

1. Побудова експериментального полігону розподілу.

Полігон будується у такій послідовності (табл. 2.40):

- діапазон можливих значень випадкової величини (ВВ) межі текучості сталі (різниця між найбільшим та найменшим значенням у вибірці) поділяється на 8 – 12 рівних інтервалів із середніми значеннями x_i (стовпчик 1 табл. 2.40);
- підраховується кількість попадань ВВ n_i у кожний інтервал, причому $n = \sum n_i$ (стовпчик 2);
- підраховуються експериментальні частоти попадання ВВ у кожний інтервал (у тому числі значення, що дорівнюють нижній межі інтервалу)

$$f_i^*(x) = \frac{n_i}{n}, \quad (2.117)$$

- причому $\sum f_i^* = 1$. Підрахунки частот можуть виконуватися у відсотках, тоді $\sum f_i^* = 100\%$. Числові значення частот наведеної вище вибірки подані у стовпчику 3 *табл. 2.40*;
- будується експериментальний полігон розподілу випадкової величини (*рис. 2.26*).

2. Визначення вибірових числових характеристик межі текучості сталі. Обчислення виконуються методом добутків у *табл. 2.40*.

Визначаються умовні моменти 1 – 4 порядків:

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n} = 0,23; \quad M_2^* = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} = 1,27;$$

$$M_3^* = \frac{\sum n_i u_i^3}{n} = 1,49; \quad M_4^* = \frac{\sum n_i u_i^4}{n} = 5,95.$$

Вибіркові числові характеристики дорівнюють:

$$\bar{x}^* = M_1^* \cdot h + C = -0,64 \cdot 20 + 332 = 319,2 \text{ МПа};$$

$$\hat{x}^* = \left[M_2^* - (M_1^*)^2 \right] \cdot h^2 = (5,48 - (-0,64)^2) \cdot 20^2 = 2028,16;$$

$$\mu_3 = \left[M_3^* - 3 \cdot M_1^* \cdot M_2^* + 2 \cdot (M_1^*)^3 \right] \cdot h^3 = 1898,5;$$

$$\mu_4 = \left[M_4^* - 4 \cdot M_1^* \cdot M_3^* + 6 \cdot (M_1^*)^2 \cdot M_2^* - 3 \cdot (M_1^*)^4 \right] \cdot h^4 = 11087797;$$

$$\hat{x} = \sqrt{2028,16} = 45,04 \text{ МПа}; \quad V = \frac{45,04}{319,2} = 0,141;$$

$$A = \frac{1898,5 \cdot 124}{45,04^3} = 0,02; \quad E_x = \frac{11087797,58}{45,04^4} - 3 = -0,30.$$

Якщо замість “умовного нуля” використовується вибіркоче середнє значення \bar{x}^* , можуть бути застосовані формули (1.14), (1.15), (1.16) та інші.

3. Підбір нормального розподілу. Густина нормального розподілу (Гауса) описується виразом (1.23). Це симетричний розподіл, що визначається двома параметрами: \bar{x} і \hat{x} . Ординати нормованої нормальної кривої при $\bar{x} = 0$ і $\hat{x} = 1$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5x^2}$$

наведені у *табл. Д.1* цієї книги.

Перехід до параметрів експериментальної вибірки виконується таким чином:

$$p(x) = \frac{n \cdot h}{\hat{x}} \cdot \varphi(x), \quad (2.118)$$

де n – обсяг вибірки; при використанні відносних частот $n = 1,0$, у розрахунках у відсотках – 100%; h – крок (інтервал), що дорівнює 20 у даному прикладі; $x = (x - \bar{x})/\hat{x}$ – нормований аргумент нормального розподілу.

Таблиця 2.41

Підбір ординат нормального розподілу

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x - \bar{x})/\hat{x}$	$\varphi(x), \%$	$p(x), \%$
212	-107,20	-2,38	2,35	1,04
232	-87,20	-1,93	6,08	2,70
252	-67,20	-1,49	13,15	5,84
272	-47,20	-1,04	22,99	10,21
292	-27,20	-0,60	33,32	14,79
312	-7,20	-0,15	39,39	17,49
332	12,80	0,28	38,36	17,03
352	32,80	0,73	30,56	13,56
372	52,80	1,17	20,21	8,97
392	72,80	1,61	10,92	4,85
412	92,80	2,06	4,78	2,12
$\bar{x} = 319,2$	0	0	39,89	17,71

Підбір ординат нормального розподілу поданий у *табл. 2.41*, підбраний нормальний розподіл разом з експериментальним полігоном показано на *рис. 2.26*.

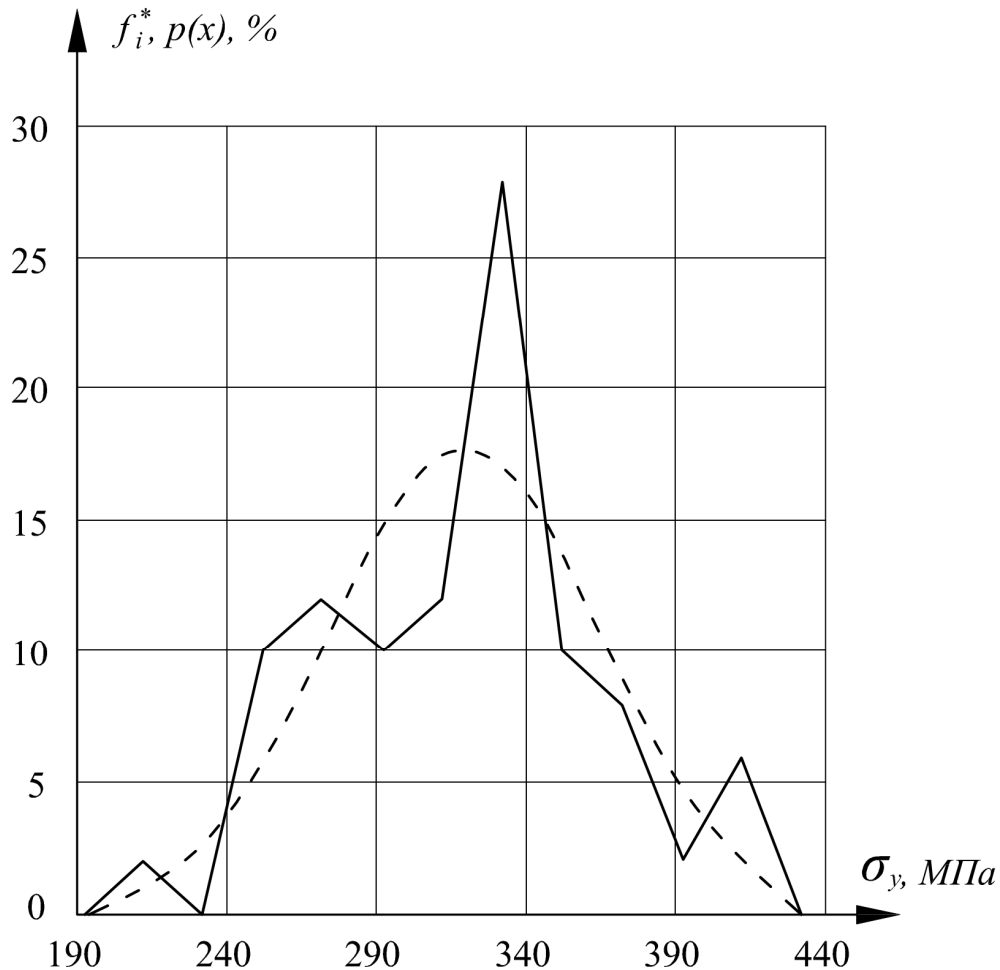


Рис. 2.26. Експериментальний полігон (суцільна лінія) і нормальний розподіл (пунктир)

Як бачимо з *рис. 2.26*, нормальний розподіл досить добре описує характер експериментального полігону, який коливається в більшу і меншу сторону відносно нормальної кривої; мода (максимум) полігону знаходиться близько від центру, що відповідає незначній симетрії ($A = 0,02$), деяка приплюснутість відображається негативним ексцесом ($E = -0,3$).

4. Перевірка відповідності експериментального розподілу нормальному. Для перевірки будемо використовувати критерій Пірсона у такому порядку:

- складемо розрахункову *табл. 2.42*, згідно з якою знаходимо значення критерію Пірсона за приведеними спостереженнями

$$\chi_{\text{спос}}^2 = \sum \frac{[n_i - p'(x)]^2}{p'(x)};$$

Таблиця 2. 42

Обчислені значення критерію Пірсона

x_i	n_i	$p'(x) = p(x)n_i$	$n_i - p'(x)$	$[n_i - p'(x)]^2$	$\chi_{\text{спос}}^2 = \frac{[n_i - p'(x)]^2}{p'(x)}$
212	1	0,52	0,46	0,212	0,407
232	0	0	0	0	0
252	5	2,92	2,08	4,326	1,482
272	6	5,10	0,90	0,810	0,159
292	5	7,40	-2,40	5,760	0,778
312	6	8,75	-2,75	7,563	0,864
332	14	8,50	-5,50	30,250	3,559
352	5	6,80	-1,80	3,240	0,476
372	4	4,50	-0,50	0,250	0,056
392	1	2,45	-1,45	2,103	0,858
412	3	1,06	1,94	3,764	3,551
Сума $\chi_{\text{спос}}^2$					12,190

- за таблицею критичних точок розподілу χ^2 (*табл. Д.4*) за заданим рівнем значущості $\alpha = 0,05$ та кількістю ступенів свободи $k = i - 3 = 8$ (i – кількість інтервалів вибірки, що дорівнює 11 у нашому прикладі), знаходимо критичну точку $\chi^2 = 15,5$.
- оскільки визначене за результатами спостережень значення критерію не перевищує критичну точку:

$$\chi_{\text{спос}}^2 = 12,190 < \chi^2 = 15,50$$

робимо висновок, що гіпотеза про нормальність не відхиляється.

5. Операції з нормальним розподілом. Функція нормального розподілу визначається інтегруванням густини (1.23) і може бути легко розрахована за допомогою табульованих функцій Лапласа $\Phi(\gamma)$ (табл. Д.2):

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{\hat{x}\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\hat{x}^2}} dx = \quad (2.119)$$

$$= 0,5 \pm \Phi\left(\frac{x-\bar{x}}{\hat{x}}\right) = 0,5 \pm \Phi(\gamma).$$

Знак плюс відповідає позитивному значенню нормованого відхилення, знак мінус - негативному значенню.

1. *Визначення імовірності попадання в інтервал.* Розрахунок здійснюється за допомогою функції Лапласа:

$$F(a < x < b) = \Phi\left(\frac{b-\bar{x}}{\hat{x}}\right) - \Phi\left(\frac{a-\bar{x}}{\hat{x}}\right). \quad (2.120)$$

Визначимо ймовірність попадання випадкової величини, що розглядається у прикладі, в інтервал $290,0 \text{ МПа} < x < 340,0 \text{ МПа}$.

Обчислимо нормовані аргументи:

$$\gamma_1 = \frac{a-\bar{x}}{\hat{x}} = \frac{290,0 - 319,2}{45,04} = -0,648;$$

$$\gamma_2 = \frac{340,0 - 319,2}{45,04} = 0,462.$$

Використовуємо функції Лапласа (табл. Д.2):

$$\Phi_2(0,462) = 0,5 + 0,178 = 0,678;$$

$$\Phi_1(-0,648) = 0,5 - 0,2415 = 0,2585.$$

Імовірність попадання у визначений інтервал:

$$F(290,0 < x < 340,0) = 0,678 - 0,2585 = 0,4125 \cong 0,413.$$

2. *Імовірності попадання випадкової величини в інтервали, кратні стандартам:*

$$\begin{aligned} F(\bar{x} \pm \hat{x}) &= 2 \cdot \Phi(1) = 0,3413 = 0,6826; \\ F(\bar{x} \pm 2\hat{x}) &= 2 \cdot \Phi(2) = 0,4772 = 0,9544 \\ F(\bar{x} \pm 3\hat{x}) &= 2 \cdot \Phi(3) = 0,49865 = 0,9973. \end{aligned}$$

Останній рядок показує, що вихід випадкової величини за межі $\bar{x} \pm 3\hat{x}$ має ймовірність 0,27%, тобто є практично неможливим (правило «трьох сигма»).

3. *Визначення нормативного опору сталі.* Як показано вище у розділі 2.5.1, нормативний опір прокатної сталі дорівнює значенню межі текучості сталі із забезпеченістю 0,95 і визначається за формулою (2.109); для заданої вибірки випробування сталевих зразків маємо для нормативного опору сталі на розтяг:

$$R_{yn} = \bar{x} - 1,64\hat{x} = \bar{\sigma}_y - 1,64\hat{\sigma}_y = 319,2 - 1,64 \cdot 45,04 = 245,33 \text{ МПа.}$$

4. *Визначення розрахункового опору сталі.* Згідно з рекомендаціями розділу 2.5.1, розрахунковий опір сталі визначається на відстані трьох стандартів від математичного сподівання межі текучості, тобто згідно с правилом «трьох сігма»:

$$R_y = \bar{x} - 3\hat{x} = \bar{\sigma}_y - 3\hat{\sigma}_y = 319,2 - 3 \cdot 45,04 = 184,08 \text{ МПа.}$$

ГЛАВА 3 ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Кожен з коефіцієнтів, що характеризують будь-яку особливість роботи споруди, залежить від великої кількості причин і обставин, що можуть мати місце під час служби споруди, і тому найкраще може бути описаний за допомогою статистичного методу

**М.С. Стрілецький, член-кореспондент
Академії наук СРСР
«Основи статистичного обліку коефіцієнта
запасу міцності споруд», 1947 р**

3.1. ЗАГАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО РІШЕННЯ ЗАДАЧ НАДІЙНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ

Використаємо узагальнену процедуру одержання оцінок надійності технічних систем, розроблену доктором технічних наук В.В. Болотіним [12].

3.1.1. Схематизація системи. Поведінка системи (зокрема, будівельної конструкції) в узагальненому вигляді описується операторним співвідношенням

$$U=H \cdot q; \quad (3.1)$$

обернене співвідношення $q = L \cdot u$,

де q – вхідні параметри, елементи простору Q , $q \in Q$;
 u – вихідні параметри системи, що є елементами простору U

станів системи, $u \in U$; еволюції вхідних параметрів і станів системи ілюструються траєкторіями $q(t)$ та $u(t)$ (рис. 3.1, а, б); H, L – оператори, що описують структуру й властивості системи; вони можуть мати різний характер і визначати особливості та складність системи (з точки зору надійності).

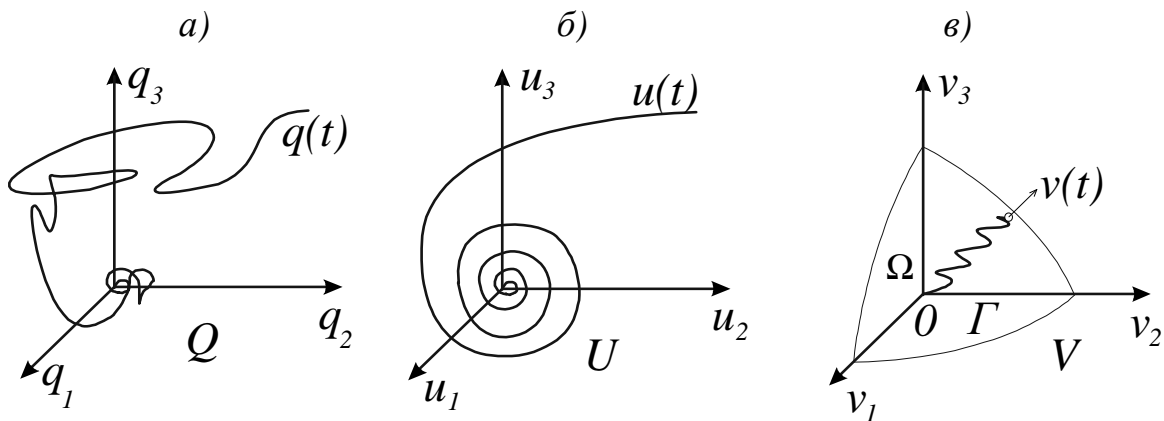


Рис. 3.1. До загальної процедури оцінки надійності системи:

а – траєкторія вхідних параметрів; б – траєкторія вихідних параметрів;
в – відмова системи.

Види операторів (і відповідно систем): лінійні та нелінійні; вироджені (простори Q і U скінченні, відсутні операції диференціювання й інтегрування); стаціонарні (незмінні з часом) і нестаціонарні; дискретні (одномірні та багатомірні) і розподілені.

3.1.2. Функція надійності системи. Далі виконується перехід від простору U до *простору якості* системи V з елементами $v \in V$:

$$v = M \cdot u. \quad (3.2)$$

Множина станів системи, що є допустимими з точки зору якості, складає у просторі V *зону (підпростір) допустимих станів* Ω . Межа зони Ω – це граничний стан системи, вона називається граничною поверхнею Γ .

Відмова – це випадкове перехрещення траєкторією $v(t)$ граничної поверхні Γ зони Ω у напрямку зовнішньої нормалі

(рис. 3.1, в) або випадковий викид $v(t)$ із зони допустимих станів.

Функція надійності $P(t)$ – це ймовірність знаходження елемента $v(t)$ у допустимій зоні Ω протягом інтервалу $0 \leq \tau \leq t$:

$$P(t) = F\{v(t) \in \Omega; \tau \in [0; t]\}. \quad (3.3)$$

Загальна схема обчислення надійності з урахуванням фізичних, технічних, експлуатаційних факторів ілюструється на рис. 3.2.

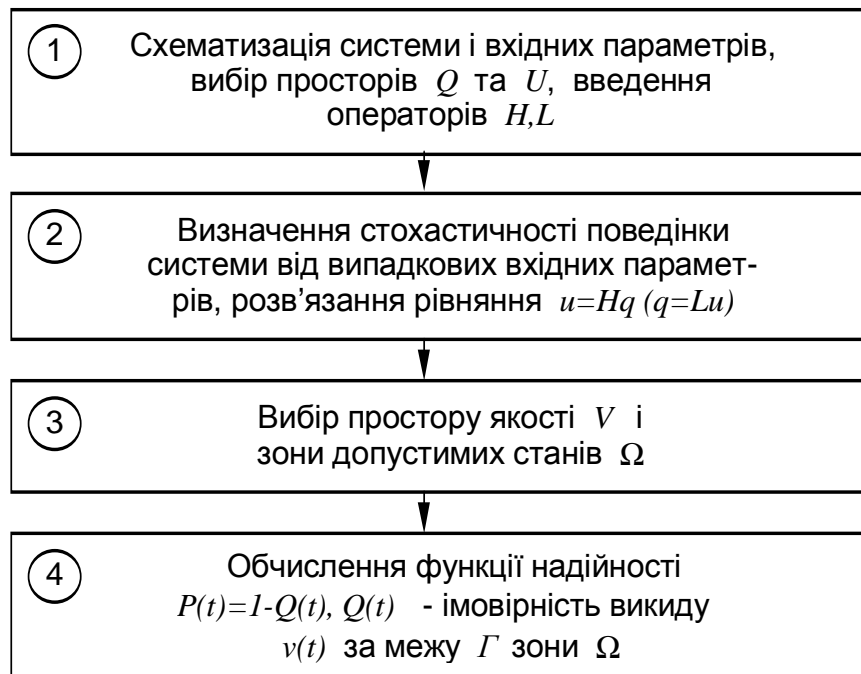


Рис. 3.2. Загальна схема обчислення надійності системи

3.1.3. Функція надійності і відмови однопараметричної системи. Розглянемо наочний приклад однопараметричної системи, здатність якої виконувати задані функції характеризується одним параметром V . Можливі випадки ілюструються рис. 3.3 і 3.4:

а) випадок одного граничного значення параметра V^* , що не залежить від часу (рис. 3.3, а), функція надійності записується як

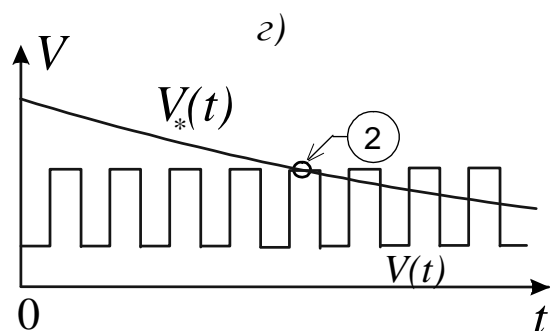
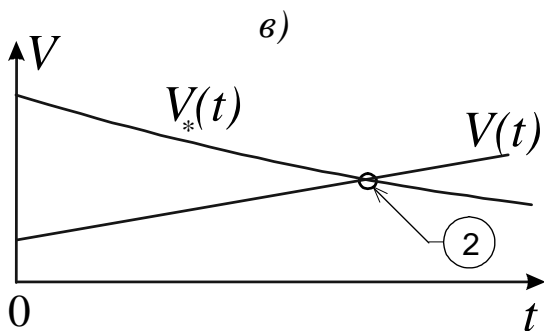
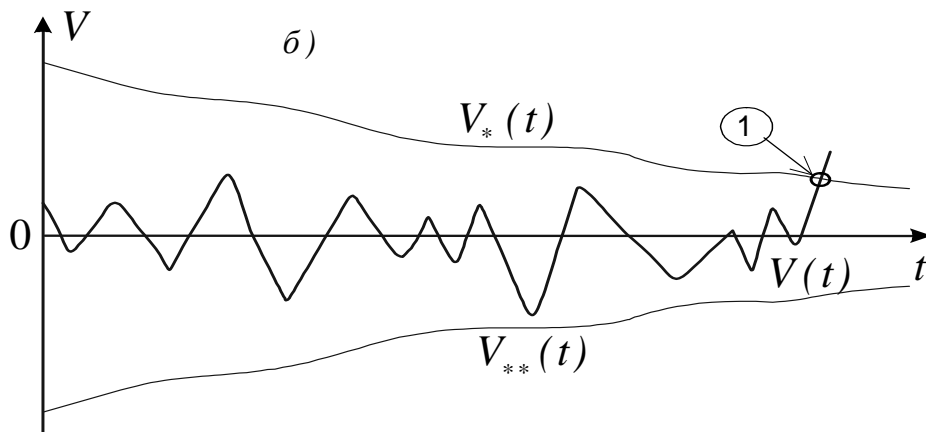
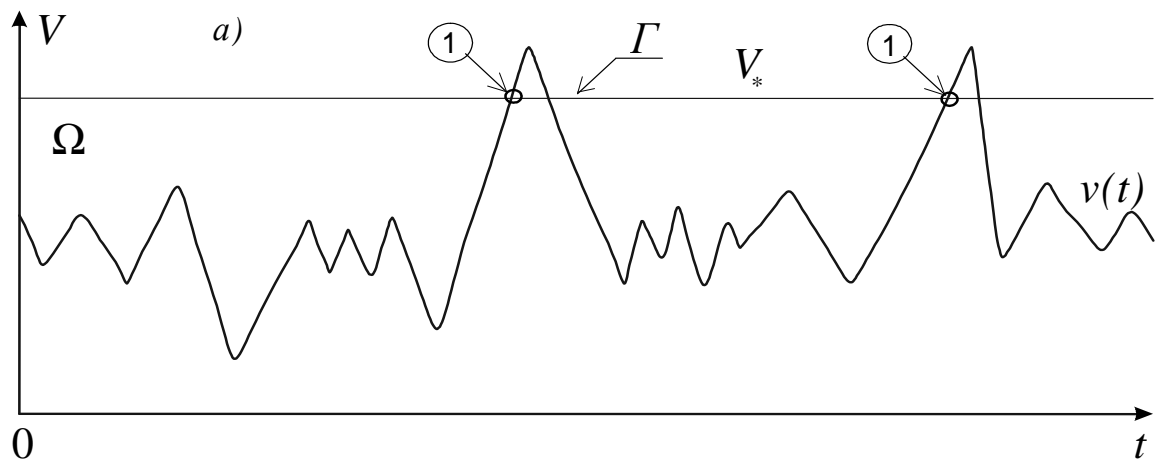


Рис. 3.3. Відмови однопараметричних систем:

(продовження див. на наступній сторінці)

- а) раптова відмова (поз. 1), випадок одностороннього обмеження;
- б) раптова відмова (поз. 1), випадок двосторонньої зони якості, що залежить від часу;
- в) поступова відмова (поз. 2) системи з монотонним параметром якості;
- г) поступова відмова (поз. 2) системи з імпульсним параметром якості.

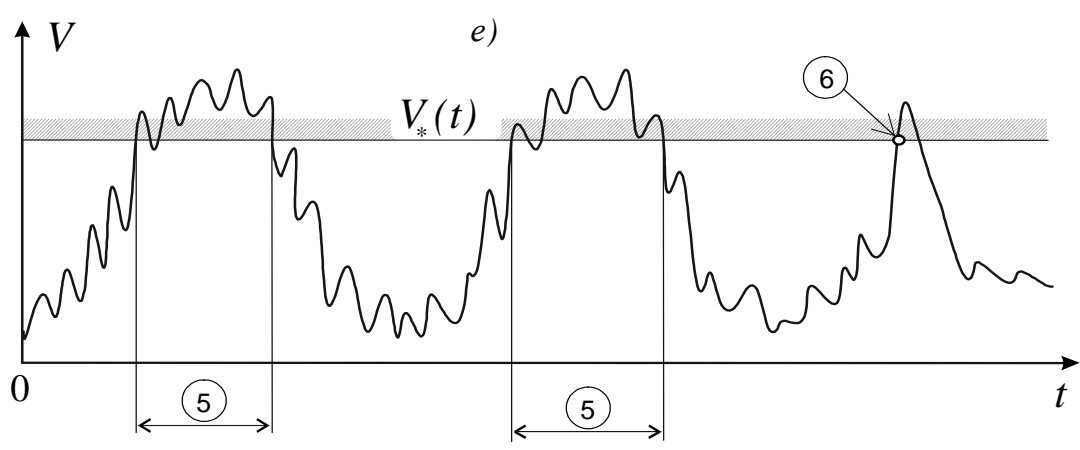
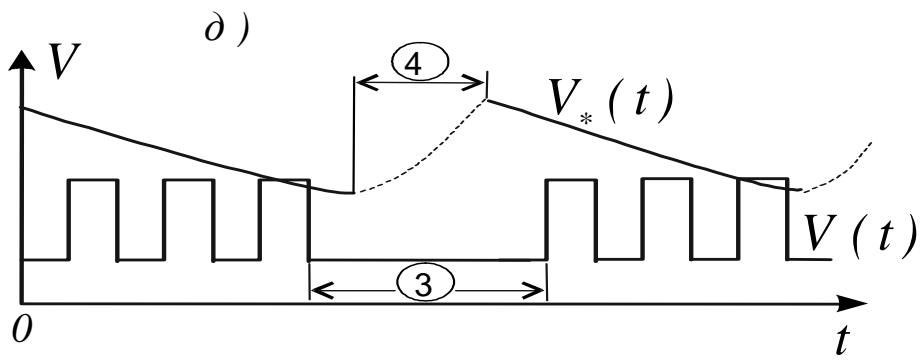


Рис. 3.4. Відмови однопараметричних систем:
 (продовження)
 д) стійка відмова (поз. 3), що усувається ремонтом (поз. 4);
 е) тимчасова відмова (поз. 5), збій (поз. 6).

$$P(t) = F\{v(t) < v_*; 0 \leq \tau \leq t\}; \quad (3.4)$$

б) випадок двосторонньої зони якості, що залежить від часу (рис. 3.3, б), функція надійності визначається у вигляді

$$P(t) = F\{v_*(t) < v(t) < v_{**}(t); 0 \leq \tau \leq t\}; \quad (3.5)$$

в) поступові відмови (рис. 3.3, в, г);

г) стійка відмова, що має тривалий характер та ліквідується ремонтом (рис. 3.4, д);

д) тимчасова відмова внаслідок певних зовнішніх причин (наприклад, підвищення температури), яка довільно усувається (рис. 3.4, е).

3.2. ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ У ТЕХНІЦІ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

3.2.1. Загальна концепція. Перейдемо від наведеної вище постановки щодо надійності технічних систем до надійності будівельних конструкцій. Для цього запишемо узагальнену умову безвідмовної роботи (неруйнівності) конструкції, яка має наступний вигляд:

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{R}(t) - \tilde{S}(t), \quad (3.6)$$

де $\tilde{R}(t)$ – узагальнена несуча здатність конструкції; $\tilde{S}(t)$ – узагальнене навантаження на конструкцію; $\tilde{Y}(t)$ – характеристика, яку ввів О.Р. Ржаніцин і назвав резервом міцності [160]. Ми назвемо цю характеристику **резервом несучої здатності** із врахуванням того, що у межах цієї концепції будуть далі розв'язуватися також задачі надійності стиснутих і стиснуто-зігнутих елементів (глава 4 книги).

У даному розділі застосуємо імовірнісну техніку випадкових величин без урахування фактора часу t , яка є обґрунтованою при дії навантажень, що мало змінюються у часі

(постійних і деяких технологічних) або тих, що мають одноразовий характер. При цьому функція резерву несучої здатності запишеться як

$$\tilde{Y} = \tilde{R} - \tilde{S} \geq 0, \quad (3.7)$$

Розглянемо простий випадок, коли конструкція навантажена випадковим механічним навантаженням \tilde{q} , яке спричиняє у конструкції випадкові механічні напруження $\tilde{\sigma}$. Міцність конструкції – також випадкова величина, вона визначається випадковими напруженнями руйнування $\tilde{\sigma}_y$ (наприклад, межею плинності для м'якої сталі). Несуча здатність конструкції дорівнює $\tilde{R} = \tilde{\sigma}_y A$, де A – геометрична характеристика перерізу конструкції; $\tilde{S} = \alpha \tilde{q}$ – зусилля у конструкції від зовнішнього навантаження. Резерв несучої здатності може визначатися також у просторі напружень, тоді $\tilde{R} = \tilde{\sigma}_y$, $\tilde{S} = \tilde{\sigma}$.

З точки зору узагальненої постановки задачі надійності (див. розділ 3.1) ми маємо вироджену систему, для якої зусилля (напруження) визначає вихідний параметр \tilde{u} і параметр якості \tilde{V} , тобто

$$\tilde{S} = \tilde{v} = \tilde{u} = \tilde{q} \alpha.$$

Зону допустимих станів складає множина, для кожного елемента якої виконується наведена нерівність

$$\Omega = \{Y; y=(r-s) \geq 0\}.$$

У координатах $R - S$ зона Ω має трикутну форму і розміщується вище від прямої $R = S$ (рис. 3.5).

Імовірність безвідмовної роботи дорівнює

$$P = \int_{\Omega} f(Y) dY. \quad (3.8)$$

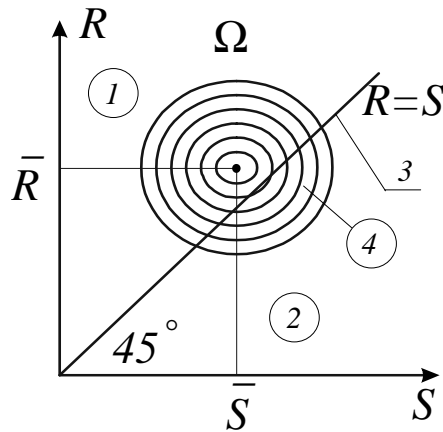


Рис. 3.5. До оцінки надійності у техніці випадкових величин:
 1 – зона допустимих станів; 2 – зона відмови; 3 – межа допустимої зони;
 4 – проекція розподілу $f(Y)$.

Математичне сподівання і стандарт резерву несучої здатності визначається як для лінійної функції:

$$\bar{Y} = \bar{R} - \bar{S}; \quad \hat{Y} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2}. \quad (3.9)$$

Характеристика, що визначається як

$$\beta = \frac{\bar{Y}}{\hat{Y}} = \frac{1}{V_Y} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2}}, \quad (3.10)$$

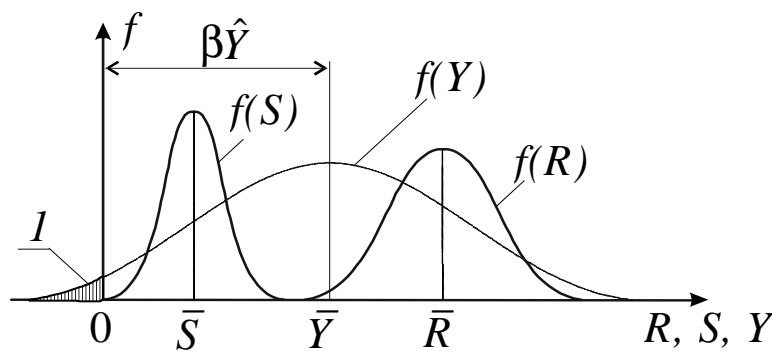


Рис. 3.6. Визначення ймовірності відмови:
 1 – ділянка відмови

називається *характеристикою безпеки* (О.Р. Ржаніцин [160]) або *індексом безпеки* (С.А Корнелл [224]), вона визначає ймовірність відмови (рис. 3.6):

$$Q(Y \leq 0) = F_Y(0) = F_Y\left(\bar{Y} - \beta \hat{Y}\right). \quad (3.11)$$

А.М. Хасофер і Н.С. Лінд [237] у розвиток концепції С.А. Корнелла запропонували вибирати індекс безпеки як найкоротшу відстань між початком координат і поверхнею стану в просторі стандартизованих параметрів. При загальній постановці завдання надійності слід враховувати, що межа області допустимих станів є гіперповерхнею і описується функціями більше двох змінних. Ряд дослідників, зокрема С.А. Корнелл [225], запропонував лінеаризувати ці функції в околі математичного очікування, що істотно спрощує рішення задачі, яка полягає в знаходженні на граничній поверхні точки, відстань якої до початку координат, рівне характеристиці безпеки, буде мінімальним. Рішення задачі в загальному випадку може бути отримане методом ітерацій із заміною розподілів основних змінних еквівалентним нормальним. Слід виділити тут розробку Б.І. Снарскісом послідовного ітераційного алгоритму рішення цієї задачі [178, 179]. О. Дітлевсен [226] ввів поняття узагальненого індексу безпеки для випадків, коли при невідомих функціях розподілу базисних змінних визначені їх перші два моменти. Наведені підходи, що формують теорію надійності 1-го порядку, детально описуються в монографіях Г. Шпете [218], Г.Аугусті, А. Баратта і Ф. Кашіати [2] та ін.

Використовуючи коефіцієнти варіації $V_S = \hat{S}/\bar{S}$ та $V_R = \hat{R}/\bar{R}$ і відповідні вирази $\bar{R} = \hat{R}/V_R$ та $\bar{S} = \hat{S}/V_S$, з урахуванням співвідношення $p = \hat{R}/\hat{S}$ одержимо зручну безрозмірну форму для β

$$\beta = \frac{pV_S - V_R}{V_R V_S \sqrt{1 + p^2}}. \quad (3.12)$$

У випадку нормального розподілу $f(Y)$ характеристика безпеки є дуже зручною:

$$Q(Y < 0) = 0,5 - \Phi(\beta),$$

$$P(Y \geq 0) = 0,5 + \Phi(\beta). \quad (3.13)$$

Тут $\Phi(\beta)$ – функція Лапласа з табл. Д.2.

3.2.2. Числовий приклад. Оцінити надійність (у техніці випадкових величин, розподілених нормально) проводу повітряної лінії за критерієм механічної міцності в умовах обмерзання. У випадку недостатньої надійності підібрати необхідний діаметр проводу (рис. 3.7).

Вихідні дані: $d = 10$ мм – діаметр проводу, $l = 100$ м – проліт проводу, $b = 30$ мм – товщина криги на проводі, густина криги має нормальний розподіл, $\bar{\rho} = 0,50$ г/см³ – середня густина криги, $V_{\rho} = 0,3$ – коефіцієнт варіації густини криги; $\bar{\sigma}_y = 150$ МПа – середнє граничне напруження у проводі, $V_{\sigma} = 0,2$ – коефіцієнт варіації граничного напруження, граничне напруження має нормальний розподіл, $[P] = 0,999$ – нормативний показник надійності (ймовірність безвідмовної роботи).

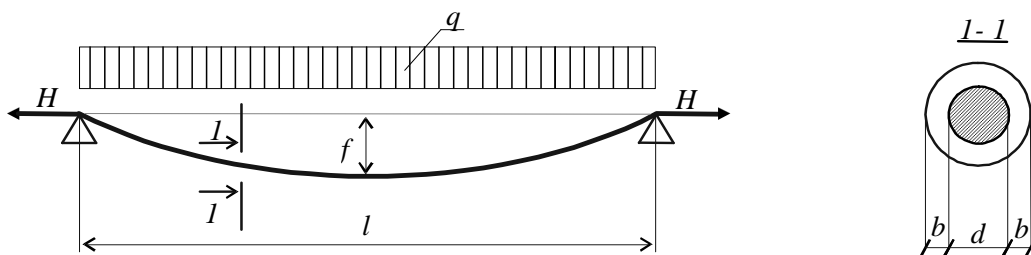


Рис. 3.7. Схема дроту повітряної лінії з ожеледдю

1. Несуча здатність проводу:

- площа перерізу проводу:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = 0,785 \text{ см}^2;$$

- математичне сподівання несучої здатності проводу

$$\bar{R} = \bar{\sigma}_y A = 15 \cdot 0,785 = 11,8 \text{ кН};$$

- стандарт несучої здатності

$$\hat{R} = \bar{R} V_{\sigma} = 11,8 \cdot 0,2 = 2,36 \text{ кН}.$$

2. Зусилля у проводі від зовнішнього навантаження

Власною вагою проводу нехтуємо, враховуємо тільки кригу з площею перерізу

$$S_{кр} = \pi(b^2 + db).$$

Математичне сподівання погонного навантаження проводу від криги [38]:

$$\bar{q} = \pi(b^2 + db) \bar{\rho} g \cdot 10^{-3} = \pi(30^2 + 10 \cdot 30) \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} = 18,47 \text{ Н/м}.$$

Тут b і d – товщина криги і діаметр проводу у мм; $\bar{\rho}$ – середня густина криги, г/см³; g – прискорення вільного падіння, м/с².

Середній розмір (зусилля) у проводі як у непологій гнучкій нитці (при $f \geq \frac{l}{20} = 5$ м):

$$\bar{H} = \bar{S} = \frac{\bar{q} l^2}{8f} = \frac{18,47 \cdot 100^2}{8 \cdot 5} = 4,62 \text{ кН};$$

$$\hat{S} = \hat{H} = \bar{H} V_{\rho} = 4,62 \cdot 0,3 = 1,39 \text{ кН}.$$

3. Оцінка надійності проводу

Характеристики резерву несучої здатності згідно з формулами (3.9):

$$\bar{Y} = \bar{R} - \bar{S} = 11,8 - 4,62 = 7,18 \text{ кН};$$

$$\hat{Y} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2} = \sqrt{2,36^2 + 1,39^2} = 2,74 \text{ кН}.$$

Характеристика безпеки згідно з (3.10):

$$\beta = \frac{\bar{Y}}{\hat{Y}} = \frac{7,18}{2,74} = 2,62.$$

Імовірність безвідмовної роботи згідно з (3.13):

$$P(\beta) = 0,5 + \Phi(\beta) = 0,5 + 0,4956 = 0,9956 < [P] = 0,999.$$

Надійність проводу недостатня.

4. Підбір нового діаметра проводу. Збільшимо діаметр до $d = 12$ мм і повторимо перевірку надійності.

$$A = \frac{\pi \cdot 1,2^2}{4} = 1,13 \text{ см}^2; \quad \bar{R} = 15 \cdot 1,15 = 16,96 \text{ кН};$$

$$\hat{R} = 16,96 \cdot 0,2 = 3,39 \text{ кН};$$

$$\bar{q} = \pi(30^2 + 12 \cdot 30) \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} = 19,4 \text{ Н/м};$$

$$\bar{S} = \frac{19,4 \cdot 100^2}{8 \cdot 5} = 4,85 \text{ кН}; \quad \hat{S} = 4,85 \cdot 0,3 = 1,46 \text{ кН};$$

$$\bar{Y} = 16,96 - 4,85 = 12,1 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{3,92^2 + 1,46^2} = 3,69 \text{ кН};$$

$$\beta = \frac{12,1}{3,69} = 3,28; \quad P(\beta) = 0,9995 > [P] = 0,999.$$

Надійність проводу забезпечена.

3.2.3. Ймовірнісний розрахунок надійності за нормами [39]. Описана вище імовірнісна модель випадкових величин реалізована у вітчизняних нормах у дещо іншій формі і з іншими позначеннями.

Розрахункові умови реалізації відмови в узагальненому вигляді записуються у виді *функції роботоздатності* g , яка враховує параметри \tilde{x}_i , що характеризують випадкові значення

впливів \tilde{F} , міцнісних характеристик \tilde{f} , геометричних характеристик \tilde{a} , часу T та інші фактори:

$$g(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n) < 0. \quad (3.14)$$

В якості основного показника надійності використовується **ймовірність відмови** $P_f(T_{ef})$, тобто ймовірність того, що за встановлений час виникне відмова заданого виду

$$P_f(T_{ef}) = Prob\{g(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n) < 0 / T_{ef}\}, \quad (3.15)$$

де символ $Prob\{A/T\}$ визначає ймовірність реалізації події A протягом часу T .

Норми [39] допускають також характеризувати безвідмовність **дальністю відмови** β , наближено пов'язаною з ймовірністю P_f співвідношенням

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f), \quad (3.16)$$

де $\Phi(z)$ – функція нормованого розподілу ймовірностей роботоздатності g .

При використанні в розрахунках нормального розподілу ймовірностей функція $\Phi(z)$ може бути визначена у вигляді інтегралу ймовірностей:

$$\Phi(z) = 0,5\pi^{-1} \int_{-\infty}^z \exp[-u^2 / 2] du. \quad (3.17)$$

Нормативні вимоги до безвідмовності формулюються за допомогою розрахункової умови реалізації відмови (3.14) та ймовірності її виконання (3.15) у виді

$$P_{f,i}(T_{ef}) = Rrob\{g_i(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n) < 0 / T_{ef}\} \leq P_i^{ex}, \quad (3.18)$$

де g_i – функція роботоздатності відносно відмови i -го виду;
 P_i^{ex} – доцільне значення ймовірності відмови i -го виду, яке приймається згідно з табл. 1.16.

Якщо використовується дальність відмови β , то замість (3.15) приймається умова

$$\beta \geq \beta_i^{ex}, \quad (3.19)$$

де доцільне значення β_i^{ex} для відмови i -го виду приймається згідно з табл. 1.17 або відповідно до прийнятої доцільної ймовірності відмови.

3.3. ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК З ВУГЛЕПЛАСТИКОВИМ ЗОВНІШНІМ АРМУВАННЯМ

3.3.1. Загальні положення. Підсилення будівельних конструкцій – важлива науково-технічна проблема, актуальність якої зростає нині. Особливість цієї галузі будівництва останніми роками – поява, дослідження і активне впровадження в практику посилення конструкцій нових сучасних матеріалів, що мають високі міцнісні й експлуатаційні властивості.

Одними з таких матеріалів є композитні матеріали на підставі вуглецевого волокна (ФАП). Прикладом їх застосування може служити система зовнішнього армування композитними матеріалами ряду торгових марок, призначена для підвищення міцності і довговічності залізобетонних, бетонних, цегляних і кам'яних конструкцій

Для розрахунку залізобетонних конструкцій, підсилених композитними матеріалами, розроблені рекомендаційні документи [157, 162], накопичений певний досвід посилення вуглепластиком залізобетонних, сталевих і дерев'яних конструкцій [35, 217]. При цьому важливою і малодослідженою є оцінка надійності як вживаних композитних матеріалів, так і підсилених ними конструкцій. У цьому розділі освітлюється розрахунок надійності залізобетонних балок, посилених вуглепластиком, розроблений на основі загальної методики,

викладеної вище у розділах 3.1 і 3.2. У розрахунку використовується апробований прийом [20] з підстановкою імовірнісних параметрів в детерміністичні рішення міцності залізобетонних балок.

При цьому береться до уваги, що більшість випадкових аргументів резерву несучої здатності залізобетонних балок можуть обґрунтовано описуватися нормальним законом (розподілом Гаусса), зокрема, міцність бетону, арматури, вуглепластика, а також ряд навантажень (постійні, технологічні, кранові і т.д.). При розробці оцінок надійності за основу брався розрахунок по міцності перерізів, нормальних до подовжньої осі залізобетонних балок, не посилені і з посиленням вуглепластиком, розроблений в нормах залізобетонних конструкцій [185] і рекомендаціях [157, 162]. Розглянуті залізобетонні балки прямокутного перерізу без підсилення і підсилені вуглепластиком.

3.3.2. Балка без підсилення з одиночною розтягнутою арматурою. Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою [185]:

$$\tilde{M}_{ult} = f(\tilde{\sigma}_b, \tilde{\sigma}_s) = \tilde{\sigma}_s A_s (h_0 - 0,5\tilde{x}), \quad (3.20)$$

де $\tilde{\sigma}_b$ – випадкове значення опору бетону стиску для граничних станів першої групи; $\tilde{\sigma}_s$ – випадкове значення міцності на розтяг стержневої арматури; A_s – площа перерізу розтягнутої стержневої арматури; h_0 – розрахункова висота перерізу; x – висота стиснутої зони бетону, що дорівнює

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b},$$

де b – ширина перерізу.

Підставляємо вираз для x у формулу (3.20):

$$\tilde{M}_{ult} = \tilde{\sigma}_s A_s h_0 - 0,5 \frac{(\tilde{\sigma}_s A_s)^2}{\tilde{\sigma}_b b}. \quad (3.21)$$

Враховуючи загальний вираз (3.21), маємо для математичного очікування граничного моменту

$$\bar{M}_{ult} = \bar{\sigma}_s A_s h_0 - 0,5 \frac{(\bar{\sigma}_s A_s)^2}{\bar{\sigma}_b b}, \quad (3.22)$$

де $\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_b$ – відповідно математичне очікування міцності арматури і опору бетону.

Визначимо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_s = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_s} = A_s h_0 - \frac{\sigma_s A_s^2}{\sigma_b b} = \frac{A_s}{\sigma_b b} (\sigma_b h_0 b - \sigma_s A_s);$$

$$D_b = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_b} = \frac{0,5}{\sigma_b^2 b} (\sigma_s A_s)^2. \quad (3.23)$$

Стандарт граничного згинального моменту визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_b \hat{\sigma}_b)^2 + (D_s \hat{\sigma}_s)^2}. \quad (3.24)$$

Для оцінки надійності балок визначаємо характеристику безпеки, що має в даному випадку наступний вигляд:

$$\beta = (\bar{M}_{ult} - M_{cal}) / \hat{M}_{ult}. \quad (3.25)$$

де M_{cal} – розрахункове значення зовнішнього згинального моменту у балці.

Обчислення оцінки надійності балок виконується з використанням функції Лапласа [19] (табл. Д.2):

$$Q(Y < 0) = 0,5 - \Phi(\beta). \quad (3.26)$$

3.3.3. Числовий приклад. Оцінити надійність залізобетонної балки з одиночним армуванням без підсилення.

Вихідні дані – прийняті за прикладом 1 із посібника [162]. Балка має переріз із розмірами $b = 300$ мм, $h = 800$ мм, $a = 70$ мм; розтягнута арматура А400 ($R_s = 355$ МПа); площа її перерізу $A_s = 2945$ мм² = 29,45 см² (6Ø25); бетон класу В25 ($R_b = 14,5$ МПа); розрахунковий зовнішній згинальний момент $M_{cal} = 650$ кНм.

Статистичні характеристики матеріалів. Визначаються за наведеними розрахунковими характеристиками (пояснення див. розділ 2.5):

- бетон В25:
– математичне сподівання (формула (2.115):

$$\bar{\sigma}_b = 1,282R_b = 1,282 \cdot 14,5 = 18,59 \text{ МПа} = 1,86 \text{ кН/см}^2;$$

- стандарт (коефіцієнт варіації $V_b = 0,135$):

$$\hat{\sigma}_b = 0,135 \bar{\sigma}_b = 0,135 \cdot 18,59 = 2,51 \text{ МПа} = 0,25 \text{ кН/см}^2.$$

- арматура А 400:
– математичне сподівання (табл. 2.31):

$$\bar{\sigma}_s = 420 \text{ МПа} = 42,0 \text{ кН/см}^2,$$

- стандарт (коефіцієнт варіації $V_s = 0,0436$ (табл. 2.31):

$$\hat{\sigma}_s = 0,0436 \cdot 420 = 18,31 \text{ МПа} = 1,83 \text{ кН/см}^2.$$

Числові характеристики граничного моменту. За формулою (3.22) обчислюємо математичне сподівання граничного моменту:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ult} &= 42,0 \cdot 29,45 \cdot 73 - \frac{0,5}{1,86 \cdot 30} (42,0 \cdot 29,45)^2 = \\ &= 90293,7 - 13709,0 = 76584,7 \text{ кНсм} = 756,85 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

За формулами (3.23) визначаємо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_s = \frac{29,45}{1,86 \cdot 30} (1,86 \cdot 73 \cdot 30 - 42 \cdot 29,45) = 1497,0 \text{ см}^3;$$

$$D_b = \frac{0,5}{1,86^2 \cdot 30} (42 \cdot 29,45)^2 = 7370,4 \text{ см}^3.$$

За формулою (3.24) визначаємо стандарт граничного моменту:

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(1497 \cdot 1,83)^2 + (7370,4 \cdot 0,25)^2} = 3301,5 \text{ кНсм} = 33,02 \text{ кНм},.$$

Імовірність відмови балки. По відношенню до розрахункового зовнішнього згинального моменту у балці за формулами (3.25) і (3.26) обчислюємо характеристику безпеки і визначаємо імовірність відмови балки

$$\beta = \frac{765,85 - 650}{33,02} = 3,51; \quad Q(\beta) = 2,26 \cdot 10^{-4}.$$

3.3.4. Балка з одиночною розтягнутою арматурою, підсилена вуглепластиком. Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається підсиленою балкою [162]:

$$\tilde{M}_{ult} = f(\tilde{\sigma}_b, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{fu}) = \tilde{\sigma}_{fu} A_f (h - 0,5\tilde{x}) + \tilde{\sigma}_s A_s (h_0 - 0,5\tilde{x}), \quad (3.27)$$

де $\tilde{\sigma}_{fu}$ – випадкове значення міцності на розтяг ФАП;
 A_f – площа перетину вуглепластикової арматури; h – висота перерізу; x – висота стиснутої зони бетону, рівна

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b}.$$

Підставляємо вираз для x у формулу (3.27)

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_{fu} A_f \left(h - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b} \right) + \tilde{\sigma}_s A_s \left(h_0 - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b} \right) = \\ &= \tilde{\sigma}_{fu} A_f h + \tilde{\sigma}_s A_s h_0 - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_b b} (\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s)^2.\end{aligned}\quad (3.28)$$

Математичне очікування граничного моменту отримуємо як для лінійної функції, підставляючи в отриманий вираз математичні очікування випадкових аргументів.

Визначимо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_{fu} = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_{fu}} = \frac{A_f}{\sigma_b b} [\sigma_b h b - (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s)]; \quad (3.29)$$

$$D_s = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_s} = \frac{A_s}{\sigma_b b} [\sigma_b h_0 b - (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A)]; \quad (3.30)$$

$$D_b = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_b} = \frac{0,5}{\sigma_b^2 b} (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s)^2. \quad (3.31)$$

Числові значення коефіцієнтів отримуємо, підставляючи в отримані вирази математичні очікування випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_b \hat{\sigma}_b)^2 + (D_s \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{fu} \sigma_{fu})^2}. \quad (3.32)$$

3.3.5. Числовий приклад. *Оцінити надійність залізобетонної балки з одиночним армуванням з підсиленням ФАП.*

Вихідні дані – ті ж, що в попередньому прикладі. Підсилення – 1 шар вуглецевої тканини шириною 300 мм, площа перерізу підсилення $A_f = 52,5 \text{ мм}^2 = 0,525 \text{ см}^2$. Розрахункова міцність вуглетканини $R_{fu} = 1033 \text{ МПа}$.

Числові характеристики міцності вуглетканини.
 Прийmemo орієнтовно коефіцієнт варіації $V_{fu} = 8\% = 0,08$ и ту ж саму забезпеченість розрахункової міцності 95% (на відстані 1,64 стандарту від математичного очікування):

$$R_{fu} = \bar{R}_{fu} - 1,64 \cdot 0,08 \cdot \bar{R}_{fu} = 0,869 \bar{R}_{fu};$$

$$\bar{R}_{fu} = \frac{R_{fu}}{0,869} = 1,151 R_{fu} = 1,151 \cdot 1033 = 1188,7 \text{ МПа} = 118,9 \text{ кН/см}^2;$$

$$\hat{R}_{fu} = 0,08 \cdot 1188,7 = 95,1 \text{ МПа} = 9,51 \text{ кН/см}^2.$$

Числові характеристики граничного моменту. За формулою (3.28) обчислюємо математичне очікування граничного моменту:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ult} &= 118,9 \cdot 0,525 \cdot 80 + 42,0 \cdot 29,45 \cdot 73 - \frac{0,5}{1,86 \cdot 30} (118,9 \cdot 0,525 + 42,0 \cdot 29,45)^2 = \\ &= 4993,8 + 90293,7 - 15127,70 = 80160 \text{ кНсм} = 801,6 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

За формулами (3.29), (3.30) і (3.31) визначаємо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_{fu} = \frac{0,525}{1,86 \cdot 30} (1,86 \cdot 80 \cdot 30 - 118,9 \cdot 0,525 - 42 \cdot 29,45) = 29,78 \text{ см}^3;$$

$$D_S = \frac{29,45}{1,86 \cdot 30} (1,86 \cdot 73 \cdot 30 - 118,9 \cdot 0,525 - 42 \cdot 29,45) = 1464,1 \text{ см}^3;$$

$$D_b = \frac{0,5}{1,86^2 \cdot 30} (118,9 \cdot 0,525 + 42 \cdot 29,45)^2 = 8132,8 \text{ см}^3.$$

За формулою (3.32) визначаємо стандарт граничного моменту:

$$\begin{aligned} \hat{M}_{ult} &= \sqrt{(29,78 \cdot 9,51)^2 + (1464,1 \cdot 1,83)^2 + (8132,8 \cdot 0,25)^2} = \\ &= 3375,3 \text{ кНсм} = 33,75 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

Імовірність відмови підсиленої балки. По відношенню до розрахункового значення зовнішнього згинального моменту в балці обчислюємо характеристику безпеки й імовірність відмови балки

$$\beta = \frac{801,6 - 650}{33,75} = 4,49; \quad Q(\beta) = 3,4 \cdot 10^{-6}.$$

Отримана ймовірність відмови істотно нижче, ніж ймовірність відмови балки без підсилення.

Таким чином, підсилення залізобетонних балок вуглепластиковою стрічкою значно підвищує їхню надійність.

Слід відмітити, що формули для визначення числових характеристик граничного моменту для непідсиленої і підсиленої балок виводились як для лінійної функції випадкових аргументів. Такий підхід в даному випадку є цілком прийнятним, оскільки лінеаризація розглянутих функцій не призводить до помітних похибок (виконувалися відповідні чисельні розрахунки, які тут не наводяться).

Для спрощення у розрахунках враховувалося детерміноване зовнішнє навантаження. При врахуванні випадкового навантаження оцінки ймовірності відмови балок дещо зменшуються: для непідсиленої балки – з $2,26 \cdot 10^{-4}$ до $2,6 \cdot 10^{-6}$; для підсиленої – з $3,4 \cdot 10^{-6}$ до $1,1 \cdot 10^{-7}$.

3.3.6. Балка з подвійною арматурою без підсилення. Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою [162]:

$$\tilde{M}_{ult} = f(\tilde{\sigma}_b, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{sc}) = \tilde{\sigma}_s A_s (h_0 - 0,5\tilde{x}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (0,5\tilde{x} - a'). \quad (3.33)$$

де $\tilde{\sigma}_{sc}$ – випадкове значення міцності стержневої арматури на стиск; A'_s – площа перерізу стиснутої стержневої арматури; a' – відстань від рівнодійної зусилля в стиснутій стержневій

арматури до стиснутої грані елементу; x – висота стиснутої зони бетону, що дорівнює

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_b b}.$$

Підставляємо вираз для x у формулу (3.33):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_s A_s \left(h_0 - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_b b} \right) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \left(0,5 \frac{\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_b b} - a' \right) = \\ &= \tilde{\sigma}_s A_s h_0 - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_b b} (\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s)^2. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Математичне очікування граничного моменту отримуємо, підставляючи в отриманий вираз математичні очікування випадкових аргументів.

Визначимо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_{sc} = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_{sc}} = \frac{A'_s}{\sigma_b b} [-\sigma_b b a' + (\sigma_s A_s - \sigma_{sc} A'_s)]; \quad (3.35)$$

$$D_s = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_s} = \frac{A_s}{\sigma_b b} [\sigma_b h_0 b - (\sigma_s A_s - \sigma_{sc} A'_s)]; \quad (3.36)$$

$$D_b = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_b} = \frac{0,5}{\sigma_b^2 b} (\sigma_s A_s - \sigma_{sc} A'_s)^2. \quad (3.37)$$

Числові значення коефіцієнтів визначаємо, підставляючи в отримані вирази математичні очікування випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_b \hat{\sigma}_b)^2 + (D_s \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{sc} \hat{\sigma}_{sc})^2}. \quad (3.38)$$

3.3.7. Числовий приклад. *Оцінити надійність залізобетонної балки з подвійним армуванням без підсилення.*

Вихідні дані – прийняті за прикладом 2 з посібника [162]. Балка має переріз з розмірами $b = 300$ мм, $h = 700$ мм, $a = 50$ мм, $a' = 30$ мм; арматура А400 ($R_s = R_{sc} = 355$ МПа); площа перерізу розтягнутої арматури $A_s = 3054$ мм² = 30,54 см² (3Ø36), площа перерізу стиснутої арматури $A'_s = 942$ мм² = 9,42 см² (3Ø20); бетон класу В30 ($R_b = 17,0$ МПа); діючий розрахунковий зовнішній згинальний момент $M'_{cal} = 500$ кНм. Розрахунковий момент після реконструкції збільшується до $M''_{cal} = 750$ кНм.

Статистичні характеристики матеріалів. Визначаємо їх за наведеними розрахунковими характеристиками (пояснення див. п. 2.5):

- бетон В30:
 - математичне сподівання (формула (2.115):
 $\bar{\sigma}_b = 1,282R_b = 1,282 \cdot 17,0 = 21,8$ МПа = 2,18 кН/см²;
 - стандарт (коефіцієнт варіації $V_b = 0,135$):
 $\hat{\sigma}_b = 0,135 \bar{\sigma}_b = 0,135 \cdot 21,8 = 2,94$ МПа = 0,294 кН/см².
- арматура А 400 (див. приклад п. 3.3.3):
 $\bar{\sigma}_s = 420$ МПа = 42,0 кН/см², $\hat{\sigma}_s = 1,83$ кН/см².

Числові характеристики граничного моменту. За формулою (3.34) обчислюємо математичне сподівання граничного моменту:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ult} &= 42 \cdot 30,54 \cdot 65 - 42 \cdot 9,42 \cdot 3,0 - \frac{0,5}{2,18 \cdot 30} (42 \cdot 30,54 - 42 \cdot 9,42)^2 = \\ &= 83374,2 - 1087,0 - 6016,4 = 76270,8 \text{ кНсм} = 762,7 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

За формулами (3.35), (3.36) и (3.37) визначаємо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_S = \frac{30,54}{2,18 \cdot 30} (2,18 \cdot 65 \cdot 30 - 42 \cdot 30,54 + 42,0 \cdot 9,42) = 1570,8 \text{ см}^3;$$

$$D_{SC} = \frac{9,42}{2,18 \cdot 30} (-2,18 \cdot 3 \cdot 30 + 42 \cdot 30,54 - 42,0 \cdot 9,42) = 99,5 \text{ см}^3;$$

$$D_b = \frac{0,5}{2,18^2 \cdot 30} (42 \cdot 30,54 - 42 \cdot 9,42)^2 = 2759,8 \text{ см}^3.$$

За формулою (3.38) визначаємо стандарт граничного моменту:

$$\begin{aligned}\hat{M}_{ult} &= \sqrt{(1570,8 \cdot 1,83)^2 + (99,5 \cdot 1,83)^2 + (2759,8 \cdot 0,294)^2} = \\ &= 2992,4 \text{кНсм} = 29,92 \text{кНм}.\end{aligned}$$

Імовірність відмови балки. Обчислюємо характеристику безпеки по відношенню до вихідного розрахункового значення зовнішнього згинального моменту в балці (3.25):

$$\beta = \frac{762,7 - 500}{29,92} = 8,78.$$

Імовірність відмови балки занадто низька

$$Q(\beta) = 4,0 \cdot 10^{-19}.$$

Повторюємо перевірку для збільшеного зовнішнього згинального моменту:

$$\beta = \frac{762,7 - 750}{29,92} = 0,42.$$

В цьому випадку імовірність відмови $Q(\beta) = 0,337$ занадто висока, що свідчить про аварійність балки і необхідність її підсилення.

3.3.8. Балка з подвійною арматурою, підсилена вуглепластиком. Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою [162]:

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{ult} &= f(\tilde{\sigma}_b, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{sc}, \tilde{\sigma}_{fu}) = \tilde{\sigma}_{fu} A_f (h - 0,5\tilde{x}) + \tilde{\sigma}_s A_s (h_0 - 0,5\tilde{x}) + \\ &+ \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (0,5\tilde{x} - a'),\end{aligned}\quad (3.39)$$

де x – висота стиснутої зони бетону, що дорівнює для даного випадку

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_{fu}A_f + \tilde{\sigma}_sA_s - \tilde{\sigma}_{sc}A'_s}{\tilde{\sigma}_bb}.$$

Підставляємо вираз для x у формулу (3.39):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_{fu}A_f \left(h - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu}A_f + \tilde{\sigma}_sA_s - \tilde{\sigma}_{sc}A'_s}{\tilde{\sigma}_bb} \right) + \\ &+ \tilde{\sigma}_sA_s \left(h_0 - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu}A_f + \tilde{\sigma}_sA_s - \tilde{\sigma}_{sc}A'_s}{\tilde{\sigma}_bb} \right) + \\ &+ \tilde{\sigma}_{sc}A'_s \left(0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu}A_f + \tilde{\sigma}_sA_s - \tilde{\sigma}_{sc}A'_s}{\tilde{\sigma}_bb} - a' \right) = \\ &= \tilde{\sigma}_{fu}A_f h + \tilde{\sigma}_sA_s h_0 - \tilde{\sigma}_{sc}A'_s a' - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_bb} (\tilde{\sigma}_{fu}A_f + \tilde{\sigma}_sA_s - \tilde{\sigma}_{sc}A'_s)^2. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Математичне очікування граничного моменту одержуємо, підставляючи в одержаний вираз математичні очікування випадкових аргументів.

Визначаємо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_{fu} = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_{fu}} = \frac{A_f}{\sigma_b b} [\sigma_b h b - (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s)]; \quad (3.41)$$

$$D_{sc} = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_{sc}} = \frac{A'_s}{\sigma_b b} [-\sigma_b b a' + (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s - \sigma_{sc} A'_s)]; \quad (3.42)$$

$$D_s = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_s} = \frac{A_s}{\sigma_b b} [\sigma_b h_0 b - (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s - \sigma_{sc} A'_s)]; \quad (3.43)$$

$$D_b = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_b} = \frac{0,5}{\sigma_b^2 b} [(\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s - \sigma_{sc} A'_s)]^2. \quad (3.44)$$

Числові значення коефіцієнтів одержуємо, підставляючи в одержані вирази математичні очікування випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_{fu} \hat{\sigma}_{fu})^2 + (D_b \hat{\sigma}_b)^2 + (D_s \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{sc} \hat{\sigma}_{sc})^2}. \quad (3.45)$$

3.3.9. Числовий приклад. *Оцінити надійність залізобетонної балки з подвійним армуванням, підсиленої ФАП.*

Вихідні дані – ті ж, що в попередньому прикладі п. 3.3.7. Підсилення – вуглепластик гарячого твердіння (ламинат), товщина моношару 1,4 мм, ширина 250 мм, площа перерізу підсилення $A_f = 350 \text{ мм}^2 = 3,50 \text{ см}^2$. Розрахункова міцність вуглепластика $R_{fu} = 1071 \text{ МПа}$.

Числові характеристики міцності вуглепластика. Визначимо їх аналогічно прикладу п. 3.3.5.

$$\bar{R}_{fu} = 1,151 R_{fu} = 1,151 \cdot 1071 = 1232,7 \text{ МПа} = 123,27 \text{ кН/см}^3;$$

$$\hat{R}_{fu} = 0,08 \cdot 1232,7 = 98,6 \text{ МПа} = 9,86 \text{ кН/см}^3.$$

Числові характеристики граничного моменту. За формулою (3.40) обчислюємо математичне очікування граничного моменту:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ult} &= 123,3 \cdot 3,5 \cdot 70 + 42,0 \cdot 30,54 \cdot 65 - 42,0 \cdot 9,42 \cdot 3,0 - \\ &\quad - \frac{0,5}{2,18 \cdot 30} (123,3 \cdot 3,5 + 42,0 \cdot 30,54 - 42,0 \cdot 9,42)^2 = \\ &= 30212 + 83374,2 - 1087,0 - 13294,9 = 99104,4 \text{ кНсм} = 991,0 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

За формулами (3.41) – (3.44) визначаємо коефіцієнти для обчислення стандарту граничного моменту:

$$D_{fu} = \frac{3,5}{2,18 \cdot 30} (2,18 \cdot 70 \cdot 30 - 123,3 \cdot 3,5 - 42 \cdot 30,54 + 42 \cdot 9,42) = 174,4 \text{ см}^3;$$

$$D_s = \frac{30,54}{2,18 \cdot 30} (2,18 \cdot 65 \cdot 30 - 123,3 \cdot 3,5 - 42 \cdot 30,54 + 42,0 \cdot 9,42) = 1369,3 \text{ см}^3;$$

$$D_{sc} = \frac{9,42}{2,18 \cdot 30} (-2,18 \cdot 3 \cdot 30 + 123,3 \cdot 3,5 + 42 \cdot 30,54 - 42,0 \cdot 9,42) = 161,7 \text{ см}^3;$$

$$D_b = \frac{0,5}{2,18^2 \cdot 30} (123,3 \cdot 3,5 + 42 \cdot 30,54 - 42 \cdot 9,42)^2 = 2759,8 \text{ см}^3.$$

За формулою (3.45) визначаємо стандарт граничного моменту:

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(174,4 \cdot 9,86)^2 + (1369,3 \cdot 1,83)^2 + (161,7 \cdot 1,83)^2 + (6098,6 \cdot 0,294)^2} = 3550,6 \text{ кНсм} = 35,5 \text{ кНм}.$$

Оцінка надійності підсиленої балки. Обчислюємо характеристику безпеки по відношенню до збільшеного розрахункового значення зовнішнього згинального моменту балці (3.19):

$$\beta = \frac{991,0 - 750}{35,5} = 6,79.$$

Імовірність відмови підсиленої балки значно зменшилася в порівнянні з непідсиленим варіантом

$$Q(\beta) = 1,3 \cdot 10^{-11}.$$

Отримана оцінка ймовірності відмови свідчить про достатню надійність балки і ефективність її підсилення вуглепластиком.

3.4. УРАХУВАННЯ ФАКТОРА ЧАСУ У РОЗРАХУНКАХ НАДІЙНОСТІ

Нагадаємо, що у загальному випадку умова безвідмовності конструкції записується у вигляді (3.6):

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{R}(t) - \tilde{S}(t) > 0.$$

3.4.1. Випадкові процеси. При застосуванні імовірнісної моделі випадкових процесів, у наведеному виразі $\tilde{S}(t)$ – зусилля (або напруження) у конструкції у формі випадкового процесу; $\tilde{R}(t)$ – випадковий процес або випадкова величина \tilde{R} несучої здатності; $\tilde{Y}(t)$ – випадковий процес резерву несучої здатності конструкції.

В таких умовах відмова конструкції трактується як **викид** випадкового зусилля $\tilde{S}(t)$ за випадковий рівень несучої здатності $\tilde{R}(t)$ (рис. 3.8) або як викид ВП $\tilde{Y}(t)$ у від’ємну область.

Якщо прийняти, що навантаження і несуча здатність описуються стаціонарними або квазістаціонарними випадковими процесами, то оцінка ймовірності відмови конструкції може бути визначена за кількістю викидів $N_+(t)$ як

$$Q(t) \cong N_+(t) = \frac{\omega_q f_Y(\beta) t}{\beta_\omega \sqrt{2\pi}}. \quad (3.46)$$

Ця формула одержана в роботі [137], в ній прийняті такі позначення: ω_q – ефективна частота випадкового процесу резерву несучої здатності; $f_Y(\beta)$ – ордината густини розподілу функції резерву несучої здатності \tilde{Y} , що відповідає значенню характеристики безпеки β (рис. 3.7); t – наробіток конструкції; β_ω – коефіцієнт широкополосності випадкового процесу $\tilde{Y}(t)$ (детальний опис цього коефіцієнту наведений нижче в п. 3.6.2).

Якщо $\tilde{R}(t)$ та $\tilde{S}(t)$ розподілені нормально, тоді $\tilde{Y}(t)$ також має нормальний розподіл, і формула для $Q(t)$ одержує такий вигляд:

$$Q(t) = \omega_q \cdot \frac{e^{-0,5\beta^2 t}}{2\pi\beta_\omega} \quad (3.47)$$

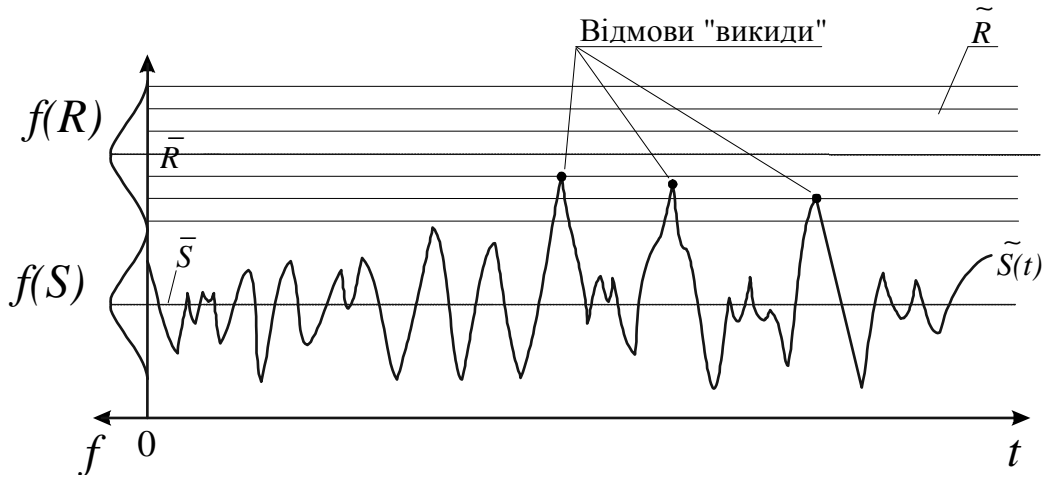


Рис. 3.8. Відмови елемента під навантаженням у формі випадкового процесу

Спираючись на формулу (3.47) и задаючись нормативним значенням імовірності відмови $[Q]$, легко визначити відповідну характеристику безпеки:

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{\omega_q t}{2\pi [Q] \beta_\omega}} \quad (3.48)$$

Для одержання чисельних оцінок надійності за загальною формулою (3.46) необхідно розв'язати дві основні задачі:

а) визначення ординати $f_Y(\beta)$, для чого слід побудувати суми (композиції) або різниці розподілів різного виду, які суттєво відрізняються від розповсюдженого нормального закону; вирішення цієї задачі наводиться нижче в п. 3.5;

б) визначення спільної частотної характеристики ω_q випадкових процесів навантажень і несучої здатності з різними частотно-часовими параметрами; вирішення цієї задачі разом з

визначенням коефіцієнту широкополосності β_ω наводиться нижче в п. 3.6.

Викладена методика включена в норми [39] в наступній формі: вірогідність досягнення конструкцією відмови за встановлений термін служби T_{ef} визначається як

$$P_f(T_{ef}) = K_0 f_\gamma(\beta) T_{ef}. \quad (3.49)$$

Тут позначено:

$f_\gamma(\beta)$ – щільність нормованого розподілу випадкових значень величини резерву несучої здатності $\tilde{Y} = \tilde{R} - \tilde{S}$ при значенні, що відповідає дальності відмови (характеристиці безпеки) β (3.10); K_0 – частотна характеристика, яка розраховується за формулою

$$K_0 = \frac{(1 + \theta^2 k^2)}{3} \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{s}_i a_i K_i^{tr} \omega_i)^2}{2\pi(1 + \theta^2 k^2)(1 + k^2)(\hat{r}^2 + \hat{s}^2)} \right]^{1/2}. \quad (3.50)$$

У формулі (3.50) позначено: ω_i – ефективна частота i -го впливу; K_i^{tr} – коефіцієнт тренда, який враховує сезонні зміни i -го впливу (наприклад, снігового та вітрового навантажень); θ – відношення ефективної частоти найбільш високочастотного з навантажень, які враховуються (наприклад, кранового), до другої по зменшенню ефективної частоти (наприклад, частоті вітрового навантаження); $k = \hat{s}_0 / \sqrt{\hat{s}^2 + \hat{r}^2 - \hat{s}_0^2}$ – коефіцієнт, що характеризує вклад стандарту \hat{s}_0 найбільш високочастотного навантаження, який враховується, в стандарт резерву несучої здатності.

Основні положення розробленої методики оцінки надійності в техніці випадкових процесів викладені в монографії і публікаціях автора [119, 137, 263], вона успішно застосована для широкого кола конструкцій, про що йдеться в наступних розділах

даної глави книги, а також для сталевих конструкцій магістральних трубопроводів [258, 262] і висотних споруд під дією вітра [259].

3.4.2. Схема незалежних випробувань. Для високонадійних конструкцій формула (1.61) з достатньою точністю спрощується:

$$Q_n(\gamma, t) = 1 - [P_1(\gamma)]^{n_n} \cong n_n Q_1(\gamma). \quad (3.51)$$

В практичних викладках корисно використовувати співвідношення між диференційною і інтегральною функціями будь-якого розподілу:

$$\mu(\gamma) = \frac{f(\gamma)}{1 - F(\gamma)} = \frac{f(\gamma)}{Q(\gamma)}, \quad (3.52)$$

де $\mu(\gamma)$ – функція інтенсивності розподілу.

Для деяких розподілів $\mu(\gamma)$ визначається у загальній аналітичній формі (розподіл Вейбулла), для більшості розподілів (наприклад, нормального) $\mu(\gamma)$ визначається чисельно, можуть також використовуватися таблиці [91].

Спираючись на спрощену формулу (3.51), використовуючи $\mu(\gamma)$ і нормативне значення імовірності відмови $[Q]$, одержуємо співвідношення для нормального розподілу $Q_1(\beta)$:

$$n_n Q_1(\beta) = n_n \frac{f(\beta)}{\mu(\beta)} = n_n \frac{\exp(-0,5\beta^2)}{\mu(\beta)\sqrt{2\pi}} = [Q].$$

Звідси легко визначається відповідна характеристика безпеки:

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{n_n}{\mu(\beta)\sqrt{2\pi}[Q]}}. \quad (3.53)$$

Рішення даного нелінійного рівняння спрощується, якщо врахувати, що для нормального закону при великих β дійсне співвідношення $\mu(\beta \approx \beta)$.

3.4.3. Числовий приклад. Підібрати переріз сталеві балки, що завантажена повторним навантаженням (за схемою незалежних випробувань), виходячи з нормативної ймовірності відмови $[Q]$ (рис. 3.9).

Вихідні дані: математичне сподівання навантаження $\bar{F} = 100$ кН, проліт балки $l = 2$ м; кількість циклів навантаження $n = 10^6$, $[Q] = 10^{-2}$; числові характеристики втомної міцності сталі $\bar{\sigma}_v = 300$ МПа; $V_\sigma = 0,1$; коефіцієнт варіації навантаження $V_F = V_S = 0,2$; балка прокатна з двотавра з паралельними гранями полиць згідно з сортаментом [80].

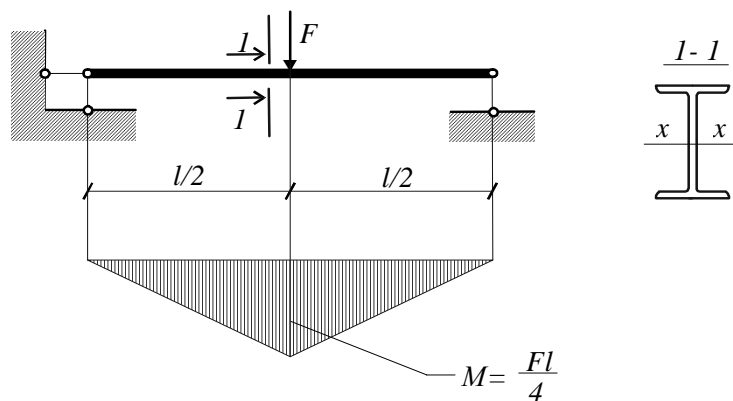


Рис. 3.9. Сталева балка під повторним навантаженням

Характеристики зусилля (моменту) у балці:

$$\bar{S} = \bar{M} = \frac{\bar{F}l}{4} = \frac{100 \cdot 2}{4} = 50 \text{ кНм}; \quad \hat{S} = 50 \cdot 0,2 = 10 \text{ кНм}.$$

Характеристика безпеки β . Використаємо схему незалежних випробувань і наближену формулу (3.51):

$$Q_n(\beta) \cong nQ_1(\beta).$$

Розв'язуємо підбором рівняння (3.53):

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{10^6}{5,63 \sqrt{2\pi} 10^{-2}}} = 5,63.$$

Підбір перерізу балки. Необхідне математичне сподівання несучої здатності балки \bar{R} знаходимо з квадратного рівняння, виведеного із формули (3.48):

$$\bar{R}^2 - b\bar{R} + C = 0.$$

$$b = \frac{2 \cdot 50}{1 - (5,63 \cdot 0,1)^2} = 146,4; \quad C = 50^2 \cdot \frac{1 - (5,63 \cdot 0,2)^2}{1 - (5,63 \cdot 0,1)^2} = -980,5;$$

$$\bar{R} = \frac{146,4}{2} + \sqrt{\left(\frac{146,4}{2}\right)^2 + 980,5} = 152,8 \text{ кНм.}$$

Необхідний момент опору балки:

$$W_p = \frac{\bar{R}}{\bar{\sigma}} = \frac{152,8 \cdot 100}{30} = 509,4 \text{ см}^3.$$

Приймаємо І30Б3, $W_x = 521 \text{ см}^3$.

Перевірка прийнятого перерізу балки

$$\begin{aligned} \bar{R} &= 30 \cdot 521 = 156,3 \text{ кНм}; & \hat{R} &= 0,1 \cdot 156,3 = 15,63 \text{ кНм}; \\ \bar{Y} &= 156,3 - 50 = 106,3 \text{ кНм}; & \hat{Y} &= \sqrt{15,63^2 + 10^2} = 18,6 \text{ кНм}. \\ \beta &= \frac{106,3}{18,6} = 5,73. \end{aligned}$$

За таблицями нормального розподілу *табл. Д.3* знаходимо

$$Q_1 = Q(\beta=5,73) = 6 \cdot 10^{-9}.$$

За формулою (3.51) для $n = 10^6$ випробувань маємо

$$Q_n = 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-9} = 0,6 \cdot 10^{-2} < [Q] = 10^{-2}.$$

Надійність балки забезпечена.

3.5. РОЗПОДІЛИ СУМИ І РІЗНИЦІ РОЗПОДІЛІВ

3.5.1. Загальний підхід. Побудова закону розподілу суми (композиції) розподілів, наприклад, сумарного навантаження (зусилля), ускладнюється тим, що розподіли окремих навантажень, як показано вище в главі 2, значно відрізняються від нормальних. Якщо складаються незалежні навантаження, тобто у випадку композиції законів розподілу $f_1(X_1)$ і $f_2(X_2)$, щільність розподілу суми $X = X_1 + X_2$ визначається за формулами згортки виду [20]:

$$f_{12}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(X_1) f_2(X - X_1) dX_1; \quad (3.54)$$

$$f_{12}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(X - X_1) f_2(X_1) dX_1. \quad (3.55)$$

Якщо обидва закони відмінні від нуля тільки при позитивних значеннях аргументу, то межі інтегрування звужуються:

$$f_{12}(X) = \int_0^{+\infty} f_1(X_1) f_2(X - X_1) dX_1. \quad (3.56)$$

Як показано на *рис. 3.10*, в першому випадку інтегрування йде по півплощині D_1 , обмеженій прямою $X = X_1 + X_2$, у другому випадку - по трикутнику D_2 , укладеним між $X_2 = 0$ і $X_2 = X_1$.

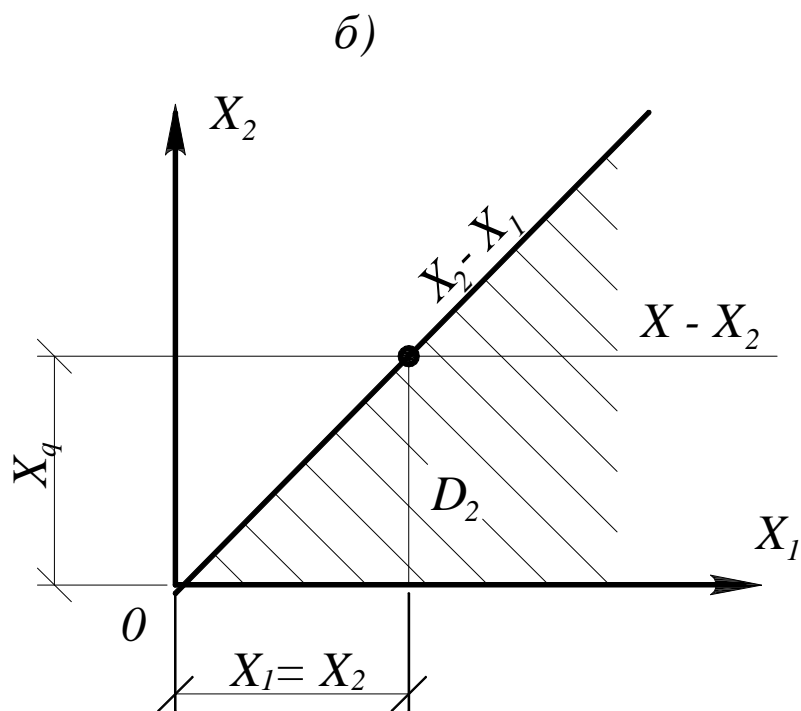
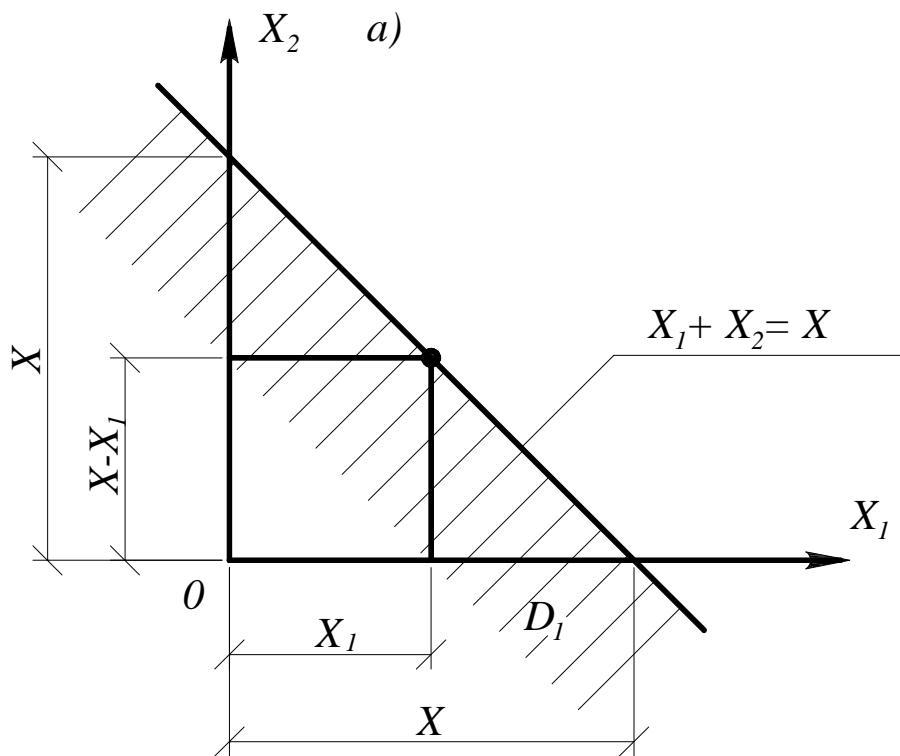


Рис. 3.10. Зв'язок параметрів при композиції законів розподілу:
 а – безкінечна область; б – позитивна область

Щільність ймовірності суми кількох випадкових доданків визначається шляхом послідовного застосування зазначених формул композиції для двох випадкових доданків.

У деяких порівняно нечисленних випадках вдається отримати аналітичні вирази для композиції розподілів, у тому числі для нормальних, експоненційних [21], гамма-розподілів [163], рівномірних, нормального і рівномірного [20], розподілів Вейбулла і Пірсона третього типу [160] та ін. Проте в більшості практичних випадків не вдається отримати замкнуте аналітичне рішення композиції законів розподілу.

У цій главі розглядається побудова композицій розподілів, описаних у главах 1 і 2, необхідних для вирішення завдань сполучень навантажень і оцінки надійності. Згортки для розглянутих щільностей розподілу не беруться у замкнутому вигляді і повинні інтегруватися чисельно. Однак попередньо необхідно провести їх перетворення для вирішення наступних питань:

- а) ув'язки параметрів розподілів, що складаються, зменшення їх кількості;
- б) представлення спільних розподілів в єдиній порівняній формі у функції нормованого відхилення від центру, з урахуванням сумарного стандарту розподілу;
- в) можливого спрощення аналітичних виразів для полегшення чисельного інтегрування.

Отримані аналітичні вирази композиції розподілів наведені в *табл. 3.1*.

У випадку різниці випадкових аргументів $X = X_1 - X_2$ побудова кривої розподілу в певній мірі асоціюється з описаною вище композицією розподілів, проте має ряд специфічних особливостей. Тому для визначення щільності розподілу різниці використовуються дещо інші вирази для незалежних X_1 і X_2 [160]:

$$f_{12}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(X - X_2) f_2(X_2) dX_2; \quad (3.57)$$

$$f_{12}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(X_1) f_2(X_1 - X) dX_1. \quad (3.58)$$

Отримані аналітичні вирази різниці розподілів наведені в *табл. 3.3*.

3.5.2. Розподіл суми (композиції) розподілів. Для ілюстрації конкретного застосування наведених загальних формул наведемо послідовність одержання виразу для композиції нормального закону і розподілу Гумбеля I типу.

Щільність розподілу $f_1(X)$ для нормального закону має вигляд (1.24), розподіл Гумбеля запишемо у формі, аналогічній (1.32)

$$f_2(X) = \frac{1}{\beta} \exp \left[\frac{\bar{X}_e - 0,45 \hat{X}_e - X}{\beta} - \exp \left(\frac{\bar{X}_e - 0,45 \hat{X}_e - X}{\beta} \right) \right],$$

де $\beta = 0,78 \hat{X}_e$.

Підставляємо у формулу згортки (3.47)

$$f_{12}(X) = \frac{1}{\hat{X}_n \beta \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{(X_1 - \bar{X}_n)^2}{2\hat{X}_n^2} - \frac{-\bar{X}_e + 0,45 \hat{X}_e + X - X_1}{\beta} - \exp \left(\frac{-\bar{X}_e + 0,45 \hat{X}_e + X - X_1}{\beta} \right) \right] dX_1. \quad (3.59)$$

Використаємо підхід, викладений Е. Гумбелем [33] під назвою «узагальнення Барричеллі». Введемо підстановку:

$$z = \exp \left[-\exp \left(\frac{-\bar{X}_e + 0,45 \hat{X}_e + X - X_1}{\beta} \right) \right],$$

$$\begin{aligned}
-\ln z &= -\exp\left(\frac{-\bar{X}_e + 0.45\hat{X}_e + X - X_1}{\beta}\right), \\
-\ln(\ln z) &= \frac{-\bar{X}_e + 0.45\hat{X}_e + X - X_1}{\beta}, \\
X_1 &= X - \bar{X}_e + 0.45\hat{X}_e + \beta \ln(-\ln z), \quad \frac{dX_1}{dz} = -\frac{\beta}{z(-\ln z)}. \quad (3.60)
\end{aligned}$$

Змінюємо межі інтегрування

$$X_1 = -\infty, \quad z = \exp(0) = 1, \quad X_2 = \infty, \quad z = \exp(-\infty) = 0.$$

Підставляємо одержані вирази у формулу (3.59) і виконуємо скорочення:

$$f_{12}(X) = \frac{1}{\hat{X}_n \sqrt{2\pi}} \int_0^1 \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{X - \bar{X}_n - \bar{X}_e + 0.45\hat{X}_e}{\hat{X}_n} + \frac{\beta}{\hat{X}_n} \ln(-\ln z) \right]^2\right\} dz.$$

Виразимо сумарний стандарт \hat{X}_{II} через \hat{X}_n , позначивши $p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_e}$:

$$\hat{X}_{II} = \hat{X}_n \frac{\sqrt{1+p^2}}{p} = \hat{X}_n \cdot D_{II}.$$

Підставимо вираз для \hat{X}_{II} у формулу $f_{12}(X)$ і позначимо:

$$\gamma = \frac{X - \bar{X}_n - \bar{X}_e}{\hat{X}_{II}} = \frac{X - \bar{X}_{II}}{\hat{X}_{II}}.$$

Одержуємо остаточно:

$$f_{12}(\gamma) = \frac{1}{\hat{X}_{II}} \frac{D_{II}}{2\pi} \int_0^1 \exp\left\{-0.5 \left[D_{II} \gamma + \frac{0.45}{p} + \frac{0.78}{p} \ln(-\ln z) \right]^2\right\} dz. \quad (3.61)$$

Ця формула в компактному вигляді (3.62) наведена в *табл. 3.1*, вона дає ординати щільності нормованого розподілу при $\hat{X}_{II} = 1$ у функції двох параметрів: γ – нормованого ухилення від загального центру і p – співвідношення стандартів розподілів.

Міра близькості даної композиції до кожного із складових її законів можна простежити за величиною асиметрії для сумарного розподілу. За формулами складання асиметрій маємо для загального розподілу (з урахуванням того, що $A_n = 0$ і $A_e = 1,14$):

$$A_{II} = \frac{1,14}{(\hat{X}_n / \hat{X}_e + 1)^{3/2}}.$$

При $\hat{X}_n = 0$ $A_{II} = A_e = 1,14$, тобто маємо розподіл Гумбеля; при $X_e \rightarrow 0$ $A_{II} \rightarrow 0$ – наближаємося до нормального закону.

Аналогічним чином, з використанням узагальнення Барричелли, були одержані вирази для композицій 2-х і 3-х інших розподілів (3.63) – (3.70), які наведені в *табл. 3.1*. Читача, який зацікавиться ходом виведення вказаних формул, адресуємо до монографії автора [137].

На *рис. 3.11, а* наведені приклади отриманих композицій розподілів нормального і Гумбеля, які порівнюються з розподілами складових аргументів – «чистими» нормальним і подвійним експоненціальним. Композиція більш протяжна при негативному аргументі, має опущену моду і нижче розташований хвіст, чим розподіл Гумбеля; його мода зміщена вліво по відношенню до початку координат і моди нормального розподілу внаслідок наявної позитивної асиметрії. Показаний на *рис. 3.9, а* випадок відповідає найбільшій відмінності сумарного розподілу від початкових розподілів ($p = 1$), в усіх інших випадках ($p < > 1,0$) він буде ближче до одного з вихідних розподілів.

Таблиця 3.1

Формули композиції розподілів

№ з/п	Розподіли, що складаються	Нормовані щільності розподілів композиції формули параметрів	Коефіцієнти
1	2	3	4
1	Нормальний і Гумбеля I типу	$f_{12}(\gamma) = \frac{D_{II}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \exp(-0.5E_{II}^2) dz \quad (3.62)$ $E_{II} = D_{II}\gamma + \frac{0.45}{p} + \left(\frac{0.45}{p}\right) \ln(-\ln z)$ $D_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}$	$p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_e}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_n - \bar{X}_e}{\hat{X}_{II}}$
2	2 Гумбеля I типу	$f_{12}(\gamma) = D_{II} \int_0^1 E_{II} \exp(-E_{II}) dz \quad (3.63)$ $E_{II} = (-\ln z)^{-K_2} \exp(D_{II}\gamma - B_{II})$ $D_{II} = \frac{\sqrt{1+K_2^2}}{0.78}; \quad B_{II} = 0.577(1+K_2)$	$K_2 = \frac{\hat{X}_{e2}}{\hat{X}_{e1}}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_{e1} - \bar{X}_{e2}}{\hat{X}_{II}}$
3	Нормальний і 2 Гумбеля I типа	$f_{123} = \frac{D_{III}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \int_0^1 (-\ln U)^{\frac{1}{2}} E_{III} \exp(-E_{III}) dz dU \quad (3.64)$ $E_{III} = \ln(-\ln z)^{-K_2} \exp\left(-D_{III}\gamma - \frac{\sqrt{2}p}{0.78} \sqrt{-\ln U} - B_{III}\right)$ $D_{III} = \frac{\sqrt{1+K_2^2+p^2}}{0.78}; \quad B_{III} = 0.577(1+K_2)$	$K_2 = \frac{\hat{X}_{e2}}{\hat{X}_{e1}}$ $p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_e}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_{e1} - \bar{X}_{e2} - \bar{X}_n}{\hat{X}_{III}}$

Продовження таблиці 3.1

1	2	3	4
4	3 розподіли Гумбеля I типу	$f_{123}(\gamma) = D_{III} \int_0^1 \int_0^1 E_{III} \exp(-E_{III}) dz dU \quad (3.65)$ $E_{III} = \ln(-\ln z)^{-K_2} (-\ln U)^{-K_3} \exp(-D_{III} \gamma - B_{III})$ $D_{III} = \frac{\sqrt{1+K_2^2+K_3^2}}{0.78}; \quad B_{III} = 0.577(1+K_2+K_3)$	$K_2 = \frac{\hat{X}_{e2}}{\hat{X}_{e1}}$ $K_3 = \frac{\hat{X}_{e3}}{\hat{X}_{III}}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_{e1} - \bar{X}_{e2} - \bar{X}_{e3}}{\hat{X}_{III}}$
5	Нормальний і Вейбулла	$f_{12}(\gamma) = \frac{D_{II}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^1 \exp(-0.5E_{II}^2) dz \quad (3.66)$ $E_{II} = D_{II} \gamma + \frac{1}{V_B p} \left[1 - (-\ln z)^{\frac{1}{\beta}} / \Gamma \right]$ $D_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}; \quad z_1 = \exp \left[-\Gamma^\beta \left(1 + p \frac{V_B}{V_n} + \mathcal{W}_B \sqrt{1+p^2} \right)^\beta \right]$	$p = \frac{\hat{X}_H}{\hat{X}_B}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_n - \bar{X}_B}{\hat{X}_{II}}$
6	Нормальний і поліномо- експоненційний	$f_{12}(\gamma) = \frac{\sqrt{(1+p^2)}}{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \exp(C_0 - C_1 E_{II} - C_2 E_{II}^2 - C_3 E_{II}^3) \exp(-0.5z^2) dz \quad (3.67)$ $E_{II} = \lambda \sqrt{1+p^2} - z_p$ $z_1 = -\frac{1}{V_n}$ $z_2 = \gamma D_{II} + \frac{1}{V_n p}; \quad D_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}$	$p = \frac{\hat{X}_H}{\hat{X}_n}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_n - \bar{X}_n}{\hat{X}_{II}}$

Продовження таблиці 3.1

1	2	3	4
7	<p>Вейбулла і поліномо- експоненційний</p>	$f_{12}(y) = \int_{z_1}^1 \exp(C_0 + C_1 E_{II} + C_2 E_{II}^2 + C_3 E_{II}^3) dz \quad (3.68)$ $E_{II} = D_{II} \gamma - \frac{1}{V_B p} \left[1 - (-\ln z)^{\frac{1}{\beta}} / \Gamma \right]$ $z_1 = \exp \left[-\Gamma^\beta \left(1 + p \frac{V_B}{V_n} + \gamma \mathcal{W}_B \sqrt{1 + p^2} \right)^\beta \right]; \quad D_{II} = \frac{\sqrt{1 + p^2}}{p}$	$p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_B}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_B - \bar{X}_n}{\hat{X}_{II}}$
8	<p>Вейбулла і Гумбеля I типу</p>	$f_{12}(y) = \beta \Gamma V_B D_{II} \int_0^1 E_{II}^{\beta-1} \exp(-E_{II}^\beta) dz \quad (3.69)$ $E_{II} = \Gamma V_B \left[\gamma D_{II} + \frac{0.45}{p} + \frac{1}{V_B} + \frac{0.78}{p} \ln(\ln z) \right]; \quad D_{II} = \frac{\sqrt{1 + p^2}}{p}$	$p = \frac{\hat{X}_B}{\hat{X}_3}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_B - \bar{X}_3}{\hat{X}_{II}}$
9	<p>Нормальний, Вейбулла, поліномо - експоненційний</p>	$f_{12}(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_1}^{u_2} \int_{z_1}^1 \exp(C_0 - C_1 E_{III} + C_2 E_{III}^2 + C_3 E_{III}^3) (-2 \ln U)^{\frac{1}{2}} dz dU \quad (3.70)$ $E_{III} = \frac{1}{p_1 \left[\gamma \sqrt{1 + p_1^2 + p_2^2} + \frac{p_2}{V_n} + \left(1 + (-\ln z)^{\frac{1}{\beta}} \right) / \Gamma V_B \right]}$ $z_1 = \exp \left[-\Gamma^\beta \left(1 + p_1 \frac{V_B}{V_n} + p_1 \frac{V_B}{V_n} + \gamma \mathcal{W}_B \sqrt{1 + p_1^2 + p_2^2} \right) \right]$ $U_1 = \exp \left[-\left(\frac{1}{2p_2^2} \right) \left(\gamma \sqrt{1 + p_1^2 + p_2^2} + \frac{p_1}{V_n} + \frac{1}{V_B} \right) \right]; \quad U_2 = \exp \left(-\frac{1}{2V_n^2} \right)$	$p_1 = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_B}$ $p_2 = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_B}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_B - \bar{X}_n - \bar{X}_n}{\hat{X}_{III}}$

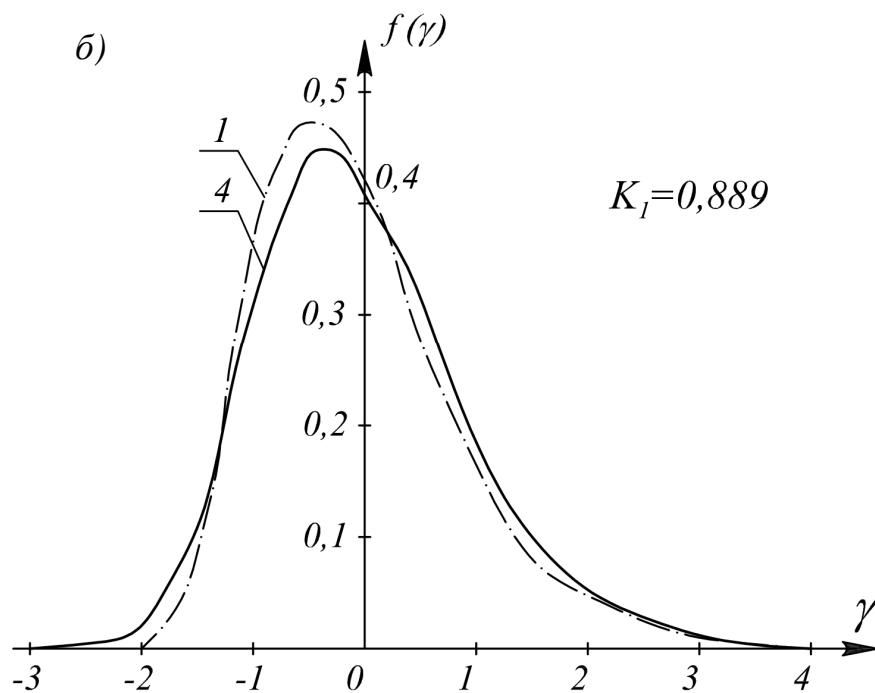
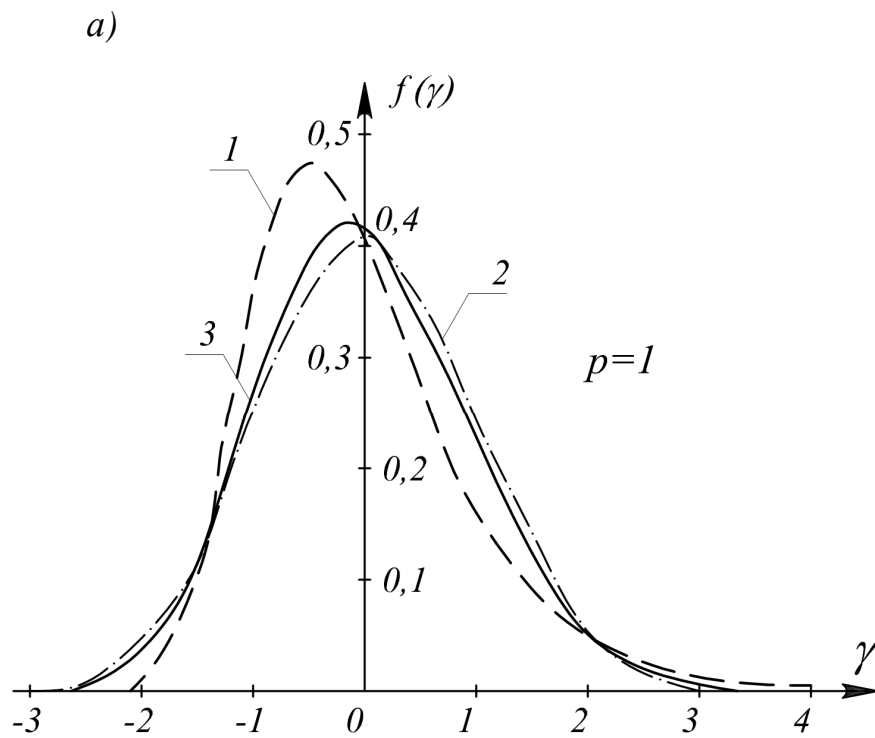


Рис. 3.11. Композиція розподілів:
 а – нормального и Гумбеля I типу; б – 2-х розподілів Гумбеля I типа;
 1 – розподіл Гумбеля; 2 – нормальний закон; 3 – нормальний +
 розподіл Гумбеля; 4 – два розподіли Гумбеля

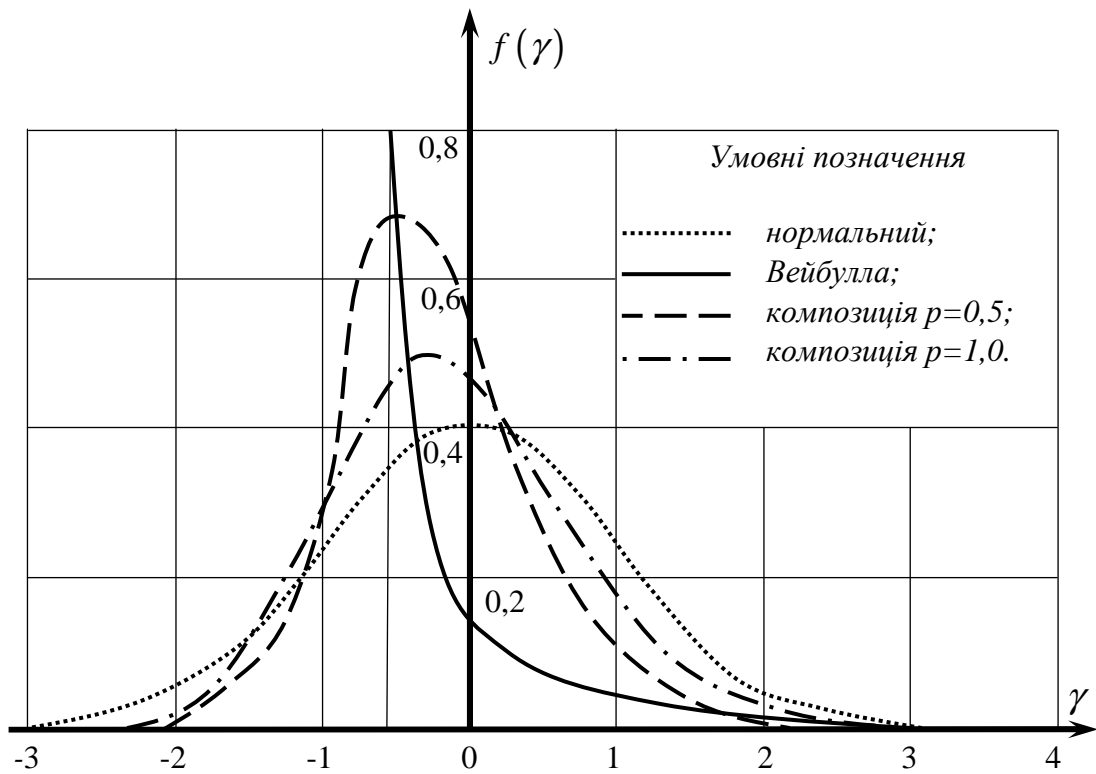


Рис. 3.12. Композиція нормального розподілу (постійне навантаження) і розподілу Вейбулла (вітрове навантаження)

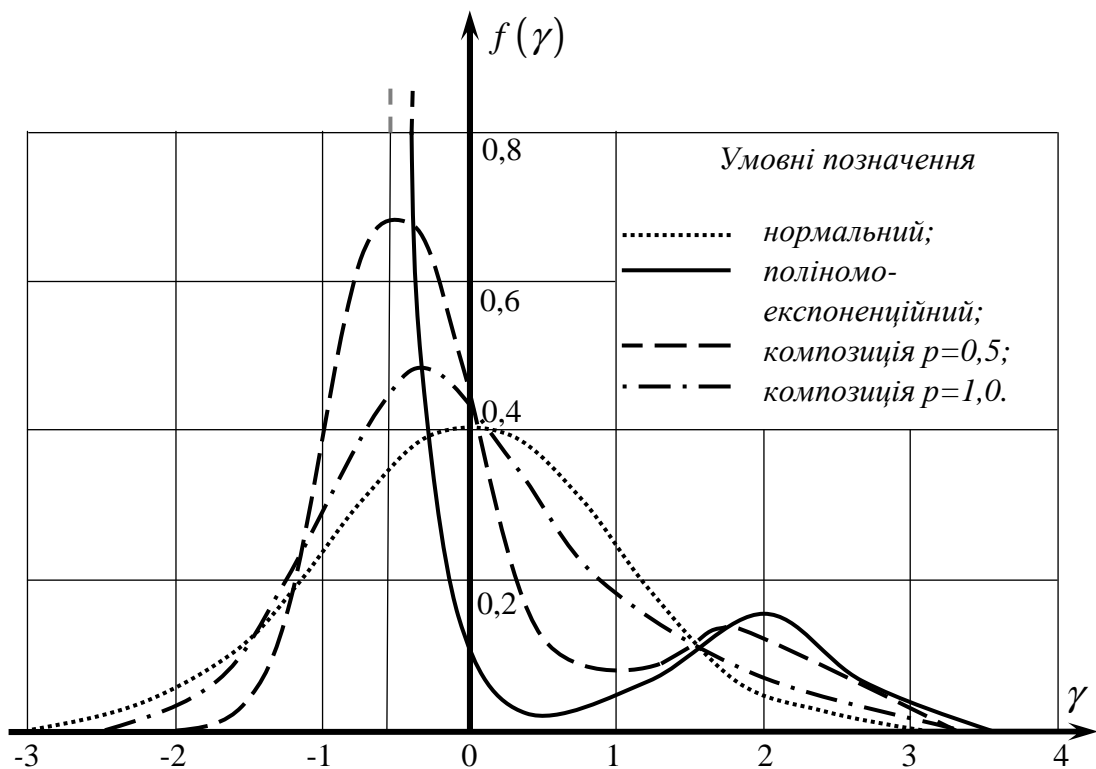


Рис. 3.13. Композиція розподілів нормального і поліномо-експоненційного (снігове навантаження)

Композиція двох законів Гумбеля (3.63) з близькими стандартами ($K_2 = 0,889$) мало відрізняється від окремого розподілу (рис. 3.11, б), хоча ознаки деякої «нормалізації» простежуються – наближення моди до початку координат, зниження максимуму кривої, продовження лівого хвоста. В інших випадках при зменшенні K_2 , відмінність між згорткою і окремим розподілом Гумбеля буде ще менше, ніж на рис. 3.11, б.

Композиція розподілів нормального і Вейбулла ілюструється рис. 3.12, нормального і поліномо-експоненційного – рис. 3.13, де видно, що із збільшенням коефіцієнту p і відповідним зростанням впливу нормального розподілу мода композиції наближується до центру, згладжується друга вершина поліномо-експоненційного розподілу, подовжуються хвостові частини. Можна вважати, що незважаючи на специфічний характер одного з розподілів, композиція досить швидко нормалізується при $p > 1$.

3.5.3. Числовий приклад. Виконати порівняння суми розподілів з вихідними розподілами.

Вихідні дані. Результати обчислення суми нормального розподілу (коефіцієнт варіації 0,2) і розподілу Вейбулла (вітрове навантаження, I район) за формулою (3.66) із застосуванням чисельного інтегрування при трьох значеннях відношення стандартів $p = V_n/V_B$ вихідних розподілів (рядки 1 – 3 табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Ординати щільності розподілів

№ з/п	Розподіл	Нормовані відхилення γ від центра								
		-3	-2	-1	0	1	2	3	4	
1	Сума	$p=2,0$	2,49 E-3	4,61 E-2	2,53 E-1	4,09 E-1	2,23 E-1	4,74 E-2	2,31 E-3	2,26 E-5
2		$p=1,0$	2,90 E-4	2,37 E-2	2,69 E-1	4,77 E-1	1,75 E-1	3,67 E-2	1,83 E-4	5,04 E-7
3		$p=0,5$	-	1,16 E-3	2,50 E-1	5,73 E-1	1,06 E-1	8,86 E-4	2,10 E-7	2,38 E-7
4	Вейбулла	-	-	2,625 *	3,76 E-1	8,36 E-2	3,05 E-2	1,35 E-2	6,07 E-3	
5	Нормальний	4,40 E-3	5,40 E-2	2,42 E-1	3,99 E-1	2,42 E-1	5,40 E-2	4,40 E-3	1,39 E-4	

Примітка. Значком * відмічено значення щільності при $\gamma = -0,5$

За формулою розподілу Вейбулла (1.26) з урахуванням районних коефіцієнтів для І-го району (*табл. 2.18*) визначаємо ординати щільності нормованого розподілу вітрового навантаження, які заносимо у *табл. 3.2* (рядок 4). Нормований розподіл Вейбулла для позитивних значень аргументу обмежується зліва значенням $-1/V_B$. Ординати нормального закону (рядок 5) беремо з *табл. Д.1*.

Порівняння даних *табл. 3.2* показує, що внаслідок різкої несиметричності розподілу Вейбулла мода суми постійно знаходиться ліворуч центра, наближаючись до середини графіка і зменшуючись за висотою при збільшенні співвідношення p , тобто по мірі зростання впливу нормального розподілу. Також наочно видно, що із збільшенням параметру p зростає і збільшується за висотою лівий хвіст і піднімається права частина сумарного розподілу. Ці тенденції наочно просліджуються на графіку *рис. 3.12*.

3.5.4. Розподіл різниці розподілів. Покажемо в якості прикладу застосування наведених загальних формул послідовність одержання виразу для різниці нормального закону і розподілу Гумбеля І типу.

Використаємо загальний вираз (3.58) і одержуємо для різниці розподілів:

$$f_{12}(X) = \frac{1}{\hat{X}_n \beta \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(X_1 - \bar{X}_n)^2}{2\hat{X}_n^2} - \frac{-\bar{X}_e + 0,45\hat{X}_e + X_1 - X}{\beta} \right] - \exp \left(-\frac{-\bar{X}_e + 0,45\hat{X}_e + X_1 - X}{\beta} \right) dX_1.$$

Тут \bar{X}_n і \hat{X}_n – математичне очікування і стандарт, враховані у нормальному розподілі; \bar{X}_e , \hat{X}_e , β – математичне очікування, стандарт і параметр розподілу Гумбеля.

Як і раніше у п. 3.5.2, виконуємо підстановку в інтегральну функцію розподілу Гумбеля:

$$Z = \exp\left[-\exp\left(-\frac{-\bar{X}_e + 0,45\hat{X}_e + X_1 - X}{\beta}\right)\right],$$

$$-\ln Z = \exp\left(-\frac{-\bar{X}_e + 0,45\hat{X}_e + X_1 - X}{\beta}\right),$$

$$-\ln(-\ln Z) = \left(\frac{-\bar{X}_e + 0,45\hat{X}_e + X_1 - X}{\beta}\right),$$

$$X_1 = X + \bar{X}_e - 0,45\hat{X}_e + \beta \ln(-\ln Z),$$

$$\frac{dX_1}{dZ} = \frac{\beta}{Z(-\ln Z)}.$$

Як видно, одержані співвідношення відрізняються тільки знаками від відповідних виразів (3.60) для композиції.

Нові межі інтегрування:

$$X_1 = -\infty, \quad Z_1 = \exp[-\exp(\infty)] = 0; \quad X_2 = \infty, \\ Z_2 = \exp[-\exp(-\infty)] = 1.$$

Перетворимо аргумент нормального розподілу:

$$E_{II} = \frac{X_1 - \bar{X}_n}{\hat{X}_n} = \frac{X + \bar{X}_e - \bar{X}_n}{\hat{X}_n} - 0,45 \frac{\hat{X}_e}{\hat{X}_n} - \frac{\beta \ln(-\ln Z)}{\hat{X}_n} = \\ = \mathcal{D}_{II} - \frac{0,45}{p} - \frac{0,78}{p} \ln(-\ln Z).$$

$$\text{Тут } \mathcal{D}_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}, \quad p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_e}.$$

Після перетворень одержуємо формулу (3.71) (табл. 3.3). Аналогічно виведена формула різниці нормального розподілу і розподілу Вейбулла (табл. 3.3, формула (3.72)), відповідні розподіли ілюструються рис. 3.14, б. На відміну від композиції (рис. 3.12), різниця має моду, що зміщена праворуч центра, і витягнутий лівий хвіст, тобто в цілому має дзеркальний характер

Таблиця 3.3

Формули різниці розподілів

№ з/п	Різниця розподілів	Нормовані щільності різниці розподілів, формули параметрів	Коефіцієнти
1	2	3	4
1	Нормальний – – Гумбеля I типу	$f_{12}(\gamma) = \frac{D_{II}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \exp(-0,5E_{II}) dz \quad (3.71)$ $E_{II} = \gamma D_{II} - \frac{0,45}{p} - \frac{0,78}{p} \ln(-\ln Z); \quad D_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}$	$p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_e}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_n + \bar{X}_e}{\hat{X}_{II}}$ $\beta = \frac{V_n - pV_e}{V_n V_e \sqrt{1+p^2}}$
2	Нормальний – – Вейбулла	$f_{12}(\gamma) = \frac{D_{II}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{Z_2} \exp(-0,5E_{II}^2) dz \quad (3.72)$ $E_{II} = \gamma D_{II} - \frac{1}{V_B} \left[1 - (-\ln Z)^{\frac{1}{\beta}} / \Gamma \right]$ $D_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}; \quad Z_2 = \exp \left[-\Gamma^\beta \left(-1 + p \frac{V_B}{V_n} + \gamma V_B \sqrt{1+p^2} \right)^\beta \right]$	$p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_B}$ $\beta = \frac{V_n - pV_B}{V_n V_B \sqrt{1+p^2}}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_n + \bar{X}_B}{\hat{X}_{II}}$
3	Нормальний – – поліномо- експоненційний	$f_{12}(\gamma) = \sqrt{\frac{1+p^2}{2\pi}} \int_{Z_1}^{Z_2} \exp(C_0 + C_1 E_{II} + C_2 E_{II}^2 + C_3 E_{II}^3) \exp(-0,5z^2) dZ_1 \quad (3.73)$ $E_{II} = -\gamma \sqrt{1+p^2} + Z_p; \quad D_{II} = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}$ $Z_1 = \gamma D_{II} - \frac{1}{V_n p}; \quad Z_2 = \gamma_2$	$p = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_n}$ $\gamma = \frac{X - \bar{X}_n + \bar{X}_n}{\hat{X}_{II}}$ $\beta = \frac{V_n - pV_n}{V_n V_n \sqrt{1+p^2}}$

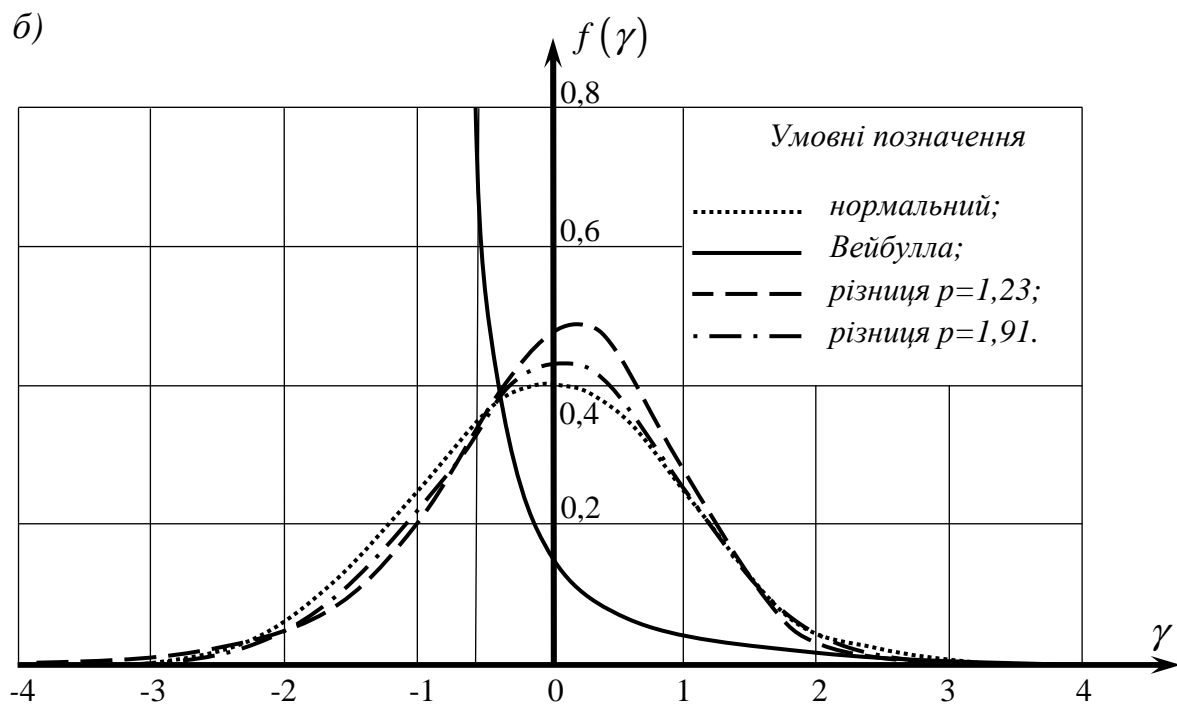
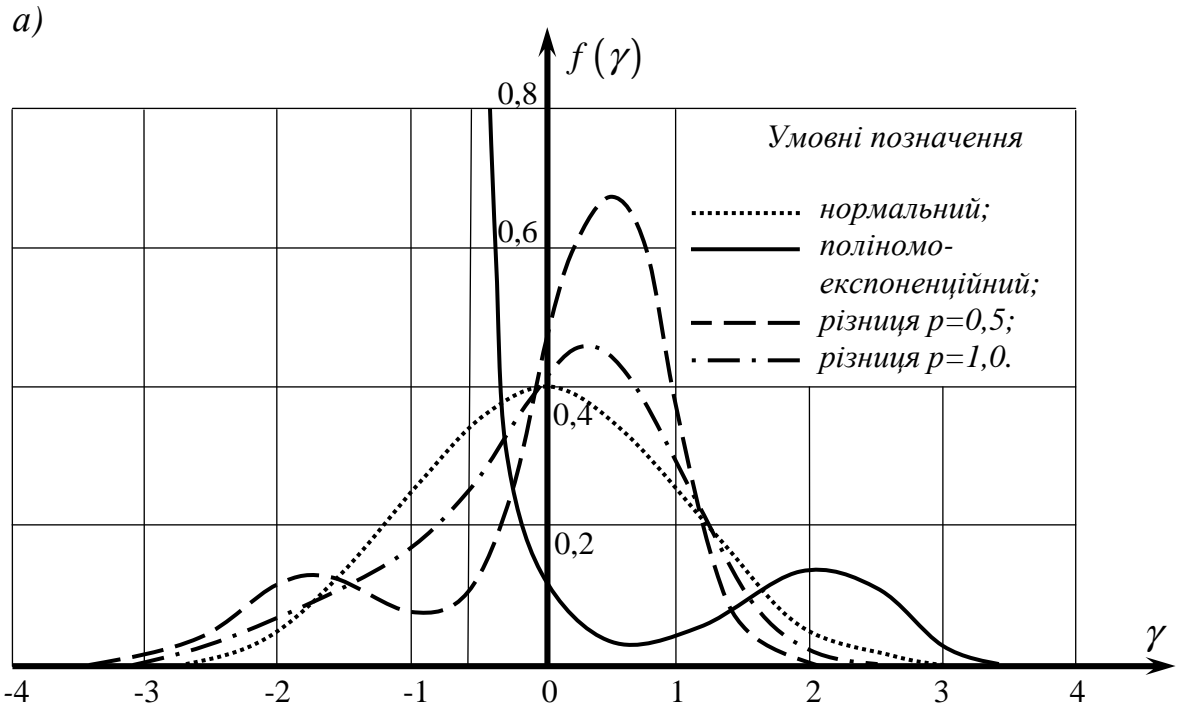


Рис 3.14. Розподіли різниці розподілів:
 а) нормальний і поліномо-експоненційний закони;
 б) нормальний закон і розподіл Вейбулла

у порівнянні з розподілом Вейбулла. Розподіли різниці нормального і поліномо-експоненційного розподілів (табл. 3.3, формула (3.73)) ілюструються рис. 3.14, а. На відміну від розподілу композиції (рис. 3.13), при невеликих значеннях p мода різниці знаходиться праворуч центра, а друга вершина – у лівому хвості, тобто розподіл різниці має дзеркальний характер по відношенню до несиметричного вихідного розподілу навантаження.

3.5.5. Числовий приклад. Виконати порівняння різниці розподілів з вихідними розподілами.

Вихідні дані. Результати обчислення різниці нормального розподілу (коефіцієнт варіації 0,2) і поліномо-експоненційного розподілу (снігове навантаження, I район) за формулою (3.73) із застосуванням чисельного інтегрування при двох значеннях відношення стандартів p вихідних розподілів (рядки 1 і 2 табл. 3.5).

Таблиця 3.4

Ординати щільності розподілів

№ з/п	Розподіл		Нормовані відхилення від центра										
			-4	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	4
1	Різ- ниця	$p=1,0$	4,47 E-4	1,25 E-2	7,47 E-2	1,66 E-1	2,81 E-1	4,23 E-1	4,42 E-1	2,93 E-1	3,00 E-2	6,74 E-4	2,79 E-6
2		$p=0,5$	1,79 E-4	1,84 E-2	1,11 E-1	7,28 E-2	1,28 E-1	4,45 E-1	6,75 E-1	3,28 E-1	2,13 E-3	4,71 E-7	1,94 E-13
3	Поліномо- екс- поненційний		3,00 E-7	1,71 E-2	1,39 E-1	4,01 E-2	3,48 E-2	1,04 E-1	1,70	-	-	-	-
4	Нормальний		1,39 E-4	4,40 E-3	5,40 E-2	2,42 E-1	3,52 E-1	3,99 E-1	3,52 E-1	2,42 E-1	5,40 E-2	4,40 E-3	1,39 E-4

За формулою поліномо-експоненційного розподілу (2.20) з урахуванням районних коефіцієнтів для I-го району (табл. 2.13) визначаємо ординати щільності нормованого розподілу снігового навантаження, які заносимо у табл. 3.4 у дзеркальному вигляді (рядок 3). Ординати нормального закону (рядок 4) беремо з табл. Д.1

Порівняння даних *табл. 3.4* показує, що на відміну від розподілу композиції (*рис. 3.13*), при невеликих значеннях p мода різниці знаходиться праворуч центра, а друга вершина – у лівому хвості, тобто розподіл різниці має дзеркальний характер по відношенню до несиметричного вихідного поліномо-експоненційного розподілу. Також наочно видно зростання впливу нормального розподілу із збільшенням параметру p . Ці тенденції наочно прослідковуються на графіках *рис. 3.14, а*.

3.5.6. Узагальнення формул згортки. Описана вище методика дозволила вивести цикл формул композиції і різниці двох і трьох розподілів, всього одержано 20 згорток, які в узагальненій формі наведені в *табл. 3.5* [129].

Виведені формули дозволяють за допомогою чисельного інтегрування з достатньою точністю, без спрощення і огрублювання будувати складні розподіли, необхідні для подальших оцінок надійності конструкцій. Крім того, розроблений чисельно-аналітичний метод може бути еталонним для оцінки точності різних спрощених і наближених засобів побудови розподілів суми і різниці навантажень та інших випадкових аргументів. Одним із таких підходів є лінійна комбінація розподілів в задачах сполучень навантажень, достатня точність якої була підтверджена порівнянням із виведеними формулами згортки [137].

3.6. ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПОЛУЧЕННЯ НАВАНТАЖЕНЬ, ЗМІННИХ У ЧАСІ

3.6.1. Ефективна частота сполучення навантажень. Так само, як і для окремих навантажень (див. главу 2), частотний склад резерву несучої здатності або випадкового зусилля, викликаного дією поєднання навантажень, представлених у формі стаціонарних випадкових процесів, визначається ефективною частотою. Для її визначення використаємо рішення В.В. Болотіна [10], яке для спільної дії n незалежних стаціонарних випадкових процесів має наступний вигляд:

Таблиця 3.5

Композиції (К) та різниці (Р) щільностей розподілів

№ формули	Нормовані щільності сумісних розподілів:
1, 2	<p style="text-align: center;"><i>Композиція (різниця) розподілів (H), (E) та (Π)</i></p> $f(\gamma) = \frac{D}{\sqrt{2\pi}} \int_{s_1=0}^{s_2=1} \int_0^1 \exp[C_0 + C_1 S + C_2 S^2 + C_3 S^3 - 0,5 E^2] dZ dS; \mathbf{K}(\mathbf{P}): S_1 = -\frac{1}{V_3};$ $E = \mp \frac{S}{p_{1,3}} + D\gamma \pm \frac{0,78}{p_{1,2}} \ln(-\ln Z) \pm \frac{0,45}{p_{1,2}}; \mathbf{K}: S_2 = p_{1,3} \left(D\gamma + \frac{1}{V_1} + \frac{1}{p_{1,2} V_2} \right).$
3, 4	<p style="text-align: center;"><i>Композиція (різниця) розподілів (H), (E) та (B)</i></p> $f(\gamma) = \frac{D\beta V_3 \Gamma(1+\beta^{-1})}{\sqrt{2\pi}} \int_{s_1=0}^{s_2=1} \int_0^1 Q^{\beta-1} \exp[-0,5 E^2 - Q^\beta] dZ dS; \mathbf{K}(\mathbf{P}): S_1 = -\frac{1}{V_3};$ $E = \mp \frac{S}{p_{1,3}} + D\gamma \pm \frac{0,78}{p_{1,2}} \ln(-\ln Z) \pm \frac{0,45}{p_{1,2}}; \mathbf{K}: S_2 = p_{1,3} \left(D\gamma + \frac{1}{V_1} + \frac{1}{p_{1,2} V_2} \right).$
5, 6	<p style="text-align: center;"><i>Композиція (різниця) розподілів (H), (Π) та (B)</i></p> $f(\gamma) = \frac{\beta V_3 D p_{1,2} \Gamma(1+\beta^{-1})}{\sqrt{2\pi}} \int_{s_1=Z_1}^{s_2=Z_2} \int_{Z_1}^{Z_2} Q^{\beta-1} \exp[-0,5 Z^2 + C_0 + C_1 E + C_2 E^2 + C_3 E^3 - Q^\beta] dZ dS;$ $E = p_{1,2} \left(\pm D\gamma - \frac{S}{p_{1,3}} \mp Z \right); \mathbf{K}: Z_1 = -\frac{1}{V_1}; Z_2 = D\gamma + \frac{1}{p_{1,2} V_2} - \frac{S}{p_{1,3}}; S_1 = -\frac{1}{V_3};$ $S_2 = p_{1,3} \left(D\gamma + \frac{1}{V_1} + \frac{1}{p_{1,2} V_2} \right); \mathbf{P}: Z_1 = D\gamma - \frac{1}{p_{1,2} V_2} + \frac{S}{p_{1,3}}; S_1 = -\frac{1}{V_3}.$
7	<p style="text-align: center;"><i>Композиція розподілів (Π), (E) та (B)</i></p> $f(\gamma) = D\beta V_3 \Gamma(1+\beta^{-1}) \int_{s_1=0}^{s_2=1} \int_0^1 Q^{\beta-1} \exp[C_0 + C_1 E + C_2 E^2 + C_3 E^3 - Q^\beta] dZ dS;$ $E = -\frac{S}{p_{1,3}} + D\gamma + \frac{0,78}{p_{1,2}} \ln(-\ln Z) + \frac{0,45}{p_{1,2}}. S_1 = -\frac{1}{V_3}; S_2 = p_{1,3} \left(D\gamma + \frac{1}{V_1} + \frac{1}{p_{1,2} V_2} \right).$
<i>Позначення в таблиці:</i>	
$p_{1,2} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_2}; p_{1,3} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_3}; V_1 = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_1}; V_2 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_2}; V_3 = \frac{\hat{u}_3}{\hat{u}_3}; D = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{p_{1,2}} \right)^2 + \left(\frac{1}{p_{1,3}} \right)^2}.$	
<p style="text-align: center;"><i>У формулах (3)–(7): $Q = (1 + S V_3) \Gamma(1 + \beta^{-1})$.</i></p>	
<p><i>Розподіли: H – нормальний (1.24), E – Гумбеля I типу (1.32), B – Вейбулла (1.26), Π – поліномо – експоненційний(2.20), K – композиція, P – різниця.</i></p>	
<p>Примітки: 1) Індекси 1, 2, 3 відповідають послідовності вихідних розподілів в назвах сумісних розподілів. 2) Верхні знаки у формулах відносяться до композиції розподілів, нижні – до їх різниці. 3) Верхні межі інтегрування для розподілів (2), (4) та (6) визначаються виходячи з необхідної точності обчислень.</p>	

$$\omega_q = \left(\frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \cdot \hat{X}_i^2 \cdot \omega_i^2}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \cdot \hat{X}_i^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.74)$$

де ω_q, ω_i – ефективні частоти відповідно сумарного і i -го процесу; \hat{X}_i – стандарт i -го процесу; α_i – число впливу i -го процесу.

Аналогічні вирази для суми стаціонарних випадкових процесів наводить О.С. Гусєв [34].

Для квазістаціонарних навантажень з постійною частотною структурою і трендом числових характеристик, таких як вітрове і снігове навантаження (див. главу 2), формула (3.74) має вигляд:

$$\omega_q(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \cdot \omega_i^2 \cdot \hat{X}_i^2(t)}{\hat{X}_q^2(t)}}. \quad (3.75)$$

Використання даного виразу дозволяє виключити обчислення, апроксимацію і складання кореляційних функцій, залежних від t , оскільки ефективні частоти можуть визначатися чисельним диференціюванням реалізації або обчислюватися за відомим співвідношенням:

$$\omega = \sqrt{-\rho''(\tau=0)}, \quad (3.76)$$

де $\rho(\tau)$ – нормована кореляційна функція навантаження.

У даній роботі тренд числових характеристик випадкових процесів атмосферних навантажень враховується введенням відповідних коефіцієнтів тренду K_{tr} (глава 2), з урахуванням яких для поєднання 2-х навантажень отримана формула (3.77),

яка при необхідності може бути поширена на будь-яке число навантажень:

$$\omega_{12} = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}} \left[(\omega_1 \cdot K_{tr1})^2 + (\omega_2 \cdot K \cdot K_{tr2})^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.77)$$

Використання параметра $K = \hat{X}_2 / \hat{X}_1$ дозволяє позбавитися від безпосереднього врахування дисперсій складових процесів.

При значному переважанні ефективної частоти одного з навантажень $\omega_1 \gg \omega_2$, як наприклад, в поєднанні кранового і снігового навантажень, визначення ефективної частоти сполучення навантажень спрощується

$$\omega_{12} = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}} \omega_1 \cdot K_{tr1} \quad (3.78)$$

Аналогічно вирішується питання для сполучення випадкового процесу з випадковою величиною, що описує навантаження типу постійного, або міцність матеріалу.

3.6.2. Коефіцієнт широкополосності випадкових процесів. Відмітимо, що формула (3.74) складання ефективних частот відноситься до вузькополосних (вузькосмугових) випадкових процесів, спектральна щільність $S(\omega)$ яких зосереджена у вузькому інтервалі поблизу несучої частоти ω_0 , практично співпадаючої з ефективною частотою [12, 34]. У зв'язку з тим, що випадкові процеси навантажень не є вузькополосними, необхідно провести додатковий аналіз частотної структури як окремих процесів, так і їх сполучень з метою оцінки застосовності наведених вище виразів (3.74), (3.75) і (3.76). Для цього розглянемо введений В.В. Болотіним [13] *коефіцієнт широкополосності* випадкового процесу:

$$\beta_{\omega} = \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^4 d\omega \int_0^{\infty} S_X(\omega) d\omega}}{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^2 d\omega}. \quad (3.79)$$

Тут $S_X(\omega)$ – однобічна спектральна щільність окремого ВП або суми кількох ВП.

Компоненти формули (3.79) входять в наступні співвідношення [13, 34]:

$$\hat{X}^2 = K(0) = \int_0^{\infty} S_X(\omega) d\omega, \quad (3.80)$$

$$\omega_e^2 = -\frac{\ddot{K}(0)}{K(0)} = \frac{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S_X(\omega) d\omega}, \quad (3.81)$$

$$\omega_{\text{э}}^2 = \frac{K^{IV}(0)}{-\ddot{K}(0)} = -\frac{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^4 d\omega}{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^2 d\omega}, \quad (3.82)$$

де $K(0)$, $\ddot{K}(0)$, $K^{IV}(0)$ – кореляційна функція ВП та її похідні при нульовому значенні аргументу $\tau = 0$; ω_e – ефективна частота ВП, названа О.С. Гусевим середньою частотою ВП по нулям [34]; $\omega_{\text{э}}$ – середня частота ВП по екстремумам.

Відмітимо тут, що формула складання ефективних частот (3.74) отримана з (3.81) підстановкою спектральної щільності вузькополосних процесів.

О.С. Гусев називає коефіцієнт, визначений за формулою (3.79), *параметром складності структури ВП* і обчислює його відповідно до (3.81) і (3.82) як

$$K_c = \frac{\omega_3}{\omega_e}. \quad (3.83)$$

Врахуємо, що середня кількість позитивних перетинів нульового рівня $v_+(0)$ і загальна кількість максимумів ВП $v_{max}(-\infty)$ однаково пов'язані з відповідними ефективними частотами:

$$v_+(0) = \omega_e/2\pi, \quad v_{max}(-\infty) = \omega_3/2\pi. \quad (3.84)$$

Звідси виходить наступна наочна інтерпретація параметрів β_ω і K_c [13]:

$$\beta_\omega = K_c = \frac{v_{max}(-\infty)}{v_+(0)}. \quad (3.85)$$

3.6.3. Кореляційний аналіз навантажень. Судячи з наведених вище формул, частотний аналіз випадкових процесів навантажень потребує знання їх кореляційних і спектральних функцій. Для їх побудови були використані експериментальні дані по крановим навантаженням і вихідна статистична інформація по атмосферним навантаженням.

Зокрема, для навантажень від ливарних мостових кранів мартенівського цеху [94, 141] були підібрані вирази (3.86) і (3.88) для нормованої кореляційної функції (НКФ) з наступними параметрами: $\alpha_1 = 6,6$ (год)⁻¹ і $\alpha_2 = 14,2$ (год)⁻¹.

Одержані експериментальні нормовані кореляційні функції для вітрового навантаження ілюструються *рис. 3.15, а*. Характер НКФ співпадає для всіх вітрових районів і тісно апроксимується формулами (3.86), (3.88) і (3.90), значення параметрів яких наводяться на *рис. 3.15, а*.

Аналогічні особливості мають експериментальні НКФ снігового навантаження, графіки яких разом з параметрами $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ наведені на *рис. 3.15, б*.

НКФ всіх навантажень мають експоненційний затухаючий характер, що свідчить про відсутність періодичної складової.

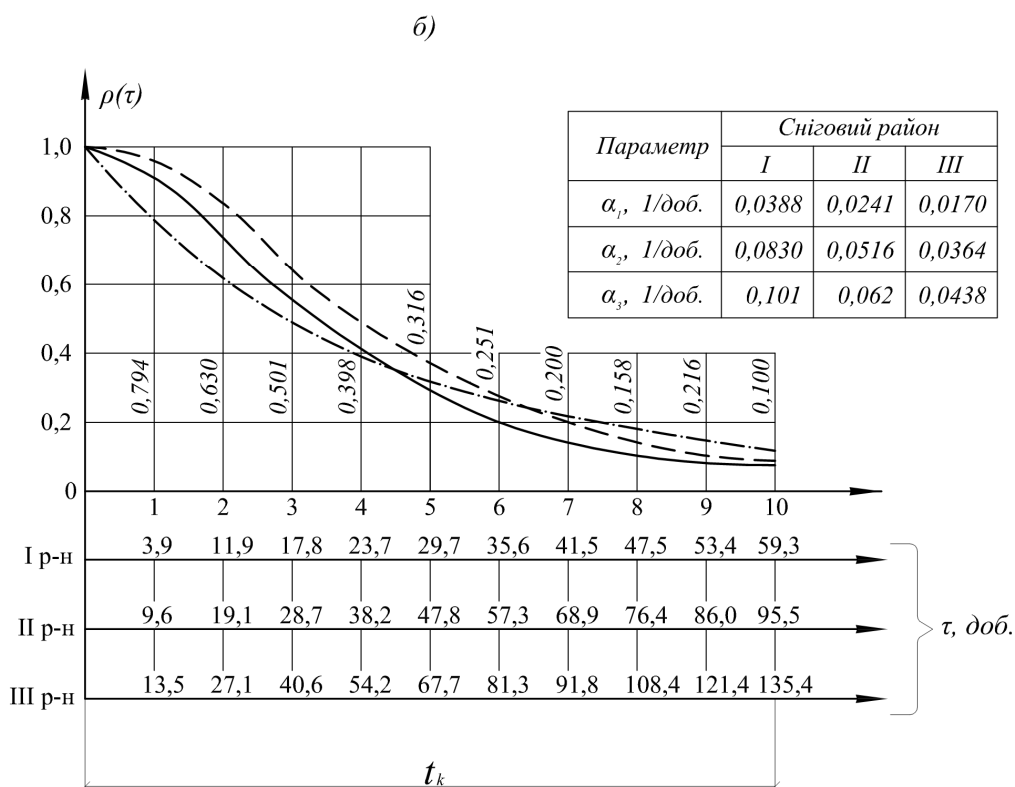
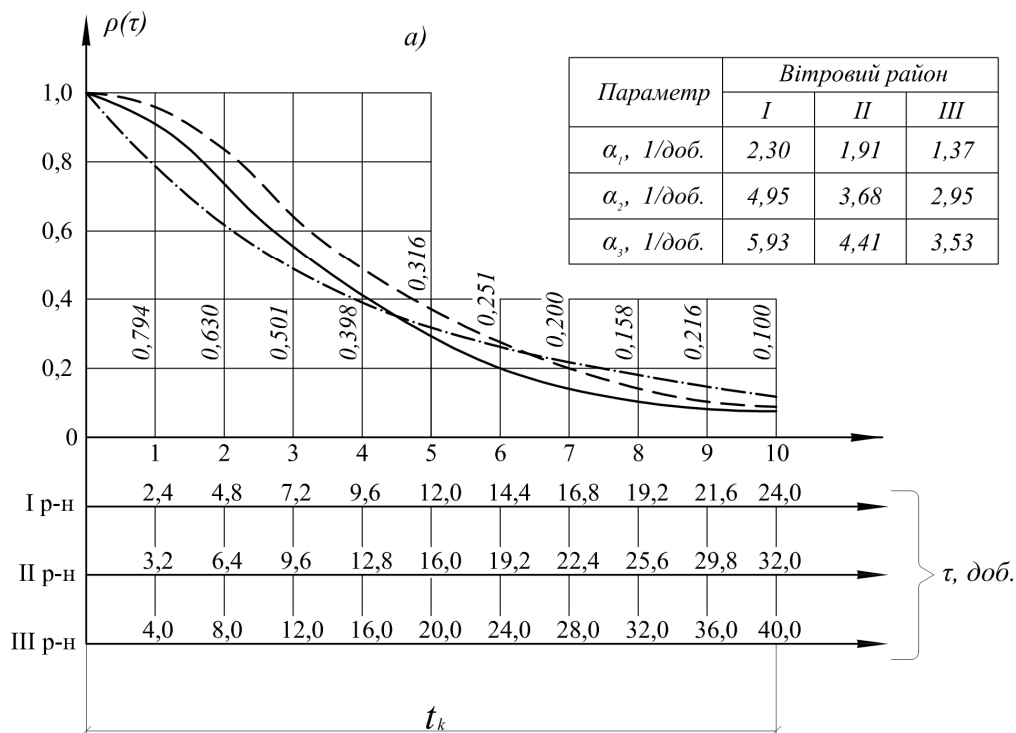


Рис. 3.15. НКФ атмосферних навантажень

а – вітрове навантаження; б – снігове навантаження

- · — формула (3.86);
- формула (3.88);
- - - формула (3.90).

Таблиця 3.6

Кореляційні функції і спектральні щільності випадкових процесів навантажень

<i>№ n/n</i>	<i>Нормовані кореляційні функції $\rho(\tau)$</i>	<i>Однобічні нормовані спектральні щільності $S_X(\omega)$</i>
1	$\exp(-\alpha_1\tau)$ (3.86)	$\frac{2\alpha_1}{\pi(\alpha_1^2 + \omega^2)}$ (3.87)
2	$\exp(-\alpha_2 \tau)(1 + \alpha_2 \tau)$ (3.88)	$\frac{4\alpha_2^3}{\pi(\alpha_2^2 + \omega^2)^2}$ (3.89)
3	$\exp(-\alpha_3 \tau)\left(1 + \alpha_3 \tau + \frac{1}{3}\alpha_3^2\tau^2\right)$ (3.90)	$\frac{16\alpha_3^5}{3\pi(\alpha_3^2 + \omega^2)^3}$ (3.91)

Необхідність ґрунтовного вибору формули НКФ пов'язана з тим, що структурний аналіз випадкових процесів може бути виконаний за умови їх диференційовності достатнє число разів. Найпростіша розповсюджена кореляційна функція (3.86) зі спектральною щільністю (3.87) (табл. 3.6) має розрив першої похідної в точці $\tau = 0$, тому по ній не можна визначити ω_e , оскільки не існує друга похідна КФ і розходиться інтеграл у чисельнику виразу (3.81).

Кореляційна функція (3.88) зі спектральною щільністю (3.89) дозволяє обчислити ω_e по (3.81), але внаслідок розриву третьої похідної не дає можливості визначити ω_3 по (3.82). Тому за наявними експериментальними даними була підібрана НКФ (3.90) зі спектральною щільністю (3.91) [21], що ілюструється на рис. 3.15, яка, будучи продиференційованою 4 рази, дала можливість виконати структурний аналіз випадкових процесів розглянутих навантажень та їх сполучень. Відзначимо попутно, що параметри КФ відрізняються один від одного постійними множниками, незалежно від виду навантаження: $\alpha_1/\alpha_2 \cong 2,15$; $\alpha_3/\alpha_2 \cong 1,20$.

Графіки трьох варіантів спектральних щільностей для одного з навантажень (вітрового) наведені на рис. 3.16, а, вони

близькі за характером один до одного і дещо відрізняються по висоті, тобто за часткою потужності на початку координат.

3.6.4. Числовий приклад. *Визначити коефіцієнт широкополосності випадкового процесу окремого навантаження.*

Вихідні дані. Формула (3.90) нормованої кореляційної функції і формула (3.91) відповідної спектральної щільності, які в загальному вигляді є однаковими для всіх розглянутих навантажень (кранового, снігового і вітрового).

Визначення дисперсії. Перевіримо обґрунтованість визначення дисперсії навантаження за формулою (3.80) з підстановкою спектральної щільності:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} S_X(\omega) d\omega &= \frac{16\hat{X}^2 \alpha^5}{3\pi} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{(\omega^2 + \alpha^2)^3} = \\ &= \frac{16\hat{X}^2 \alpha^5}{3\pi} \left[\frac{\omega}{4\alpha^2(\omega^2 + \alpha^2)^3} + \frac{3\omega}{8\alpha^4(\omega^2 + \alpha^2)} + \frac{3}{8\alpha^5} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\alpha} \right] \Big|_0^{\infty} = \hat{X}^2. \end{aligned}$$

Ефективна частота випадкового процесу. Визначимо її за формулою (3.81):

$$\begin{aligned} \omega_e^2 &= \frac{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S_X(\omega) d\omega} = \frac{16\alpha^5}{3\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega^2 d\omega}{(\omega^2 + \alpha^2)^3} = \\ &= \frac{16\alpha^5}{3\pi} \left[-\frac{\omega}{4(\omega^2 + \alpha^2)^2} + \frac{3}{8\alpha^2(\omega^2 + \alpha^2)} + \frac{1}{8\alpha^3} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\alpha} \right] \Big|_0^{\infty} = \frac{\alpha^2}{3}. \end{aligned}$$

Використаємо диференціювання нормованої кореляційної функції (3.90):

$$\begin{aligned}\rho(\tau) &= \exp(-\alpha_1\tau) \left(1 + \alpha\tau + \frac{\alpha^2\tau^2}{3} \right); \\ \rho'(\tau) &= \exp(-\alpha_1\tau) \left(-\frac{\alpha^2\tau}{3} - \frac{\alpha^3\tau^2}{3} \right); \\ \rho''(\tau) &= \exp(-\alpha_1\tau) \left(-\frac{\alpha^2}{3} - \frac{\alpha^3}{3}\tau + \frac{\alpha^4}{3}\tau^2 \right).\end{aligned}$$

Зважаючи на те, що $\rho(\tau=0)=1$, одержуємо за формулою (3.78) аналогічний результат щодо ефективної частоти:

$$\omega_e^2 = -\rho''(\tau=0) = \frac{\alpha^2}{3}; \quad \omega_e = \frac{\alpha}{\sqrt{3}}$$

Для порівняння вкажемо, що для НКФ (3.86) ефективна частота за нулями $\omega_e = \alpha$. Одержані за формулами (3.90) і (3.91) величини ω_e у достатній мірі кореспондуються з експериментальними значеннями ефективних частот навантажень, наведених у главі 2.

Коефіцієнт широкополосності випадкового процесу. Обчислимо чисельник виразу (3.82):

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty} S_X(\omega)\omega^4 d\omega &= \frac{16\hat{X}^2\alpha^5}{3\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega^4 d\omega}{(\omega^2 + \alpha^2)^3} = \\ &= \frac{-4\hat{X}\alpha^5}{3\pi} \left[\frac{\omega^3}{(\omega^2 + \alpha^2)^2} + \frac{3\omega}{2(\omega^2 + \alpha^2)} - \frac{3}{2\alpha} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\alpha} \right] \Big|_0^{\infty} = \alpha^4 \hat{X}^2.\end{aligned}$$

Цей результат відповідає диференціюванню НКФ (3.90):

$$\rho'''(\tau) = \exp(-\alpha_1\tau) \left(\alpha^4\tau - \frac{\alpha^5}{3}\tau \right);$$

$$\rho^{IV}(\tau) = \exp(-\alpha_1 \tau) \left(\alpha^4 - \frac{5}{3} \alpha^5 \tau + \frac{\alpha^6}{3} \tau^2 \right);$$

$$\rho^{IV}(\tau = 0) = \alpha^4.$$

Згідно з формулою (3.82), середня частота по екстремумам випадкового процесу навантаження визначиться як

$$\omega_9^2 = -\frac{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^4 d\omega}{\int_0^{\infty} S_X(\omega) \omega^2 d\omega} = \alpha^4 \frac{3}{\alpha^2} = 3\alpha^2; \quad \omega_9 = \alpha\sqrt{3}.$$

Коефіцієнт широкополосності (параметр складності структури) випадкового процесу з частотними функціями (3.90) і (3.91) дорівнює

$$\beta_\omega = K_c = \frac{\omega_9}{\omega_e} = 3 > 1.$$

Таким чином, розглянуті атмосферні й кранові навантаження являють собою випадкові процеси з досить вираженою широкополосністю. Дослідні значення коефіцієнта β_ω або K_c отримані рівними для снігового навантаження 2,42...2,87, вітрового – 1,73...2,66 і кранового – 2,28...2,31, виявилися досить близькими до коефіцієнту $\beta_\omega = 3,0$, визначеному за допомогою операцій зі спектральними щільностями і кореляційними функціями.

3.6.5. Коефіцієнт широкополосності сполучення навантажень. Перейдемо до розгляду широкополосності суми двох випадкових процесів, які мають кореляційну функцію (3.90) і спектральну щільність (3.91). При цьому прийmemo до уваги, що кореляційна функція і спектральна щільність суми незалежних

випадкових процесів $\tilde{Y}(\tau) = \sum_1^n \tilde{X}_i$ дорівнює сумі кореляційних функцій і спектральних щільностей окремих процесів:

$$K_Y(\tau) = \sum_1^n K_{X_i}(\tau); \quad S_Y(\omega) = \sum_1^n S_{X_i}. \quad (3.92)$$

З урахуванням цього і наведених вище співвідношень можна записати для суми випадкових процесів:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} S_X(\omega_{12}) d\omega &= \hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2; \\ \int_0^{\infty} S_X(\omega_{12}) \omega_{12}^2 d\omega &= \hat{X}_1^2 \frac{\alpha_1^2}{3} + \hat{X}_2^2 \frac{\alpha_2^2}{3}; \\ \int_0^{\infty} S_X(\omega_{12}) \omega_{12}^4 d\omega &= \hat{X}_1^2 \alpha_1^4 + \hat{X}_2^2 \alpha_2^4. \end{aligned}$$

Підставляємо одержані вирази в формулу (3.79)

$$\beta_{12} = \frac{3\sqrt{(\hat{X}_1^2 \alpha_1^4 + \hat{X}_2^2 \alpha_2^4)(\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2)}}{\hat{X}_1^2 \alpha_1^2 + \hat{X}_2^2 \alpha_2^2}.$$

З урахуванням співвідношень $\alpha_1^2 = 3\omega_1^2$ і $\alpha_2^2 = 3\omega_2^2$ переходимо до ефективних частот випадкових процесів:

$$\beta_{12} = \frac{3\sqrt{(\hat{X}_1^2 \omega_1^4 + \hat{X}_2^2 \omega_2^4)(\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2)}}{\hat{X}_1 \omega_1^2 + \hat{X}_2 \omega_2^2}.$$

Прийнявши $\theta = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, $K = \frac{\hat{X}_2}{\hat{X}_1}$ і $\beta_\omega = 3$, одержуємо:

$$\beta_{12} = \frac{\beta_{\omega} \sqrt{(1 + \theta^4 K^2)(1 + K^2)}}{1 + \theta^2 K^2}. \quad (3.93)$$

Ми отримали вираз для параметра широкополосності суми 2-х випадкових процесів, який співпадає з аналогічним виразом для суми 2-х вузькополосних випадкових процесів [13], за винятком множника $\beta_{\omega} > 1$, що враховує широкополосність окремих процесів. У випадках, коли випадкові процеси, що складаються, мають різні β_{ω} , вид формули (3.85), очевидно, зміниться. Характер зміни β_{12} в залежності від параметрів K і θ ілюструється *рис. 3.18, а*.

О.С. Гусєв [34] параметр β_{ω} (K_c) виражає інакше через аргументи $\alpha = \frac{\hat{X}_1^2}{\hat{X}_2^2}$ і $\beta = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}$:

$$K_c^2 = \frac{(1 + \alpha)(\alpha + \beta^2)}{(\alpha + \beta)^2}. \quad (3.94)$$

Графіки залежності K_c^2 від параметра α мають іншу форму і, можливо, більш наочні (*рис. 3.18, б*). Максимум K_c при цьому досягається при $\alpha = \beta$ і дорівнює:

$$K_{c \max} = \frac{1 + \alpha}{2\sqrt{\alpha}}. \quad (3.95)$$

Як показують дані глави 2, ефективні частоти випадкових процесів кранового, вітрового і снігового навантаження істотно відрізняються, так що параметр $\theta = \omega_2/\omega_1$ може досягати для сполучення вітрового і снігового навантаження 10^2 , кранового та вітрового – 10^3 , кранового і снігового – $7 \cdot 10^4$. Це чітко проявляється при зіставленні в одному масштабі спектральних густин процесів навантажень, хоча і описаних однаковими загальними виразами (3.90) і (3.91), проте вони мають при цьому різний характер (*рис. 3.16, б*): снігове навантаження близьке до вузькополосного процесу, кранове – до "білого шуму", а вітрове займає проміжне становище.

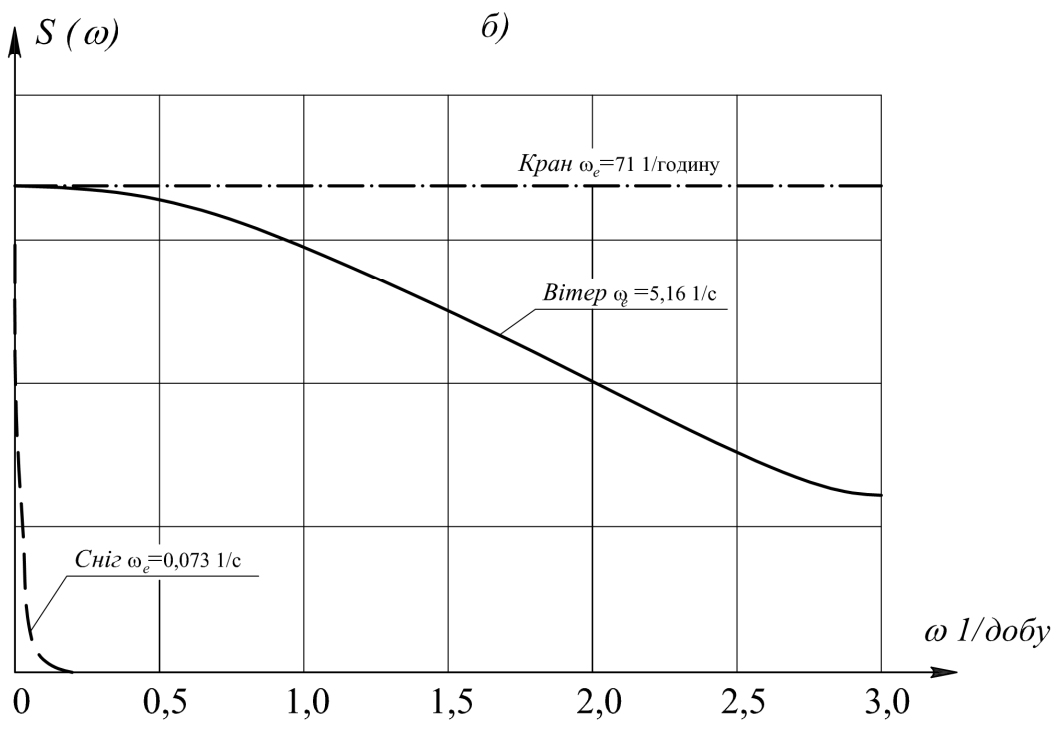
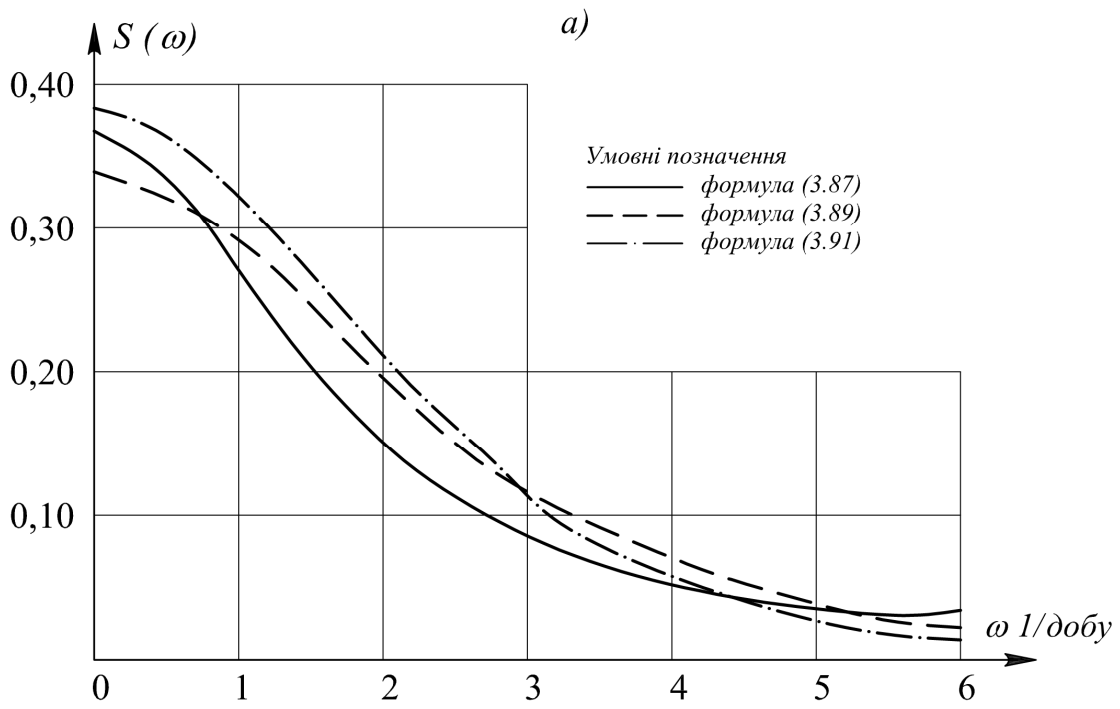


Рис. 3.16. Нормовані спектральні щільності ВП навантажень:
 а – порівняння різних формул (вітрове навантаження, II район;
 б – порівняння в одному масштабі (формула (3.89))

Різний частотний характер розглянутих навантажень ілюструється *рис. 3.17*. Це вносить істотну специфіку в сумарний процес і картину його викидів. Випадковий вплив, викликаний спільною дією двох та більше навантажень, стає двох- і більше частотним зі значною широкополосністю, що ілюструється *рис. 3.18*.

Як видно на *рис. 3.18, а*, виконаному в логарифмічному масштабі, для сполучень досліджуваних атмосферних та кранових навантажень коефіцієнт широкополосності β_{12} мало відрізняється від аналогічного коефіцієнта β_{ω} для окремих процесів при $K \geq 1$, синхронно зростає в інтервалі $K = 1,0 \dots 0,1$ і отримує різкі максимуми великої величини у вузькій смузі $K \cong 10^{-2} \dots 10^{-5}$. Тому представлення графіка $\beta_{12}(K)$ в звичайному лінійному масштабі складне і недостатньо наочне.

Графіки коефіцієнта складності структури ВП сполучення тих же навантажень K_c (*рис. 3.18, б*) дозволяють більш зручно розглянути їх екстремуми, проте характерні для аналізованих навантажень значні числові величини параметрів, до того ж зведені в квадрат, недостатньо наочні.

3.6.6. Числовий приклад. *Визначити характер зміни значень коефіцієнта широкополосності при зміні співвідношення $K = \hat{X}_2 / \hat{X}_1$ стандартів навантажень, що сполучуються.*

Вихідні дані. Загальний вираз коефіцієнта широкополосності (3.93)

$$\beta_{12} = \frac{\beta_{\omega} \sqrt{(1 + \theta^4 K^2)(1 + K^2)}}{1 + \theta^2 K^2}.$$

Розглянемо вигляд формули (3.93) в інтервалі $K = 0 \dots \infty$. Легко бачити, що при наближенні співвідношення K до 0 коефіцієнт широкополосності сполучення β_{12} прямує до аналогічного коефіцієнта одного із навантажень β_{ω} .

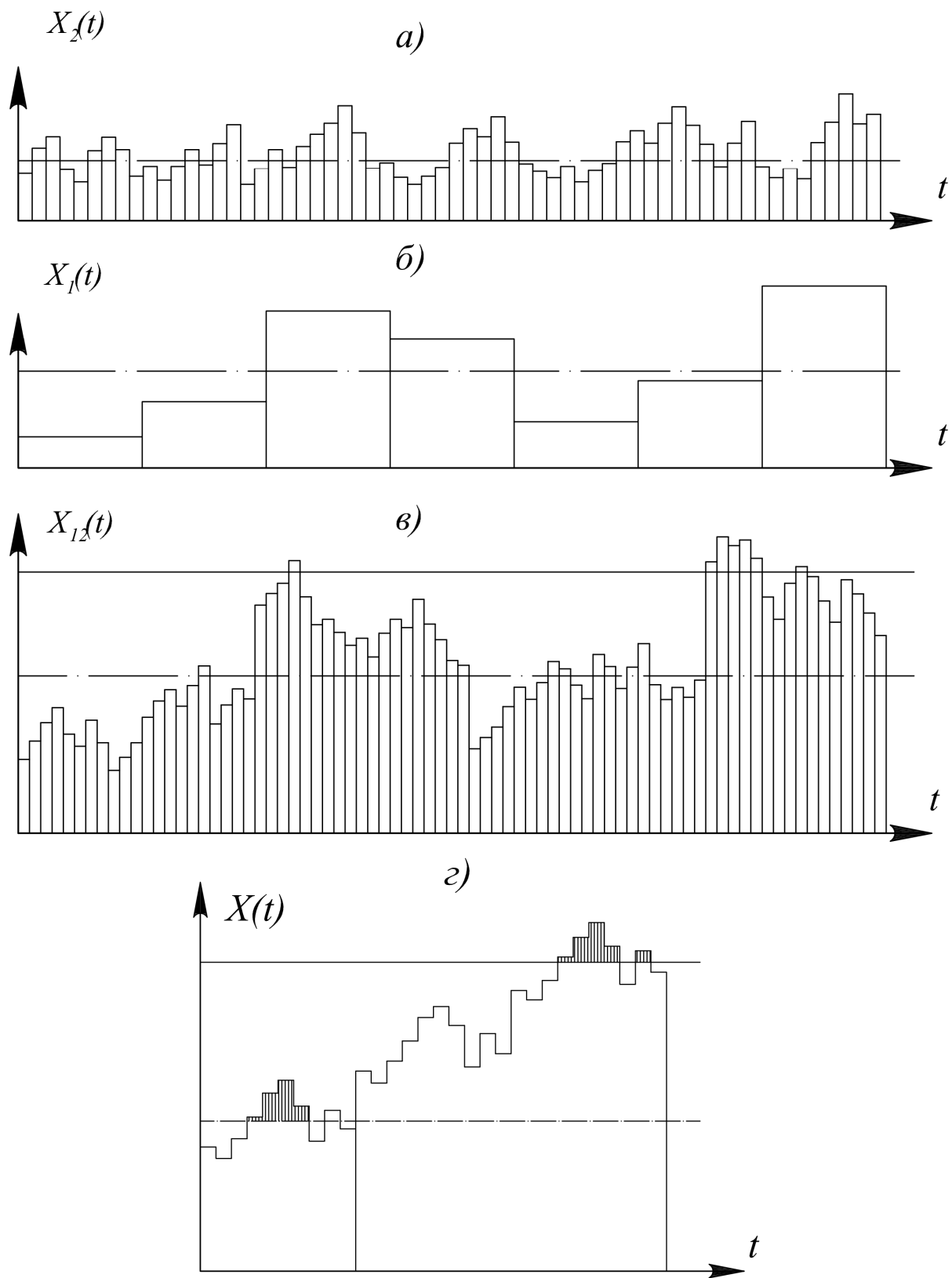


Рис. 3.17. До оцінки частотного складу сполучення навантажень:
 а – високочастотна складова; б – низькочастотна складова;
 в – сумарний випадковий процес; г – викиди випадкового процесу

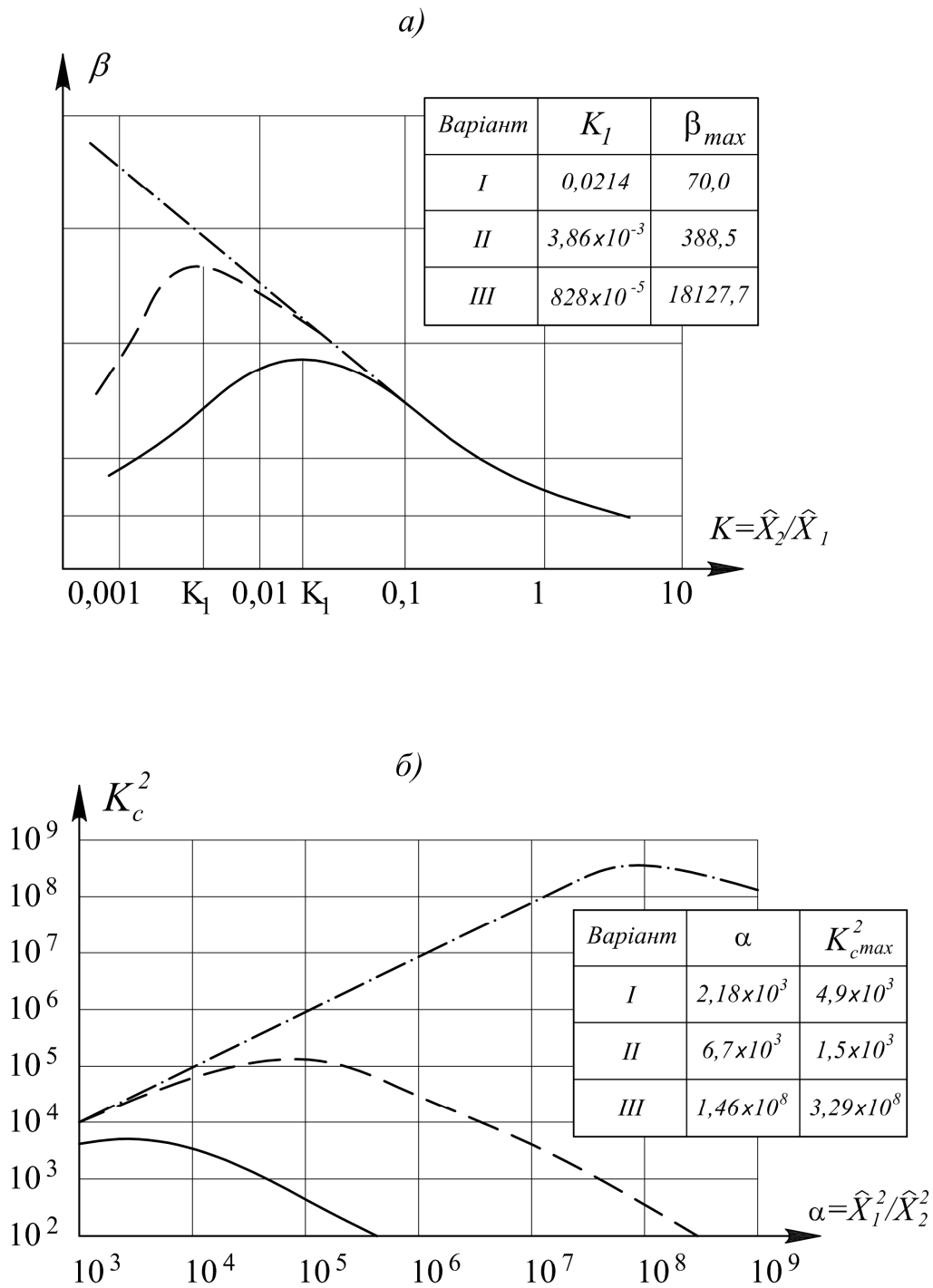


Рис. 3.18. Частотні характеристики сполучення навантажень:

а – коефіцієнт широкوپолосності ВП β_{12} ;

б – параметр складності структури ВП K_c .

- I варіант, сніг $\omega_1 = 0,141 \text{ 1/}\delta$, вітер $\omega_2 = 6,58 \text{ 1/}\delta$;
- - - - II варіант, вітер $\omega_1 = 6,58 \text{ 1/}\delta$, кран $\omega_2 = 1704 \text{ 1/}\delta$;
- . - . - III варіант, сніг $\omega_1 = 0,141 \text{ 1/}\delta$, кран $\omega_2 = 1704 \text{ 1/}\delta$.

Характер зміни β_{12} при $K \rightarrow \infty$ не настільки очевидний і тому потребує додаткового аналізу. Виконаємо перетворення формули (3.93):

$$\begin{aligned} \beta_{12} &= \beta_{\omega} \frac{\sqrt{(1+K^2\theta^4)(1+K^2)}}{1+K^2\theta^2} = \\ &= \beta_{\omega} \sqrt{\frac{1}{(1+K^2\theta^2)^2} + \frac{K^2\theta^4}{(1+K^2\theta^2)^2} + \frac{K^2}{(1+K^2\theta^2)^2} + \frac{K^4\theta^4}{(1+K^2\theta^2)^2}}. \end{aligned}$$

При прямуванні $K \rightarrow \infty$ перші три складові під радикалом, вочевидь, прямують до 0, а остання складова потребує застосування правила Лопіталя:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{K^4\theta^4}{(1+K^2\theta^2)^2} = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{K^2\theta^2}{1+K^2\theta^2} = 1.$$

Таким чином, на обох кінцях графік $\beta_{12}(K)$ знижується до значення β_{ω} для окремих випадкових процесів, що наочно ілюструється на рис. 3.18, а.

Коефіцієнт β_{12} досягає максимуму при задоволенні умови $K\theta = 1$, причому максимум складає:

$$\beta_{max} = \frac{(\theta^2 + 1)}{2\theta}. \quad (3.96)$$

При великих θ маємо $\beta_{max} \cong \theta/2$. Числові значення максимальних коефіцієнтів широкополосності для досліджених навантажень наведені на графіку рис. 3.18, а.

3.7. ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ПІД КРАНОВИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

3.7.1. Загальний підхід. У даному та наступних підрозділах даної глави детально розглянемо лінійно працюючі сталеві елементи, завантажені одним тимчасовим випадковим

навантаженням (крановим, сніговим або вітровим), у ряді прикладів буде також враховуватися постійне навантаження. Резерв несучої здатності будемо визначати в просторі нормальних напружень:

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{R} - \tilde{S}(t) = \tilde{\sigma}_y - \tilde{\sigma}(t) \geq 0. \quad (3.97)$$

Критерієм відмови вважатимемо перевищення випадковим напруженням $\tilde{\sigma}(t)$ випадкового рівня межі текучості сталі $\tilde{\sigma}_y$ в найбільш напруженому волокні перерізу елемента.

У даному випадку ми маємо сполучення випадкового процесу навантаження з ефективною частотою ω_1 і випадкової величини міцності ($\omega_2 = 0$). Тому спрощена формула сумарної ефективною частоти (3.78), в якій позначено $K = \hat{X}_2 / \hat{X}_1 = \hat{R} / \hat{S}$, може бути записана як:

$$\omega_q = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}} \omega_1 K_{tr1} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\hat{R}^2}{\hat{S}^2}}} \omega_1 K_{tr1} = \frac{\hat{S}}{\hat{Y}} \omega_1 K_{tr1}. \quad (3.98)$$

При визначенні коефіцієнту широкополосності при $\omega_2 = 0$ приймемо до уваги, що співвідношення частот $\theta = \omega_2 / \omega_1 = 0$, тому формула (3.93) спрощується:

$$\beta_\omega = \beta_{12} = \beta_1 \sqrt{1+K^2}, \quad (3.99)$$

де, як і раніше, $K = \hat{X}_2 / \hat{X}_1 = \hat{R} / \hat{S}$.

Оцінка ймовірності відмови елементів визначається за загальною формулою (3.46) при врахуванні снігового або вітрового навантаження і за формулою (3.47) при дії кранового навантаження.

3.7.2. Числовий приклад. *Оцінити надійність сталевий підкрановий балки, підібраної за діючими нормами [41], за критерієм міцності нижнього поясу.*

Вихідні дані. Сталева підкранова балка розрахована без запасу під мостові крани прольотом 28,5 м груп режиму 8К вантажопідйомністю 50/12,5 тс, що мають трьохзмінний режим роботи. Термін експлуатації балки 50 років. Балка виготовлена із сталі С255 (ВСтЗсп) з розрахунковим опором $R_y = 240$ МПа. Відношення зусилля у балці від одного крана до зусилля від двох кранів $X_{M1}/X_{M2} = 0,8$.

Числові характеристики випадкових аргументів. Виконаємо розрахунки в просторі напружень у поясі балки. Згідно з *табл. 2.30* вказана сталь має наступні статистичні характеристики межі текучості (для листа $t = 12...16$ мм):

$$\bar{R} = \bar{\sigma}_y = 303 \text{ МПа}; V_y = 0,06; \hat{R} = \hat{\sigma}_y = V_y \bar{\sigma}_y = 0,06 \cdot 303 = 18,2 \text{ МПа}$$

Зважаючи на те, що балка розрахована на дію двох зближених кранів з урахуванням коефіцієнту сполучення $\psi = 0,95$ і коефіцієнту надійності за граничним розрахунковим значенням кранового навантаження $\gamma_{fn} = 1,10$, нормативне значення напруження в балці від одного крану визначиться як

$$X_{M1} = \frac{X_{M1}}{X_{M2}} \frac{R_y}{\gamma_{fn} \psi} = 0,8 \frac{240}{1,1 \cdot 0,95} = 183,7 \text{ МПа.}$$

Згідно з ГОСТ 25711-83 для вищевказаного мостового крана загальна вага з візком складає $G_{cr} = 843$ кН. Отже, вагова характеристика крана дорівнює:

$$\eta = \frac{Q}{G_{cr}} = \frac{500}{843} = 0,593.$$

Враховуючи дані *табл. 2.25*, узагальнені статистичні характеристики вертикального навантаження для розглянутих кранів дорівнюють:

$$\bar{X} = 0,66 - 0,243\eta = 0,66 - 0,243 \cdot 0,593 = 0,516; \hat{X} = 0,131.$$

Переводимо статистичні характеристики навантаження у напруження у балці, враховуючи нормативне значення від одного крана:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \bar{\sigma}_{cr} = \bar{X} \cdot X_{M1} = 0,516 \cdot 183,7 = 94,8 \text{ МПа}; \\ \hat{S} &= \hat{\sigma}_{cr} = \hat{X} \cdot X_{M1} = 0,131 \cdot 183,7 = 24,1 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Резерв несучої здатності і характеристика безпеки. За формулами (3.9) визначаємо числові характеристики резерву несучої здатності балки:

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= \bar{R} - \bar{S} = 303 - 94,8 = 208,2 \text{ МПа}; \\ \hat{Y} &= \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2} = \sqrt{18,2^2 + 24,1^2} = 30,2 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Характеристика безпеки

$$\beta = \frac{\bar{Y}}{\hat{Y}} = \frac{208,2}{30,2} = 6,89.$$

Частотні параметри резерву несучої здатності. Ефективна частота резерву несучої здатності (формула (3.98)), враховуючи ефективну частоту навантаження кранів важкого режиму роботи $\omega_{cr} = 215$ 1/год (табл. 2.25) і $K_{tr} = 1$:

$$\omega_q = \omega_{cr} \frac{\hat{S}}{\hat{Y}} = 215 \frac{24,1}{30,2} = 171,6 \text{ 1/год}.$$

Коефіцієнт широкополосності випадкового процесу резерву несучої здатності за формулою (3.99):

$$K = \frac{\hat{R}}{\hat{S}} = \frac{18,2}{24,1} = 0,76; \quad \beta_\omega = \beta_{12} = \beta_1 \sqrt{1 + K^2} = 3 \sqrt{1 + 0,76^2} = 3,77.$$

Тут $\beta_\omega = 3$ – коефіцієнт широкополосності кранового навантаження (див. п. 3.6.4).

Оцінка надійності балки. Всі аргументи резерву несучої здатності (міцність сталі і кранове навантаження) мають нормальний розподіл. Тому резерв несучої здатності, який є лінійною функцією вказаних аргументів, також розподілений нормально [19]. Тому застосовуємо загальну формулу (3.47) для оцінювання імовірності відмови підкранової балки за термін експлуатації $T = 50$ років:

$$Q(T) = \frac{\omega_q e^{-0,5\beta^2 t}}{2\pi\beta_{12}} = \frac{171,6 \cdot \exp(-0,5 \cdot 6,89^2) 50 \cdot 24 \cdot 365}{2\pi \cdot 3,77} = 1,61 \cdot 10^{-4}.$$

Таким чином, надійність сталеві підкранової балки за критерієм міцності при врахуванні вертикального кранового навантаження є достатньою.

3.7.3. Оцінка надійності елементів при дії кранового навантаження. Розглянемо сталеві елементи, що працюють в основному на навантаження мостових кранів, у тому числі підкранові конструкції (будемо розглядати їх загальний напружений стан) і елементи кранових естакад. У зв'язку з нормальним розподілом кранових навантажень, межі текучості і, отже, резерву несучої здатності, використовуємо формулу (3.47), як показано вище у чисельному прикладі п. 3.7.2:

$$Q(t) = \frac{\omega_q \exp(-0,5\beta^2 t)}{2\pi\beta_\omega}.$$

Результати обчислень для елементів, що сприймають навантаження різних мостових кранів, наведено в *табл. 3.7*.

Найбільше на надійність розглянутих елементів впливає відношення навантажень одного і двох кранів X_{M1}/X_{M2} , з його підвищенням зростає $Q(t)$, і отже, знижується надійність елементів. Найменш надійні конструкції, для яких цей параметр близький до 1, наприклад, 6-метрові підкранові балки і елементи, запроектовані під один мостовий кран. У міру зменшення

зазначеного відношення, наприклад, при збільшенні прольоту підкранових балок до 12 м і більше, надійність підкранових конструкцій досить швидко зростає.

Таблиця 3.7

Імовірнісна забезпеченість сталевих елементів,
що сприймають навантаження мостових кранів

Вариант	$\frac{X_{M1}}{X_{M2}}$	Параметри кранового навантаження				Параметри оцінки надійності			Q (50 років)
		η	Режим	ω_k 1/год	ψ	β	ω_q	β_ω	
1	0,8	0,4	4К-6К	71,0	0,85	5,40	53,3	3,40	0,592
2			7К	106,8	0,95	6,308	67,2	3,49	$3,993 \cdot 10^{-3}$
3			8К	215,0	0,95	6,308	175,6	3,49	$8,038 \cdot 10^{-3}$
4		0,2	4К-6К	71,0	0,85	5,07	53,3	3,40	2,868*
5			7К	106,8	0,95	5,99	87,2	3,49	0,0284
6			8К	215,0	0,95	5,99	175,6	3,49	0,0571
7	0,7	0,4	4К-6К	71,0	0,85	6,495	51,6	3,51	$7,088 \cdot 10^{-4}$
8			7К	106,8	0,95	7,44	83,9	3,63	$1,496 \cdot 10^{-6}$
9			8К	215,0	0,95	7,44	169,0	3,63	$2,990 \cdot 10^{-6}$
10		0,2	4К-6К	71,0	0,85	6,18	51,6	3,51	$5,285 \cdot 10^{-3}$
11			7К	106,8	0,95	7,14	83,9	3,63	$1,395 \cdot 10^{-5}$
12			8К	215,0	0,95	7,14	169,0	3,63	$2,804 \cdot 10^{-5}$

*Замість оцінки $Q(T)$ вказана кількість викидів $N_+(T)$

Примітки і пояснення до таблиці:
 X_{M1}, X_{M2} – характеристичні (нормативні) навантаження від 1-го и 2-х кранів;
 $\eta = Q / G_{cr}$ – вантажна характеристика крана;
 Q – вантажопідйомність, G_{cr} – повна вага крана;
 ψ – коефіцієнт сполучення кранового навантаження [38];
 ω_k, ω_q – ефективні частоти кранового навантаження і ВП резерву несучої здатності елемента;
 β – характеристика безпеки елемента;
 β_ω – коефіцієнт широкополосності ВП резерву несучої здатності елемента.

Помітно збільшується надійність розглянутих конструкцій у міру зростання вантажної характеристики η , що відповідає зростанню вантажопідйомності кранів. Можна тому зазначити,

що елементи, розраховані на навантаження мостових кранів невеликої вантажопідйомності, менш надійні, ніж конструкції, що сприймають навантаження важких кранів. Ця різниця посилюється ще й тим, що бічні сили відносно легких кранів (зазвичай чотириколісних) перевищують розрахункові значення і можуть бути відносно великими, ніж бічні сили багатокісних кранів великої вантажопідйомності (п. 2.4).

Певний вплив на надійність конструкцій справляє режим роботи кранів, залежно від якого безпосередньо у формулу (3.46) підставляється ефективна частота ВП (табл. 2.25). Однак коефіцієнти сполучень $\psi = 0,85$ і $0,95$ що містяться в нормах [38, 181] корегують цю тенденцію, в результаті чого сталеві елементи, що працюють на навантаження кранів груп режимів 4К-6К, виходять менш надійними, ніж конструкції під крани груп режимів 7К та 8К із більш значними ефективними частотами.

Можна тому зробити загальний висновок про недостатню надійність сталевих елементів при відношенні $X_{M1}/X_{M2} \geq 0,8$, в першу чергу при чотириколісних кранах малої вантажопідйомності. В інших випадках надійність сталевих елементів під дією кранових навантажень достатня, а при значеннях $X_{M1}/X_{M2} < 0,8$ може виявитися надмірною.

3.7.4. Числовий приклад. *Оцінити ймовірність відмови вантажного гака мостового крана (у техніці випадкових процесів). Підібрати новий діаметр циліндричної частини, виходячи з умови $Q(t) \leq [Q] = 10^{-3}$ (рис. 3.19).*

Вихідні дані: $d = 50$ – діаметр циліндричної частини; $q = 30$ тс – вантажопідйомність мостового крана; режим роботи крана – 7К, однозмінний; термін служби крана $t = 10$ років; $\bar{q} = 0,5q, V_q = 0,2$ – числові характеристики вантажу; вантаж – нормальний стаціонарний процес з ефективною частотою $\omega_k = 107,01/\text{год}$; $\bar{\sigma}_V = 220$ МПа, $V_\sigma = 0,10$ – числові характеристики межі втоми сталі гака.

Характеристики резерву несучої здатності гака.

$$\bar{R} = \bar{\sigma}_v A = \frac{22 \cdot \pi \cdot 5^2}{4} = 432 \text{ кН}; \quad \hat{R} = 0,1 \cdot 432 = 43,2 \text{ кН};$$

$$\bar{S} = \bar{q} = 0,5 \cdot 300 = 150 \text{ кН}; \quad \hat{S} = 0,2 \cdot 150 = 30 \text{ кН};$$

$$\bar{Y} = 432 - 150 = 282 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{43,2^2 + 30^2} = 52,6 \text{ кН};$$

$$\beta = \frac{282}{52,6} = 5,36.$$

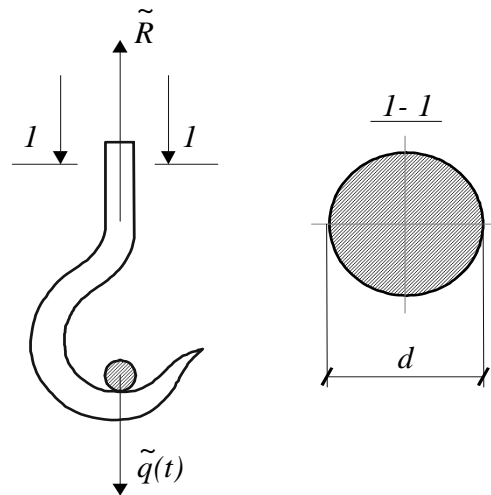


Рис. 3.19. До оцінки надійності вантажного гака мостового крана

Оцінка імовірності відмови гака:

- ефективна частота випадкового процесу резерву несучої здатності $\tilde{Y}(t)$ (формула (3.98):

$$\omega_q = \frac{\omega_k \hat{S}}{\hat{Y}} = \frac{107 \cdot 30}{52,6} = 60,9 \text{ 1/год};$$

- коефіцієнт широкополосності згідно з (3.99):

$$K = \frac{\hat{R}}{\hat{S}} = \frac{43,2}{30} = 1,44; \quad \beta_\omega = 3\sqrt{1 + 1,44^2} = 5,26.$$

Тут множник 3 – коефіцієнт широкополосності кранового навантаження.

- ймовірність відмови гака за наробіток t , згідно з (3.47):

$$Q(t) = \frac{\omega_q \exp(-0,5\beta^2)t}{2\pi\beta\omega} = \frac{60,9 \exp(-0,5 \cdot 5,36^2) 10 \cdot 8 \cdot 365}{2\pi \cdot 5,26} =$$

$$= 0,053 > [Q] = 10^{-3}.$$

Тут $t = 10 \cdot 8 \cdot 365$ год – наробіток, що визначається множенням заданої кількості років служби на кількість годин роботи у добу (з урахуванням заданої кількості робочих змін у добу) і на річну кількість діб.

Розрахунок показав, що надійність гака недостатня.

Підбір нового діаметра гака. Використовуємо формулу (3.48) необхідної величини β

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{\omega_q t}{2\pi [Q] \beta \omega}}.$$

Підставляємо числові значення:

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{60,9 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 365}{2\pi \cdot 5,26 \cdot 0,001}} = 5,97.$$

Необхідне математичне сподівання несучої здатності гака \bar{R} знаходимо з квадратного рівняння, виведеного із формули (3.48):

$$\bar{R}^2 - b\bar{R} + C = 0; \quad b = \frac{2\bar{S}}{1 - \beta^2 V_\sigma^2}; \quad C = \bar{S}^2 \frac{1 - \beta^2 V_S^2}{1 - \beta^2 V_\sigma^2}.$$

Підставляємо числові значення і розв'язуємо рівняння:

$$b = \frac{2 \cdot 150}{1 - 5,97^2 \cdot 0,1^2} = 466,1; \quad C = 150^2 \frac{1 - 5,97^2 \cdot 0,2^2}{1 - 5,97 \cdot 0,1^2} = -14894,0.$$

$$\bar{R} = \frac{466,1}{2} + \sqrt{\left(\frac{466,1}{2}\right)^2 + 14894} = 496,0 \text{ кН.}$$

Новий діаметр циліндричної частини

$$d = \sqrt{\frac{4\bar{R}}{\pi\bar{\sigma}_y}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 496}{\pi \cdot 22}} = 5,36 \text{ см} \approx 54 \text{ мм.}$$

Перевірка нового перерізу гака:

$$\bar{R} = \frac{22 \cdot \pi \cdot 5,4^2}{4} = 503,8 \text{ кН}; \quad \hat{R} = 0,1 \cdot 503,8 = 50,4 \text{ кН};$$

$$\bar{Y} = 503,8 - 150 = 353,8 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{50,4^2 + 30^2} = 58,7 \text{ кН};$$

$$\beta = \frac{353,8}{58,7} = 6,03; \quad \omega_q = \frac{107 \cdot 30}{58,7} = 54,6 \text{ 1/год};$$

$$K = \frac{50,4}{40} = 1,68; \quad \beta_\omega = 3\sqrt{1 + 1,68^2} = 5,87;$$

$$Q(t) = \frac{54,6 \exp(-0,5 \cdot 6,03^2)}{2\pi \cdot 5,87} 10 \cdot 8 \cdot 365 = 0,55 \cdot 10^{-3} < [Q] = 10^{-3}.$$

Надійність гака забезпечена.

3.8 ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ДІЇ СНІГОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

3.8.1. Загальні міркування. Результати, викладені у цьому розділі, відносяться до сталевих лінійно працюючих елементів, завантажених сніговим та постійним навантаженнями: кроквяних балок і ферм, прогонів і т.п. [137, 254]. У зв'язку зі специфічними особливостями розподілів снігового навантаження (розділ 2.2), використовувалося загальний вираз імовірності відмови (3.46), резерв несучої здатності визначався в просторі нормальних напружень, його параметри для згинальних елементів (кроквяних балок) обчислювалися як:

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= \bar{\sigma}_y - \alpha(\bar{q}_d + \bar{q}_s), \\ \hat{Y} &= \sqrt{\hat{\sigma}_y^2 + \alpha^2(\hat{q}_d^2 + \hat{q}_s^2)}, \end{aligned} \tag{3.100}$$

де \bar{q}_d , \hat{q}_d – математичне очікування і стандарт постійного навантаження; \bar{q}_s , \hat{q}_s – те ж, снігового навантаження; α – коефіцієнт впливу, що дає перехід від навантаження до напруження в елементі.

Параметр, що відображає частку нормальної складової резерву несучої здатності, в даному випадку дорівнює:

$$p = \frac{\sqrt{\hat{\sigma}_y^2 + \alpha^2 \hat{q}_d^2}}{\alpha \hat{q}_s}. \quad (3.101)$$

Послідовність одержання оцінки надійності кроквяної конструкції при дії снігового навантаження ілюструється наведеним нижче чисельним прикладом.

3.8.2. Числовий приклад. *Оцінити надійність сталеві кроквяної ферми (за критерієм міцності нижнього поясу), розрахованої за нормами [181, 182], що знаходиться в експлуатації при дії постійного і снігового навантаження на протязі $T=50$ років.*

Вихідні дані. Місцезнаходження будівлі – м. Полтава; покрівля холодна по сталевому профільованому настилу; матеріал конструкції – сталь С235; частки напружень у поясі: $C_1 = 0,3$ – від постійного навантаження; $C_2 = 0,7$ – від снігового навантаження (за даними статичного розрахунку ферми).

Вихідні статистичні характеристики:

- сталь С235 – розрахунковий опір $R_y = 230$ МПа; $\bar{\sigma}_y = 300$ МПа; $V_\sigma = 0,08$; $\hat{\sigma}_y = 0,08 \cdot 300 = 24$ МПа (див. розділ 2.5.1);

- постійне навантаження (вага сталеві покрівлі і ферми) – $V_1 = 0,025$; $\gamma_1 = 3$ (див. табл. 2.8);

- снігове навантаження (табл. 2.13) – II сніговий район, $\bar{X} = 0,344$ КПа, $V_2 = 1,26$; $K_{tr} = 0,18$; тривалість зими $t_z = 145$ діб; $\omega = 0,095$ 1/добу; розрахункове снігове навантаження для легкої

покрівлі $s = \gamma_f s_0 = 1,6 \cdot 0,70 = 1,12$ КПа; нормоване відхилення від математичного сподівання

$$\gamma_2 = \frac{s - \bar{X}}{V_2 \bar{X}} = \frac{1,12 - 0,344}{1,26 \cdot 0,344} = 1,79.$$

Резерв несучої здатності нижнього поясу ферми.
Обчислюємо числові характеристики напружень у поясі від навантажень:

- від постійного навантаження

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_d &= \frac{C_1 R_y}{1 + \gamma_1 V_1} = \frac{0,3 \cdot 230}{1 + 3 \cdot 0,025} = 64,2 \text{ МПа}; \\ \hat{\sigma}_d &= V_1 \bar{\sigma}_d = 0,025 \cdot 64,2 = 1,6 \text{ МПа};\end{aligned}$$

- від снігового навантаження

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_s &= \frac{C_2 R_y}{1 + \gamma_2 V_2} = \frac{0,7 \cdot 230}{1 + 1,79 \cdot 1,26} = 49,5 \text{ МПа}; \\ \hat{\sigma}_s &= V_2 \bar{\sigma}_s = 1,26 \cdot 49,5 = 62,3 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Числові характеристики резерву несучої здатності поясу:

$$\bar{Y} = \bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_d - \bar{\sigma}_s = 300 - 64,2 - 49,5 = 186,3 \text{ МПа};$$

Стандарт нормальної складової резерву несучої здатності

$$\hat{\sigma}_n = \sqrt{\hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_d^2} = \sqrt{24^2 + 1,6^2} = 24,05 \text{ МПа}.$$

Стандарт резерву несучої здатності поясу і характеристика безпеки

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= \sqrt{\hat{\sigma}_n^2 + \hat{\sigma}_s^2} = \sqrt{24,05^2 + 62,3^2} = 66,8 \text{ МПа}; \\ \beta &= \bar{Y} / \hat{Y} = 186,3 / 66,8 = 2,79.\end{aligned}$$

Імовірність відмови поясу ферми. Використовуємо загальну формулу (3.46). Для визначення ординати $f_Y(\beta)$ обчислюємо попередньо співвідношення

$$p = \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_s} = \frac{24,05}{62,3} = 0,386.$$

Далі за формулою (3.73) різниці нормального і поліномо-експоненційного розподілів шляхом чисельного інтегрування визначаємо вказану ординату $f_Y(\beta = 2,79) = 2,60 \cdot 10^{-2}$.

За формулою (3.98) визначаємо ефективну частоту випадкового процесу резерву несучої здатності конструкції:

$$\omega_q = \frac{\hat{\sigma}_s}{\hat{Y}} \omega K_{tr} = \frac{62,3}{66,8} 0,095 \cdot 0,18 = 1,594 \cdot 10^{-2} \text{ 1/добу.}$$

Коефіцієнт широкополосності того ж процесу (формула (3.99)):

$$K = p = \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_s} = 0,386; \quad \beta_\omega = 3\sqrt{1 + K^2} = 3\sqrt{1 + 0,386^2} = 3,22.$$

Оцінка імовірності відмови ферми за формулою (3.46):

$$Q(t) = \frac{1,594 \cdot 10^{-2} \cdot 2,60 \cdot 10^{-2} \cdot 145 \cdot 50}{3,22 \cdot \sqrt{2\pi}} = 0,373.$$

Надійність сталеві ферми, розрахованої по нормам навантажень [181], є недостатньою.

3.8.3. Оцінка надійності кроквяних конструкцій. Для оцінки надійності конструкцій, що сприймають снігове навантаження, були виконані розрахунки серії сталевих кроквяних балок для I-III снігових районів з покрівлями різної маси (табл. 3.8). При перевірці надійності балок

використовувалися параметри імовірнісних моделей снігового навантаження, запропонованих у главі 2 (*табл. 2.13*), і коефіцієнти варіації постійного навантаження і межі текучості сталі, наведені у розділі 2.1. Параметр p вийшов порівняно невеликим (в межах $0,2 \dots 1,2$), тому щільність розподілів резерву несучої здатності істотно відрізняється від нормального розподілу (*рис. 3.14*), вона будувалася чисельно на основі формули (3.73) з урахуванням рекомендацій, викладених у розділі 3.5.4. Термін експлуатації визначався як $t = t_3 T$, де t_3 – середня тривалість зими (*табл. 2.13*), T – передбачуваний термін експлуатації конструкцій, прийнятий рівним 50 років.

Отримані оцінки імовірності відмови сталевих кроквяних балок, наведені в *табл. 3.9* (опущені проміжні результати, які ілюструються чисельним прикладом, наведеним вище у розділі 3.8.2), показують недостатню надійність балок. У *табл. 3.9* видно загальна тенденція до зростання $Q(t)$ по мірі зменшення впливу постійного навантаження і зростання коефіцієнта C , який відображає частку напруження від снігового навантаження в загальному напруженні в елементі. Як видно на *рис. 3.20, а*, по мірі зростання C збільшується ω_q , зменшується p і характеристика безпеки β і, як наслідок, зростає імовірність відмови $Q(t)$, визначена за формулою (3.46).

Отримані оцінки переконливо підтверджують висновок про заниженість розрахункових величин снігових навантажень в нормах СНиП [181] і необхідність їх коригування в більшу сторону. Це було виконано при розробці Державних будівельних норм (ДБН) України по навантаженням і впливам [38], у розробці яких приймав участь автор. У цих ДБН характеристичні (раніше нормативні) значення снігового навантаження для території України були суттєво збільшені. Аналогічне збільшення можливо було реалізувати шляхом збільшення коефіцієнтів надійності γ_f до $2,4 \dots 3,0$ (замість $1,4$ і $1,6$) без зміни нормативних значень снігового навантаження (*рис. 3.20, б*). Пропозиції з цього приводу містяться у монографії автора [137].

Таблиця 3.8

Підбір кроквяних балок (L=12м, В=6м)

№ в а р.	Сніговий район	Тип покрівлі	Розрахункове навантаження, КПа		$W_{\text{потр}}$ см ³	Прийнятий переріз		Перевірка перерізу		Коефіцієнт впливу
			Постійне	Сніг		Профіль	W_x , см ³	σ , МПа	f/l	
1	I	Утеплені з.б. панелі	4,46	0,7	2322	55Б2	2296	242,7	1/242	47,03
2		Утеплена покрівля по ст. наст.	1,59	0,7	1030,5	45Б1	1125,8	219,7	1/220	95,93
3		Сталевий настил	0,57	0,8	615,6	35Б2	662,2	206,8	1/180	163,1
4		Без пост. навантаження.	-	0,8	360	30Б1	427	202,3	1/205	252,9
5	II	Утеплені з. б. панелі	4,46	0,98	2448	60Б1	2656	221,2	1/290	40,66
6		Утеплена покрівля по ст. наст.	1,59	0,98	1156,5	45Б2	1292	214,9	1/229	83,60
7		Сталевий настил	0,57	1,12	759,6	40Б1	803,6	208,6	1/206	134,4
8		Без пост. навантаження	-	1,12	504	35Б1	581,7	207,9	1/233	185,7
9	III	Утеплені з. б. панелі	4,46	1,40	2637	60Б1	2656	238,3	1/271	40,67
10		Утеплена покрівля по ст. наст.	1,59	1,4	1345,5	50Б1	1511	213,7	1/257	71,47
11		Сталевий настил	0,57	1,6	975,6	40Б2	935,7	250,2	1/195	115,4
12		Без пост. навантаження	-	1,6	720	40Б1	803,6	215,0	1/255	134,4

Таблиця 3.9

Оцінка надійності сталевих кроквяних балок

№ з/п	Тип покрівлі	N_+ ($T = 50$ років)-кількість викидів $Y(t)$					
		Ва-рі-ант	I сніговий район	Ва-рі-ант	II сніговий район	Ва-рі-ант	III сніговий район
1	Утеплені з. б. панелі	1	$1,54 \cdot 10^{-2}$	5	$1,13 \cdot 10^{-3}$	9	0,139
2	Легка утеплена покрівля по сталевому настилу	2	$4,62 \cdot 10^{-3}$	6	0,125	10	0,372
3	Неутеплений сталевий настил	3	$1,84 \cdot 10^{-2}$	7	1,883	11	3,635
4	Без пост. навантаження	4	$3,84 \cdot 10^{-2}$	8	2,33	12	2,43

Фактичне збільшення маси кроквяних конструкцій не пропорційне збільшенню снігового навантаження, воно залежить від співвідношення снігового та постійного навантажень і може бути значно менше зростання першого з них. Так, для кроквяних балок, наведених у табл. 3.9, рекомендовані збільшення γ_f у 1,7...1,9 разів призведуть до збільшення маси конструкцій всього на 17...60 % при $C = 0,2...0,8$ і відповідне подорожчання конструкцій. Однак додаткові витрати в даному випадку є, на нашу думку, виправданими, оскільки практично виключають руйнування сталевих кроквяних конструкцій, особливо при легких покрівлях.

3.9. ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ДІЇ ВІТРОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Група сталевих елементів, завантажених переважно вітровим навантаженням, включає, зокрема, різні відтяжки, власна маса яких невелика, а також відтяжки з привантаженням і попереднім напруженням, так звані «вітрові» елементи. Вважаємо, як і в попередніх розділах даної глави, характер роботи сталевих елементів під навантаженням лінійним.

3.9.1. Розрахунок надійності елементів при дії середньої складової вітрового навантаження. Послідовність розрахунку ілюструється нижче чисельним прикладом п. 3.9.2,

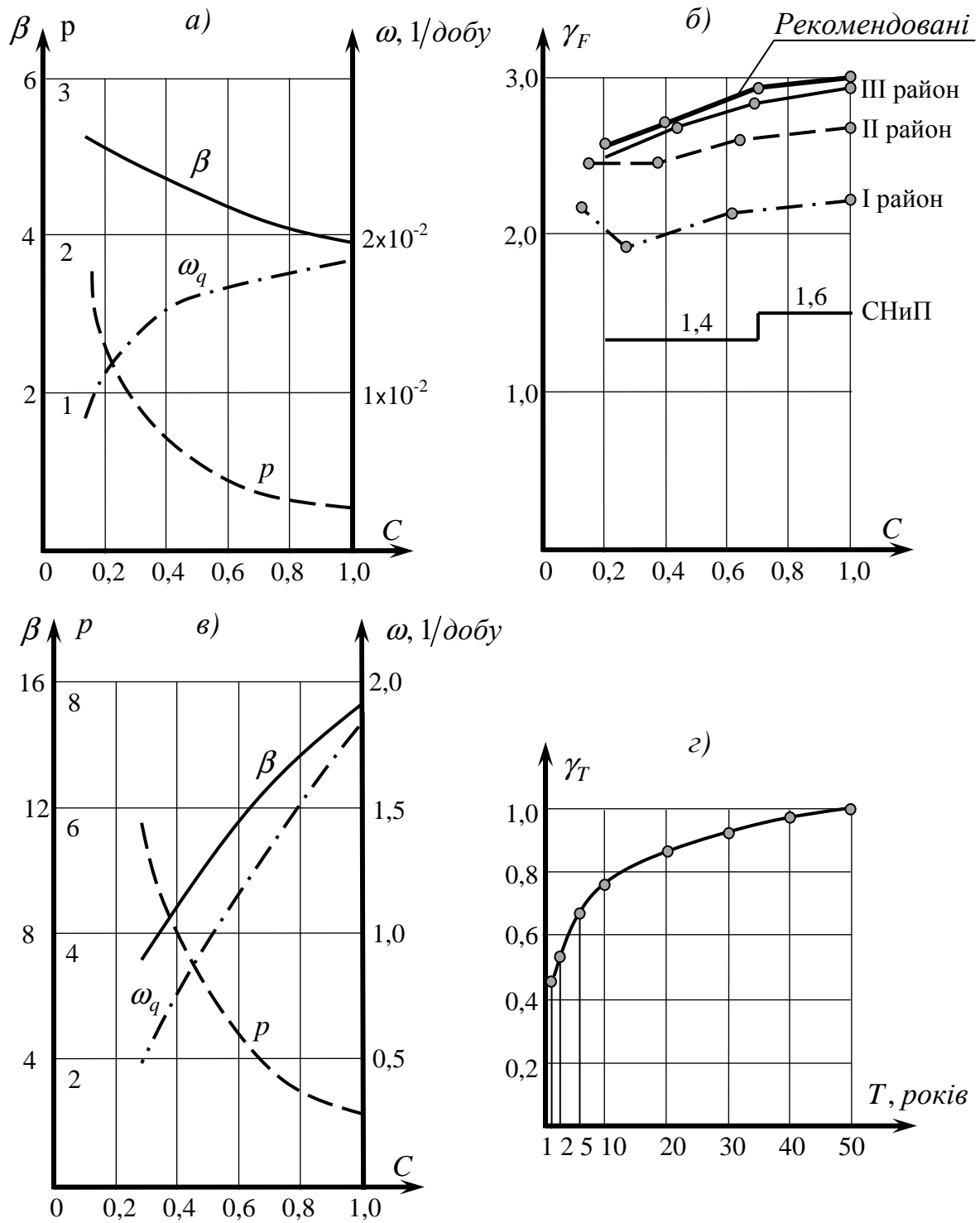


Рис. 3.20. Розрахунок елементів на снігове (а, б) і вітрове навантаження (в, г):

а, в – імовірнісні параметри; б – коефіцієнти надійності снігового навантаження; г – коефіцієнти для вітрового навантаження, що враховують термін експлуатації.

узагальнені результати розрахунків для всіх вітрових районів і різних частках вітрового навантаження ($C = 0,3; 0,7; 1,0$) наведені в *табл. 3.10*.

Як видно з цієї таблиці, для імовірнісних розрахунків елементів під дією середньої складової вітрового навантаження характерні відносно великі значення характеристики безпеки β і відчутний вплив несиметричного розподілу Вейбулла на розподіл резерву несучої здатності (*рис. 3.14, б*). Дані *табл. 3.10* показують відносно високу забезпеченість сталевих елементів, завантажених тільки статичним вітровим навантаженням.

При дії на елемент, разом з вітровим, постійного навантаження, у міру зменшення частки вітрового навантаження, росте співвідношення p і нормалізується сумарний розподіл, дещо знижується сумарна ефективна частота ω_q , досить швидко знижується β (*рис. 3.20*) і зростає $Q(t)$, наближаючись до 10^{-3} (*табл. 3.10*).

Детальне дослідження цього питання дозволило обґрунтувати понижуючий коефіцієнт надійності γ_T вітрового навантаження для території України (*табл. 3.11*). Ці коефіцієнти призначені для розрахунків тимчасових посилень, елементів об'єктів, що реконструюються, з обмеженим терміном експлуатації і т.п. Подібне зменшення вітрового навантаження регламентовано ДБН [38] у формі диференційованого коефіцієнта надійності γ_{fm} (*табл. 2.15*).

Відзначимо, що випадковий процес середньої складової вітрового навантаження має ряд специфічних особливостей. Для розкриття однієї з них нагадаємо формулу (1.56) середньої частоти викидів для стаціонарного випадкового процесу з довільним розподілом ординати і нормальним розподілом похідної:

$$v_+(x) = \bar{\dot{x}} f(x) = \omega \hat{x} f(x) / \sqrt{2\pi},$$

де $\bar{\dot{x}}$ – математичне очікування позитивної похідної випадкового процесу; ω – ефективна частота випадкового процесу; \hat{x} – середньоквадратичне відхилення (стандарт) ординати випадкового процесу; $f(x)$ – ордината щільності розподілу ординати випадкового процесу.

Таблиця 3.10

Оцінка надійності елементів, що сприймають постійне і вітрове навантаження

Вітровий район	Середньорайонні параметри вітрового навантаження				Частка вітрового навантаження	Параметри оцінки надійності					$Q(T=50)$
	ω_B 1/добу	V_B	K_{tr}	γ_p		ρ	β	ω_q 1/добу	β_ω	$Q(\beta)$	
I	6,58	1,81	0,4257	20,13	1,0	1,232	14,85	1,765	3,0	$9,0 \cdot 10^{-25}$	$1,16 \cdot 10^{-20}$
					0,7	1,908	12,42	1,30	6,47	$7,0 \cdot 10^{-11}$	$1,042 \cdot 10^{-6}$
					0,3	5,749	6,798	0,48	17,25	$5,4 \cdot 10^{-7}$	$3,29 \cdot 10^{-4}$
II	5,16	1,78	0,4040	15,6	1,0	0,963	13,177	1,501	3,0	$2,0 \cdot 10^{-25}$	$2,19 \cdot 10^{-21}$
					0,7	1,492	11,47	1,161	5,4	$1,1 \cdot 10^{-9}$	$5,23 \cdot 10^{-6}$
					0,3	4,492	6,706	0,453	13,50	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$
III	5,42	1,73	0,3541	13,21	1,0	0,822	11,98	1,483	3,0	$5,1 \cdot 10^{-25}$	$5,50 \cdot 10^{-21}$
					0,7	1,273	10,80	1,186	3,003	$4,0 \cdot 10^{-9}$	$3,45 \cdot 10^{-5}$
					0,3	3,832	6,623	0,485	11,49	$5,9 \cdot 10^{-6}$	$5,40 \cdot 10^{-3}$

Позначення: γ_p – нормоване відхилення розрахункового вітрового навантаження.

Таблиця 3.11

**Коефіцієнти, що враховують термін експлуатації елементів,
що сприймають вітрове навантаження**

<i>Термін експлуатації, t років</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>5</i>	<i>10</i>	<i>20</i>	<i>30</i>	<i>40</i>	<i>50</i>
<i>Понижуючий коефіцієнт γ_T</i>	<i>0,46</i>	<i>0,54</i>	<i>0,66</i>	<i>0,76</i>	<i>0,86</i>	<i>0,92</i>	<i>0,965</i>	<i>1,00</i>

Статистична обробка вітрових реалізацій виявила, що внаслідок квадратичного переходу від середньої швидкості вітру до вітрового напору математичне очікування його позитивної похідної нелінійно пов'язано наближеним співвідношенням з рівнем вітрового напору [94]:

$$\bar{\dot{w}}_0 = 0.4\omega_m \sqrt{w_0 \hat{w}_0}, \quad (3.102)$$

де ω_m – ефективна частота випадкового процесу вітрового напору; w_0, \hat{w}_0 – відповідно величина і стандарт вітрового напору.

Будемо надалі називати цю особливість «частотною нелінійністю середньої складової вітрового навантаження». З урахуванням виразу (1.56) і формули (3.102) середня частота викидів швидкісного напору запишеться як

$$\begin{aligned} \nu_+(w_0) &= \bar{\dot{w}}_0 f(w_0) = 0,4\omega_m \sqrt{w_0 \hat{w}_0} f(w_0) = \\ &= \omega_{0m} \hat{w}_0 f(w_0) / \sqrt{2\pi}, \end{aligned} \quad (3.103)$$

де ω_{0m} – приведена ефективна частота випадкового процесу вітрового напору, використання якої призводить до стандартного вигляду формулу середньої частоти викидів (1.56) і яка далі застосовується в оцінках надійності елементів при дії вітрового навантаження, вона визначається як

$$\omega_{0m} = \omega_m (w_0 / \hat{w}_0)^{1/2}. \quad (3.104)$$

Застосуємо наведене співвідношення до задачі розрахунку надійності сталевого елемента з випадковою міцністю, завантаженого постійним і вітровим навантаженнями. Резерв його несучої здатності в просторі напружень запишеться як

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{\sigma}_y - \tilde{\sigma}_d - \tilde{\sigma}_w(t),$$

де σ_y – межа текучості сталі; σ_d – напруження від постійного навантаження; σ_w – напруження від статичного вітрового навантаження.

Виділяємо окремо нормальну складову резерву несучої здатності елемента, числові характеристики якої складають

$$\bar{\sigma}_n = \bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_d; \quad \hat{\sigma}_n = \sqrt{\hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_d^2}.$$

Числові характеристики резерву несучої здатності

$$\bar{Y} = \bar{\sigma}_n - \bar{\sigma}_w; \quad \hat{Y} = \sqrt{\hat{\sigma}_n^2 + \hat{\sigma}_w^2} = \hat{\sigma}_w \sqrt{1 + p^2}; \quad p = \sigma_n / \sigma_w.$$

Як показано вище при переважанні частоти одного з навантажень формула сумарної ефективної частоти суттєво спрощується (формула (3.98)), в даному випадку з урахуванням співвідношення (3.104) вона має вигляд:

$$\omega_{q1} = \omega_{0m} \frac{\hat{\sigma}_w}{\hat{Y}} = \omega_m \frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{\hat{\sigma}_w} \sqrt{1 + p^2}}. \quad (3.105)$$

Розрахункове значення резерву несучої здатності запишемо в наступному вигляді

$$\begin{aligned} Y = \bar{Y} + \gamma \hat{Y} &= \bar{\sigma}_n - \bar{\sigma}_d + \gamma (\hat{\sigma}_n^2 + \hat{\sigma}_w^2)^{1/2} = \\ &= \hat{\sigma}_w \left[p/V_n + 1/V_w + \gamma (1 + p^2)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (3.106)$$

де V_n і V_w – коефіцієнти варіації відповідно постійного і вітрового навантажень; γ – нормоване відхилення резерву несучої здатності від його математичного сподівання.

Беручи частку розрахункової вітрового навантаження в сумарному розрахунковому навантаженні (зусиллі, напруженні) рівною $w_m = Cq$ і використовуючи співвідношення (3.106), отримуємо з формули (3.105) уточнений вираз сумарної ефективною частоти, що враховує частотну нелінійність середньої складової вітрового навантаження, який можна використовувати в практичних оцінках надійності елементів при дії вітрового та постійного навантажень [128]:

$$\omega_{q1} = \omega_m \left\{ \frac{C \left[p/V_n - 1/V_m + \gamma(1+p^2)^{1/2} \right]}{1+p^2} \right\}^{1/2}. \quad (3.107)$$

3.9.2. Чисельний приклад. *Оцінити надійність сталевого елемента, розрахованого за нормами [181, 182], при дії постійного і вітрового навантажень на протязі $T=50$ років.*

Вихідні дані. Місцезнаходження будівлі – м. Ужгород (І вітровий район); матеріал конструкції – сталь С255 (ВСтЗсп); частки напружень в елементі: $C_1=0,3$ – від постійного навантаження; $C_2=0,7$ – від вітрового навантаження.

Вихідні статистичні характеристики:

- сталь С255 – розрахунковий опір $R_y = 240$ МПа (фасон, $t = 12 - 16$ мм); $\bar{\sigma}_y = 282$ МПа; $V_\sigma = 0,051$;

$$\hat{\sigma}_y = 0,051 \cdot 282 = 14,3 \text{ МПа (табл. 2.2);}$$

- постійне навантаження – $V_I = 0,10$; $\gamma_1 = 2$;
- вітрове навантаження – І вітровий район, $\bar{X} = 8,6 \cdot 10^{-3}$ КПа, $V_2=1,81$; $K_{tr} = 0,4257$; $\omega = 6,58$ 1/добу; розрахункове вітрове навантаження

$$w = \gamma_f w_0 = 1,4 \cdot 0,23 = 0,322 \text{ КПа;}$$

нормоване відхилення від математичного сподівання

$$\gamma_2 = \frac{w - \bar{X}}{V_2 \bar{X}} = \frac{0,322 - 0,0086}{1,81 \cdot 0,0086} = 20,13.$$

Резерв несучої здатності конструкції. Обчислюємо числові характеристики напружень в елементі від навантажень:

- від постійного навантаження

$$\bar{\sigma}_d = \frac{C_1 R_y}{1 + \gamma_1 V_1} = \frac{0,3 \cdot 240}{1 + 2 \cdot 0,10} = 60,0 \text{ МПа};$$

$$\hat{\sigma}_d = V_1 \bar{\sigma}_d = 0,10 \cdot 60,0 = 6,0 \text{ МПа};$$

- від вітрового навантаження

$$\bar{\sigma}_w = \frac{C_2 R_y}{1 + \gamma_2 V_2} = \frac{0,7 \cdot 240}{1 + 20,13 \cdot 1,81} = 4,5 \text{ МПа};$$

$$\hat{\sigma}_w = V_2 \bar{\sigma}_w = 1,81 \cdot 4,5 = 8,12 \text{ МПа}.$$

Числові характеристики резерву несучої здатності конструкції:

$$\bar{Y} = \bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_d - \bar{\sigma}_w = 282 - 60,0 - 4,5 = 217,5 \text{ МПа}.$$

Стандарт нормальної складової резерву несучої здатності

$$\hat{\sigma}_n = \sqrt{\hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_d^2} = \sqrt{14,3^2 + 6,0^2} = 15,51 \text{ МПа}.$$

Стандарт резерву несучої здатності конструкції і характеристика безпеки

$$\hat{Y} = \sqrt{\hat{\sigma}_n^2 + \hat{\sigma}_w^2} = \sqrt{15,51^2 + 8,12^2} = 17,5 \text{ МПа};$$

$$\beta = \bar{Y} / \hat{Y} = 217,5 / 17,5 = 12,42.$$

Імовірність відмови конструкції при врахуванні статичної складової вітрового навантаження. Використовуємо загальну формулу (3.46). Для визначення ординати $f_Y(\beta)$ обчислюємо попередньо співвідношення

$$p = \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_w} = \frac{15,51}{8,12} = 1,91.$$

Далі за формулою (3.72) різниці нормального розподілу і розподілу Вейбулла шляхом чисельного інтегрування визначаємо ординату $f_Y(\beta = 12,42) = 7,0 \cdot 10^{-11}$.

За формулою (3.98) визначаємо ефективну частоту випадкового процесу резерву несучої здатності конструкції:

$$\omega_q = \frac{\hat{\sigma}_w}{\hat{Y}} \omega K_{tr} = \frac{8,12}{17,5} 6,58 \cdot 0,4257 = 1,30 \text{ 1/добу.}$$

Коефіцієнт широкополосності того ж процесу (формула (3.99)):

$$K = p = \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_s} = 1,91; \quad \beta_\omega = 3\sqrt{1 + K^2} = 3\sqrt{1 + 1,91^2} = 6,47.$$

Оцінка імовірності відмови конструкції за формулою (3.46):

$$Q(t) = \frac{1,30 \cdot 7,0 \cdot 10^{-11} \cdot 365 \cdot 50}{6,47 \cdot \sqrt{2\pi}} = 1,024 \cdot 10^{-7}.$$

Пульсаційна складова вітрового навантаження. Числові характеристики пульсаційної складової:

$$\begin{aligned} \bar{X}_p &= \bar{\sigma}_p = 0; \\ \hat{X}_p &= \hat{\sigma}_p = 0,3 \cdot \bar{\sigma}_w = 0,3 \cdot 4,5 = 1,35 \text{ МПа (формула (2.56)).} \end{aligned}$$

Визначаємо параметри сумісного впливу $\tilde{\sigma}_B$ статичної $\tilde{\sigma}_w$ і пульсаційної $\tilde{\sigma}_p$ вітрових складових як суми випадкових процесів:

$$\bar{\sigma}_B = \bar{\sigma}_w = 4,50 \text{ МПа}; \hat{\sigma}_B = \sqrt{\hat{\sigma}_w^2 + \hat{\sigma}_p^2} = \sqrt{8,12^2 + 1,35^2} = 8,23 \text{ МПа};$$

$$V_B = \frac{8,23}{4,50} = 1,83. \quad \omega_B = \frac{\hat{\sigma}_p}{\hat{\sigma}_B} \omega_p = \frac{1,35}{8,23} 4500 = 736,5 \text{ 1/добу}.$$

Числові характеристики резерву несучої здатності (змінилися незначно):

$$\bar{Y} = 217,5 \text{ МПа};$$

$$\hat{Y} = \sqrt{\hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_d^2 + \hat{\sigma}_B^2} = \sqrt{14,3^2 + 6,0^2 + 8,23^2} = 17,56 \text{ МПа};$$

$$\beta = 217,5/17,56 = 12,39, \quad f_Y(\beta = 12,39) \cong 7,0 \cdot 10^{-11}.$$

Імовірність відмови конструкції при врахуванні статичної і пульсаційної складових вітрового навантаження. Враховуючи, що числові характеристики змінилися незначно, можна вважати, що розподіл резерву несучої здатності залишився практично незмінним при врахуванні пульсаційної складової; натомість суттєво зросла ефективна частота ВП резерву несучої здатності, яка дорівнює

$$\omega_q = \frac{\hat{\sigma}_B}{\hat{Y}} \omega_B = \frac{8,23}{17,56} 736,5 = 345,2 \text{ 1/добу}.$$

Коефіцієнт широкополосності ВП резерву несучої здатності

$$K = \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_B} = \frac{15,51}{8,23} = 1,884; \quad \beta_\omega = 3\sqrt{1 + 1,884^2} = 6,40.$$

Оцінка імовірності відмови конструкції за формулою (3.46):

$$Q(t) = \frac{345,2 \cdot 7,0 \cdot 10^{-11} \cdot 365 \cdot 50}{6,40 \cdot \sqrt{2\pi}} = 2,75 \cdot 10^{-5}.$$

Врахування частотної нелінійності середньої складової.

$$\hat{\sigma}_n = 15,51 \text{ МПа}; \bar{\sigma}_n = \bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_d = 282,0 - 60,0 = 222,0 \text{ МПа};$$

$$V_n = \frac{\hat{\sigma}_n}{\bar{\sigma}_n} = \frac{15,51}{222,0} = 0,0705; \quad p = \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_B} = \frac{15,51}{8,23} = 1,884.$$

Визначаємо сумарну ефективну частоту ВП резерву несучої здатності з урахуванням частотної нелінійності за формулою (3.107):

$$\begin{aligned} \omega_{q1} &= \omega_B \sqrt{\frac{C(p/V_n - 1/V_B + \gamma\sqrt{1+p^2})}{1+p^2}} = \\ &= 736,5 \sqrt{\frac{0,7(1,884/0,0705 - 1/1,83 + 12,39\sqrt{1+1,884^2})}{1+1,884^2}} = \\ &= 736,5 \cdot 2,836 = 2089,9 \text{ 1/добу.} \end{aligned}$$

Коефіцієнт збільшення ефективної частоти при врахуванні частотної нелінійності

$$l = \frac{\omega_{q1}}{\omega_q} = \frac{2089,91}{345,2} = 6,05.$$

Внаслідок цього оцінка імовірності відмови конструкції відповідно збільшується:

$$Q_1(t) = l \cdot Q(t) = 6,05 \cdot 2,75 \cdot 10^{-5} = 1,66 \cdot 10^{-4}.$$

3.9.3. Врахування пульсаційної складової вітрового навантаження в розрахунках надійності [128]. Розрахунок надійності з урахуванням вітрової пульсації виконувався для

сталевих елементів з лінійним характером роботи, виконаних із сталі С245 з розрахунковим опором $R_y = 240$ МПа, межа текучості якої розподілена нормально з математичним очікуванням $\bar{\sigma}_y = 280$ МПа і стандартом $\hat{\sigma}_y = 14,3$ МПа. Елементи були підібрані без запасу на постійне і вітрове навантаження, причому доля напружень в елементах від розрахункового вітрового навантаження складала 70 % ($C = 0,7$). Розрахунки виконані для трьох вітрових районів України, згідно з нормами [181], для терміну експлуатації 50 років. Імовірнісні параметри середньої складової вітрового навантаження узяті з *табл. 2.18*, пульсаційна складова приймалася для відкритої місцевості і висоти 10 м (див. вище розділ 2.3). Методика розрахунку надійності елементів ілюструється числовим прикладом, вміщеним у розділі 3.9.2. Критерієм відмови елементу вважалося перевищення сумарним напруженням межі текучості стали, тобто розглядалася статична дія вітрового навантаження. Отримані оцінки надійності наведені в *табл. 3.12*.

Таблиця 3.12

Оцінка надійності сталевих елементів, що сприймають постійне і вітрове навантаження

Віт- ро- вий рай- он	Оцінка	Параметри оцінки імовірності відмови					Імовір- ність відмови $Q(t)$
		β	$f_Y(\beta)$	β_ω	l	$\omega_q,$ 1/добу	
I	Нижня	12,31	$7 \cdot 10^{-11}$	6,48	–	1,30	$1,024 \cdot 10^{-7}$
	Уточнена	12,27		6,40	6,05	2090,0	$1,66 \cdot 10^{-4}$
II	Нижня	11,47	$1,1 \cdot 10^{-9}$	5,40	–	1,16	$1,74 \cdot 10^{-6}$
	Уточнена	11,42		5,34	5,34	2240,0	$3,35 \cdot 10^{-3}$
III	Нижня	10,80	$4 \cdot 10^{-9}$	4,86	–	1,19	$0,71 \cdot 10^{-5}$
	Уточнена	10,74		4,81	5,78	1874,2	$1,13 \cdot 10^{-2}$

Позначення, прийняті в *табл. 3.12*: β – характеристика безпеки; $f_Y(\beta)$ – ордината щільності спільного розподілу межі текучості стали і напруження в елементі від зовнішніх навантажень; β_ω – коефіцієнт широкополосності випадкового

процесу резерву несучої здатності елемента; ω_q – ефективна частота цього ж випадкового процесу; t – термін служби елемента; l – коефіцієнт, що показує збільшення імовірності відмови елемента внаслідок врахування частотної нелінійності середньої складової вітрового навантаження.

Оцінка імовірності відмови елементів, названа в *табл. 3.12* «уточненою», враховує як середню (разом з її частотною нелінійністю), так і пульсаційну складові вітрового навантаження; «нижня» оцінка враховує тільки дію середньої вітрової складової. Дані *табл. 3.12* показують, що уточнена оцінка дає більш високі (приблизно на три порядки) значення імовірності відмови елементів в порівнянні з нижньою оцінкою, в основному за рахунок впливу пульсаційної складової. Остання, будучи помітно менше середньої складової за величиною, незначно змінює параметри β і β_ω , а також значення $f_Y(\beta)$, проте внаслідок своєї високочастотності істотно підвищує ефективну частоту випадкового процесу резерву несучої здатності елементів, що призводить до значного підвищення імовірності їх відмови. При цьому слід зазначити, що в якості критерію відмови використовувалася умова вичерпання статичної міцності, без урахування впливу на міцність повторності вантаження, яке може також вплинути на значення отриманих оцінок надійності елементів.

Врахування частотної нелінійності середньої складової в даному випадку, коли вплив вітрового навантаження є відносно високим (70 % розрахункового напруження в елементі дає розрахункове вітрове навантаження), призводить до збільшення імовірності відмови в 5 – 6 разів. При меншій частці вітрового навантаження, наприклад, при спільній дії декількох короткочасних навантажень, це збільшення буде менше і може взагалі не враховуватися.

3.10. РОЗРАХУНКОВІ СПОЛУЧЕННЯ НАВАНТАЖЕНЬ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ НАДІЙНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ

3.10.1. Загальний підхід. Імовірнісні розрахунки конструкцій при врахуванні кількох навантажень мають

результати переважно у формі коефіцієнтів сполучень навантажень. Для загального знайомства з проблемою сполучення навантажень можна рекомендувати розгорнутий огляд результатів досліджень з цього питання [104]

Нижче розглянута робоча методика, розроблена на базі положень, викладених вище в розділах 3.1 і 3.4 – 3.6, для обчислення коефіцієнтів сполучень зусиль від навантажень, представлених у вигляді квазістаціонарних випадкових процесів при постійній і випадковій міцності елементів [112, 137].

Для побудови розподілів зусиль від спільної дії атмосферних і кранів навантажень використовуються формули композиції 3-х різних розподілів (табл. 3.5). Корисним є також виведений з аналогічних позицій вираз для щільності розподілу різниці нормального і довільного законів, який має наступний лаконічний вигляд:

$$f(\gamma) = \left(\frac{D}{\sqrt{2\pi}} \right) \int_{Z_1}^{Z_2} \exp(-0,5E^2) f_{12}(Z) dZ, \quad (3.108)$$

де $f_{12}(Z)$ – отриманий чисельний розподіл зусиль від суми снігової і вітрової навантажень (див. розділ 3.5); γ – нормоване відхилення аргументу від центру розподілу;

$$E = \frac{Z}{K} + \gamma D; \quad D = \frac{\sqrt{1+K^2}}{K}; \quad K = \frac{\hat{X}_n}{\hat{X}_Q}; \quad Z_1 = -\gamma\sqrt{1+K^2} - \frac{K}{V_n};$$

$$Z_2 = Z_{max}.$$

Тут: V_n і \hat{X}_n – коефіцієнт варіації і стандарт нормальної складової; \hat{X}_Q – стандарт суми зусиль від атмосферних навантажень.

Побудова розподілу (3.108) реалізується в програмі розрахунку на ПЕОМ, в якій залежно від співвідношення навантажень чисельним інтегруванням будується щільність

$f_Q(\gamma_Q)$, а потім чисельним інтегруванням знаходиться потрібна щільність $f(\gamma)$, причому приймається $Z = \gamma_Q$.

Шляхом рішення нелінійного рівняння (3.46) при заданій нормативній імовірності відмови $[Q]$ знаходиться розрахункова несуча здатність елементу R^* , від якої здійснюється перехід до коефіцієнта сполучення:

$$\psi = \frac{R^*}{\sum_K \alpha_K q_K}, \quad (3.109)$$

де α_K – числа впливу; q_K – розрахункові значення навантажень при імовірності відмови $[Q]$.

3.10.2. Розрахунок коефіцієнту сполучення. За викладеною методикою були виконані розрахунки для усіх можливих комбінацій снігових і вітрових районів України (згідно з нормами [181]) і характеристик мостових кранів, при цьому була встановлена практична незалежність коефіцієнтів сполучення від рівня $[Q]$, коефіцієнта варіації несучої здатності конструкції і параметрів мостових кранів. Виявилось можливим застосувати для апроксимації коефіцієнта сполучення дробово-лінійну функцію, запропоновану В.А. Пашинським [94]:

$$\psi = \sum_{K=1}^3 \frac{C_K}{C_K(1-\beta_K) + \beta_K}, \quad (3.110)$$

де C_K – частка навантажень в загальному зусиллі, причому C_1 – частка снігового навантаження, C_2 – частка вітрового навантаження, C_3 – частка кранового навантаження, $\sum_1^3 C_K = 1$.

Коефіцієнти β_K для території України складають: $\beta_1 = 1,56$; $\beta_2 = 1,69$; $\beta_3 = 1,66$.

Функція (3.110) описує увігнуту поверхню, яка наочно ілюструється на *рис. 3.21* горизонталями. Мінімум коефіцієнту

сполучення, що дорівнює 0,70, відповідає приблизно рівним часткам усіх трьох навантажень, при врахуванні двох навантажень мінімум коефіцієнта сполучення складає 0,75...0,77.

Використання отриманих знижених коефіцієнтів сполучення в практичних розрахунках замість пропонованого діючими нормами [38, 182] $\psi = 0,9$ може дати помітний економічний ефект.

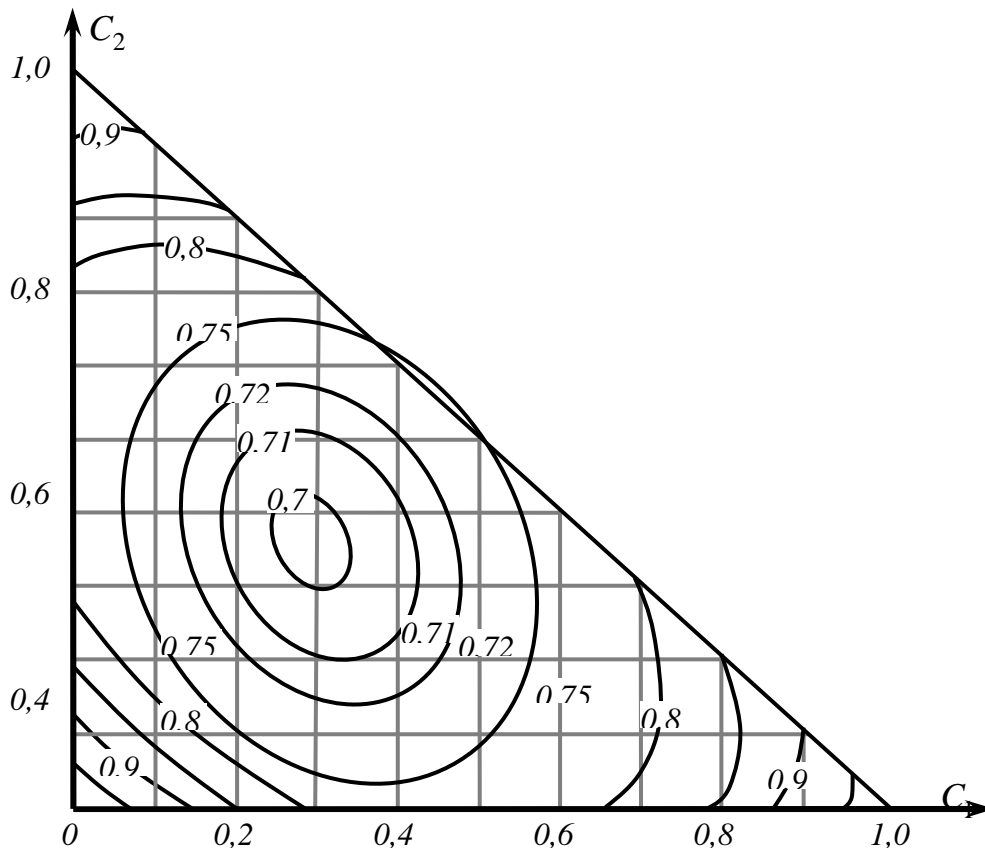


Рис. 3.21. Коефіцієнти сполучення зусиль від снігового, вітрового і кранового навантажень для території України:

C_1 – частка снігового навантаження;

C_2 – частка вітрового навантаження.

У роботах С.Ф. Пічугіна і А.В. Махінько [131] на основі імовірнісної моделі абсолютних максимумів випадкових процесів навантажень була отримана уточнена оцінка коефіцієнтів сполучення ψ для найбільш поширених навантажень. Зокрема, для снігового (частка впливу C_1), вітрового (частка впливу C_2) і кранового (частка впливу C_3) навантажень були отримані наступні формули:

$$\psi_{13} = \frac{C_1}{0,60 + 0,40C_1} + \frac{C_3}{2,36 - 1,36C_3}; \quad (3.111)$$

$$\psi_{23} = \frac{C_2}{0,575 + 0,425C_2} + \frac{C_3}{3,30 - 2,30C_3}; \quad (3.112)$$

$$\psi_{12} = \frac{C_1}{1,60 - 0,60C_1} + \frac{C_2}{1,64 - 0,64C_2}. \quad (3.113)$$

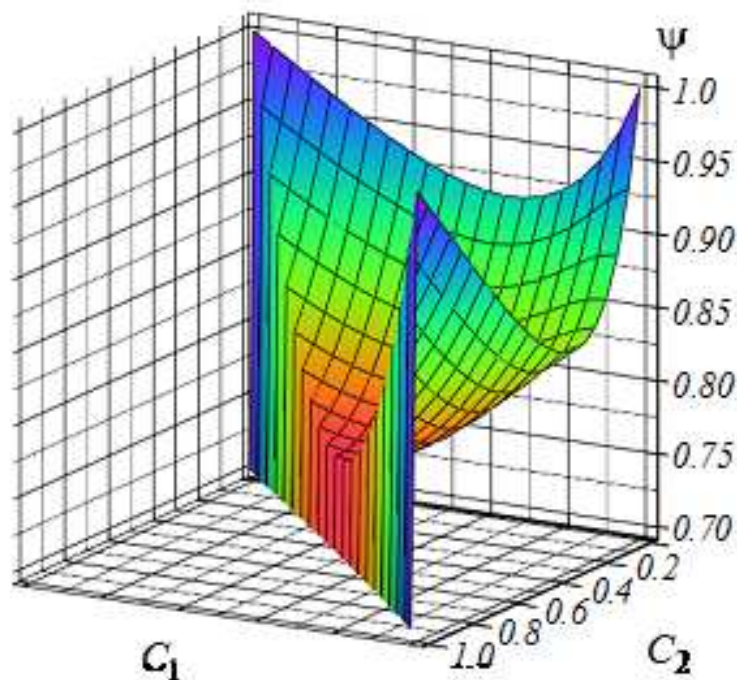


Рис. 3.22. Коефіцієнти сполучення навантажень

При сполученні трьох випадкових навантажень (кранового, вітрового і снігового) залежність коефіцієнта сполучення від часток впливу навантажень має складніший характер у вигляді увігнутої поверхні, зображеної на *рис. 3.22*.

3.10.4. Оцінка надійності елементів при дії сполучення навантажень. Такі оцінки були одержані та системно порівняні у роботах [131, 256] і в дисертації А.В. Махінько [75, 257], виконаній під керівництвом автора. В основу розрахунків надійності було покладено (разом з іншими підходами)

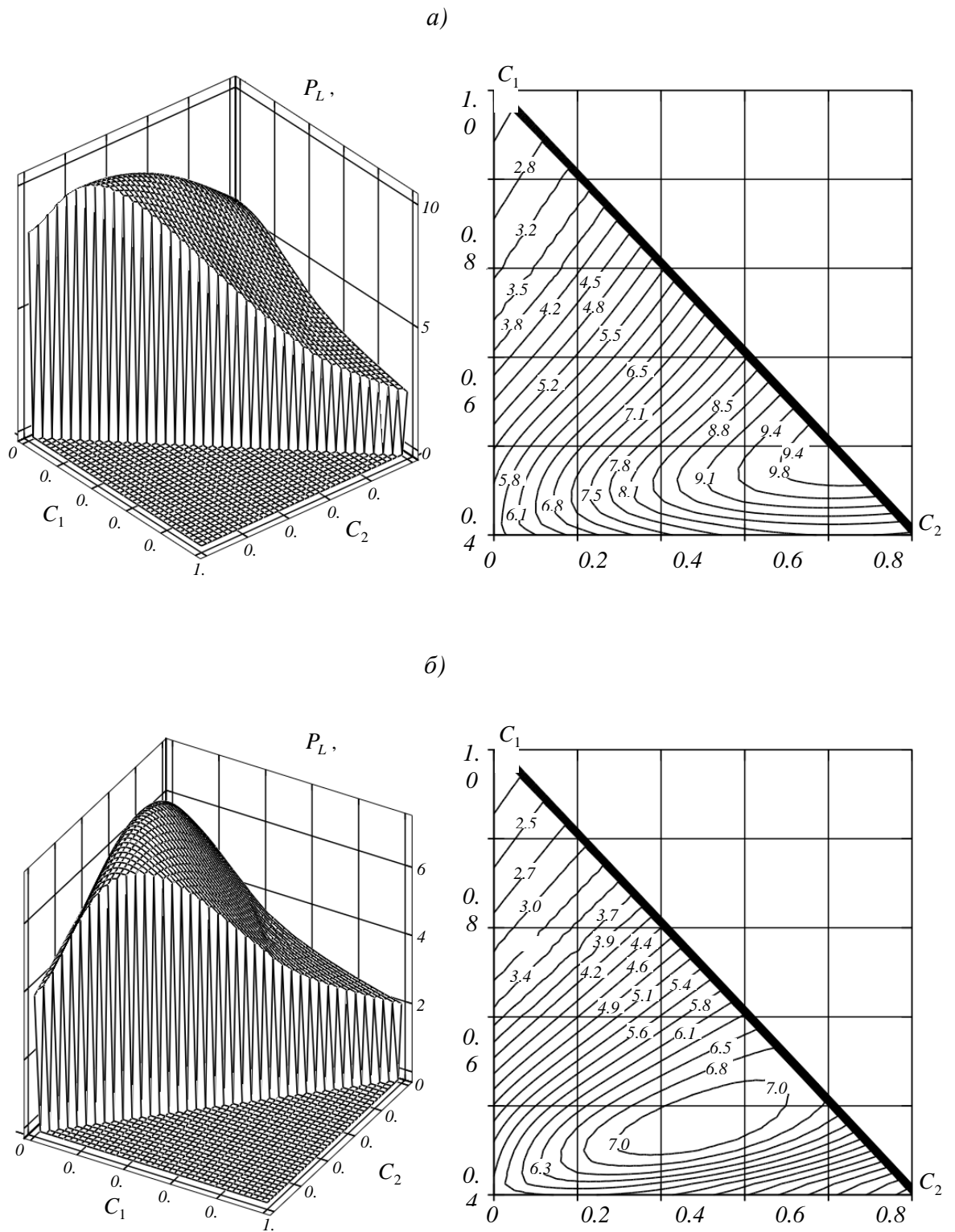


Рис. 3.23 Приклади регіональної оцінки показника надійності елементів конструкцій, завантажених постійним, сніговим і вітровим навантаженням (просторове і контурне зображення):
 а – для міста Києва; б – для міста Полтави



Рис. 3.24. Територіальна оцінка показника надійності P_L конструкцій, що сприймають постійне та снігове (частка впливу $C_1 = 0,7$) навантаження



Рис. 3.25. Територіальна оцінка показника надійності P_L конструкцій, що сприймають постійне та вітрове (частка впливу $C_2 = 0,7$) навантаження

використання для максимумів навантажень спрощеної експоненційної моделі (СЕМ), що призвело до значного зменшення трудомісткості розрахунків, особливо при зростанні кількості поєднаних навантажень. Цей метод отримав скорочену назву «модель резерву».

Узагальнені оцінки надійності конструктивних елементів представлені у вигляді просторових та контурних зображень поверхонь показника надійності у белах (*рис. 3.23*), який визначався як

$$P_L = -\lg[1 - P(t)], \quad (1.114)$$

де $P(t)$ – імовірність безвідмовної роботи елемента за проміжок часу t .

Крім того, для всіх областей України складені карти двосторонньої оцінки показника надійності елементів, приклади яких наведені на *рис. 3.24* і *3.25*, що дає можливість безпосередньо судити про рівень надійності конструкцій, розрахованих за діючими нормами, розміщеними як в межах конкретної області, так і в усіх регіонах України [134, 256].

ГЛАВА 4 ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Саме поняття «стійкість» або «нестійкість» характеризує реакцію системи на дію збурень, прагнучих відхилити її від даного положення рівноваги. Оскільки ці збурення носять випадковий характер, то статистичний підхід є подальшим кроком вперед в розвитку теорії пружної і непружної стійкості.

В.В. Болотін, академік РАН
"Статистичні методи у будівельній механіці", 1965 р.

4.1. ОСОБЛИВОСТІ ІМОВІРНІСНОГО РОЗРАХУНКУ СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ

4.1.1. Особливості роботи стиснуто-зігнутих елементів. На стиск зі згином працюють елементи, завантажені, крім поздовжньої сили, поперечним навантаженням або згинальним моментом (рис. 4.1, а). Такими елементами є колони виробничих будівель постійного перерізу і ступінчасті, стійки фахверка, стержні кроквяних ферм з позавузловим навантаженням. Ці елементи є по суті самими малодослідженими з точки зору надійності будівельних конструкцій.

Таке положення обумовлене тим, що окрім труднощів з імовірнісним описом реальних навантажень, оцінка надійності стиснуто-зігнутих елементів, у тому числі і виконаних з такого добре вивченого і чітко працюючого матеріалу, яким є сталь, пов'язана з урахуванням геометричної і фізичної нелінійності. Для знайомства з досить складними питаннями роботи і розрахунку стиснуто-зігнутих елементів адресуємо читача до класичних робіт з цього питання [11, 70, 100, 159,195].

Важливо підкреслити, що імовірнісний аналіз таких елементів, особливо в частині обґрунтованого розрахунку сполучення зусиль, може дати помітний ефект, оскільки на практиці саме стиснуто-зігнуті елементи (стійки, колони та ін.) завантажені найбільш широким набором випадкових навантажень.

Проілюструємо на *рис. 4.1, б* (крива *O-C*) роботу сталевого стиснуто-зігнутого стержня. Тут по осі абсцис відкладений прогин стержня, по осі ординат – нормальне напруження $\sigma_N = N/A$ (N – поздовжня сила, A – площа перерізу стержня). З самого початку завантаження стержень викривляється, у міру зростання навантажень прогин стержня і згинальний момент в ньому зростають.

Точка *A* на графіці відповідає досягненню крайової текучості, коли в найбільш напружених фібрах найнебезпечнішого перерізу стержня нормальне напруження дорівнює межі текучості. Цей момент і напруження $\sigma_{кр}^y$, що відповідає йому, є граничними для пружного розрахунку за деформованою схемою.

Далі діаграма роботи пружного стержня відхиляється вгору (ділянка *A-G*) і у міру необмеженого зростання прогину асимптотично наближається до рівня Ейлерового критичного напруження для центрово-стиснутого стержня:

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}; \quad \sigma_e = \frac{N_e}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (4.1)$$

де E – модуль пружності сталі; I – момент інерції стержня; l – геометрична довжина стержня; μ – коефіцієнт розрахункової довжини, що враховує вид закріплення кінців стержня; A – площа перерізу; $\lambda = \mu l / i$ – гнучкість стержня; $i = \sqrt{I/A}$ – радіус інерції перерізу.

Роботу реального сталевого стержня відображає ділянка кривої *A-C*, що має максимум в точці *B*, який відповідає критичному стану стержня і критичному напруженню $\sigma_{кр}$.

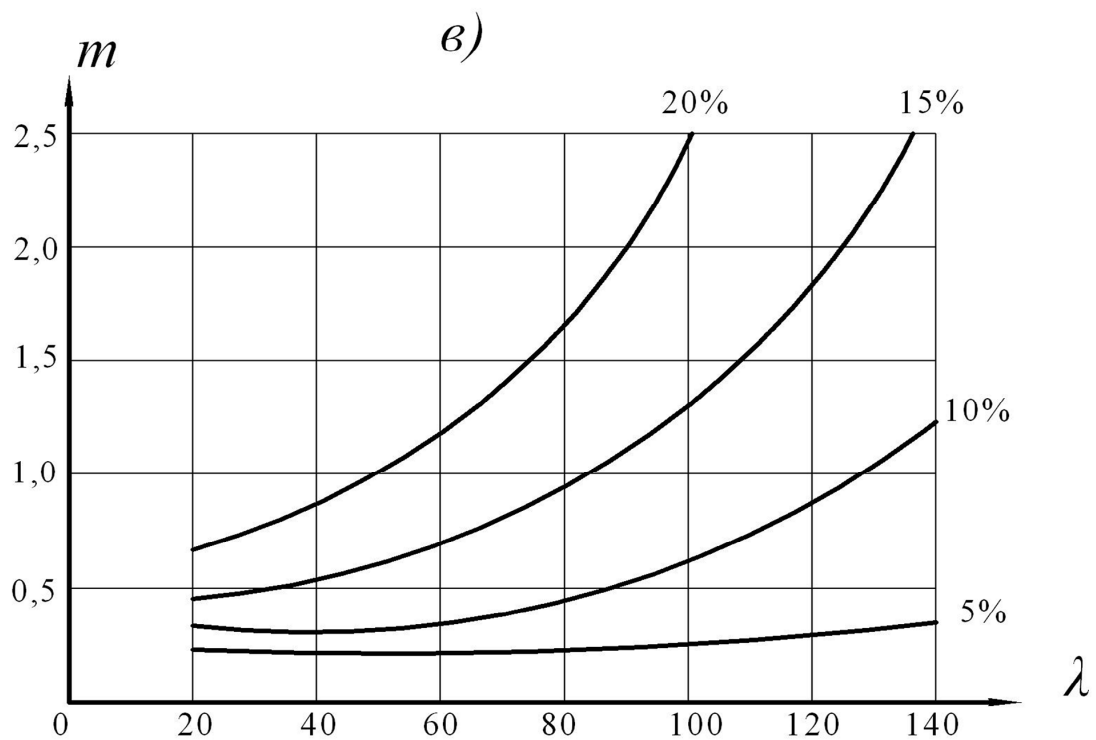
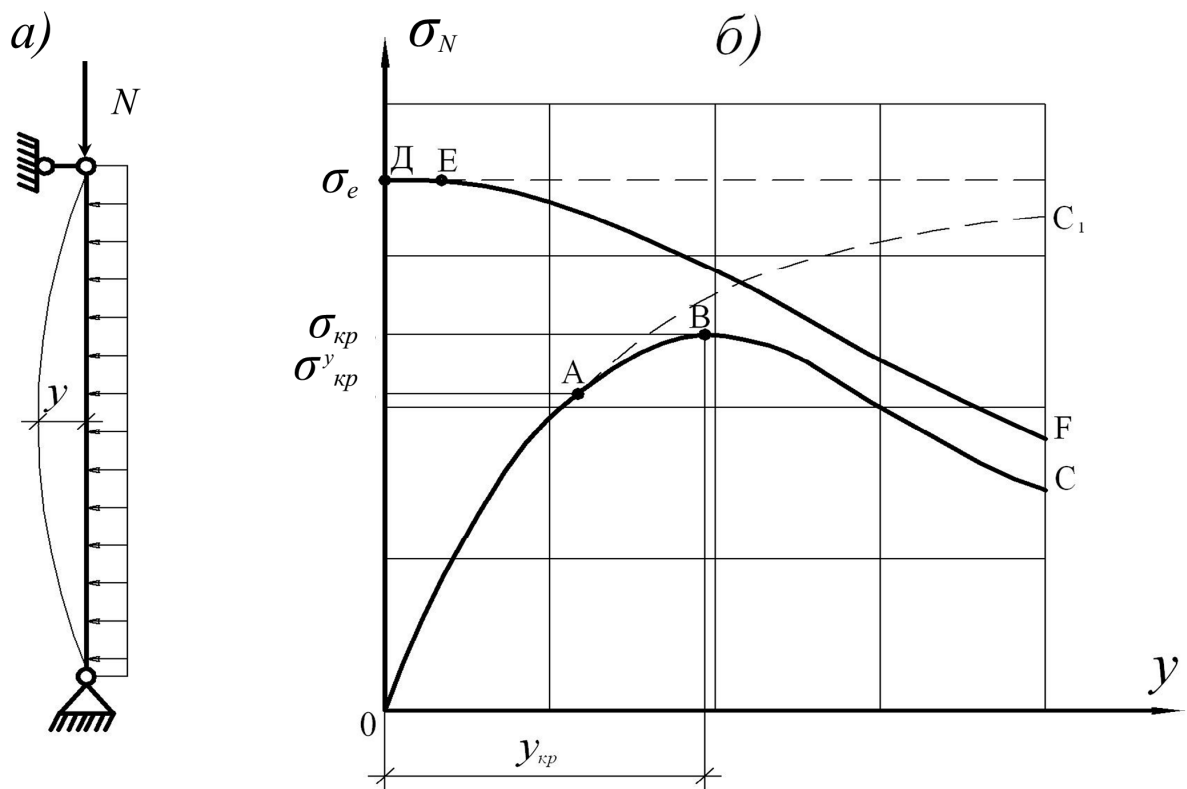


Рис. 4.1. До розрахунку стиснуто-зігнутих елементів
 а – схема елемента; б – стадії роботи стиснуто-зігнутих
 і центрово-стиснутих елементів; в – похибка пружного розрахунку

Для реальних сталевих стиснуто-зігнутих стержнів рівність $\sigma_N = \sigma_{кр}$ відповідає граничному стану і припиненню експлуатації, а умова неруйнівності матиме наступний вигляд:

$$\sigma_{кр} - \sigma_N \geq 0. \quad (4.2)$$

На графіці *рис. 4.1, б* ілюструються також стадії роботи центрово-стисненого стержня: стійка прямолінійна (при відсутності початкової недосконалої) – ділянка *O-D* осі ординат до $\sigma_N = \sigma_e$; ділянка *D-E* роздвоєння форм рівноваги, що відповідає критичному стану, і низхідна ділянка *E-F* нестійкого посткритичного стану.

Пружний розрахунок з урахуванням геометричної нелінійності може бути застосовний для стиснуто-зігнутих стержнів великої гнучкості, для яких точки *A* і *B* на графіці *рис. 4.1, б* зближуються, для стержнів із сталей підвищеної міцності без вираженого майданчика текучості, а також в методах, що враховують пружно-пластичну роботу сталі введенням відповідних поправок [6]. На *рис. 4.1, в* ілюструється похибка пружного розрахунку в залежності від гнучкості λ і відносного ексцентриситету поздовжньої сили

$$m = \frac{eA}{W} = \frac{MA}{NW} = \frac{M}{\rho N}, \quad (4.3)$$

де M – згинальний моменту в стержні від поперечного навантаження, W – момент опору перерізу, ρ – радіус ядра перерізу.

Процес деформування стиснуто-зігнутих елементів під навантаженням і відповідний імовірнісний аналіз мають достатньо складний характер [116], це питання на основі методу скінченних елементів розробив А.М. Пащенко в дисертації, виконаній під керівництвом автора [97, 126].

Графік *рис. 4.1, в* наочно демонструє помітну наближеність пружного розрахунку стиснуто-зігнутих елементів. Тому розрахунок таких елементів згідно з нормами проектування [41]

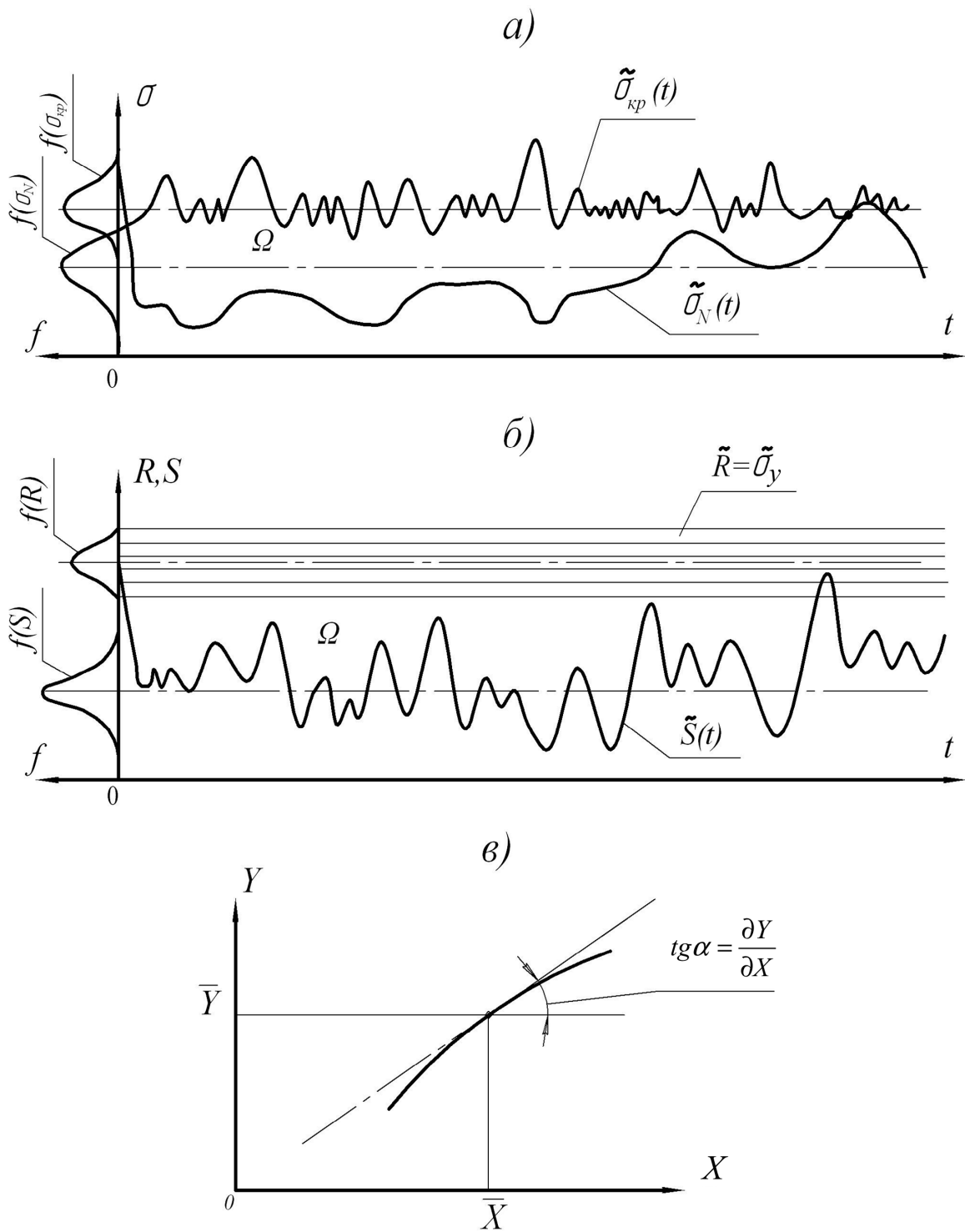


Рис. 4.2. Особливості імовірнісного розрахунку стиснуто-зігнутих елементів:

а, б – моделі відмов; в – лінеаризація функції одного аргументу

проводиться з урахуванням розвитку пластичності; аналогічний підхід застосовується для оцінки їхньої надійності.

4.1.2. Імовірнісний аналіз стиснуто-зігнутих елементів.

Визначимо стохастичну природу умови неруйнівності (4.1), обидва члени якої є квазістаціонарними функціям часу в просторі нормальних напружень. Внаслідок цього відмова моделюється як перетин квазістаціонарною траєкторією $\tilde{\sigma}_N(t)$ квазістаціонарної межі області допустимих станів (рис. 4.2, а).

Представляється зручнішим змінити параметр якості системи і вид допустимої області. Для цього перетворимо нерівність (4.2):

$$\sigma_y \zeta(t) - \sigma_N(t) \geq 0; \quad \sigma_y - \sigma_N(t)/\zeta(t) \geq 0, \quad (4.4)$$

де ζ – функція, що приводить критичне напруження втрати стійкості стиснуто-зігнутого стержня до межі плинності матеріалу; приміром, в чинних нормах $\zeta = \varphi_e$ [41].

Тоді для резерву несучої здатності, який для цього стержня назовемо *резервом стійкості*, маємо:

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{\sigma}_y - \tilde{\sigma}_N(t)/\zeta(t) = \tilde{R} - \tilde{S}(t) \quad (4.5)$$

Межа допустимої області Γ при цьому залишається випадковою, незалежною від часу (оскільки ми не враховуємо зміну міцності елементів), а відмова трактується як вихід квазістаціонарної траєкторії $\tilde{S}(t)$ за випадковий рівень \tilde{R} (рис. 4.2, б).

4.1.3. Лінеаризація функцій. У зв'язку із складністю послідовного стохастичного аналізу поведінки стиснуто-зігнутих стержнів будемо використовувати прийом з підставленням імовірнісних параметрів в детерміністичні рішення завдань стійкості таких стержнів.

У загальному випадку резерв стійкості стиснуто-зігнутих стержнів є функцією кількох аргументів:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Внаслідок нелінійності функції виконаємо її лінеаризацію із заміною вихідного виразу лінійною функцією виду [20]:

$$\begin{aligned} Y &= f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Y}{\partial X_i}(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)(X_i - \bar{X}_i) = \\ &= \bar{Y} + \sum_{i=1}^n A_i(X_i - \bar{X}_i). \end{aligned} \quad (4.6)$$

На *рис. 4.2*, в ілюструється лінеаризація функції одного аргументу, вона виконується в околі математичного сподівання функції, при цьому кутовий коефіцієнт прямої, що вводиться, визначається частинним диференціюванням вихідної функції по відповідному аргументу. Геометричним зображенням лінеаризованої функції n аргументів є гіпер-пряма в $n+1$ мірному просторі. Похибку у визначенні \bar{X} у зв'язку з лінеаризацією по (4.6) можна оцінити наступним виразом:

$$\Delta \bar{Y} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 Y}{\partial X_i^2}(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \hat{X}_i. \quad (4.7)$$

Тут \hat{X} – дисперсія i -го аргументу.

При незначності цієї похибки формула для визначення математичного сподівання (4.6) спрощується і зводиться до підстановки математичних сподівань аргументів у вихідну функцію:

$$\bar{Y}(X_1, X_2, \dots, X_n) = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n). \quad (4.8)$$

Середньоквадратичне відхилення (стандарт) резерву стійкості визначається, у випадку незалежності аргументів, як

$$\hat{Y} = \sqrt{\hat{Y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial Y}{\partial X_i}(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \right]^2 \hat{X}_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2 \hat{X}_i^2}. \quad (4.9)$$

Похибка даного виразу внаслідок лінеаризації оцінюється так [20]:

$$\Delta\hat{Y} = \Delta(\hat{Y}^2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial^2 Y}{\partial X_i^2} (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \right]^2 \hat{X}_i^2 + \sum_{i>j} \left[\frac{\partial^2 Y}{\partial X_i \partial X_j} (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \right]^2 \hat{X}_i \hat{X}_j. \quad (4.10)$$

Якщо аргументи кореляційно зв'язані між собою, формула (4.9) стає наступною [20]:

$$\hat{Y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2 \hat{X}_i^2 + 2 \sum_{i>j} A_i A_j r_{ij} \hat{X}_i \hat{X}_j}, \quad (4.11)$$

де r_{ij} – коефіцієнт кореляції аргументів X_i і X_j .

На базі цього підходу і числового прикладу (приведеного нижче в п. 4.2.2) був проведений аналіз застосовності операції лінеаризації до задачі, що розглядається. Ординати лінійної функції (4.6) були зіставлені з точними значеннями вихідної функції Y , обчисленої з використанням (4.12). Розбіжність була отримана незначною для досить широкого інтервалу зміни функції Y : при відхиленні усіх аргументів на величину одного стандарту \hat{X}_i , що призводить до відхилення Y приблизно на $1,5\hat{Y}$, лінеаризоване значення функції відхиляється від точного всього на -3,1 %. При збільшенні відхилення аргументів до двох стандартів, що призводить до відхилення резерву стійкості від математичного очікування на $4,6\hat{Y}$, різниця між точним і наближеним значеннями функції Y складає -10,3 %.

Обчислені за формулами (4.7) і (4.10) похибки математичного очікування і дисперсії виявилися незначними і не перевищили 0,1 %.

Враховуючи малу похибку при обчисленні резерву стійкості, його математичного очікування і дисперсії, операцію лінеаризації для завдань імовірнісного розрахунку стиснуто-зігнутих сталевих стержнів можна вважати обґрунтованою, щонайменше, для умов, близьких до умов розглянутого прикладу.

4.2. НАДІЙНІСТЬ СТАЛЕВИХ СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПОСТІЙНОГО ПЕРЕРІЗУ

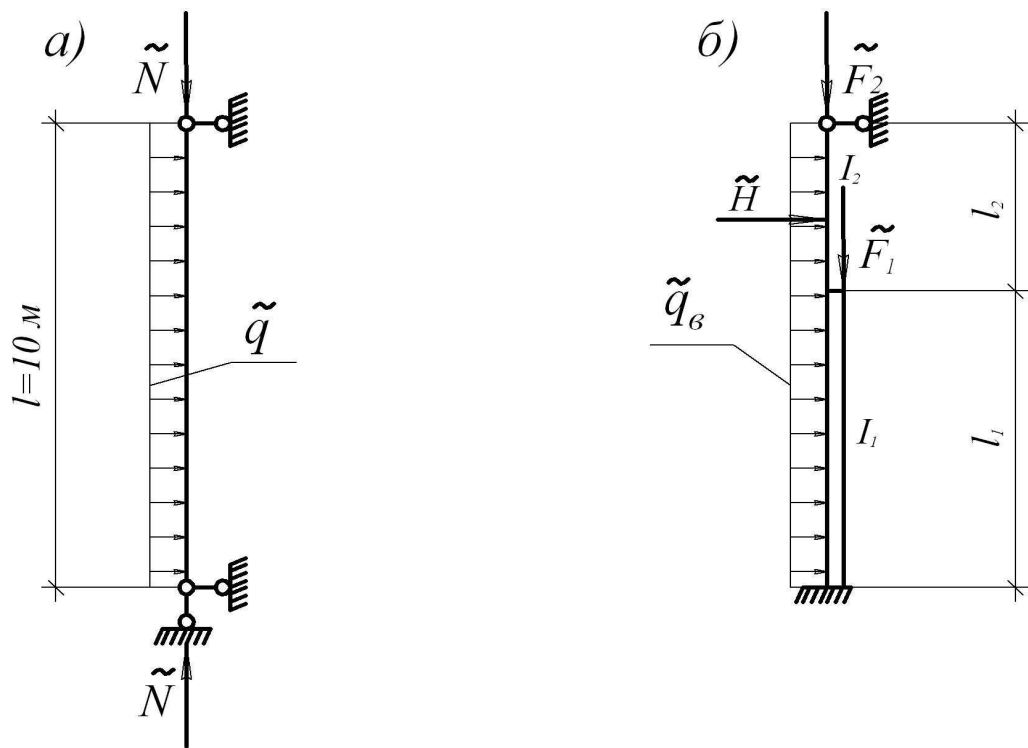
4.2.1. Виведення основних формул [110]. Для суцільностінчастих стержнів, що розглядаються в площині дії моменту, співпадаючої з площиною симетрії, для значень φ_e по *табл. Ж.3* [41] (аналогічній *табл. 74* [182]) підібрана функція виду

$$\varphi_e = b(1 - C \lg m_{ef}); \quad b = K_1 - K_2 \lg \bar{\lambda}; \quad C = K_3 - K_4/b, \quad (4.12)$$

де $K_1 = 0,70$; $K_2 = 0,62$; $K_3 = 0,943$; $K_4 = 0,075$; $m_{ef} = \eta m$ – приведений відносний ексцентриситет; η – коефіцієнт, що враховує форму перерізу і орієнтацію ексцентриситету (*табл. Ж.2* [41]); m – відносний ексцентриситет (формула (4.3)); $\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{R_y/E}$ – умовна гнучкість елемента.

На *рис. 4.3, в*, де показана залежність φ_e від m_{ef} і $\bar{\lambda}$, видно, що функція (4.12) досить точно враховує характер зміни коефіцієнту φ_e , апроксимуючи його знизу, тобто "в запас". Проведений на ПЕОМ розрахунок показав, що в інтервалі значень $\bar{\lambda} = 1 \dots 6$ і $m_{ef} = 0,25 \dots 8,0$ відмінність розрахункових величин за формулою (4.12) від нормативних значень не перевищує $\pm 10\%$.

З використанням формули (4.12) вираз для резерву стійкості матиме наступний вигляд



в)

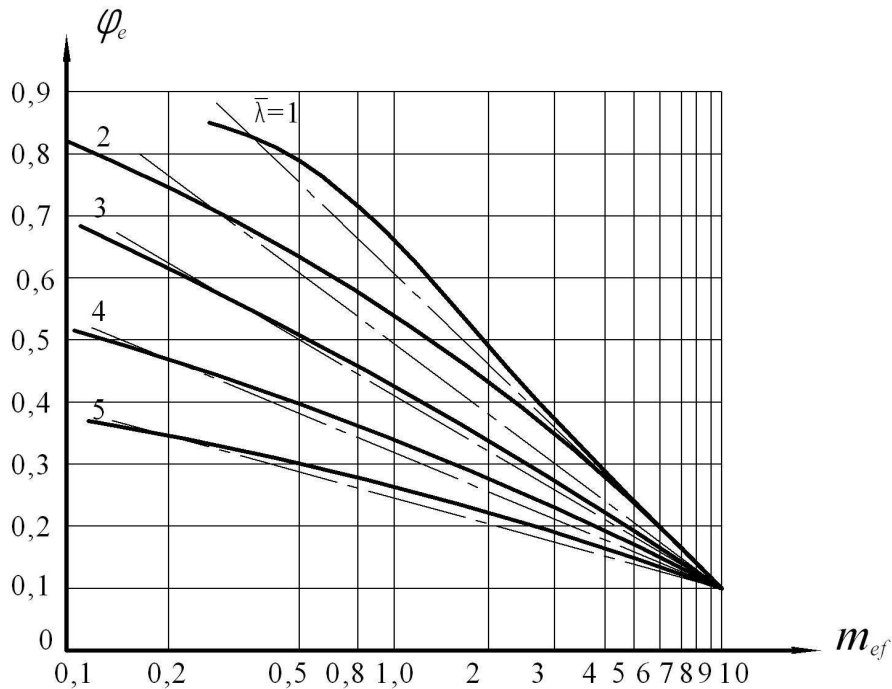


Рис. 4.3. До розрахунку стиснуто-зігнутих стійок:

а – стійка постійного перерізу; б – ступінчаста колона; в – графіки коефіцієнту φ_e : — за табл. Ж.3 ДБН [41]; -.-.- за формулою (4.12)

$$\tilde{Y} = \tilde{\sigma}_y - \frac{\tilde{N}}{Ab[1 - C \lg(\eta \tilde{M} / \rho \tilde{N})]}. \quad (4.13)$$

З використанням формули (4.12) вираз для резерву стійкості матиме наступний вигляд

$$\tilde{Y} = \tilde{\sigma}_y - \frac{\tilde{N}}{Ab[1 - C \lg(\eta \tilde{M} / \rho \tilde{N})]}. \quad (4.13)$$

Математичне сподівання резерву стійкості, згідно з (4.8)

$$\tilde{Y} = \tilde{\sigma}_y - \frac{\tilde{N}}{Ab(1 - \lg \bar{m}_{ef})}. \quad (4.14)$$

Частинним диференціюванням визначаємо коефіцієнти для визначення стандарту \hat{Y} :

$$A_1 = 1; A_2 = \frac{C \lg \bar{m}_{ef} + Cd - 1}{Ab(1 - C \lg \bar{m}_{ef})^2}; A_3 = -\frac{Cd\eta}{b\bar{m}_{ef}W(1 - C \lg \bar{m}_{ef})^2}. \quad (4.15)$$

Тут $d = 0,4343\dots$ – модуль переходу від натуральних логарифмів до десяткових.

Виведені формули дозволяють одержати оцінку надійності стиснуто-зігнутого елемента.

4.2.2. Числовий приклад. *Визначити імовірність відмови сталевій стійці постійного перерізу, завантаженої випадковою поздовжньою силою \tilde{N} і рівномірно розподіленим поперечним навантаженням \tilde{q} (рис. 4.4, а).*

Вихідні дані. Довжина стійки 10 м. Статистичні характеристики поздовжньої сили (у кН): $\bar{N} = 700$, $\hat{N} = 150$;

поперечного навантаження (у кН/м): $\bar{q}=5,5$, $\hat{q}=1,5$; межі текучості сталі (у МПа): $\bar{\sigma}_y=300$, $\hat{\sigma}_y=30$. Переріз стійки підбрано на навантаження $N = 1000$ кН і $q = 10$ кН/м і отримано у вигляді прокатного профіля – двотавра № 50 при $\sigma = 192$ МПа $< R_y = 230$ МПа для сталі С235 [41]. Геометричні характеристики перерізу: площа $A = 100$ см², момент опору $W_x=1598$ см³, радіус інерції $i_x = 19,9$ см.

Визначимо числові характеристики згинального моменту:

$$\bar{M} = \frac{\bar{q}l^2}{8} = \frac{5,5 \cdot 10^2}{8} = 68,7 \text{ кНм}; \quad \hat{M} = \frac{\hat{q}l^2}{8} = \frac{1,5 \cdot 10^2}{8} = 18,8 \text{ кНм}.$$

За наведеними вище залежностями виконаємо обчислення, використовуючи параметри підбраної сталеві стійки:

$$\bar{m} = \frac{\bar{M}A}{NW} = \frac{68,7 \cdot 100}{700 \cdot 1598} = 0,61; \quad \bar{m}_{ef} = 1,531 \cdot 0,61 = 0,934;$$

$$\lg \bar{m}_{ef} = -0,03$$

$$\lambda = \frac{1000}{19,9} = 50,3; \quad \bar{\lambda} = 50,3 \sqrt{\frac{300}{2,06 \cdot 10^5}} = 1,673;$$

$$b = 0,7 - 0,62 \cdot 0,223 = 0,561; \quad C = 0,943 - \frac{0,075}{0,561} = 0,809.$$

Визначимо числові характеристики резерву стійкості стійки. Математичне сподівання за формулою (4.14):

$$\bar{Y} = 300 - \frac{700 \cdot 10}{100 \cdot 0,561(1 + 0,809 \cdot 0,03)} = 178,2 \text{ МПа}.$$

Коефіцієнти за формулами (4.15) дорівнюють:

$$A_2 = \frac{0,809 \cdot (-0,03) + 0,809 \cdot 0,4343 - 1}{100 \cdot 0,561(1 + 0,809 \cdot 0,03)^2} = -1,11 \cdot 10^{-2} \text{ 1/см}^2;$$

$$A_3 = -\frac{0,809 \cdot 0,4343 \cdot 1,531}{0,561 \cdot 0,934 \cdot 1598(1 + 0,809 \cdot 0,03)^2} = -0,587 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^3.$$

Стандарт резерву стійкості за формулою (4.9):

$$\hat{Y} = 10\sqrt{1^2 \cdot 3^2 + (-1,11 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 150^2 + (-0,587 \cdot 10^{-3}) \cdot 1880^2} = 36 \text{ МПа.}$$

Характеристика безпеки виявилася рівною $\beta = 178,2/36,0 = 4,95$, що при нормальному розподілі резерву стійкості дає ймовірність відмови стійки $Q = 3,85 \cdot 10^{-7}$ (табл. Д.3).

4.2.3. Розрахунок надійності сталевих колон постійного перерізу. Типовий приклад стійки безкранової будівлі, конструкція якої показана на *рис. 4.4, а*, розрахункова схема на *рис. 4.3, а*, розглянутий у попередньому розділі. Схема завантаження включає осьову силу, що викликається постійним навантаженням від ваги покриття і сніговим навантаженням, і поперечне розподілене вітрове навантаження. Окрім варіанту, розглянутого в розділі 4.2.2, був розглянутий ще ряд стійок того ж перерізу, перевірених за ДБН [41] так, щоб виконувалася умова $N/(\varphi_e A) \approx \gamma_c R_y$, схеми завантаження яких відрізнялися співвідношенням напружень від N і M .

Результати оцінки надійності, одержаної у техніці випадкових величин, наведені на *рис. 4.4, в* у вигляді графіку характеристики безпеки β , який має опуклий характер з максимумом, близьким до $C_N = 0,5$, який приблизно відповідає приведену вище в розділі 4.2.2 прикладу (точка A на графіці). По мірі збільшення частки моменту або поздовжньої сили графік знижується, плавно без перелому опускаючись до граничних випадків згину і центрального стиску при $C_N = 0$ і $C_N = 1,0$. Різниця крайніх ординат є наслідком різної забезпеченості розрахункових значень моменту ($\gamma_M = 3$) і поздовжньої сили ($\gamma_N = 2$). Графік *рис. 4.4, в* цілком очевидно ілюструє можливість введення коефіцієнта сполучення $\psi < 1$ для стиснуто-зігнутих елементів.

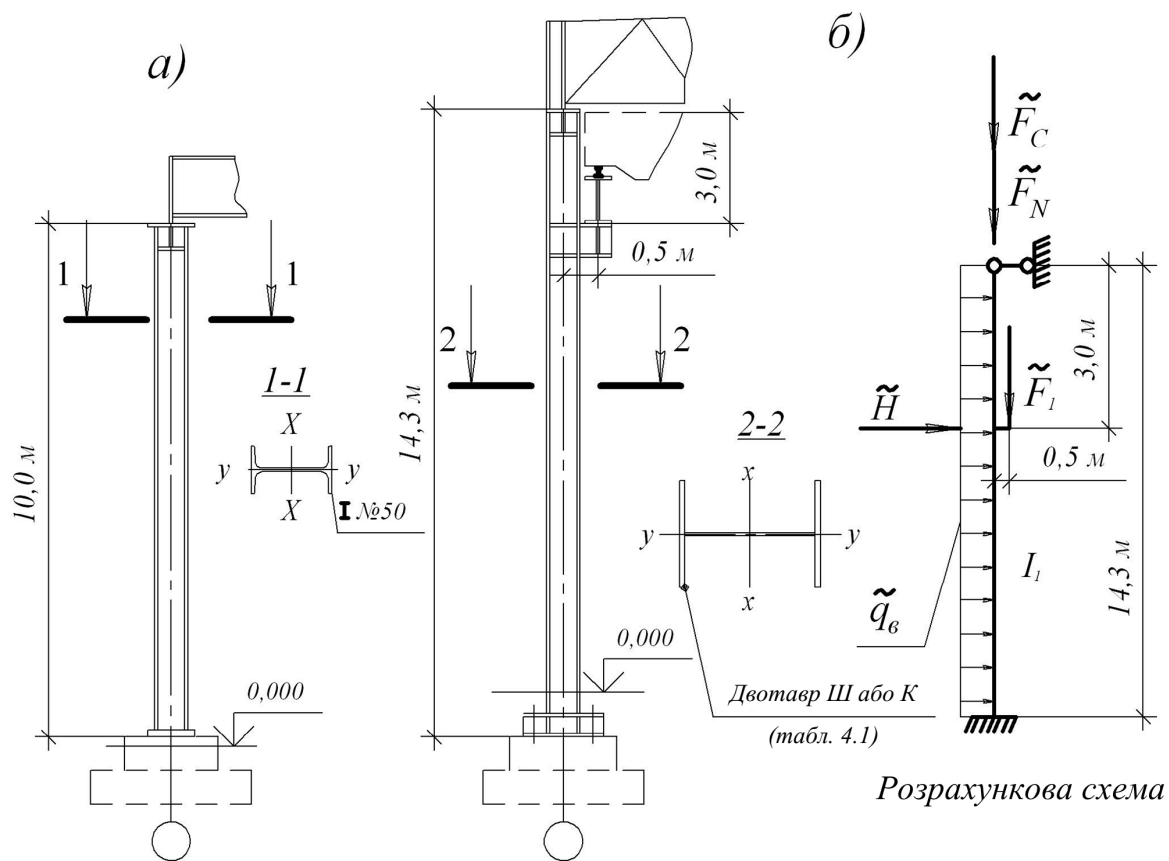


Рис. 4.4. Сталеві стиснуто-зігнуті стійки:
 а – стійка безкранової будівлі;
 б – стійка постійного перерізу будівлі з мостовими кранами;
 в – характеристика безпеки стійки.

Імовірнісний розрахунок з урахуванням реально діючих навантажень виконувався для стійок багатопролітного каркасу, оснащеного мостовими кранами, конструкція і розрахункова схема стійки наведена на *рис. 4.4, б*. Стійки защемлені у фундаменті і шарнірно сполучені з гратчастим ригелем, коефіцієнт розрахункової довжини стійок приймався рівним $\mu = 0,7$. Стійки завантажені випадковими вертикальними силами від постійного і снігового навантажень, горизонтальним і прикладеним з ексцентриситетом вертикальним навантаженням кранів і розподіленим вітровим навантаженням.

Таблиця 4.1

Варіанти стійок постійного перерізу

№ ва-рі-ан-ту	Кон-струк-ція стійки	Навантаження				Розрахунок за ДБН				
		Пос-тій-не кПа	Сні-говий рай-он	Віт-ровий рай-он	Кран Q, тс	Про-філь	A, см ²	W _x , см ³	λ_x	σ , МПа
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Середня	0,1	III	–	5	26К1	105,9	1035	88,4	209,4
2	Середня	0,4	II	–	5	40Ш1	122,4	1771	60,0	214,7
3	Середня	0,4	III	–	10	40Ш2	141,6	2025	60,0	218,0
4	Крайня	0,4	III	III	5	35Ш1	95,7	1171	70,0	210,6
5	Крайня	0,4	III	III	10	40Ш1	122,4	1771	60,0	185,0

У варіантах розрахунку (*табл. 4.1*, графи 2...6) варіювалася конструкція покрівлі (легка і важка утеплена залізобетонна), вантажопідйомність кранів – 5 тс і 10 тс, снігове і вітрове навантаження приймалися для II і III районів, залежно від варіанту стійок – крайніх або середніх – змінювалася вантажна площа покриття при кроці колон 12 м і враховувалося або не враховувалося вітрове навантаження. Для усіх варіантів завантаження без запасу підбиралися перерізи стійок з широкополічних або колонних двотаврів (графа 7). В імовірнісних розрахунках враховувалися обґрунтовані вище у 2-й главі районні та усереднені параметри навантажень, формули на основі підходу (4.13) з урахуванням повної

поздовжньої сили $N = F_H + F_C + F_1$ і формули (4.28), що зв'язують зусилля у колоні з прикладеними навантаженнями.

Таблиця 4.2

Оцінка надійності сталевих стійок постійного перерізу

№ ва-рі-ан-ту	Імовірнісний розрахунок			Частотні характеристики		Імовірність відмови	
	\bar{Y} , МПа	\hat{Y} , МПа	β	ω_q , 1/добу	β_ω	Початкова $Q(\beta)$	Кінцева $Q(t)$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	153,9	45,2	3,42	13,1	234,2	$3,13 \cdot 10^{-4}$	0,194
2	140,5	36,8	3,83	8,8	379,8	$6,40 \cdot 10^{-5}$	0,018
3	130,2	26,7	3,55	16,8	233,1	$1,93 \cdot 10^{-4}$	0,159
4	147,6	35,4	4,15	14,5	270,6	$3,39 \cdot 10^{-6}$	0,012
5	164,7	33,9	4,85	22,8	189,6	$1,26 \cdot 10^{-7}$	$1,14 \cdot 10^{-3}$

Результати, зведені в табл. 4.2, дозволяють простежити певні тенденції імовірнісного аналізу реальних сталевих стиснуто-зігнутих стійок. Передусім відмітимо, що для розглянутих порівняно легких стійок характеристика початкової безпеки (графа 7) відносно невелика $\beta = 3,42 \dots 4,85$. У менший бік відрізняється 1-й варіант середньої стійки при легкій покрівлі за рахунок більшого впливу малозабезпеченого снігового навантаження. При переході до важкої покрівлі у 2-му варіанті маємо зростання β внаслідок відносного ослаблення впливу снігового навантаження. При збільшенні вантажопідйомності мостового крану відмічається деяке зменшення β , що є наслідком посилення впливу на згинальний момент горизонтального навантаження крану, імовірнісні параметри якого перевищують розрахункові значення [181]. Це важливо, оскільки в даному випадку для стійки з верхнім шарнірним кінцем, при незначному впливі вітрового навантаження на середні колони, згинальний момент формується в основному навантаженнями кранів. Очевидно, що при жорсткому сполученні стійок з ригелем, коли на момент також впливає постійне і снігове навантаження від

покриття, надійність стійок повинна зрости в порівнянні з розглянутим випадком. Для крайніх стійок, де додатково прикладається вітрове навантаження, характеристика безпеки зростає для 4-го і 5-го варіантів, причому в останньому варіанті видно вплив деякого недонапруження при підборі стійки за ДБН [41].

Параметри оцінки надійності тих же стійок з урахуванням часу t в техніці випадкових процесів наведені в *табл. 4.2*. Ефективна частота процесу резерву стійкості визначається як для функції, близької до лінійної (див. нижче формули (4.36) і (4.37)). Аргумент K коефіцієнта β_ω широкополосності випадкового процесу резерву стійкості визначається як відношення стандарту високочастотної складової, сформованої вертикальним і горизонтальним навантаженнями кранів, до стандарту низькочастотної складової, визначеної межею текучості сталі, постійним, сніговим і вітровим навантаженнями.

Важливо відмітити, що розглянуті випадки відповідають порівняно невеликим $K \approx 0,006 \dots 0,015$, що знаходяться в області підвищених значень коефіцієнта широкополосності β_ω (графа б *табл. 4.2*), які істотно впливають на значення $Q(t)$. У зв'язку з великим переважанням нормальної складової, в даних прикладах можна обґрунтовано описувати щільність розподілу резерву стійкості нормальним законом.

Дані *табл. 4.2*, в якій враховується фактор часу, дають уявлення про імовірнісну забезпеченість запроектованих по нормах сталевих стійок постійного перерізу виробничих будівель, оснащених мостовими кранами. Зважаючи на варіанти 1 і 3 з підвищеною імовірністю відмови, можна зробити висновок про те, що можливі відмови стійок мають періодичність 250...300 років і більше. Враховуючи певну завищеність прийнятих в розрахунках узагальнених моделей навантажень (глава 2 даної книги) і відсутність аварій стійок під час експлуатації, можна вважати досить надійними характерні стійки постійного перерізу одноповерхових виробничих будівель з мостовими кранами.

Для усіх стійок характерна відносно велика частка сумарного зусилля від вертикального і горизонтального навантаження кранів ($C_3 = 0,68 \dots 0,79$), невеликі частки снігового

і вітрового навантаження $C_1 = 0,13...0,30$, $C_2 = 0,11...0,16$, у зв'язку з чим усі варіанти *табл. 4.2* потрапляють в лівий нижній кут поблизу початку координат графіку коефіцієнтів сполучення (*рис. 3.21*). При цьому варіанти 2 і 4 відповідають коефіцієнту сполучень $\psi = 0,80$, а інші варіанти $\psi = 0,83...0,85$, тобто близькі до нормованого коефіцієнта $\psi = 0,9$. Врахування зниженого коефіцієнта сполучення для варіантів 2 і 4 вирівнює надійність усіх стійок.

Огляд інших підходів до оцінки надійності стиснуто-зігнутих елементів наведений в монографії автора [137]. Ю.А. Харченко в дисертації, виконаній під керівництвом автора [120, 207], доповнив аналіз надійності сталевих стійок безкранових будівель і застосував розроблену методику до трубчастих ферм з позавузловим навантаженням [250].

4.3. НАДІЙНІСТЬ СТАЛЕВИХ СТУПІНЧАСТИХ СТІЙОК

4.3.1. Особливості ступінчастих стійок. Сталеві ступінчасті стійки широко застосовуються в каркасах одноповерхових виробничих будівель, оснащених мостовими кранами. Специфіка перевірки стійкості таких стійок враховується чинними нормами [41] шляхом введення коефіцієнта розрахункової довжини μ окремо для кожної з ділянок стійки. Ці коефіцієнти використовуються у рішеннях завдань надійності ступінчастих стійок.

Розглянемо одноступінчасту колону з нерухомим верхнім кінцем (шарнірним або закріпленим) (*рис. 4.5, б*), завантажену випадковими поздовжніми силами \tilde{F}_1 і \tilde{F}_2 і поперечними навантаженнями (\tilde{q}_B , \tilde{H} і т.д.), що має довжини і моменти інерції перерізів ділянок l_1 і I_1 , l_2 і I_2 . В цьому випадку ДБН [41] рекомендує наступні вирази для коефіцієнтів розрахункової довжини:

а) для нижньої ділянки колони

$$\mu = \sqrt{\frac{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 (\beta - 1)}{\beta}} = \sqrt{\frac{\mu_{11}^2 F_1 + \mu_{12}^2 F_2}{F_1 + F_2}}, \quad (4.16)$$

де $\beta = (F_1 + F_2)/F_2$;

б) для верхньої ділянки колони

$$\mu_2 = \alpha/\alpha_1 \leq 3, \text{ где } \alpha_1 = \frac{l_2}{l_1} \sqrt{\frac{J_1}{J_2 \beta}},$$

с урахуванням чого маємо

$$\mu_2 = \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \sqrt{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 \frac{F_1}{F_2}} = \sqrt{\frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{J_2}{J_1} \mu_{12}^2 + \delta_2 \frac{F_1}{F_2}}, \quad (4.17)$$

$$\delta_2 = \frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{J_2}{J_1} \mu_{11}^2, \quad (4.18)$$

де μ_{11} і μ_{12} – коефіцієнти з *табл. С.3, С.4* [41] залежно від співвідношення довжин l_2/l_1 і моментів інерції ділянок I_2/I_1 .

З урахуванням коефіцієнтів μ_1 і μ_2 були знайдені оцінки надійності ступінчастих колон на базі загальних підходів, описаних вище в розділі 4.2 [109, 137].

4.3.2. Виведення основних формул для суцільної колони.

Використаємо загальний вираз (4.13), тоді резерв стійкості для верхньої частини колони запишеться як

$$\tilde{Y}_2(\tilde{\sigma}_y, \tilde{M}, \tilde{F}_1, \tilde{F}_2) = \tilde{\sigma}_y - \frac{\tilde{F}_2}{Ab(\tilde{\mu}\tilde{\lambda})[1 - c(\tilde{\mu}_2\tilde{\lambda})lg(\eta\tilde{M}/\rho\tilde{F}_2)]}. \quad (4.19)$$

Тут специфіка в порівнянні з виразом (4.13) для колони постійного перерізу вноситься коефіцієнтом розрахункової довжини, залежним від \tilde{F}_1 і \tilde{F}_2 за формулою (4.17).

Як і в розглянутих вище випадках, математичне сподівання резерву стійкості \bar{Y}_2 одержується підстановкою в основний вираз (4.19) математичних очікувань аргументів.

В той же час для стандарту є відмінність в порівнянні з розділом 4.2:

$$\hat{Y}_2 = \sqrt{A_1^2 \hat{\sigma}_y^2 + A_2^2 \hat{M}^2 + A_3^2 \hat{F}_1^2 + A_4^2 \hat{F}_2^2}, \quad (4.20)$$

де A_i – похідні функції (4.19) по i -му аргументу, в які підставлені математичні очікування усіх аргументів.

Простежимо отримання коефіцієнтів A_i . Перший з них рівний $A_1 = \partial Y_2 / \partial \sigma_y = 1$, оскільки у даному випадку $\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{R_y / E}$, і другий член виразу (4.19) не залежить від σ_y . Оскільки μ_2 не залежить від моменту M , формула для визначення коефіцієнту A_2 співпадає з виразом (4.15) для коефіцієнту A_3 для стійки постійного перерізу за умови урахування коефіцієнту μ_2 .

Далі визначаємо частинні похідні

$$\frac{\partial b}{\partial F_1} = -\frac{K_2 d}{2F_2} \frac{\mu_{11}^2}{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 F_1 / F_2}; \quad \frac{\partial c}{\partial F_1} = -\frac{K_2 K_4 d}{2b^2 F_2} \frac{\mu_{11}^2}{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 F_1 / F_2}$$

і після перетворень одержуємо наступну формулу для визначення коефіцієнту A_3 :

$$A_3 = -\frac{0,14 \mu_{11}^2}{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 F_1 / F_2} \cdot \frac{0,943 \lg m_{ef} - 1}{Ab^2 (1 - c \lg m_{ef})^2}. \quad (4.21)$$

Приймаючи до уваги, що

$$\frac{\partial b}{\partial F_2} = \frac{K_2 d}{2} \frac{F_1}{F_2^2} \frac{\mu_{11}^2}{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 F_1 / F_2};$$

$$\frac{\partial c}{\partial F_2} = \frac{K_2 K_4 d}{2b^2} \frac{F_1}{F_2} \frac{\mu_{11}^2}{\mu_{12}^2 + \mu_{11}^2 F_1 / F_2},$$

виконаємо виведення (викладки опускаємо) формули для визначення коефіцієнту A_4 :

$$A_4 = -\frac{F_1}{F_2} A_3 - \frac{1 - c \lg m_{ef} - 0,43c}{Ab^2(1 - c \lg m_{ef})^2}. \quad (4.22)$$

Для нижньої частини колони на основі (4.13) маємо для резерву стійкості

$$\tilde{Y}_1 = \tilde{\sigma}_y - \frac{\tilde{F}_1 + \tilde{F}_2}{Ab(\tilde{\mu}_1 \tilde{\lambda}) [1 - c(\tilde{\mu}_1 \tilde{\lambda})] \lg[\eta \tilde{M}A / (\tilde{F}_1 + \tilde{F}_2)W]}. \quad (4.23)$$

Коефіцієнти A_1 і A_2 формули (4.20) співпадають з коефіцієнтами для верхньої ділянки колони при умові врахування у формулі для A_2 коефіцієнту розрахункової довжини μ_1 .

Далі обчислюємо

$$\frac{\partial b}{\partial F_1} = \frac{K_2 F_2 d}{2(F_1 + F_2)^2} \frac{\mu_{11}^2 - \mu_{12}^2}{\mu_1^2}; \quad \frac{\partial c}{\partial F_1} = \frac{K_2 K_4 F_2 d}{2b^2(F_1 + F_2)^2} \frac{\mu_{11}^2 - \mu_{12}^2}{\mu_1^2},$$

після чого переходимо до виразу для коефіцієнту A_3

$$A_3 = -\frac{b(1 - c \lg m_{ef} - 0,43c) - 0,14\delta_1(F_1/F_2)(1 - 0,943 \lg m_{ef})}{Ab^2(1 - c \lg m_{ef})^2}, \quad (4.24)$$

де позначено

$$\delta_1 = \frac{F_1}{F_1 + F_2} \frac{\mu_{11}^2 - \mu_{12}^2}{\mu_1^2}. \quad (4.25)$$

Виконавши операції диференціювання

$$\frac{\partial b}{\partial F_2} = \frac{K_2 F_1 d}{2(F_1 + F_2)^2} \frac{\mu_{11}^2 - \mu_{12}^2}{\mu_1^2}; \quad \frac{\partial c}{\partial F_2} = \frac{K_2 K_1 F_1 d}{2b^2(F_1 + F_2)^2} \frac{\mu_{11}^2 - \mu_{12}^2}{\mu_1^2},$$

одержуємо формулу для визначення коефіцієнту A_4

$$A_4 = - \frac{b(1 - c \lg m_{ef} - 0,43c) + 0,41\delta_1(1 - 0,943 \lg m_{ef})}{Ab^2(1 - c \lg m_{ef})^2}. \quad (4.26)$$

4.3.3. Числовий приклад. *Визначити імовірність відмови суцільної сталевий ступінчастої стійки (рис. 4.5, а).*

Вихідні дані. Параметри стійки, запроектованої за ДБН [41] зі сталі С235 з $R_y = 235$ МПа, межа текучості стали з характеристиками (у МПа) $\bar{\sigma}_y = 300$, $\hat{\sigma}_y = 30$:

а) верхня частина: довжина $l_2 = 3,97$ м, ширина $b_B = 0,5$ м, площа перерізу $A_2 = 183,4$ см², момент опору $W_2 = 3530$ см³, момент інерції $I_2 = 88000$ см⁴, гнучкість $\lambda_2 = 19,0$, розрахункові зусилля $N_2 = F_2 = 630$ кН, $M_2 = 622,3$ кНм, напруження за розрахунком $\sigma = 208,2$ МПа;

б) нижня частина: $l_1 = 16,43$ м, $b_H = 1,0$ м, $A_1 = 228,2$ см², $W_1 = 7970$ см³, $I_1 = 398327$ см⁴, $\lambda_1 = 39,4$, розрахункові зусилля $F_1 = 1276$ кН, $M_1 = 805,3$ кНм, напруження за розрахунком $\sigma = 180,4$ МПа.

Перехід від розрахункових значень до числових характеристик зусиль виконується з урахуванням співвідношень: $V_F = 0,2$, $\gamma_F = 3,0$, $V_M = 0,5$, $\gamma_M = 3,0$:

$$\bar{F}_1 = 750 \text{ кН}, \hat{F}_1 = 150 \text{ кН}, \bar{F}_2 = 400 \text{ кН}, \hat{F}_2 = 80 \text{ кН};$$

$$\bar{M}_1 = 320 \text{ кНм}, \hat{M}_1 = 160 \text{ кНм}, \bar{M}_2 = 260 \text{ кНм}, \hat{M}_2 = 130 \text{ кНм}.$$

Розраховується стійка з верхнім шарнірним кінцем, що не зміщується (рис. 4.5, в). Коефіцієнти розрахункових довжин за табл. С.3 [41] $\mu_{11} = 0,67$, $\mu_{12} = 1,06$.

А. Верхня частина.

$$\bar{\lambda}_2 = \lambda_2 \sqrt{\bar{\sigma}_y / E} = 19,0 \sqrt{300 / 2,1 \cdot 10^5} = 0,718.$$

За формулою (4.17) визначаємо коефіцієнт розрахункової довжини

$$\mu_2 = \frac{16,43}{3,97} \sqrt{\frac{88000}{398327}} \sqrt{1,06^2 + 0,67^2 \frac{750}{400}} = 2,727 < 3;$$

$$\mu_2 \bar{\lambda}_2 = 2,727 \cdot 0,718 = 1,96; \lg(\mu_2 \bar{\lambda}_2) = 0,292.$$

За формулами (4.12) визначаємо допоміжні коефіцієнти:

$$\bar{b} = 0,70 - 0,62 \cdot 0,292 = 0,518; \quad \bar{c} = 0,943 - \frac{0,075}{0,518} = 0,798.$$

Середній відносний ексцентриситет за формулою (4.3):

$$\bar{m} = \frac{260 \cdot 100 \cdot 183,4}{400 \cdot 3530} = 3,377.$$

Коефіцієнт, що враховує форму перерізу (табл. Ж.2 [41]):

$$\bar{\eta} = (1,75 - 0,1 \cdot 3,377) - 0,02(5 - 3,377)1,96 = 1,35.$$

Приведений відносний ексцентриситет:

$$\bar{m}_{ef} = \bar{\eta} \bar{m} = 1,35 \cdot 3,377 = 4,583; \lg \bar{m}_{ef} = 0,661.$$

Коефіцієнти для визначення стандарту резерву стійкості:

- за формулою (4.15):

$$A_2 = - \frac{0,4343 \cdot 0,798 \cdot 1,35}{0,518 \cdot 4,583 \cdot 3530 (1 - 0,798 \cdot 0,661)^2} = -2,504 \cdot 10^{-4} \text{ 1/см}^3;$$

- за формулою (4.21):

$$A_3 = - \frac{0,14 \cdot 0,67^2}{1,06^2 + 0,67^2 \frac{750}{400}} \cdot \frac{0,943 \cdot 0,661 - 1}{183,4 \cdot 0,518^2 (1 - 0,798 \cdot 0,661)^2} =$$

$$= 1,095 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2;$$

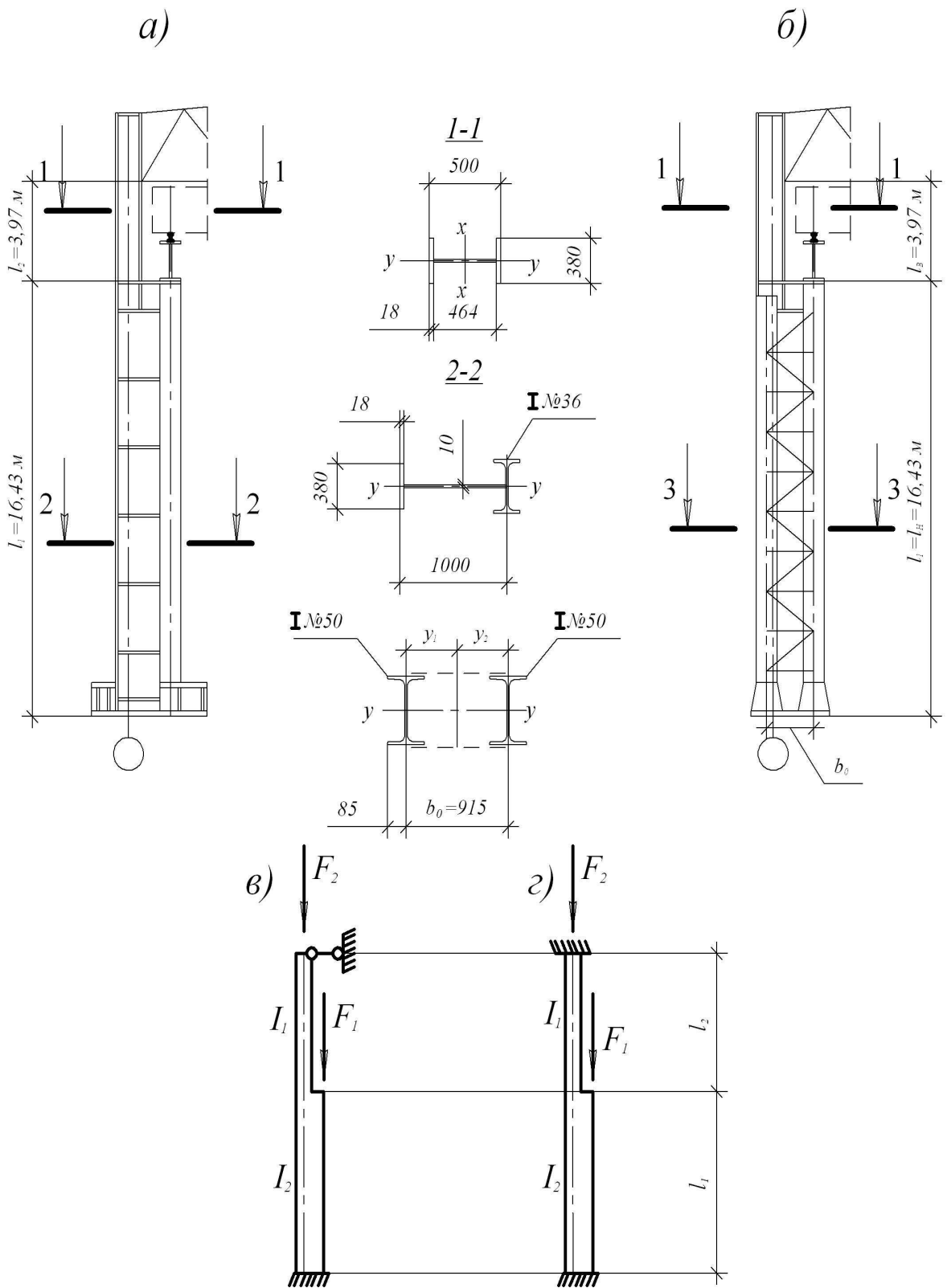


Рис. 4.5. До оцінки надійності ступінчастих колон:
 а, б – конструкції колон;
 в, г – схеми для визначення розрахункових довжин.

- за формулою (4.22):

$$A_4 = -\frac{750}{400} (1,095 \cdot 10^{-3}) - \frac{1 - 0,798 \cdot 0,661 - 0,4343 \cdot 0,798}{183,4 \cdot 0,518^2 (1 - 0,798 \cdot 0,661)^2} =$$

$$= -1,352 \cdot 10^{-2} \text{ 1/см}^2.$$

Математичне сподівання резерву стійкості з підстановкою математичних сподівань аргументів у формулу (4.19):

$$\bar{Y}_2 = 300 - \frac{400 \cdot 10}{183,4 \cdot 0,518 (1 - 0,798 \cdot 0,661)} = 210,9 \text{ МПа.}$$

Стандарт резерву стійкості за формулою (4.20):

$$\hat{Y}_2 = \left[30^2 + (-2,504 \cdot 10^{-4})^2 \cdot (130 \cdot 100)^2 \cdot 10^2 + (1,095 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 150^2 \cdot 10^2 + \right. \\ \left. + (-1,352 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 80^2 \cdot 10^2 \right]^{1/2} = 45,6 \text{ МПа}$$

Характеристика безпеки складає

$$\beta_2 = \frac{210,9}{45,6} = 4,63.$$

Імовірність відмови верхньої ділянки ступінчастої колони дорівнює $Q_2 = 1,84 \cdot 10^{-6}$ (табл. Д.3).

Б. Нижня частина. $\bar{\lambda}_1 = \lambda_1 \sqrt{\bar{\sigma}_y / E} = 39,4 \sqrt{300 / 2,1 \cdot 10^5} = 1,49.$

За формулою (4.16) визначаємо коефіцієнт розрахункової довжини

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{0,67^2 \cdot 750 + 1,06^2 \cdot 400}{750 + 400}} = 0,827;$$

$$\mu_1 \bar{\lambda}_1 = 0,827 \cdot 1,49 = 1,232; \lg(\mu_1 \bar{\lambda}_1) = 0,091.$$

За формулами (4.12) визначаємо допоміжні коефіцієнти:

$$\bar{b} = 0,70 - 0,62 \cdot 0,091 = 0,643; \quad \bar{C} = 0,943 - \frac{0,075}{0,643} = 0,826.$$

Середній відносний ексцентриситет за формулою (4.3):

$$\bar{m} = \frac{320 \cdot 100 \cdot 228,2}{1150 \cdot 7970} = 0,797.$$

Коефіцієнт, що враховує форму перерізу (табл. Ж.2 [41]):

$$\bar{\eta} = (1,75 - 0,1 \cdot 0,797) - 0,02(5 - 0,797)1,232 = 1,567.$$

Приведений відносний ексцентриситет:

$$\bar{m}_{ef} = \bar{\eta} \bar{m} = 1,567 \cdot 0,797 = 1,25; \quad \lg \bar{m}_{ef} = 0,097.$$

Коефіцієнти для визначення стандарту резерву стійкості:

- за формулою (4.15):

$$A_2 = - \frac{0,4343 \cdot 0,826 \cdot 1,567}{0,643 \cdot 1,25 \cdot 7970 (1 - 0,826 \cdot 0,097)^2} = -1,028 \cdot 10^{-4} \text{ 1/см}^3;$$

- за формулою (4.24) з використанням допоміжного параметру (4.25):

$$\delta_1 = \frac{750}{400 + 750} \frac{1,06^2 - 0,67^2}{0,827^2} = 0,643.$$

$$A_3 = - \frac{0,643(1 - 0,826 \cdot 0,097 - 0,43 \cdot 0,826)}{228,2 \cdot 0,643^2 (1 - 0,826 \cdot 0,097)^2} + \frac{0,14 \cdot 0,643 \frac{750}{400} (1 - 0,943 \cdot 0,097)}{228,2 \cdot 0,643^2 (1 - 0,826 \cdot 0,097)^2} = -2,10 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2;$$

- за формулою (4.26):

$$A_4 = -\frac{0,643(1 - 0,826 \cdot 0,097 - 0,43 \cdot 0,826)}{228,2 \cdot 0,643^2 (1 - 0,826 \cdot 0,097)^2} - \frac{0,41 \cdot 0,643(1 - 0,943 \cdot 0,097)}{228,2 \cdot 0,643^2 (1 - 0,826 \cdot 0,097)^2} = -1,028 \cdot 10^{-2} \text{ 1/см}^2$$

Математичне сподівання резерву стійкості з підстановкою математичних сподівань аргументів у формулу (4.23):

$$\bar{Y}_1 = 300 - \frac{(750 + 400)10}{228,2 \cdot 0,643(1 - 0,826 \cdot 0,097)} = 214,8 \text{ МПа.}$$

Стандарт резерву стійкості за формулою (4.20):

$$\hat{Y}_1 = \left[30^2 + (-1,028 \cdot 10^{-4})^2 \cdot (160 \cdot 100)^2 \cdot 10^2 + (-2,10 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 150^2 \cdot 10^2 + (-1,028 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 80^2 \cdot 10^2 \right]^{1/2} = 35,3 \text{ МПа}$$

Характеристика безпеки складає

$$\beta_1 = \frac{212,8}{35,3} = 6,08.$$

Імовірність відмови нижньої ділянки ступінчастої колони дорівнює $Q_1 = 6,8 \cdot 10^{-10}$ (табл. Д.3).

В. Аналіз одержаних числових результатів. Розглянемо отримані формули (4.20) – (4.26). Коефіцієнт A_1 , що враховує вплив межі текучості на стандарт резерву стійкості, дорівнює одиниці. Коефіцієнт A_2 , пов'язаний з моментом, визначається відносно просто, аналогічно за формою із стійками постійного перерізу. Коефіцієнти A_3 і A_4 , пов'язані з поздовжніми силами, мають більш громіздкий вигляд. Відмітимо, що формули коефіцієнтів A_3 і A_4 для ступінчастої колони і стійки постійного перерізу відрізняються додатковим доданком.

Приведені результати розрахунку надійності колони засновані, з одного боку, на представленні зусиль у вигляді випадкових величин i , з іншого боку, на досить умовному переході від розрахункових значень зусиль до їх імовірнісних параметрів. Тому ці результати мають ілюстративний, якісний характер, особливо в частині імовірності відмови Q .

Проте, отримані дані дозволили зробити висновки, корисні для вироблення методики розрахунку надійності сталевих колон. Розроблений варіант розрахунку охоплює пружно-пластичний і пластичний випадки втрати стійкості, тому цей універсальний варіант оцінки використовується у подальших практичних розрахунках надійності колон.

Простежується значне зменшення імовірності відмови нижньої частини колони в порівнянні з верхньою частиною. Для цього конкретного прикладу це частково пояснюється недонапруженням нижньої частини колони: $\sigma = 180,4 \text{ МПа} < R_y = 215 \text{ МПа}$, тоді як верхня частина підібрана без запасу: $\sigma = 208,2 \text{ МПа}$. Проте і в загальному випадку різні ділянки ступінчастої колони мають бути різнонадійними внаслідок дії на нижню частину додаткової випадкової поздовжньої сили \tilde{F}_1 , що є наслідком кранового навантаження.

Як показали розрахунки, можна не враховувати випадковий характер F_1 і F_2 у формулах (4.16) і (4.17) для обчислення коефіцієнтів розрахункової довжини μ_1 і μ_2 , а використати тільки математичні очікування навантажень \bar{F}_1 і \bar{F}_2 . Таке допущення не знижує точності обчислень і дає можливість розглядати у рамках єдиного підходу стійки з нерухомим і рухомим верхніми кінцями (рис. 4.5, в, г), визначаючи по \bar{F}_1 і \bar{F}_2 коефіцієнти розрахункової довжини μ_1 і μ_2 по таблицях ДБН [41] або формулам посібника [146].

4.3.4. Розрахунок наскрізної колони. Більшість ступінчастих колон промислових будівель мають (наскрізну) гратчасту нижню частину (рис. 4.5, б), для якої розрахунок за нормами [41] включає перевірку стійкості окремих гілок (віток) як центрально стиснутих елементів.

Поздовжнє зусилля в гілці визначається як (рис. 4.5, б)

$$N_B = [y_i(F_1 + F_2) + M_1] / b_0,$$

де b_0 – відстань між осями гілок колони; y_i – відстань від центру тяжіння перерізу колони до осі протилежної гілки;

Резерв стійкості гілки як центрально стиснутого елемента записується у вигляді

$$\tilde{Y} = \tilde{\sigma}_y - [y_i(\tilde{F}_1 + \tilde{F}_2) + \tilde{M}_1] / (b_0 \varphi A_B), \quad (4.27)$$

де φ – коефіцієнт стійкості при центральному стиску (за нормами ДБН [41]), A_B – площа перерізу гілки.

4.4. ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ СТУПІНЧАСТИХ СТІЙОК ПРИ ВРАХУВАННІ ЧАСУ І РЕАЛЬНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

4.4.1. Врахування реальних навантажень. Перейдемо до врахування реальної схеми прикладення і статистичних характеристик навантажень, діючих на сталеві ступінчасті колони одноповерхових виробничих будівель (рис. 4.5, б). Враховуємо постійне навантаження від покриття \tilde{q}_Π (розділ 2.1), снігове навантаження \tilde{q}_C відповідно до рекомендацій розділу 2.2, вітрове навантаження \tilde{q}_B (див. розділ 2.3), вертикальне \tilde{F}_K і горизонтальне \tilde{H} кранове навантаження (розділ 2.4). Зусилля, що враховуються у розрахунках надійності колон, запишуться як

$$\begin{aligned} F_2 &= \alpha_{\Pi 4}^I q_\Pi + \alpha_{C 4}^{II} q_C; \quad F_1 = F_K; \\ M_2 &= \alpha_{\Pi 2}^{II} q_\Pi + \alpha_{C 2}^{II} q_C + \alpha_{B 2}^{II} q_B + \alpha_{K 2}^{II} F_K + \alpha_{H 2}^{II} H; \quad (4.28) \\ M_1 &= \alpha_{\Pi 2}^I q_\Pi + \alpha_{C 2}^I q_C + \alpha_{B 2}^I q_B + \alpha_{K 2}^I F_K + \alpha_{H 2}^I H, \end{aligned}$$

де коефіцієнти впливу α мають верхні індекси (римські цифри), що відповідають ділянкам колон, нижні буквенні індекси, що означають навантаження, нижні цифрові індекси –

індекси коефіцієнтів у формулі (4.20) для визначення стандарту резерву стійкості.

Очевидно, що числові характеристики випадкових F_1, F_2, M_1 і M_2 можуть визначатися як для лінійних функцій. Тому математичні очікування зусиль знаходять підстановкою у формули (4.28) математичних очікувань випадкових навантажень.

З урахуванням введених позначень формула визначення стандарту резерву стійкості верхньої частини \hat{Y}_2 набуває наступного вигляду:

$$\hat{Y}_2 = [\hat{\sigma}_y^2 + (\alpha_{q\Pi}^{II} \hat{q}_{\Pi})^2 + (\alpha_{qC}^{II} \hat{q}_C)^2 + (\alpha_{qB}^{II} \hat{q}_B)^2 + (\alpha_{Fk}^{II} \hat{F}_k)^2 + (\alpha_H^{II} \hat{H})^2]^{1/2};$$

$$\alpha_{q\Pi}^{II} = A_2^{II} \alpha_{\Pi 2}^{II} + A_4^{II} \alpha_{\Pi 4}^{II}; \quad \alpha_{qC}^{II} = A_2^{II} \alpha_{C2}^{II} + A_4^{II} \alpha_{C4}^{II}; \quad \alpha_{qB}^{II} = A_2^{II} \alpha_{B2}^{II}; \quad (4.29)$$

$$\alpha_{Fk}^{II} = A_2^{II} \alpha_{K2}^{II}; \quad \alpha_H^{II} = A_2^{II} \alpha_{H2}^{II}.$$

Для стандарту резерву стійкості нижньої частини ступінчастої колони \hat{Y}_1 маємо таку формулу:

$$\hat{Y}_1 = [\hat{\sigma}_y^2 + (\alpha_{q\Pi}^I \hat{q}_{\Pi})^2 + (\alpha_{qC}^I \hat{q}_C)^2 + (\alpha_{qB}^I \hat{q}_B)^2 + (\alpha_{Fk}^I \hat{F}_k)^2 + (\alpha_H^I \hat{H})^2]^{1/2};$$

$$\alpha_{q\Pi}^I = A_2^I \alpha_{\Pi 2}^I + A_4^I \alpha_{\Pi 4}^I; \quad \alpha_{qC}^I = A_2^I \alpha_{C2}^I + A_4^I \alpha_{C4}^I; \quad (4.30)$$

$$\alpha_{qB}^I = A_2^I \alpha_{B2}^I; \quad \alpha_{Fk}^I = A_2^I \alpha_{K2}^I + A_4^I; \quad \alpha_H^I = A_2^I \alpha_{H2}^I.$$

Тут у позначеннях коефіцієнтів A верхні індекси (римські цифри) відповідають ділянкам колон, нижні цифрові індекси – індекси коефіцієнтів у формулі (4.20) для визначення стандарту резерву стійкості.

Математичне сподівання резерву стійкості \bar{Y} і характеристика безпеки в цьому підході визначаються аналогічно попередньому варіанту розрахунку (розділ. 4.3.2).

4.4.2. Врахування фактору часу. При такому підході резерв стійкості представляється у вигляді квазістаціонарного випадкового процесу, і його сумарна ефективна частота визначається на основі загального виразу (3.75), враховуючи ефективні частоти окремих навантажень:

- для верхньої частини ступінчастої колони

$$\omega_{2q} = \frac{1}{\hat{Y}_2} [(\omega_C K_{tr} \alpha_{qC}^{II} \hat{q}_C)^2 + (\omega_B K_{tr} \alpha_{qB}^{II} \hat{q}_B)^2 + (\omega_k \alpha_{Fk}^{II} \hat{F}_K)^2 + (\omega_H \alpha_H^{II} \hat{H})^2]^{1/2}. \quad (4.31)$$

- для нижньої частини ступінчастої колони

$$\omega_{1q} = \frac{1}{\hat{Y}_1} [(\omega_C K_{tr} \alpha_{qC}^I \hat{q}_C)^2 + (\omega_B K_{tr} \alpha_{qB}^I \hat{q}_B)^2 + (\omega_k \alpha_{Fk}^I \hat{F}_k)^2 + (\omega_H \alpha_H^I \hat{H})^2]^{1/2}; \quad (4.32)$$

Імовірність відмови, у відповідності з формулою (3.46), визначається для верхньої і нижньої частин як

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= \omega_{1q} f_{1Y}(\beta_1) t / (\beta_{1\omega} \sqrt{2\pi}); \\ Q_2(t) &= \omega_{2q} f_{2Y}(\beta_2) t / (\beta_{2\omega} \sqrt{2\pi}), \end{aligned} \quad (4.33)$$

де t – термін експлуатації конструкції; $\beta_{1\omega}, \beta_{2\omega}$ – коефіцієнти широкополосності випадкового процесу резерву стійкості.

4.4.3. Числовий приклад. Оцінити надійність ступінчастої колони виробничої будівлі з урахуванням дії реальних навантажень і фактору часу (рис. 4.5, в).

Вихідні дані. Приймаємо геометричні і міцнісні параметри ступінчастої колони з числового прикладу п. 4.3.3. Колона входить у склад одноповерхової будівлі з утепленою залізобетонною покрівлею, оснащеної мостовими кранами вантажопідйомністю 50/12,5 тс, прольотом 28,5 м, група режимів роботи БК; будівля знаходиться у III сніговому районі і I вітровому районі [181].

Коефіцієнти впливу (із статичного розрахунку поперечної рами):

1) постійне навантаження:

$$\alpha_{П2}'' = 96,59 \text{ м}^3, \alpha_{П4}'' = \alpha_{П4}' = 135,33 \text{ м}^2, \alpha_{П2}' = 44,2 \text{ м}^3;$$

2) снігове навантаження:

$$\alpha_{С2}'' = 101,4 \text{ м}^3; \alpha_{С4}'' = \alpha_{С4}' = 141,40 \text{ м}^2, \alpha_{С2}' = 46,43 \text{ м}^3;$$

3) вітрове навантаження:

$$\alpha_{В2}'' = 462,96 \text{ м}^3, \alpha_{В2}' = 1598,8 \text{ м}^3;$$

4) вертикальне кранове навантаження:

$$\alpha_{К2}'' = 0,1716 \text{ м}, \alpha_{К2}' = 0,162 \text{ м};$$

5) горизонтальне кранове навантаження:

$$\alpha_{Н2}'' = 1,158 \text{ м}, \alpha_{Н2}' = 3,795 \text{ м}.$$

Числові характеристики навантажень:

1) постійне навантаження – за розрахунковим значенням $3,34 \text{ кН/м}^2$ при $V_n = 0,1$ і $\gamma_{П} = 3,0$ одержуємо $\bar{q}_{П} = 2,57 \text{ кН/м}^2$, $\hat{q}_n = 0,257 \text{ кН/м}^2$;

2) снігове навантаження (III район) – $\bar{q}_C = 0,631 \text{ кН/м}^2$, $\hat{q}_C = 0,581 \text{ кН/м}^2$, ефективна частота $\omega_C = 0,073$ 1/добу, коефіцієнт тренду $K_{tr} = 0,229$, тривалість зими $t_3 = 150$ діб (табл. 2.13);

3) вітрове навантаження (I район) – $\bar{q}_B = 0,0086 \text{ кН/м}^2$, $\hat{q}_B = 0,0156 \text{ кН/м}^2$, ефективна частота $\omega_B = 6,58$ 1/добу, коефіцієнт тренду $K_{tr} = 0,426$ (табл. 2.18);

4) вертикальне кранове навантаження – ефективна частота $\omega_K = 71,0$ 1/год (табл. 2.25), вагові параметри мостового крану – загальна вага $Q_K = 595 \text{ кН}$, тиск колеса $F_{max}^n = 415 \text{ кН}$; за табл. 2.25 $\bar{X} = 0,66 - 0,243\eta$, $\hat{X} = 0,131$ (по відношенню до навантаження від одного крана),

$$\eta = Q / Q_K = 500/595 = 0,840, \quad \bar{X} = 0,66 - 0,243 \cdot 0,840 = 0,456.$$

Нормативне вертикальне навантаження на колону від 1-го крана:

$$F_{1K}^H = 415(1 + 0,53) = 635,0 \text{ кН}, \quad \bar{F}_K = 0,456 \cdot 635 = 289,6 \text{ кН},$$

$$\hat{F}_K = 0,131 \cdot 635,0 = 83,2 \text{ кН};$$

5) горизонтальне кранове навантаження [141] (табл. П.1.1):

$$\bar{H} = 0,175 \cdot F_{cp}^{BG}; \quad \hat{H} = 0,063 \cdot F_{cp}^{BG}, \quad F_{cp}^{BG} = (595/4) \cdot 1,53 = 227,6 \text{ кН};$$

$$\bar{H} = 0,175 \cdot 227,6 = 39,8 \text{ кН}, \quad \hat{H} = 0,063 \cdot 227,6 = 14,3 \text{ кН}.$$

Числові характеристики зусиль (формули (4.28)).

$$\bar{F}_2 = 135,33 \cdot 2,57 + 141,1 \cdot 0,631 = 436,9 \text{ кН};$$

$$\hat{F}_2 = \sqrt{(135,33 \cdot 0,257)^2 + (141,4 \cdot 0,581)^2} = 89,15 \text{ кН};$$

$$\bar{F}_1 = 289,6 \text{ кН}, \quad \hat{F}_1 = 83,2 \text{ кН};$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_2 &= 96,59 \cdot 2,57 + 101,4 \cdot 0,631 + 482,96 \cdot 0,086 + \\ &+ 0,1716 \cdot 289,6 + 1,158 \cdot 39,8 = 419,1 \text{ кНм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= 44,2 \cdot 2,57 + 46,43 \cdot 0,631 + 1598,8 \cdot 0,086 + \\ &+ 0,162 \cdot 289,6 + 3,795 \cdot 39,8 = 354,5 \text{ кНм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_2 &= \left[(96,59 \cdot 0,257)^2 + (101,4 \cdot 0,581)^2 + (462,96 \cdot 0,0156)^2 + \right. \\ &\left. + (0,1716 \cdot 83,2)^2 + (1,158 \cdot 14,3)^2 \right]^{1/2} = 67,8 \text{ кНм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_1 &= \left[(44,2 \cdot 0,257)^2 + (46,43 \cdot 0,581)^2 + (1598,8 \cdot 0,0156)^2 + \right. \\ &\left. + (0,162 \cdot 83,2)^2 + (3,795 \cdot 14,3)^2 \right]^{1/2} = 67,8 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

Математичне сподівання для верхньої ділянки
(аналогічно числовому прикладу 4.3.3).

$$\bar{\lambda}_2 = \lambda_2 \sqrt{\bar{\sigma}_y / E} = 19,0 \sqrt{300 / 2,1 \cdot 10^5} = 0,718.$$

За формулою (4.17) визначаємо коефіцієнт розрахункової довжини

$$\mu_2 = \frac{16,43}{3,97} \sqrt{\frac{88000}{398327}} \sqrt{1,06^2 + 0,67^2} \frac{289,6}{436,9} = 2,76 < 3;$$

$$\mu_2 \bar{\lambda}_2 = 2,76 \cdot 0,718 = 1,982; \lg(\mu_2 \bar{\lambda}_2) = 0,297.$$

За формулами (4.12) визначаємо допоміжні коефіцієнти:

$$\bar{b} = 0,70 - 0,62 \cdot 0,297 = 0,516; \quad \bar{c} = 0,943 - \frac{0,075}{0,516} = 0,798.$$

Середній відносний ексцентриситет за формулою (4.2):

$$\bar{m} = \frac{419,1 \cdot 100 \cdot 183,4}{436,9 \cdot 3530} = 4,984.$$

Коефіцієнт, що враховує форму перерізу (табл. Ж.2 [41]):

$$\bar{\eta} = (1,75 - 0,1 \cdot 4,984) - 0,02(5 - 4,983)1,982 = 1,251.$$

Приведений відносний ексцентриситет:

$$\bar{m}_{ef} = \bar{\eta} \bar{m} = 1,251 \cdot 4,984 = 6,234; \lg \bar{m}_{ef} = 0,795.$$

Математичне сподівання резерву стійкості з підстановкою математичних сподівань аргументів у формулу (4.19):

$$\bar{Y}_2 = 300 - \frac{436,9 \cdot 10}{183,4 \cdot 0,516(1 - 0,798 \cdot 0,715)} = 173,83 \text{ МПа.}$$

Стандарт резерву стійкості верхньої ділянки.

Коефіцієнти для визначення стандарту резерву стійкості:

- за формулою (4.15):

$$A_2 = -\frac{0,4343 \cdot 0,798 \cdot 1,251}{0,516 \cdot 6,234 \cdot 3530(1 - 0,798 \cdot 0,795)^2} = -2,86 \cdot 10^{-4} \text{ 1/см}^3;$$

- за формулою (4.21):

$$A_3 = -\frac{0,14 \cdot 0,67^2}{1,06^2 + 0,67^2} \cdot \frac{289,6}{436,9} \cdot \frac{0,943 \cdot 0,795 - 1}{183,4 \cdot 0,516^2(1 - 0,798 \cdot 0,795)^2} =$$

$$= 1,687 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2;$$

- за формулою (4.22):

$$A_4 = -\frac{289,6}{436,9} (1,687 \cdot 10^{-3}) - \frac{1 - 0,798 \cdot 0,795 - 0,4343 \cdot 0,798}{183,4 \cdot 0,516^2(1 - 0,798 \cdot 0,795)^2} =$$

$$= -4,02 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2.$$

Допоміжні коефіцієнти до формули (4.29):

$$\alpha_{qII}^{II} = -2,86 \cdot 10^{-4} \cdot 96,59 \cdot 10^6 - 4,02 \cdot 10^{-3} \cdot 135,33 \cdot 10^4 = -3,304 \cdot 10^4;$$

$$\alpha_{qC}^{II} = -2,86 \cdot 10^{-4} \cdot 101,4 \cdot 10^6 - 4,02 \cdot 10^{-3} \cdot 141,40 \cdot 10^4 = -3,47 \cdot 10^4;$$

$$\alpha_{qB}^{II} = -2,86 \cdot 10^{-4} \cdot 462,96 \cdot 10^6 = -13,24 \cdot 10^4;$$

$$\alpha_{FK}^{II} = -2,86 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1716 \cdot 10^2 = -4,91 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2;$$

$$\alpha_H^{II} = -2,86 \cdot 10^{-4} \cdot 1,158 \cdot 10^2 = -3,31 \cdot 10^{-2} \text{ 1/см}^2.$$

Стандарт резерву стійкості верхньої ділянки колони (формула (4.29)):

$$\hat{Y}_2 = \left[30^2 + (-3,304 \cdot 10^4 \cdot 0,257 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + (-3,47 \cdot 10^4 \cdot 0,581 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \right. \\ \left. + (-13,24 \cdot 10^4 \cdot 0,0156 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + (-4,91 \cdot 10^{-3} \cdot 89,15 \cdot 10)^2 + \right. \\ \left. + (-3,39 \cdot 10^{-2} \cdot 14,3 \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 37,8 \text{ МПа.}$$

Математичне сподівання для нижньої частини
(аналогічно числовому прикладу 4.3.3).

$$\bar{\lambda}_1 = \lambda_1 \sqrt{\bar{\sigma}_y / E} = 39,4 \sqrt{300 / 2,1 \cdot 10^5} = 1,49.$$

За формулою (4.16) визначаємо коефіцієнт розрахункової довжини

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{0,67^2 \cdot 289,6 + 1,06^2 \cdot 436,9}{289,6 + 436,9}} = 0,924;$$

$$\mu_1 \bar{\lambda}_1 = 0,924 \cdot 1,49 = 1,378; \lg(\mu_1 \bar{\lambda}_1) = 0,139.$$

За формулами (4.12) визначаємо допоміжні коефіцієнти:

$$\bar{b} = 0,70 - 0,62 \cdot 0,139 = 0,614; \quad \bar{c} = 0,943 - \frac{0,075}{0,614} = 0,821.$$

Середній відносний ексцентриситет за формулою (4.2):

$$\bar{m} = \frac{354,5 \cdot 100 \cdot 228,2}{726,5 \cdot 7970} = 1,401.$$

Коефіцієнт, що враховує форму перерізу (табл. Ж.2 [41]):

$$\bar{\eta} = (1,75 - 0,1 \cdot 1,401) - 0,02(5 - 1,401)1,378 = 1,486.$$

Приведений відносний ексцентриситет:

$$\bar{m}_{ef} = \bar{\eta} \bar{m} = 1,486 \cdot 1,401 = 2,081; \lg \bar{m}_{ef} = 0,318.$$

Математичне сподівання резерву стійкості нижньої ділянки колони з підстановкою математичних сподівань аргументів у формулу (4.23):

$$\bar{Y}_1 = 300 - \frac{(289,6 + 436,9)10}{228,2 \cdot 0,614(1 - 0,821 \cdot 0,318)} = 225,93 \text{ МПа.}$$

Стандарт резерву стійкості нижньої ділянки.

Коефіцієнти для визначення стандарту резерву стійкості:

- за формулою (4.15):

$$A_2 = - \frac{0,4343 \cdot 0,821 \cdot 1,486}{0,614 \cdot 2,081 \cdot 7970(1 - 0,821 \cdot 0,318)^2} = -0,953 \cdot 10^{-4} \text{ 1/см}^3;$$

- за формулою (4.24) з використанням допоміжного параметру (4.25):

$$\delta_1 = \frac{289,6}{436,9 + 289,6} \frac{1,06^2 - 0,67^2}{0,924^2} = 0,315.$$

$$A_3 = - \frac{0,614(1 - 0,821 \cdot 0,318 - 0,43 \cdot 0,821)}{228,2 \cdot 0,614^2(1 - 0,821 \cdot 0,318)^2} +$$

$$+ \frac{0,14 \cdot 0,315 \frac{289,6}{436,9} (1 - 0,943 \cdot 0,318)}{228,2 \cdot 0,614^2(1 - 0,821 \cdot 0,318)^2} = -6,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2;$$

- за формулою (4.26):

$$A_4 = - \frac{0,614(1 - 0,821 \cdot 0,318 - 0,43 \cdot 0,821)}{228,2 \cdot 0,643^2(1 - 0,826 \cdot 0,097)^2} -$$

$$- \frac{0,41 \cdot 0,315(1 - 0,943 \cdot 0,318)}{228,2 \cdot 0,614^2(1 - 0,821 \cdot 0,318)^2} = -8,865 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2.$$

Допоміжні коефіцієнти до формули (4.30):

$$\begin{aligned}\alpha_{qII}^I &= -0,953 \cdot 10^{-4} \cdot 44,2 \cdot 10^6 - 8,865 \cdot 10^{-3} \cdot 135,33 \cdot 10^4 = -1,62 \cdot 10^4; \\ \alpha_{qC}^I &= -0,953 \cdot 10^{-4} \cdot 46,43 \cdot 10^6 - 8,865 \cdot 10^{-3} \cdot 141,40 \cdot 10^4 = -1,70 \cdot 10^4; \\ \alpha_{qB}^I &= -0,953 \cdot 10^{-4} \cdot 1598,8 \cdot 10^6 = -15,24 \cdot 10^4; \\ \alpha_{FK}^I &= -0,953 \cdot 10^{-4} \cdot 0,162 \cdot 10^2 - 8,865 \cdot 10^{-3} = -10,41 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^2; \\ \alpha_H^I &= -0,953 \cdot 10^{-4} \cdot 3,795 \cdot 10^2 = -3,61 \cdot 10^{-2} \text{ 1/см}^2.\end{aligned}$$

Стандарт резерву стійкості нижньої ділянки колони (формула (4.30)):

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 &= \left[30^2 + (-1,62 \cdot 10^4 \cdot 0,257 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + (-1,70 \cdot 10^4 \cdot 0,581 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \right. \\ &+ (-15,24 \cdot 10^4 \cdot 0,0156 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + (-10,41 \cdot 10^{-3} \cdot 89,15 \cdot 10)^2 + \\ &\left. + (-3,61 \cdot 10^{-2} \cdot 14,3 \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 33,75 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Оцінка надійності з урахуванням часу.

Верхня ділянка ступінчастої колони. Ефективна частота випадкового процесу резерву стійкості за формулою (4.36):

$$\begin{aligned}\omega_{2q} &= \frac{1}{37,8^2} \left[(0,073 \cdot 0,229 \cdot 3,47 \cdot 10^4 \cdot 0,581 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \right. \\ &+ (6,58 \cdot 0,426 \cdot 13,24 \cdot 10^4 \cdot 0,0156 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \\ &+ (71,0 \cdot 24 \cdot 4,91 \cdot 10^{-3} \cdot 89,15 \cdot 10)^2 + \\ &\left. + (71,0 \cdot 24 \cdot 3,31 \cdot 10^{-2} \cdot 14,3 \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 290,71/\text{добу}.\end{aligned}$$

Для визначення коефіцієнта широкополосності визначаємо складові стандарту резерву стійкості:

- статична складова (міцність, постійне навантаження, низькочастотні снігове і вітрове навантаження):

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{s2} &= \left[30^2 + (-3,304 \cdot 10^4 \cdot 0,257 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + (-3,47 \cdot 10^4 \cdot 0,581 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \right. \\ &\left. + (-13,24 \cdot 10^4 \cdot 0,0156 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 37,2 \text{ МПа};\end{aligned}$$

- високочастотна складова (вертикальне і горизонтальне кранове навантаження):

$$\hat{Y}_{D2} = \left[(-4,91 \cdot 10^{-3} \cdot 89,15 \cdot 10)^2 + (-3,39 \cdot 10^{-2} \cdot 14,3 \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 6,5 \text{ МПа.}$$

Співвідношення стандартів

$$K = \frac{\hat{Y}_{S2}}{\hat{Y}_{D2}} = \frac{37,2}{6,5} = 5,72.$$

Коефіцієнт широкополосності випадкового процесу резерву стійкості за формулою (3.99):

$$\beta_{2\omega} = 3\sqrt{1 + 5,72^2} = 17,3.$$

Характеристика безпеки

$$\beta_2 = \frac{173,83}{37,8} = 4,64.$$

Зважаючи на те, що більшість вагомих аргументів функції резерву стійкості колони (міцність, постійне, горизонтальне і вертикальне навантаження) мають нормальний розподіл, можна аргументовано вважати цю функцію нормальною і визначити ординату $f_{2Y}(\beta_2 = 4,64) = 1 \cdot 10^{-5}$ за таблицями нормального розподілу [91].

Імовірність відмови верхньої ділянки колони за формулою (4.38), враховуючи термін експлуатації 50 років і щорічний зимовий час 150 діб:

$$Q_2(t) = \frac{1 \cdot 10^{-5} \cdot 290,7 \cdot 150 \cdot 50}{17,3\sqrt{2\pi}} = 0,506.$$

Це значення імовірності відмови можна трактувати так, що відмова колони може траплятися із середнім періодом

$$T = \frac{50}{0,506} = 98,8 \approx 100 \text{ років.}$$

Такий рівень надійності можна вважати достатнім.

Нижня ділянка ступінчастої колони. Ефективна частота випадкового процесу резерву стійкості за формулою (4.37):

$$\begin{aligned} \omega_{1q} = \frac{1}{33,75^2} & \left[(0,073 \cdot 0,229 \cdot 1,7 \cdot 10^4 \cdot 0,581 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \right. \\ & + (6,58 \cdot 0,426 \cdot 15,24 \cdot 10^4 \cdot 0,0156 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \\ & + (71,0 \cdot 24 \cdot 10,41 \cdot 10^{-3} \cdot 83,2 \cdot 10)^2 + \\ & \left. + (71,0 \cdot 24 \cdot 3,61 \cdot 10^{-2} \cdot 14,3 \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 509,11/\text{добу}. \end{aligned}$$

Для визначення коефіцієнта широкополосності визначаємо складові стандарту резерву стійкості:

- статична складова (міцність, постійне навантаження, низькочастотні снігове і вітрове навантаження):

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{S1} = & \left[30^2 + (-1,62 \cdot 10^4 \cdot 0,257 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + (-1,7 \cdot 10^4 \cdot 0,581 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 + \right. \\ & \left. + (-15,24 \cdot 10^4 \cdot 0,0156 \cdot 10^{-4} \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 31,95 \text{ МПа}; \end{aligned}$$

- високочастотна складова (вертикальне і горизонтальне кранове навантаження):

$$\hat{Y}_{D1} = \left[(-10,41 \cdot 10^{-3} \cdot 89,15 \cdot 10)^2 + (3,61 \cdot 10^{-2} \cdot 14,3 \cdot 10)^2 \right]^{1/2} = 10,6 \text{ МПа.}$$

Співвідношення стандартів

$$K = \frac{\hat{Y}_{D1}}{\hat{Y}_{S1}} = \frac{31,95}{10,6} = 3,01.$$

Коефіцієнт широкополосності випадкового процесу резерву стійкості за формулою (3.99):

$$\beta_{1\omega} = 3\sqrt{1 + 3,01^2} = 9,52.$$

Характеристика безпеки

$$\beta_1 = \frac{225,93}{33,75} = 6,69.$$

Зважаючи на те, що більшість вагомих аргументів функції резерву стійкості колони (міцність, постійне, горизонтальне і вертикальне навантаження) мають нормальний розподіл, можна аргументовано вважати цю функцію нормальною і визначити ординату $f_{1Y}(\beta_1 = 6,69) = 8,56 \cdot 10^{-11}$ за таблицями нормального розподілу [91].

Імовірність відмови верхньої ділянки колони за формулою (4.38), враховуючи термін експлуатації 50 років і щорічний зимовий час 150 діб:

$$Q_1(t) = \frac{8,56 \cdot 10^{-11} \cdot 509,1 \cdot 150 \cdot 50}{9,52\sqrt{2\pi}} = 1,37 \cdot 10^{-5}.$$

Цей приклад розрахунку надійності колони з урахуванням фактора часу, як і попередній приклад п. 4.3.3, показує, що надійність нижньої ділянки ступінчастої колони є суттєво вищою, ніж надійність верхньої ділянки.

4.4.4. Розрахунок надійності ступінчастих колон виробничих будівель. По наведеним вище формулам був перевірений ряд характерних ступінчастих колон виробничих будівель, запроектованих по нормах [41, 181], отримані результати ілюструється *табл. 4.3*, в якій прийняті позначення: L – проліт поперечної рами виробничої будівлі; B – крок колон; l_1, l_2 – довжини відповідно верхньої і нижньої ділянок колони; σ_2, σ_1 – напруження за розрахунком відповідно для верхньої і

нижньої ділянок колони; β_2 , ω_2 , β_1 , ω_1 – характеристика безпеки і ефективна частота відповідно для верхньої і нижньої ділянок колони; $Q_2(t)$, $Q_1(t)$ – імовірність відмови відповідно верхньої і нижньої ділянки колони, наближено визначена по числу викидів $N_+(t) \leq 1$ при терміні експлуатації $t = 50$ років.

Як видно з *табл. 4.3*, були розглянуті колони в широкому діапазоні параметрів: при жорсткому і шарнірному сполученні колон з ригелями, для рам з прольотами 24...36 м і кроком 6...12 м, з теплою і холодною покрівлею по сталевому профільованому настилу і залізобетонним панелям, з мостовими кранами вантажопідйомністю від 30/5тс до 125/20тс груп режимів 4К – 6К і 7К, для снігового і вітрового навантаження I...III районів; всі колони підібрані без запасу за розрахунком.

Дані *табл. 4.3* показують, що верхні ділянки ступінчастих колон мають імовірність відмови одного порядку з колонами постійного перерізу (*табл. 4.2*) і кроквяними балками при важкій покрівлі (*табл. 3.8*), тому можна говорити про приблизну рівну забезпеченість цієї групи сталевих конструкцій на рівні періодичності можливих відмов 70...100 років і більше. В той же час систематично, як при жорсткому, так і при шарнірному сполученні ригелів з колонами, надійність нижніх ділянок колон виявляється значно вище, ніж верхніх ділянок. При цьому ефективні частоти ВП резерву стійкості нижніх ділянок колон виходять помітно (до 10 разів) більше, ніж для верхніх ділянок, внаслідок більшого впливу високочастотних вертикальних і горизонтальних навантажень кранів.

На основі результатів розрахунків, частина з яких представлена в *табл. 4.3*, на базі критерію рівнонадійності ділянок можна рекомендувати вводити в розрахункові формули для суцільних і наскрізних нижніх ділянок ступінчастих колон коефіцієнт умов роботи, отриманий в розрахованих варіантах рівним 1,15...1,53. Як вказувалося вище, одним з параметрів, що впливають на цей коефіцієнт, є відношення поздовжніх сил верхньої й нижньої ділянок колон. Для диференціації коефіцієнту γ_c і деталізації його зв'язку з різними параметрами потрібне подальше вивчення цього питання.

Таблиця 4.3

Оцінка надійності ступінчастих колон виробничих будівель

Варіант	Сполучення ригеля	Геометричні параметри		Навантаження					Напруження за розрахунком		Верхня ділянка колони			Нижня ділянка колони			γ_c
		$\frac{L}{B}$	$\frac{l_2}{l_1}$	Покривля	Крани		Райони		R_y МПа	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	β_2	ω_2 1/добу	$Q_2(t)$	β_1	ω_1 1/добу	$Q_1(t)$	
					$Q, тс$	Режим	Снігові	Вітрові									
1	жорстка	24/12	3,97/16,4	тепла з.б.панелі	15/3	7К	III	I	215	$\frac{208,2}{212,0}$	4,98	322,5	0,48	5,84	456,8	$0,96 \cdot 10^{-2}$	1,15
2	жорстка	36/12	6,6/12,4	тепла з.б.панелі	125/20	4К-6К	III	II	210	$\frac{208,0}{207,1}$	5,52	78,0	0,023	6,51	562,4	$4,15 \cdot 10^{-4}$	1,15
3	шарнірне	30/12	6,1/11,0	тепла проф. настил	100/20	4К-6К	III	II	$\frac{206}{284}$	$\frac{205,0}{274,0}$	6,20	180,2	$9,83 \cdot 10^{-4}$	7,53	386,7	$2,24 \cdot 10^{-7}$	1,32
4	жорстка	30/12	6,4/14,2	тепла з.б.панелі	100/20	4К-6К	III	II	210	$\frac{209,0}{193,6}$	5,36	78,0	0,054	6,7	502,4	$6,5 \cdot 10^{-5}$	1,25
5	шарнірне	36/12	6,02/14,4	тепла з.б.панелі	80/20	7К	III	II	240	$\frac{186,1}{238,2}$	5,29	215,3	0,213	7,47	1971,8	$1,71 \cdot 10^{-6}$	1,18
6	шарнірне	24/12	5,23/17,0	тепла з.б.панелі	50/10	4К-6К	I	III	240	$\frac{178,3}{212,8}$	5,01	126,0	0,54	7,88	1227,7	$5,0 \cdot 10^{-8}$	1,19
7	шарнірне	24/6	3,25/9,75	холодна з.б.панелі	30/5	7К	II	I	240	$\frac{230,0}{233,3}$	5,04	197,2	0,71	9,08	1862,7	$2,78 \cdot 10^{-12}$	1,32

Отримані дані дозволяють в першому наближенні із запасом визначити по нижніх обчислених значеннях коефіцієнт умов роботи $\gamma_c = 1,15$ для нижніх частин сталевих ступінчастих колон і рекомендувати його в норми проектування і підсилення сталевих конструкцій.

Глава 5 НАДІЙНІСТЬ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ

Процес руйнування статично невизначеної конструкції полягає в послідовному виході з роботи окремих елементів до тих пір, поки система не перетвориться на статично визначену, а потім у змінювану

**М.С. Стрілецький, член-кореспондент Академії наук СРСР
"Основи статистичного обліку коефіцієнта запасу
міцності споруд", 1947 р.**

Надійність будь-якого ланцюга визначається надійністю найслабкішої ланки. Все визначить найбільш невтриманий

Лайні Тейлор «Сни богів і монстрів», 2015 р.

У даній главі перейдемо від розгляду надійності окремих елементів до імовірнісного розрахунку конструктивних систем, коло яких обмежимо статично невизначеними стержневими системами (СНС) різної складності, що включають як окремі балки, так і багатоповерхові і багатопролітні поперечники виробничих будівель (рис. 5.1). Тому виникає задача визначення структурної надійності, тобто результуючої надійності СНС при заданій її структурі і характері роботи та відомих значеннях надійності всіх елементів, які входять до неї.

Специфіка таких будівельних систем з точки зору надійності полягає, передусім, в різноманітті їх відмов. Наприклад, сталева поперечна рама може мати відмови у вигляді руйнування окремих колон і ригелів, руйнування вузлів їх сполучення і спирання колон на фундаменти, залишкових деформацій елементів, що роблять неможливою експлуатацію

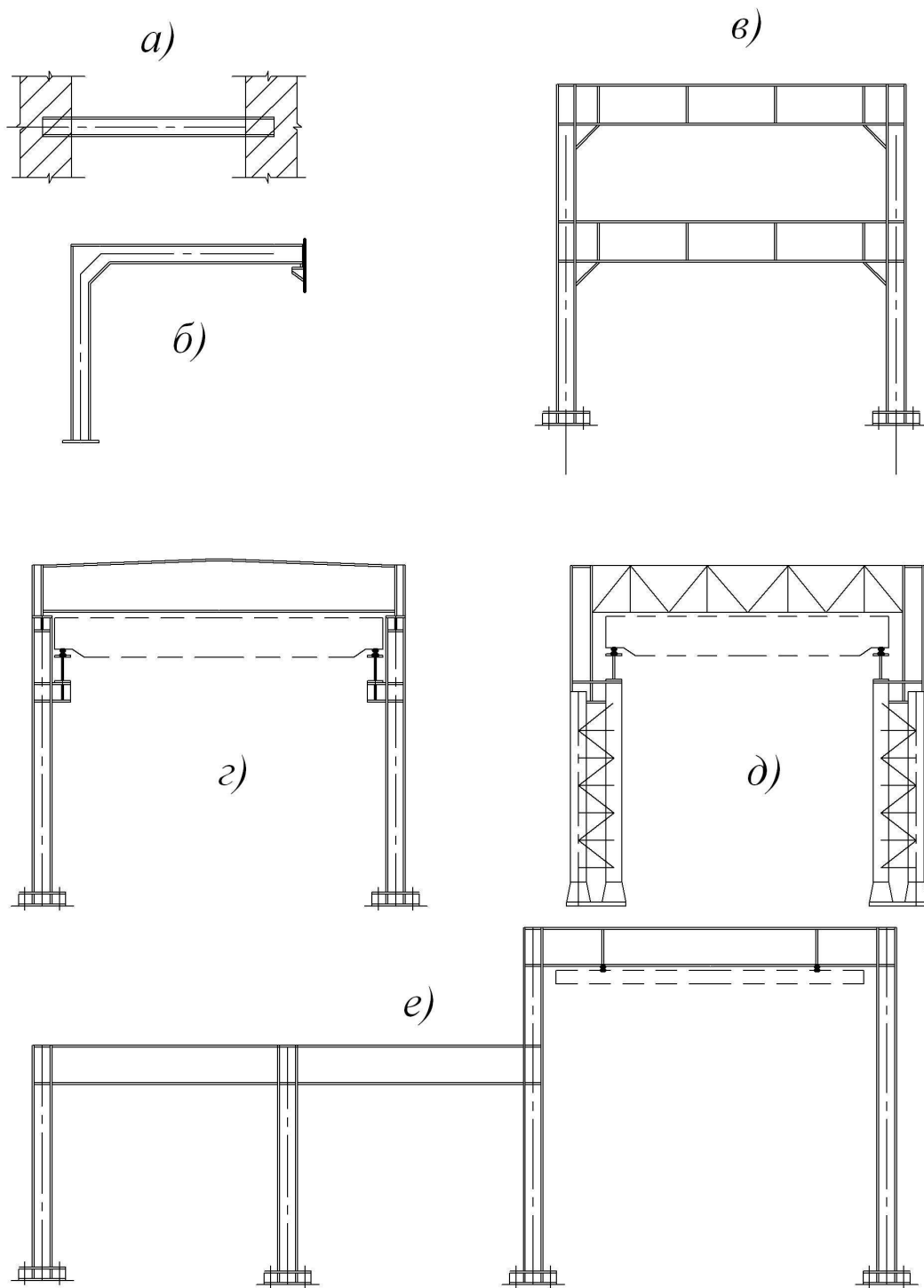


Рис. 5.1. Приклади статично невизначених конструктивних систем:

а – защемлена балка; б – Г-подібна рама; в – двоповерхова рама;
 г, д – поперечники виробничих будівель з мостовими кранами;
 е – багатопролітна рама з підвісним краном.

будівлі і т.п., а також відмови внаслідок надмірних переміщень елементів під навантаженням, що утрудняють нормальну експлуатацію конструкцій і т.д. У даній роботі обмежимося відмовами, пов'язаними з втратою несучої здатності СНС.

В теорії надійності будівельних конструкцій розрахунок статично невизначених систем вважається однією із найскладніших проблем. Причиною цього є складний характер руйнування СНС, який відрізняється від характеру руйнування статично визначеної системи тим, що при відмові одного або навіть кількох елементів СНС може зберігати працездатний стан. Тому руйнування статично невизначеної системи може відбуватися, по мірі відмов окремих елементів, шляхом переходу через різні працездатні стани, відповідні до різних схем та імовірнісних параметрів системи. Внаслідок цього оцінка надійності СНС являє собою досить громіздку задачу, ступінь складності якої швидко зростає відповідно до складності системи.

5.1. СТРУКТУРНА НАДІЙНІСТЬ ТИПОВИХ СХЕМ

В загальній теорії надійності технічних систем розроблені прийоми розрахунку структурної надійності систем елементів, які можуть використовуватися безпосередньо для відносно простих будівельних систем або як складові поглиблених методів розрахунку надійності СНС.

5.1.1. Послідовне з'єднання елементів. Це самий простий і важливий випадок, широко поширений у схемах різного призначення, зокрема у статично визначених системах. Будемо вважати, що n елементів у системі з'єднані послідовно у відношенні надійності, якщо відмова будь-якого елемента спричиняє відмову всієї системи (рис. 5.2, а). Для безвідмовної роботи такої системи протягом часу t потрібно, щоб кожний елемент працював безвідмовно цей час. Будемо вважати елементи незалежними, що означає, що вихід із ладу одних елементів не змінює надійності інших. У цьому випадку функція надійності системи в цілому $P(t)$ визначиться як добуток функцій надійності елементів $P_i(t)$:

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t). \quad (5.1)$$

Якщо надійність елементів розподілена згідно з експоненційним законом, вираз (5.1) може бути розкритий таким чином:

$$P(t) = \exp(-\lambda_1 t) \cdot \exp(-\lambda_2 t) \cdot \dots \cdot \exp(-\lambda_n t) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t] = \exp(-\lambda t); \quad (5.2)$$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i. \quad (5.3)$$

Отже, при послідовному з'єднанні надійність системи також описується експоненційним законом, а інтенсивності відмов елементів складаються.

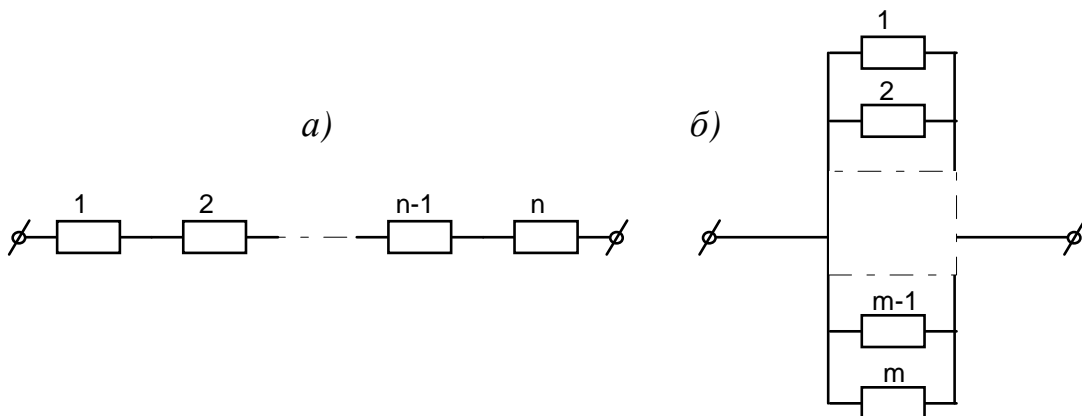


Рис. 5.2. Типові структурні схеми:
а – послідовне з'єднання; б – паралельне з'єднання

Якщо позначити через T_0 середній наробіток до відмови системи, а через T_i – середній наробіток до відмови i -го елемента, то з урахуванням формул (1.43) і (5.3) одержимо:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} = \frac{1}{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n}}. \quad (5.4)$$

Якщо елементи системи мають однакову надійність і інтенсивності відмов λ_e , вищенаведені формули спрощуються:

$$P(t) = \exp(-n \cdot \lambda_e \cdot t); \quad \lambda = n \cdot \lambda_e; \quad T_0 = \frac{T_e}{n}. \quad (5.5)$$

У практичних розрахунках надійності будівельних конструкцій, де використовуються дуже малі ймовірності відмов елементів $Q_i(t) = 1 - P_i(t)$, задовольняється наступна нерівність:

$$Q_1(t) + Q_2(t) + \dots + Q_n(t) \ll 1.$$

При цій умові для послідовного з'єднання справедлива наближена формула:

$$Q(t) \cong Q_1(t) + Q_2(t) + \dots + Q_n(t) = \sum_{i=1}^n Q_i(t). \quad (5.6)$$

Легко бачити, що з цієї формули для наближеного виразу експоненційного закону (1.42) виводиться формула (5.3).

Судячи з формул (5.1) – (5.6), надійність систем із послідовно з'єднаних елементів нижче, ніж надійність окремих елементів, причому ця різниця зростає зі збільшенням числа елементів, що входять у систему. Це положення ілюструється наступним числовим прикладом.

5.1.2. Числовий приклад. *Визначити імовірність безвідмовної роботи статично визначеної системи з п'ятьох елементів.*

Вихідні дані: середні інтенсивності відмов елементів:

$$\lambda_1 = 0,04 \cdot 10^{-6} \text{ 1/рік}; \quad \lambda_2 = 0,087 \cdot 10^{-6} \text{ 1/рік}; \quad \lambda_3 = 0,26 \cdot 10^{-6} \text{ 1/рік}; \\ \lambda_4 = 0,11 \cdot 10^{-6} \text{ 1/рік}; \quad \lambda_5 = 0,016 \cdot 10^{-6} \text{ 1/рік}.$$

Структурна схема статично визначеної системи складається з елементів, з'єднаних послідовно, тому інтенсивність відмов системи, відповідно до (5.3), дорівнює:

$$\lambda = (0,04 + 0,087 + 0,26 + 0,11 + 0,016) \cdot 10^{-6} = 0,513 \cdot 10^{-6} \text{ 1/рік.}$$

Результуючі ймовірності безвідмовної роботи і відмови системи, відповідно до (5.2), при терміні служби $t = 100$ років дорівнюють:

$$P(t = 100 \text{ років}) = \exp(-0,513 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2) = 0,9999487.$$

$$Q(t = 100 \text{ років}) = 1 - 0,9999487 = 5,13 \cdot 10^{-5}.$$

У той же час для найменш надійного елемента системи ($i = 3$) маємо:

$$P(t = 100 \text{ років}) = \exp(-0,26 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2) = 0,999974.$$

$$Q(t = 100 \text{ років}) = 1 - 0,999974 = 2,6 \cdot 10^{-5}.$$

Даний приклад підтверджує, що надійність послідовного з'єднання нижче надійності найменш надійного елемента, що входить у з'єднання.

5.1.3. Паралельне з'єднання. Вважається, що m елементів з'єднані паралельно у відношенні надійності, якщо відмова системи настає тільки тоді, коли виходять із ладу (відмовляють) усі елементи, що входять у систему. Прикладом системи з таким з'єднанням елементів є схема, що складається з декількох компонентів, які виконують ту саму функцію (рис. 5.2, б). Ця функція буде порушена тільки тоді, коли відмовлять усі ці компоненти. Якщо елементи схеми незалежні у відношенні надійності, то ймовірність відмови системи визначається як

$$Q(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t) \cdots Q_m(t) = \prod_{j=1}^m Q_j(t) = \prod_{j=1}^m [1 - P_j(t)] \quad (5.7)$$

Функція надійності схеми, що складається із паралельно з'єднаних елементів, відповідно дорівнює

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - P_j(t)] \quad (5.8)$$

Якщо надійність елементів описується експоненціальним законом, за (5.8) маємо:

$$P(t) = 1 - [1 - \exp(-\lambda_1 t)] \cdot [1 - \exp(-\lambda_2 t)] \cdots [1 - \exp(-\lambda_m t)]. \quad (5.9)$$

Звідси видно, що надійність системи не відповідає експоненціальному закону. Якщо елементи мають однакову надійність $Q_e(t)$, отримуємо

$$Q(t) = [Q_e(t)]^m = [1 - \exp(-\lambda_e t)]^m. \quad (5.10)$$

Середній наробіток системи до відмови в цьому випадку визначається як

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_e} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m} \right). \quad (5.11)$$

При великому m

$$T_0 \approx \frac{1}{\lambda_e} (\ln m + C), \text{ де } C = 0,577\dots \quad (5.12)$$

Судячи з наведених формул, надійність системи із паралельно з'єднаних елементів вища, ніж надійність окремих елементів, причому ця різниця зростає зі збільшенням різниці надійностей та з ростом кількості елементів. Аналогічна тенденція простежується і для середнього наробітку до відмови (5.11). Для ілюстрації наведемо числовий приклад.

5.1.4. Числовий приклад. *Визначити надійність системи з n 'яток елементів, з'єднаних паралельно.*

Вихідні дані. Використовуємо вихідні дані попереднього прикладу.

Ймовірності відмов окремих елементів дорівнюють:

$$Q_I(t=100 \text{ років}) \cong \lambda_1 t = 0,04 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 = 0,04 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік};$$

$$Q_I(t=100 \text{ років}) \cong \lambda_1 t = 0,04 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 = 0,04 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік};$$

$$Q_2 = 0,087 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік}; Q_3 = 0,26 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік}; Q_4 = 0,11 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік};$$

$$Q_5 = 0,016 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік}.$$

Ймовірність відмови системи за формулою (5.7):

$$Q(t = 100 \text{ років}) = 0,04 \cdot 0,087 \cdot 0,26 \cdot 0,11 \cdot 0,016 \cdot 10^{-20} = 1,59 \cdot 10^{-26}.$$

$$P(t = 100 \text{ років}) = 1 - 1,59 \cdot 10^{-26}.$$

Приклад показує істотний ріст надійності при переході до паралельного з'єднання елементів. Ця особливість використовується в системах із резервуванням.

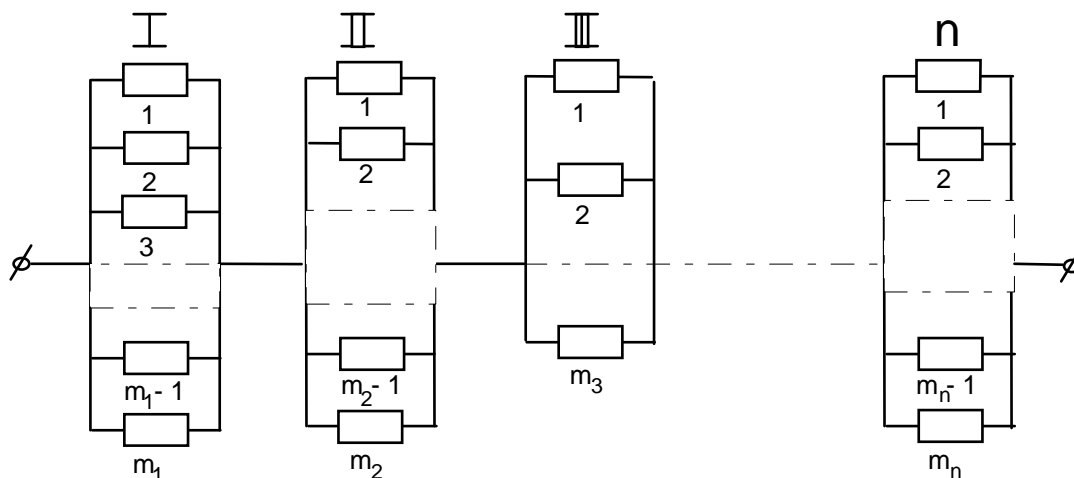


Рис 5.3. Послідовно - паралельне з'єднання

5.1.5. Послідовно - паралельне з'єднання. У реальних конструктивних системах можуть мати місце більш складні випадки, ніж розглянуті вище, у вигляді послідовно-паралельного з'єднання частин. Як приклад розглянемо схему (рис. 5.3), в якій послідовно з'єднані n -груп, що складаються із різної кількості паралельно-з'єднаних елементів m_1, m_2, \dots, m_n

Для будь-якої із груп ймовірність безвідмовної роботи визначиться відповідно до (5.8) як

$$P_i = 1 - \prod_{j=1}^{m_i} (1 - P_j).$$

Результуюча надійність схеми визначається на основі співвідношення (5.1):

$$P = \prod_{i=1}^n P_i = \prod_{i=1}^n \left[1 - \prod_{j=1}^{m_i} (1 - P_j) \right]. \quad (5.13)$$

Аналогічний підхід застосовується і до більш складних систем, він включає наступні етапи:

- розкладання структурної схеми на послідовні і паралельні гілки, групи або блоки;
- обчислення значень надійності для окремих частин схеми, представлених паралельним або послідовним з'єднаннями;
- обчислення результуючої надійності всієї схеми з урахуванням взаємних зв'язків між частинами схеми.

5.2. РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМ МЕТОДОМ СТАНІВ

В основу розрахунку за цим методом покладений розгляд всіх можливих випадкових подій і шляхів руйнування СНС, починаючи від вихідного працездатного стану і до повного руйнування системи.

5.2.1. Перебір подій. Для наочності розглянемо процес руйнування двічі статично невизначеної системи (рис. 5.4). Умовимося, що відмови елементів (стержнів, вузлових з'єднань) відбуваються крихко (рис. 5.8, а), після чого елементи вибувають з роботи. Відмова всієї системи настає при досягненні відмови всіма стержнями або перетворенні балки у змінну систему. У наведеному нижче рішенні виправлені неточності, допущені у монографії [160].

Позначимо імовірності руйнування (відмови) елементів у вихідній схемі $Q_{0,1}, Q_{0,2}, Q_{0,3}$, тоді імовірність неруйнівності цієї схеми, що дорівнює імовірності того, що жоден елемент не зруйнується, запишеться як

$$P_{1,2,3} = (1 - Q_{0,1})(1 - Q_{0,2})(1 - Q_{0,3}). \quad (5.14)$$

Умовимося нижніми індексами при P вказувати елементи, що не відмовили, верхніми – ті, що відмовили; індексами при Q умовимося вказувати послідовність елементів, що відмовили.

Руйнування одного з елементів є складною подією, що включає неруйнування інших елементів, що враховується при складанні формул визначення результуючої імовірності безвідмовної роботи системи:

$$\begin{aligned} P_{2,3}^1 &= Q_{0,1}(1 - Q_{0,2})(1 - Q_{0,3})(1 - Q_{1,2})(1 - Q_{1,3}), \\ P_{1,3}^2 &= Q_{0,2}(1 - Q_{0,1})(1 - Q_{0,3})(1 - Q_{2,1})(1 - Q_{2,3}), \\ P_{1,2}^3 &= Q_{0,3}(1 - Q_{0,1})(1 - Q_{0,2})(1 - Q_{3,1})(1 - Q_{3,2}). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Імовірності безвідмовної роботи системи після одночасного руйнування двох елементів визначаються умовними ймовірностями неруйнування елемента, що залишився:

$$\begin{aligned} P_3^{1,2} &= Q_{0,1}Q_{0,2}(1 - Q_{0,3})(1 - Q_{(1,2)3}); \\ P_2^{1,3} &= Q_{0,1}Q_{0,3}(1 - Q_{0,2})(1 - Q_{(1,3)2}); \\ P_1^{2,3} &= Q_{0,2}Q_{0,3}(1 - Q_{0,1})(1 - Q_{(2,3)1}). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Імовірності безвідмовної роботи системи після послідовного руйнування двох елементів також визначається умовними ймовірностями неруйнування елемента, що залишився:

$$\begin{aligned} P_3^{1-2} &= Q_{0,1}(1 - Q_{0,2})(1 - Q_{0,3})Q_{1,2}(1 - Q_{1,3})(1 - Q_{1,2,3}); \\ P_2^{1-3} &= Q_{0,1}(1 - Q_{0,2})(1 - Q_{0,3})Q_{1,3}(1 - Q_{1,2})(1 - Q_{1,3,2}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_1^{2-3} &= Q_{0,2}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,3})Q_{2,3}(1-Q_{2,1})(1-Q_{2,3,1}); & (5.17) \\
P_3^{2-1} &= Q_{0,2}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,3})Q_{2,1}(1-Q_{2,3})(1-Q_{2,1,3}); \\
P_1^{3-2} &= Q_{0,3}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,2})Q_{3,2}(1-Q_{3,1})(1-Q_{3,2,1}); \\
P_2^{3-1} &= Q_{0,3}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,2})Q_{3,1}(1-Q_{3,2})(1-Q_{3,1,2}).
\end{aligned}$$

Оцінка надійності системи (імовірність безвідмовної роботи) визначається як сума одержаних виразів:

$$\begin{aligned}
P_c &= P_{1,2,3} + P_{2,3}^1 + P_{1,3}^2 + P_{1,2}^3 + P_3^{1,2} + P_2^{1,3} + P_1^{2,3} + \\
&+ P_3^{1-2} + P_2^{1-3} + P_1^{2-3} + P_3^{2-1} + P_1^{3-2} + P_2^{3-1}. & (5.18)
\end{aligned}$$

Для визначення імовірності відмови системи підставимо у вирази (5.14) – (5.18) замість імовірностей безвідмовної роботи відповідні імовірності відмови елементів:

$$Q_{1,2,3} = Q_{0,1}Q_{0,2}Q_{0,3}; \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
Q_{2,3}^1 &= Q_{0,1}(1-Q_{0,2})(1-Q_{0,3})Q_{1,2}Q_{1,3}; \\
Q_{1,3}^2 &= Q_{0,2}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,3})Q_{2,1}Q_{2,3}; \\
Q_{1,2}^3 &= Q_{0,3}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,2})Q_{3,1}Q_{3,2}; & (5.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_3^{1,2} &= Q_{0,1}Q_{0,2}(1-Q_{0,3})Q_{(1,2)3}; \\
Q_2^{1,3} &= Q_{0,1}Q_{0,3}(1-Q_{0,2})Q_{(1,3)2}; \\
Q_1^{2,3} &= Q_{0,2}Q_{0,3}(1-Q_{0,1})Q_{(2,3)1}; & (5.21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_3^{1-2} &= Q_{0,1}(1-Q_{0,2})(1-Q_{0,3})Q_{1,2}(1-Q_{1,3})Q_{1,2,3}; \\
Q_2^{1-3} &= Q_{0,1}(1-Q_{0,2})(1-Q_{0,3})Q_{1,3}(1-Q_{1,2})Q_{1,3,2}; \\
Q_1^{2-3} &= Q_{0,2}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,3})Q_{2,3}(1-Q_{2,1})Q_{2,3,1}; \\
Q_3^{2-1} &= Q_{0,2}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,3})Q_{2,1}(1-Q_{2,3})(1-Q_{2,1,3}); \\
Q_1^{3-2} &= Q_{0,3}(1-Q_{0,1})(1-Q_{0,2})Q_{3,2}(1-Q_{3,1})(1-Q_{3,2,1}); & (5.22)
\end{aligned}$$

$$Q_2^{3-1} = Q_{0,3}(1 - Q_{0,1})(1 - Q_{0,2})Q_{3,1}(1 - Q_{3,2})(1 - Q_{3,1,2}).$$

Додаючи значення ймовірностей, одержаних за формулами (5.19) – (5.22), одержуємо повну ймовірність відмови системи

$$Q_c = Q_{1,2,3} + Q_{2,3}^1 + Q_{1,3}^2 + Q_{1,2}^3 + Q_3^{1,2} + Q_2^{1,3} + Q_1^{2,3} + Q_3^{1-2} + Q_2^{1-3} + Q_1^{2-3} + Q_3^{2-1} + Q_1^{3-2} + Q_2^{3-1}. \quad (5.23)$$

Оскільки відмова і безвідмовна робота системи складає повну групу подій, повинно виконуватися умова $P_c + Q_c = 1$, що може бути ознакою правильності приведених викладок і чисельних розрахунків. Одночасно відмітимо, що повна група подій може бути виділена на будь-якому рівні аналізу системи.

5.2.2. Числовий приклад. Оцінити ймовірність відмови сталевій двічі статично невизначеної балки, завантаженої зосередженою силою (рис. 5.6, в).

Вихідні дані. Переріз балки підібраний без запасу на розрахункове навантаження $F = 395,4$ кН з прокатного двотавра № 50 з моментом опору $W_x = 1589$ см³. Застосована сталь марки Ст3 з розрахунковим опором $R_y = 210$ МПа, нормованим відхиленням $\gamma_\sigma = 3$ і коефіцієнтом варіації межі текучості $V_\sigma = 0,10$. Нормоване відхилення навантаження $\gamma_F = 3$, коефіцієнт варіації $V_F = 0,2$.

Визначаємо числові характеристики межі текучості сталі:

$$\bar{\sigma}_y = \frac{R_y}{1 - \gamma_\sigma V_\sigma} = \frac{210}{1 - 3 \cdot 0,1} = 300 \text{ МПа} = 30 \text{ кН/см}^2;$$

$$\hat{\sigma}_y = V_\sigma \bar{\sigma}_y = 0,1 \cdot 300 = 30 \text{ МПа} = 3 \text{ кН/см}^2.$$

Числові характеристики несучої здатності балки (однакові для всіх станів):

$$\bar{R} = \bar{\sigma}_y W_x = 30 \cdot 1589 = 476,7 \text{ кНм};$$

$$\hat{R} = \hat{\sigma}_y W_x = 3 \cdot 1589 = 47,67 \text{ кНм}.$$

Числові характеристики навантаження:

$$\bar{F} = \frac{F}{1 + \gamma_F V_F} = \frac{395,4}{1 + 3 \cdot 0,2} = 247,11 \text{ кН};$$

$$\hat{F} = V_F \bar{F} = 0,2 \cdot 247,11 = 49,42 \text{ кН}.$$

Епюри моментів разом із числами впливу у можливих станах балки наведені в *табл. 5.1*.

Покажемо в якості прикладу визначення імовірності відмови у 3-му перерізі у вихідному стані балки. Числові характеристики зусилля у балці:

$$\bar{S}_{0,3} = \bar{M}_{0,3} = \alpha_{0,3} \bar{F} = 0,844 \cdot 247,11 = 208,56 \text{ кНм};$$

$$\hat{S}_{0,3} = V_F \bar{M}_{0,3} = 0,2 \cdot 208,56 = 41,71 \text{ кНм}.$$

Числові характеристики резерву несучої здатності балки:

$$\bar{Y}_{0,3} = \bar{R} - \bar{S}_{0,3} = 467,7 - 208,56 = 268,14 \text{ кНм};$$

$$\hat{Y}_{0,3} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}_{0,3}^2} = \sqrt{47,67^2 + 41,71^2} = 63,34 \text{ кНм}.$$

Характеристика безпеки і імовірність відмови балки:

$$\beta_{0,3}^* = \frac{268,14}{63,34} = 4,23; \quad Q_{0,3} = 1,17 \cdot 10^{-5}.$$

Тут індекс * введений, щоб відрізнити характеристику безпеки від коефіцієнтів β розрахунку надійності конструкцій з урахуванням пластичності (див. нижче даний пункт).

Результати імовірнісного розрахунку балки в різних станах наведені в *табл. 5.1*.

Таблиця 5.1.
Імовірнісні параметри балки в різних станах

Система	№ станів	Епюри і числа впливу	№ перерізу	Імовірнісні параметри					Імовірність відмови Q
				\bar{S} , кНм	\hat{S} , кНм	\bar{Y} , кНм	\hat{Y} , кНм	β^*	
Вихідна	0		1	69,52	13,90	407,18	49,62	8,20	$1,20 \cdot 10^{-16}$
			2	104,28	20,86	372,42	52,03	7,16	$3,0 \cdot 10^{-13}$
			3	208,56	41,71	268,14	63,34	4,23	$1,17 \cdot 10^{-5}$
1	1		2	95,60	19,12	381,10	51,36	7,41	$6,81 \cdot 10^{-14}$
			3	243,34	48,67	233,36	68,13	3,43	$3,37 \cdot 10^{-4}$
	2		1	40,04	8,00	436,66	48,34	9,03	$1,13 \cdot 10^{-19}$
			3	357,5	71,5	119,20	85,93	1,39	0,0823
	3		1	173,73	34,75	302,97	59,00	5,10	$1,70 \cdot 10^{-7}$
			2	236,75	47,35	239,95	67,19	3,57	$1,31 \cdot 10^{-4}$
2	4		3	370,80	74,16	105,90	88,16	1,20	0,1150
	5		2	278,10	55,60	198,60	73,24	2,71	$3,36 \cdot 10^{-3}$
	6		3	370,80	74,16	105,90	88,16	1,20	0,1150
	7		1	1112,4	222,5	-635,7	227,6	-2,8	0,9973
	8		2	278,10	55,60	198,6	73,24	2,71	$3,36 \cdot 10^{-3}$
	9		1	1112,4	222,5	-635,7	227,6	-2,8	0,9973

Вибираємо з *табл. 5.1* умовні імовірності відмови елементів:

$$Q_{0,1} = 1,20 \cdot 10^{-16}; \quad Q_{0,2} = 3,0 \cdot 10^{13}; \quad Q_{0,3} = 1,17 \cdot 10^{-5}; \quad Q_{1,2} = 6,81 \cdot 10^{-14};$$

$$Q_{1,3} = 3,37 \cdot 10^{-4}; \quad Q_{2,1} = 1,13 \cdot 10^{-9}; \quad Q_{2,3} = 0,0823; \quad Q_{3,1} = 1,70 \cdot 10^{-7};$$

$$Q_{3,2} = 1,31 \cdot 10^{-4}; \quad Q_{1,2,3} = 0,115; \quad Q_{1,3,2} = 3,36 \cdot 10^{-3}; \quad Q_{2,1,3} = 0,115;$$

$$Q_{2,3,1} = 0,9973; \quad Q_{3,1,2} = 3,36 \cdot 10^{-3}; \quad Q_{3,2,1} = 0,9973.$$

1. Імовірність безвідмовної роботи системи для наступних випадків:

а) не зруйнувався жодний елемент, формула (5.14):

$$P_{1,2,3} = (1 - 1,2 \cdot 10^{-16})(1 - 3 \cdot 10^{-13})(1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) = 0,9999883;$$

б) зруйнувався один елемент, формули (5.15):

$$P_{2,3}^1 = 1,2 \cdot 10^{-16}(1 - 3 \cdot 10^{-13})(1 - 1,17 \cdot 10^{-5})(1 - 6,81 \cdot 10^{-14})(1 - 3,37 \cdot 10^{-4}) =$$

$$= 1,2 \cdot 10^{-16};$$

$$P_{1,3}^2 = 3 \cdot 10^{-13}(1 - 1,2 \cdot 10^{-16})(1 - 1,17 \cdot 10^{-5})(1 - 1,13 \cdot 10^{-9})(1 - 0,0823) =$$

$$= 2,753 \cdot 10^{-13};$$

$$P_{1,2}^3 = 1,17 \cdot 10^{-5}(1 - 1,2 \cdot 10^{-16})(1 - 3 \cdot 10^{-13})(1 - 1,7 \cdot 10^{-7})(1 - 1,31 \cdot 10^{-4}) =$$

$$= 1,16985 \cdot 10^{-5},$$

- всього по групі відмов б) – $1,16985 \cdot 10^{-5}$

(враховується тільки $P_{1,2}^3$);

в) зруйнувалися одночасно два елементи, формули (5.16):

$$P_3^{1,2} = 1,2 \cdot 10^{-16} \cdot 3 \cdot 10^{-13}(1 - 1,17 \cdot 10^{-5})(1 - 0,115) = 3,186 \cdot 10^{-29};$$

$$P_2^{1,3} = 1,2 \cdot 10^{-16} \cdot 1,17 \cdot 10^{-5}(1 - 3 \cdot 10^{-13})(1 - 3,36 \cdot 10^{-3}) = 1,40 \cdot 10^{-21};$$

$$P_1^{2,3} = 3 \cdot 10^{-13} \cdot 1,17 \cdot 10^{-5}(1 - 1,2 \cdot 10^{-16})(1 - 0,9973) = 9,48 \cdot 10^{-21},$$

- всього по групі відмов в) – $1,088 \cdot 10^{-20}$;

г) послідовно зруйнувалися два елементи, формули (5.17):

$$P_3^{1-2} = 1,2 \cdot 10^{-16} (1 - 3 \cdot 10^{-13}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) 6,81 \cdot 10^{-14} (1 - 3,37 \cdot 10^{-4}) \times \\ \times (1 - 0,115) = 5,908 \cdot 10^{-30};$$

$$P_2^{3-1} = 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 3 \cdot 10^{-13}) 1,7 \cdot 10^{-7} (1 - 1,31 \cdot 10^{-4}) \times \\ \times (1 - 3,36 \cdot 10^{-3}) = 1,982 \cdot 10^{-12};$$

$$P_1^{2-3} = 3 \cdot 10^{-13} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) 0,0823 (1 - 1,13 \cdot 10^{-9}) \times \\ \times (1 - 0,9973) = 6,67 \cdot 10^{-17};$$

$$P_3^{2-1} = 3 \cdot 10^{-13} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) 1,13 \cdot 10^{-9} (1 - 0,0823) \times \\ \times (1 - 0,115) = 2,75 \cdot 10^{-22};$$

$$P_1^{3-2} = 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 3 \cdot 10^{-13}) 1,31 \cdot 10^{-4} (1 - 1,7 \cdot 10^{-7}) \times \\ \times (1 - 0,9973) = 4,14 \cdot 10^{-12};$$

$$P_2^{1-3} = 1,2 \cdot 10^{-16} (1 - 3 \cdot 10^{-13}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) 3,37 \cdot 10^{-4} (1 - 6,81 \cdot 10^{-14}) \times \\ \times (1 - 3,36 \cdot 10^{-3}) = 4,03 \cdot 10^{-20},$$

- всього по групі відмов г) – $6,12210^{-12}$.

Повна імовірність безвідмовної роботи за формулою (5.18):

$$P_c = 0,9999883 + 1,1698467 \cdot 10^{-5} + 1,088 \cdot 10^{-20} + 6,12210^{-12} = \\ = \mathbf{1 - 1,533 \cdot 10^{-9}}.$$

2. Імовірність відмови системи для наступних випадків:

а) зруйнувалися одночасно всі три елементи, формула (5.19):

$$Q_{1,2,3} = 1,2 \cdot 10^{-16} \cdot 3 \cdot 10^{-13} \cdot 1,17 \cdot 10^{-5} = 4,2110^{-34};$$

б) зруйнувався спочатку один елемент, потім одночасно інші два елементи, формули (5.20):

$$Q_{2,3}^1 = 1,2 \cdot 10^{-16} (1 - 3 \cdot 10^{-13}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) 6,81 \cdot 10^{-14} \cdot 3,37 \cdot 10^{-4} = \\ = 2,754 \cdot 10^{-33};$$

$$Q_{1,3}^2 = 3 \cdot 10^{-13} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) \cdot 1,13 \cdot 10^{-9} \cdot 0,0823 = 2,79 \cdot 10^{-23};$$

$$Q_{1,2}^3 = 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 3 \cdot 10^{-13}) \cdot 1,7 \cdot 10^{-7} \cdot 1,31 \cdot 10^{-4} = 2,61 \cdot 10^{-16},$$

- всього по групі відмов б) – $2,61 \cdot 10^{-16}$

в) зруйнувалися одночасно два елементи, потім третій елемент, що залишився, формули (5.21):

$$\begin{aligned}
 Q_3^{1,2} &= 1,2 \cdot 10^{-16} \cdot 3 \cdot 10^{-13} (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,115 = 4,1 \cdot 10^{-36}; \\
 Q_2^{1,3} &= 1,2 \cdot 10^{-16} \cdot 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 3 \cdot 10^{-13}) \cdot 3,36 \cdot 10^{-3} = 4,72 \cdot 10^{-24}; \\
 Q_1^{2,3} &= 3 \cdot 10^{-13} \cdot 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) \cdot 0,9973 = 3,50 \cdot 10^{-21}, \\
 &\text{- всього по групі відмов в) - } 3,50 \cdot 10^{-21};
 \end{aligned}$$

г) послідовне руйнування елементів, формули (5.22):

$$\begin{aligned}
 Q_3^{1-2} &= 1,2 \cdot 10^{-16} (1 - 3 \cdot 10^{-13}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) \cdot 6,81 \cdot 10^{-14} (1 - 3,37 \cdot 10^{-4}) 0,115 = \\
 &= 9,395 \cdot 10^{-31}; \\
 Q_2^{3-1} &= 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 3 \cdot 10^{-13}) \cdot 1,7 \cdot 10^{-7} (1 - 1,31 \cdot 10^{-4}) 3,36 \cdot 10^{-3} = \\
 &= 6,682 \cdot 10^{-15}; \\
 Q_1^{2-3} &= 3 \cdot 10^{-13} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,0823 (1 - 1,13 \cdot 10^{-9}) \cdot 0,9973 = \\
 &= 2,642 \cdot 10^{-14}; \\
 Q_3^{2-1} &= 3 \cdot 10^{-13} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) \cdot 1,13 \cdot 10^{-9} (1 - 0,0823) \cdot 0,115 = \\
 &= 3,732 \cdot 10^{-23}; \\
 Q_1^{3-2} &= 1,17 \cdot 10^{-5} (1 - 1,2 \cdot 10^{-16}) (1 - 3 \cdot 10^{-13}) \cdot 1,31 \cdot 10^{-4} (1 - 1,7 \cdot 10^{-7}) \cdot 0,9973 = \\
 &= 1,5286 \cdot 10^{-9}; \\
 Q_2^{1-3} &= 1,2 \cdot 10^{-16} (1 - 3 \cdot 10^{-13}) (1 - 1,17 \cdot 10^{-5}) \cdot 3,37 \cdot 10^{-4} (1 - 6,81 \cdot 10^{-14}) \times \\
 &\quad \times 3,36 \cdot 10^{-3} = 1,359 \cdot 10^{-22}, \\
 &\text{- всього по групі відмов г) - } 1,5286 \cdot 10^{-9} \text{ (врахована тільки } Q_1^{3-2}).
 \end{aligned}$$

3. Повна імовірність відмови системи за формулою (5.23):

$$Q_c = 4,2110^{-34} + 2,61 \cdot 10^{-16} + 3,50 \cdot 10^{-21} + 1,5286 \cdot 10^{-9} = \mathbf{1,5286 \cdot 10^{-9}}.$$

Імовірність повної групи подій

$$P_c + Q_c = 1 - 1,533 \cdot 10^{-9} + 1,5286 \cdot 10^{-9} = 1 - 5,4 \cdot 10^{-12} \approx \mathbf{1,0}.$$

Незначна відмінність від одиниці пов'язана з можливою похибкою обчислень, які для високонадійних систем, очевидно, повинні виконуватися з підвищеною точністю. Приклад показує вирішальне значення імовірності неруйнівності вихідної системи при визначенні імовірності безвідмовної роботи системи в цілому, яка незначно доповнюється у даному випадку тільки імовірністю неруйнівності двох елементів після руйнування найменш надійного елемента. Тому приклад свідчить про можливість отримання досить точних оцінок імовірності безвідмовної роботи високонадійних систем, обмежуючись розглядом відмов перших найменш надійних елементів, без трудомісткого повного імовірнісного аналізу процесу руйнування таких систем. У розглянутому прикладі ймовірність послідовного руйнування елементів повністю визначає ймовірність відмови усієї системи, причому у зв'язку з її несиметричністю вирішальною являється одна черговість послідовного руйнування елементів (3-2-1); така особливість реальних високонадійних конструктивних систем може істотно спростити розрахунки їх надійності.

5.2.3. Граф станів. Громіздкість положень викладеного вище розрахунку простої СНС свідчить про очевидну необхідність формалізації процедури розрахунку надійності таких систем.

Розпочнемо із завдання множини станів системи $C = \{C_0, C_1, C_2, \dots, C_j\}$, в яку включимо вихідний стан системи C_0 і проміжні працездатні стани, що утворюються з вихідного стану в результаті відмов елементів. У загальному випадку стани відрізняються набором елементів, що відмовили, в деяких окремих випадках, наприклад, при пластичній моделі відмови елементів; стани відрізняє також послідовність відмов елементів. Очевидно, що кожному стану конструктивних систем відповідає розрахункова схема зі своїм розподілом зусиль.

У наочній формі хід руйнування системи з урахуванням усіх можливих шляхів відмов і станів ілюструється *графом станів*, який для розглянутої вище двічі статично невизначної системи (системи з трьох стержнів або защемленої балки) наводиться на

рис. 5.4. Граф є логічною орієнтованою ієрархічною структурою типу дерева ("дерево відмов" по термінології [219]), в корені якого знаходиться початковий стан C_0 , на вершинах – можливі працездатні стани C_j , на кінцях гілок – стани відмови системи. Імовірності переходу з одних станів в інші, рівні умовним ймовірностям відмов елементів, що відключаються при цьому, вказані на ребрах графа. На *рис. 5.4* видно, що з будь-якого стану, включаючи вихідний, система може безпосередньо перейти в стан відмови. Для ув'язки з приведеним вище розрахунком на графі *рис. 5.4* вказані формули, що описують його гілки. Відмітимо такі переваги дерева відмов, як систематизація і наочність причинно-наслідкових зв'язків між відмовами на різних рівнях, малоїмовірність пропуску комбінації відмов елементів, що викликають відмови системи в цілому, тісний зв'язок між процедурою оцінки надійності і конструкцією, роботою і експлуатацією системи.

Методами теорії графів і систем [5, 154] дерево відмов може бути перетворене і спрощене. Передусім вкажемо на можливість поділу загального графа *рис. 5.2* на підграфи за ознакою числа одночасних відмов: G_1 – для трьох, G_2 – для двох і G_3 – для послідовних відмов. У практичних розрахунках надійності конструктивних систем можна обмежуватися найбільш ймовірним підграфом G_3 , оскільки неврахування підграфів двох, трьох і більше одночасних відмов для таких високонадійних систем, якими є будівельні конструкції, дає невелику похибку, що йде в запас надійності. Крім того, характер руйнування реальних і пластичних систем практично виключає одночасні відмови елементів [78, 197].

Розрахунок по дереву відмов може бути спрощений укрупненням графа станів шляхом виділення і окремого розгляду типових підграфів, обчисленням надійності до певного рівня графа, відкиданням на кожному кроці обчислень ребер, імовірність відмови по яких значно менша, ніж по інших шляхах.

Можна зв'язати дерево відмов з фундаментальними в структурній надійності послідовним і паралельним з'єднаннями (*рис. 5.5*).

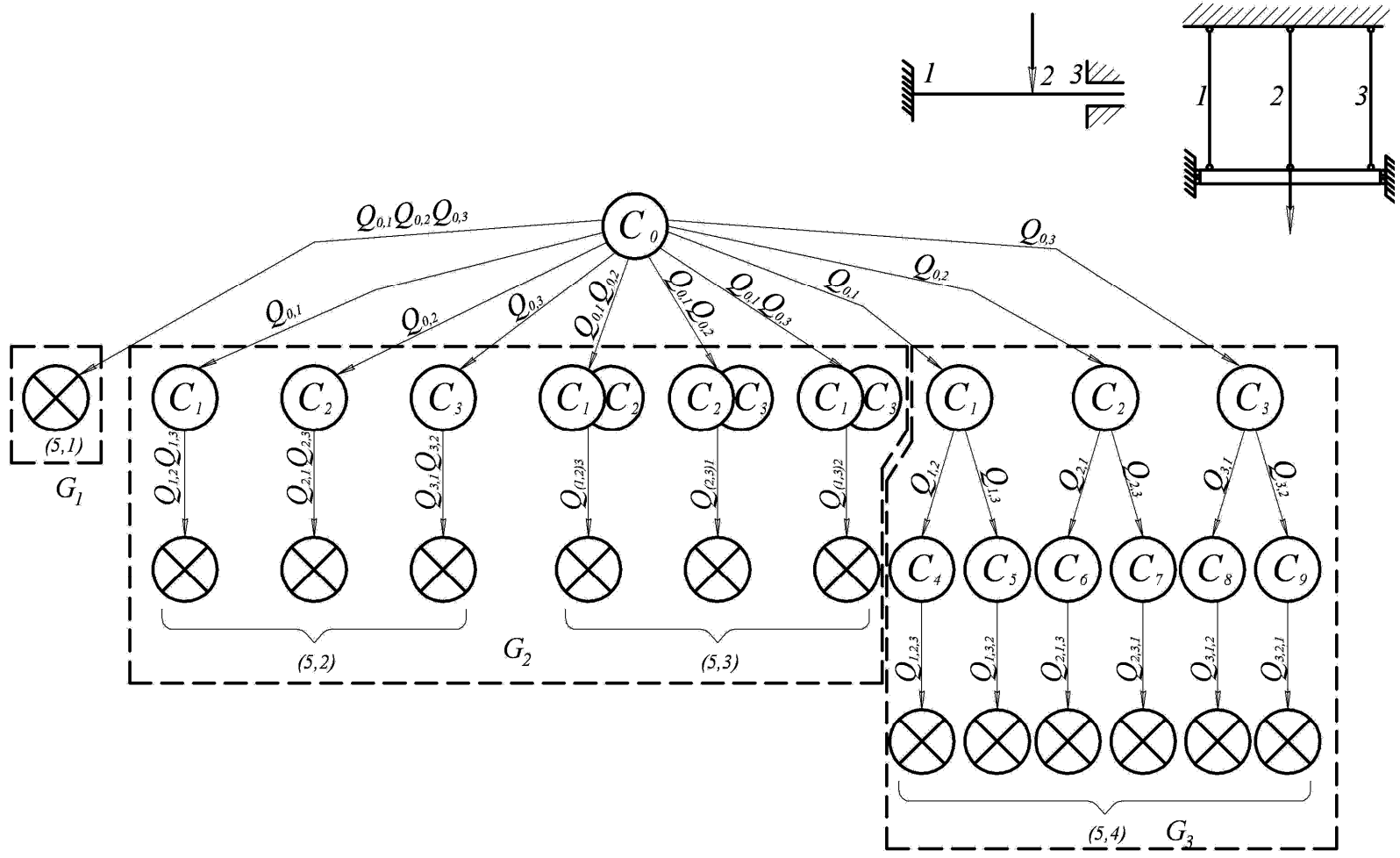


Рис. 5.4. Повний граф станів двічі статично невизначеної системи:

C_j - працездатні стани;

\otimes - стани відмов

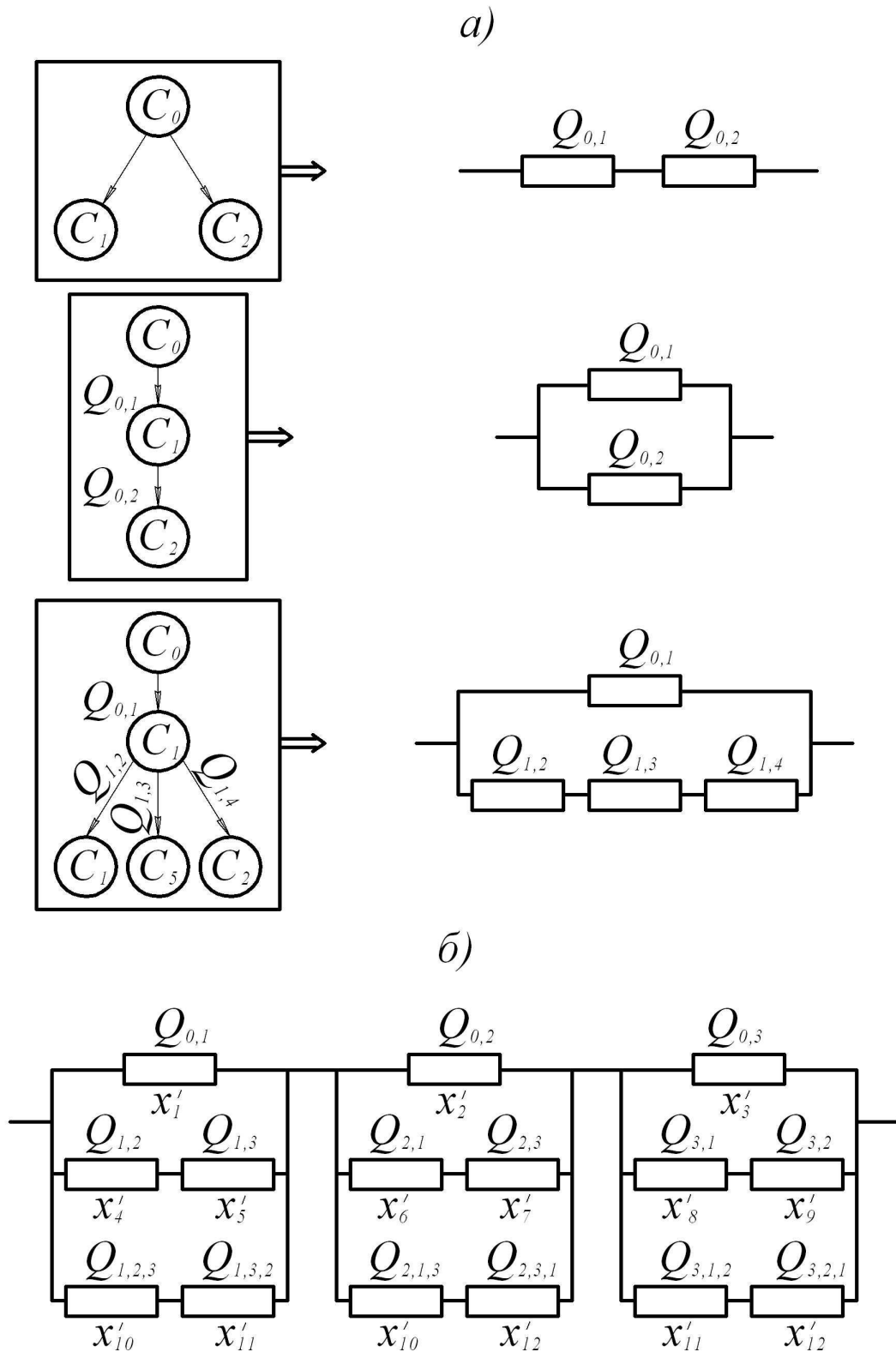


Рис. 5.5. Зв'язок графів станів зі структурними схемами:
 а – фрагменти дерева станів;
 б – структурна схема для підграфа G_3 (рис. 5.4)

Гілки, що виходять з вершини, представляються у вигляді послідовного з'єднання; ребра, що входять у вершину і виходять з неї, представляються паралельним з'єднанням, а гілки і граф відмов в цілому – послідовно-паралельним з'єднанням логічних елементів-станів (рис. 5.5, б).

Додаткову наочність має дерево відмов, у вершинах (станах) якого в чисельнику вказані номери станів, а в знаменнику – елементи, що відмовили (рис. 5.6, а). Якщо історія руйнування (порядок відключення елементів) може не враховуватися, наприклад, при крихких відмовах елементів, то дерево станів n -разів статично невизначеної системи може бути замінене орієнтованим $n+1$ -дольним компактним графом (рис. 5.6, б) з меншим числом вершин, але із складнішою структурою. При необхідності історія руйнування може відображатися у відображенні порядку відмови елементів (у знаменнику позначення вершин) і декількох ймовірностей відмови (на відповідних ребрах графа станів).

Для спрощення операцій з графами були виведені загальні аналітичні залежності для розрахунків на дереві відмов [108]. Якщо $P^n(C_j)$ – ймовірність приходу системи в стан C_j , $P^H(C_j)$ – ймовірність невиходу системи із стану C_j в інші працездатні стани, то добуток $P^n(C_j)P^H(C_j)$ дає ймовірність перебування системи в стані C_j . Із врахуванням ймовірності безвідмовної роботи P_j або ймовірності відмови Q_j системи в стані C_j , сума по всіх m вершинах (станах) дерева відмов, тобто формула повної ймовірності, визначає ймовірності безвідмовної роботи P_c і відмови Q_c системи в цілому:

$$P_c = \sum_{j=1}^m P_j^n P_j^H P_j; \quad Q_c = \sum_{j=1}^m P_j^n P_j^H Q_j. \quad (5.24)$$

Подальший розрахунок за деревом відмов може виконуватися в матричній формі, придатній для застосування ПЕОМ. Опишемо граф станів матрицею суміжності $[A]$

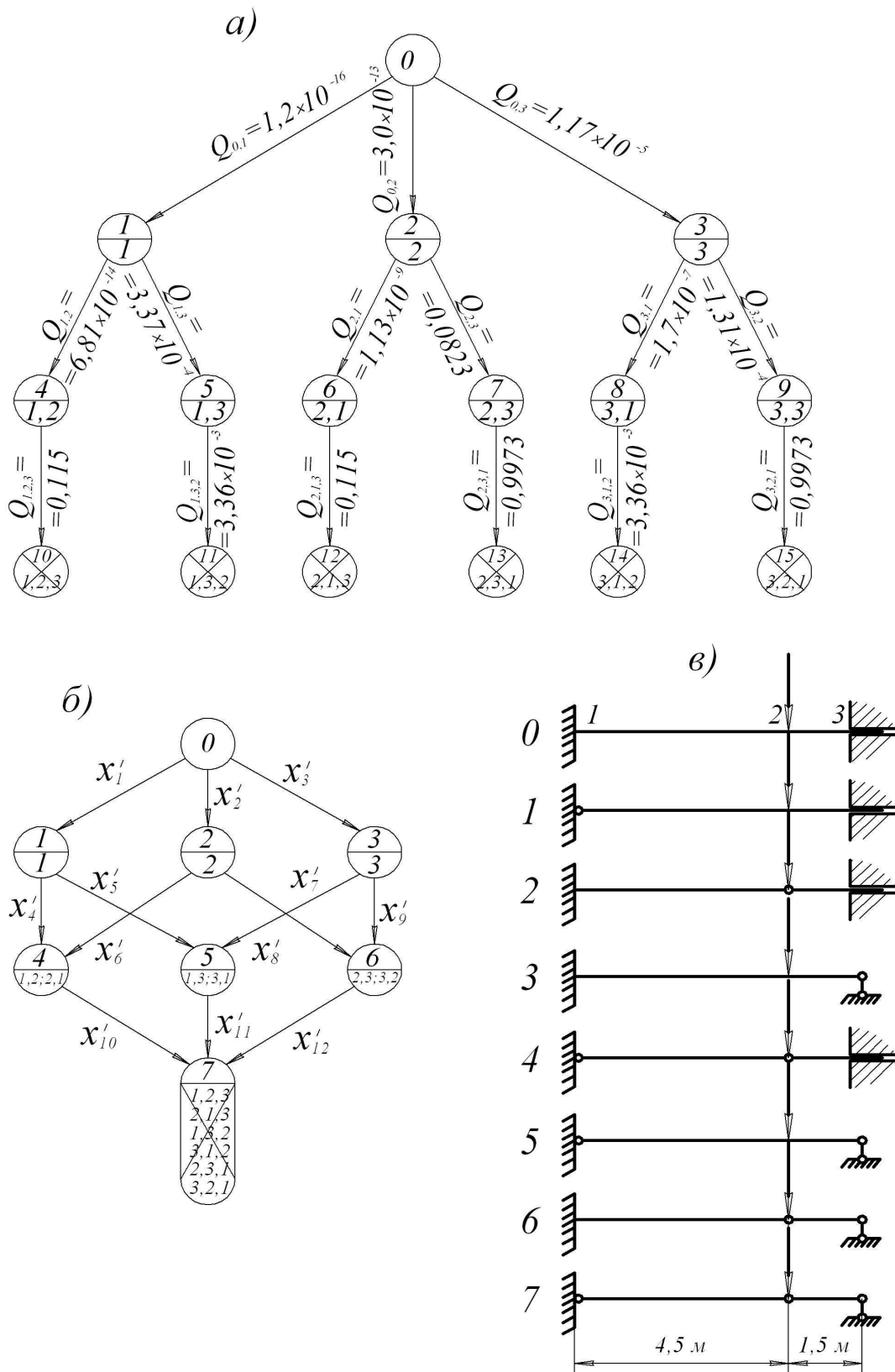


Рис. 5.6. Древа відмов статично невизначеної балки:
 а – граф-дерево станів; б – компактний граф станів;
 в – стани балки.

розміром $t \times t$, елементи якої a_{kl} дорівнюють імовірності переходу системи із стану C_k в стан C_l [108]. Матриця імовірностей приходу системи в стани C_j одержується наступною операцією:

$$[\Pi] = [A]^r, \quad (5.25)$$

де r - максимальний порядок працездатного стану, рівний відмов елементів, що переводять систему в цей стан.

Транспонуємо отриману матрицю $[\Pi] = [\Pi]^T$, виділяємо з неї перший стовпчик (інші елементи матриці дорівнюють 0) і отримуємо матрицю-стовпчик, також позначений $[\Pi]$, що включає імовірності приходу системи в усі стани P_j^n .

Матрицю ймовірностей невиходу системи із станів C_j отримуємо наступним чином:

$$H = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

Перемножимо почленно елементи матриць $[\Pi]$ і $[H]$

$$M_j = \Pi_j H_j = P_j^n \cdot P_j^H \quad (5.27)$$

і отримаємо матрицю $[M]$ імовірностей перебування системи в працездатному стані.

Імовірності безвідмовної роботи і відмови системи в кожному стані визначимо як

$$P_j = \prod_1^i P_{ji}, \quad Q_j = 1 - P_j, \quad (5.28)$$

де P_{ji} - імовірності безвідмовної роботи елементів, що переводять систему із станів C_j в стан відмови.

Складемо з величин P_j і Q_j матриці-рядки $[B_p]$ і $[B_Q]$. Імовірність безвідмовної роботи і відмови системи, відповідно до (5.24), обчислюємо перемножуванням матриць

$$P_c = [B_p] \cdot [M]; \quad Q_c = [B_Q] \cdot [M]. \quad (5.29)$$

5.2.4. Числовий приклад. Оцінити імовірність відмови сталевій двічі статично невизначеній балки, завантаженої зосередженою силою (рис. 5.6, в), використовуючи матричний метод.

Вихідні дані. Граф станів балки із вказанням імовірностей переходу наведений на рис. 5.6, а.

Матриця суміжності $[A]$ має у цьому випадку розмір 10×10 (рис. 5.7).

Максимальний порядок працездатного стану дорівнює $r = 2$, одержана за формулою (5.25) і згодом транспонована матриця-стовпчик $[L]$ приходу в усі стани наведена у стовпчику 2 табл. 5.2.

Матриця-стовпчик $[H]$ невиходу системи із станів, одержана за виразом (5.13), наведена у стовпчику 3 табл. 5.2.

Матриця-стовпчик $[M]$, одержана почленним множенням елементів матриць $[L]$ і $[H]$, згідно з формулою (5.14), наведена у стовпчику 4 табл. 5.2.

Матриці-рядки $[B_p]$ і $[B_Q]$, складені із величин P_j і Q_j , наведені в табл. 5.2.

Визначені перемноженням матриць, згідно з формулами (5.29), імовірності безвідмовної роботи і відмови системи дорівнюють

$$P_c = 1 - 1,52587 \cdot 10^{-9}; \quad Q_c = 1,52587 \cdot 10^{-9}.$$

$$[A] = \begin{vmatrix} 1 & 1,2 \cdot 10^{-18} & 3,01 \cdot 10^{-13} & 1,17 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6,81 \cdot 10^{-14} & 3,37 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,13 \cdot 10^{-9} & 8,23 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,7 \cdot 10^{-7} & 1,31 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Рис. 5.7. Матриця суміжності для графу станів двічі статично невизначеної балки (рис. 5.6, в)

Таблиця 5.2

Матриці для розрахунку надійності системи

Матриця ймовірностей приходу у стани [П]		Матриця ймовірностей невиходу із станів [Н]	Матриця ймовірностей перебування у станах [М]							
0	1	0,999988	0,999988							
1	$1,2 \cdot 10^{-18}$	0,999663	$1,19960 \cdot 10^{-36}$							
2	$3,01 \cdot 10^{-13}$	0,917700	$2,76228 \cdot 10^{-13}$							
3	$1,17 \cdot 10^{-5}$	0,999869	$1,16985 \cdot 10^{-5}$							
4	$8,17 \cdot 10^{-30}$	1	$8,17 \cdot 10^{-30}$							
5	$4,04 \cdot 10^{-20}$	1	$4,04 \cdot 10^{-20}$							
6	$3,40 \cdot 10^{-22}$	1	$3,40 \cdot 10^{-22}$							
7	$2,48 \cdot 10^{-14}$	1	$2,48 \cdot 10^{-14}$							
8	$1,99 \cdot 10^{-12}$	1	$1,99 \cdot 10^{-12}$							
9	$1,53 \cdot 10^{-9}$	1	$1,53 \cdot 10^{-9}$							
Матриці ймовірностей безвідмовної роботи [B_P] и відмови [B_Q] у станах										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
[B _P]	1	1	1	1	0,8850	0,99664	0,8850	0,0027	0,99664	0,0027
[B _Q]	0	0	0	0	0,1150	0,00336	0,1150	0,9973	0,00336	0,9973

Одержані оцінки практично співпадають з результатами повного перебору станів, наведеними вище в числовому прикладі п. 5.2.2. Відмітимо, що для розглянутої несиметричної схеми завантаження балки постійного перерізу імовірність відмови системи повністю визначає тільки один шлях: C₀-C₃-C₉-C₁₅ (права гілка графа *рис. 5.6, а*), інші без помітної похибки можна не враховувати. Ця особливість реальних конструкцій може значно спростити оцінку їх надійності.

Отримана імовірність відмови системи в цілому значно нижче найбільшої імовірності першої відмови елементу системи ($Q_{0,3} = 1,17 \cdot 10^{-5}$), на якій був обґрунтований підбір перерізу балки. Якщо допустити таку ж імовірність відмови для системи в цілому, тобто $Q_c \approx Q_{0,3}$, з'являється можливість зменшення

перерізу балки до двотавра № 45 і отримання економії металу на 15 %.

5.2.5. Пластична модель відмов елементів. Розглянуті вище випадки руйнування систем базувалися на *крихких відмовах* елементів, якими можуть вважатися відмови стиснутих і стиснуто-зігнутих елементів [197], а також відмови більшості елементів із сталей підвищеної і високої міцності. При цьому на початку завантаження система працює при повному числі зв'язків (початкова система C_0) із зусиллями (для розглянутої вище балки) (рис. 5.8, а) :

$$M_{10} = \alpha_{10}F; \quad M_{20} = \alpha_{20}F; \quad M_{30} = \alpha_{30}F, \quad (5.30)$$

де α_{10} – число впливу в системі C_0 для 1-го перерізу.

Після досягнення найбільш навантаженим 1-м елементом граничного зусилля M_{zp} (зокрема, у випадку крайової текучості $M_{zp} = M^T = \sigma_y W$) і виходом його з роботи, зусилля в інших елементах (перерізах) стрибкоподібно змінюються (найчастіше збільшуються) зі зміною кутів нахилу графіка $M(F)$: $M_{21} = \alpha_{21}F$; $M_{31} = \alpha_{31}F$, де α_{21} – число впливу в системі C_1 для 2-го перерізу (друга система). Після виходу з роботи 2-го елемента в 3-му перерізі, що залишився, маємо $M_{32} = \alpha_{32}F$. Виходу з роботи елементів і зміні систем відповідають на осі абсцис граничні навантаження $F_1^I, F_2^{II}, F_3^{III}$.

Розглянемо тепер характер роботи системи з елементів, що працюють пружно-пластично за ідеалізованою діаграмою Прандтля (рис. 5.8, б), будемо називати таку роботу *пластичною моделлю відмови*. Основний інтерес для нас становлять системи з зігнутих елементів, наприклад, статично невизначені рами, процес руйнування яких характеризується появою шарнірів пластичності в найбільш навантажених перерізах. Як зазначив М.С. Стрілецький [197], при цьому зв'язки, що вибули, продовжують брати участь у роботі системи у вигляді

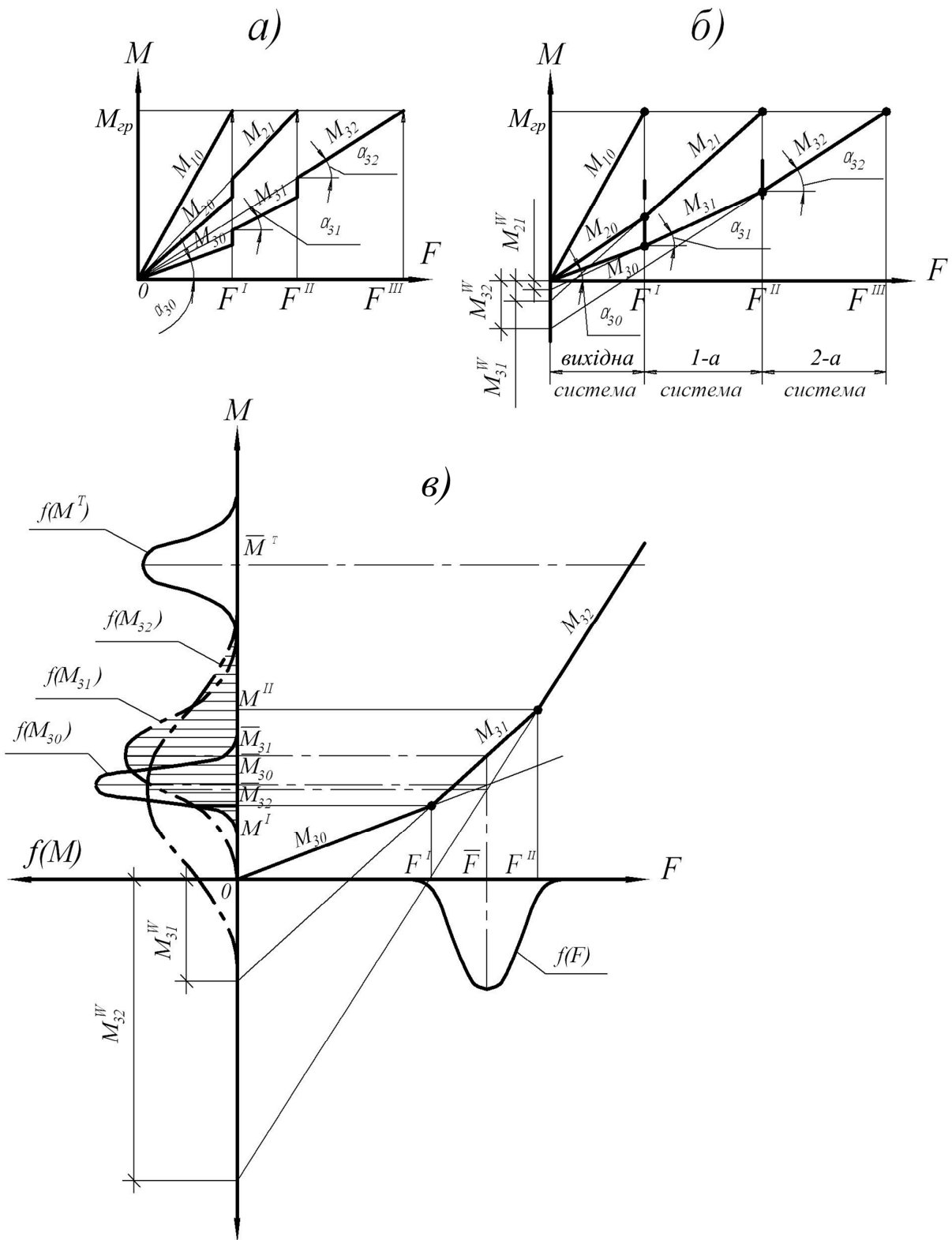


Рис. 5.8. Моделі відмов елементів системи:
 а – крихкі відмови; б – пластичні відмови; в – імовірнісний аналіз
 пластичної моделі відмов

постійного впливу, рівного $M_j^T = \sigma_y W_{nl}$ (W_{nl} – вихідний пластичний момент опору елементів системи).

Визначимо $M_0^T = \sigma_y W_{nl}$ як параметр граничного моменту системи і введемо μ_j – складові вектора коефіцієнтів співвідношень граничних моментів у системах (станах), тоді для j -ї системи маємо:

$$W_{jnl} = \mu_j W_{nl}; \quad M_j^T = \mu_j \cdot M_0^T.$$

Робота вихідної системи співпадає з розглянутим вище крихким варіантом до тих пір, поки момент в будь-якому перерізі не досягне граничного значення M_1^T :

$$M_{10} = \alpha_{10} \cdot F = M_1^T = \mu_1 \cdot M_0^T.$$

Цьому моменту відповідає перехід з вихідної системи в 1-у систему і 1-е граничне навантаження:

$$F^I = \frac{\mu_1 \cdot M_0^T}{\alpha_{10}}. \quad (5.31)$$

При подальшому підвищенні навантаження в інших перерізах кути нахилу графіків $M(F)$ змінюються (рис. 5.8, б):

$$M_{21} = \alpha_{20} \cdot F^I + \alpha_{21} (F - F^I) = \alpha_{21} \cdot F - \mu_1 \cdot M_0^T \frac{\alpha_{21} - \alpha_{20}}{\alpha_{10}}.$$

Позначивши $\beta_{21} = \frac{(\alpha_{21} - \alpha_{20})}{\alpha_{10}}$, одержуємо

$$M_{21} = \alpha_{21} \cdot F - \beta_{21} \cdot \mu_1 \cdot M_0^T. \quad (5.32)$$

Аналогічно для 3-го перерізу

$$M_{31} = \alpha_{31} \cdot F - \beta_{31} \cdot \mu_1 \cdot M_0^T. \quad (5.33)$$

$$\text{Тут } \beta_{31} = \frac{(\alpha_{31} - \alpha_{30})}{\alpha_{10}}.$$

Параметри β_{21} і β_{31} – числа впливу граничного моменту на моменти 1-ї системи [197]. Як видно на *рис. 5.8, б*, нові відрізки графіків мають такі ж кути нахилу, що й при крихкій моделі (*рис. 5.8, а*), але опущені нижче на відрізки $M_{21}^W = \beta_{21} \cdot \mu_1 \cdot M_0^T$ і $M_{31}^W = \beta_{31} \cdot \mu_1 \cdot M_0^T$. Прирівнюючи $M_{21} = \mu_2 \cdot M_0^T$, отримуємо для переходу до 2-ї системи і 2-го граничного навантаження:

$$F^{ii} = M_0^T \cdot \frac{\mu_2 + \mu_1 \cdot \beta_{21}}{\alpha_{21}}. \quad (5.34)$$

Для моментів у перерізах 2-ї системи, по аналогії, маємо

$$M_{32} = \alpha_{32} \cdot F - M_0^T [\mu_2 \cdot \beta_{32} + \mu_1 (\beta_{32} \cdot \beta_{21} + \beta_{31})]. \quad (5.35)$$

Для 3-го граничного навантаження одержуємо наступний вираз

$$F^{iii} = \frac{M_0^T [\mu_3 + \mu_2 \cdot \beta_{32} + \mu_1 (\beta_{32} \cdot \beta_{31})]}{\alpha_{32}}. \quad (5.36)$$

Подібним же чином можна перейти до 3-ї, 4-ї і т.д. системам. Для узагальнення отриманих виразів позначимо: i – № досліджуваного небезпечного перерізу, $j = 1, 2, \dots, n$ – порядок досліджуваної системи, тоді матимемо в загальному випадку:

а) для моменту в i -му перерізі в n -й системі

$$M_{in} = \alpha_{in} \cdot F - M_0^T \cdot \sum_{k=1}^n \left[\mu_k \left(\sum_{j=k+1}^n \beta_{ij} \prod_k^{j-1} \beta_{k+1,k} + \beta_{ik} \right) \right]. \quad (5.37)$$

Для спрощення практичного використання одержаної формули введемо позначення

$$B_{in} = \sum_{k=1}^n \left[\mu_k \left(\sum_{j=k+1}^n \beta_{ij} \prod_k^{j-1} \beta_{k+1,k} + \beta_{ik} \right) \right]. \quad (5.38)$$

Тоді з формули (5.37) маємо

$$M_{in} = \alpha_{in} \cdot F - M_0^T \cdot B_{in}; \quad (5.39)$$

б) для числа впливу граничного моменту на момент в i -му перерізі j -ї системи:

$$\beta_{ij} = \frac{\alpha_{ij} - \alpha_{i,j-1}}{\alpha_{j,j-1}}; \quad (5.40)$$

в) для граничного навантаження в n -й системі:

$$F^{(n+1)} = \frac{M_0^T (\mu_{n+1} + B_{in})}{\alpha_{in}}. \quad (5.41)$$

На основі отриманих виразів, в рамках концепції резерву несучої здатності (3.6), легко отримуємо в просторі згинальних моментів параметри імовірнісного розрахунку елементів на будь-якій стадії (в будь-якому стані) руйнування системи

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{in} &= \tilde{R}_n - \tilde{S}_{in} = \tilde{M}_n^T - \tilde{M}_{in}; \\ \bar{Y}_{in} &= \bar{M}_0^T (\mu_n + B_{in}) - \alpha_{in} \cdot \bar{F}; \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\hat{Y}_{in} = \sqrt{(\hat{M}_0^T)^2 (\mu_n + B_{in})^2 + \alpha_{in}^2 \hat{F}^2}. \quad (5.43)$$

При цьому передбачається тісна кореляція граничних моментів у різних перерізах системи.

Як показано на *рис. 5.8, в*, розподіл моменту в перерізах (на графіку в 3-му перерізі) змінюється при різних системах,

по-різному впливаючи на параметри резерву несучої здатності (5.42 – 5.43). У вихідній системі маємо розподіл $f(M_{30})$, отриманий за співвідношенням (5.30) і зазвичай найбільш компактний; після досягнення першого граничного навантаження F^I (5.31) і збільшення (рідше – зменшення) кута нахилу графіка – більш розтягнутий (стислий) розподіл $f(M_{31})$ на основі співвідношення (5.33), і, нарешті, після подолання рівня другого граничного навантаження F^{II} (5.34), – розподіл $f(M_{32})$, отриманий на базі формули (5.35). Таким чином, у різних станах повинні враховуватися різні частини різних розподілів зусиль у перетинах (заштриховані на *рис. 5.8, в*). Відзначимо, що на відміну від показаних для наочності на *рис. 5.8, в* фіксованих граничних навантажень, останні є випадковими з розподілами, які визначаються співвідношеннями (5.31) і (5.34).

Застосування отриманих формул ілюструється нижче у п. 5.2.6 розрахунком розглянутої вище сталевий защемленої балки. Як видно з розрахунку, особливістю випадкової процедури руйнування статично невизначеної пружно-пластичної системи, являється послідовне вирівнювання імовірності відмови в усіх шляхах руйнування системи. Ця особливість є імовірнісним відображенням фундаментальної ознаки пружно-пластичних систем – незалежності величини граничного навантаження для даного механізму руйнування від послідовності виходу з роботи зв'язків системи [26, 87, 210].

Підводячи підсумок цьому розділу відмітимо, що метод простого перебирання станів, як при крихкій, так і при пластичній моделях відмов дуже трудомісткий, оскільки загальне число необхідних для врахування станів визначається як

$$N = \sum_{k=1}^{n+1} C_m^k, \text{ де } C_m^k \text{ – кількість сполучень з } m \text{ по } k, n \text{ – ступінь}$$

статичної невизначеності СНС, m – кількість елементів (небезпечних перерізів). Наприклад, для рами виробничої будівлі з типовою схемою завантаження, при $n = 3$ і $m = 20$, $N \approx 6200$, для складніших рам N швидко росте. Тому метод станів можна адресувати для розрахунку надійності простих систем невеликої

розмірності, вузлів конструкцій, а також для випадків, коли надійність оцінюється на якій-небудь проміжній стадії руйнування (наприклад, за критерієм переміщень), де непридатний метод граничної рівноваги. Зниження трудомісткості і впорядкування розрахунку по методу станів можна отримати логіко-ймовірнісними методами, які розглядаються нижче в п. 5.3.

5.2.6. Числовий приклад. Оцінити імовірність відмови сталевій двічі статично невизначеній пружно-пластичній балки, завантаженої зосередженою силою (рис. 5.6, в).

Вихідні дані (аналогічні прикладу п. 5.2.2). Перевіряється сталева балка з прокатного двотавра № 50 з моментом опору $W_x = 1589 \text{ см}^3$. Імовірнісні характеристики: навантаження (із незначним заокругленням) $\bar{F} = 250 \text{ кН}$, $\hat{F} = 50 \text{ кН}$, межа текучості $\sigma_y = 300 \text{ МПа}$, $\sigma_{0.2} = 30 \text{ МПа}$. Коефіцієнт урахування розвитку пластичних деформацій за табл. М1 [41] $c_x = 1,12$.

$$\bar{M}_0^T = 30 \cdot 1,12 \cdot 1589 \cdot 10^{-2} = 567,3 \text{ кНм}; \quad \hat{M}_0^T = 56,73 \text{ кНм}.$$

Епюри моментів у можливих станах балки наведені в табл. 5.4

Розглянемо один із шляхів руйнування з послідовністю утворення шарнірів пластичності 0321.

А. Вихідна система

$$\alpha_{10} = 0,844; \quad \alpha_{20} = 0,422; \quad \alpha_{30} = 0,281;$$

$$\bar{Y} = 567,3 - 0,844 \cdot 250 = 356,3 \text{ кНм};$$

$$\hat{Y} = \sqrt{56,73^2 + 0,844^2 \cdot 50^2} = 70,7 \text{ кНм};$$

$$\beta = 5,04; \quad Q = 2,4 \cdot 10^{-7}.$$

Перше граничне навантаження (середнє значення) за (5.31)

$$\bar{F}^1 = 672,1 \text{ кН}.$$

Б. 1-а система – шарнір в 3-у перерізі

$$\alpha_{21} = 0,958; \alpha_{20} = 0,703;$$

$$\beta_{21} = \frac{0,958 - 0,422}{0,844} = 0,635; \beta_{31} = \frac{0,703 - 0,281}{0,844} = 0,5.$$

Нумерація перерізів відповідає черговості відмов. За формулами (5.32) і (5.33):

$$\overline{M}_{21} = \alpha_{21} \overline{F} - \beta_{21} \overline{M}_0^T = 0,958 \cdot 250 - 0,635 \cdot 567,3 = -120,7 \text{ кНм};$$

$$\overline{M}_{31} = \alpha_{31} \overline{F} - \beta_{31} \overline{M}_0^T = 0,703 \cdot 250 - 0,5 \cdot 567,3 = -107,9 \text{ кНм}.$$

Від'ємні математичні очікування моментів зв'язані зі зміною нахилу і положення залежності $M(F)$ у 1-й системі у порівнянні із вихідною системою (рис. 5.8, а).

За формулами (5.42) і (5.43):

$$\overline{Y}_{21} = 567,3(1 + 0,635) - 0,958 \cdot 250 = 688,0 \text{ кНм}$$

$$\hat{Y}_{21} = \sqrt{1,635^2 \cdot 56,73^2 + 0,958^2 \cdot 50^2} = 104,4 \text{ кНм};$$

$$\beta = 6,59; Q = 2,0 \cdot 10^{-11}.$$

$$\overline{Y}_{31} = 567,3(1 + 0,5) - 0,703 \cdot 250 = 675,2 \text{ кНм};$$

$$\hat{Y}_{31} = \sqrt{1,5^2 \cdot 56,73^2 + 0,703^2 \cdot 50^2} = 92,07 \text{ кНм};$$

$$\beta = 7,33; Q = 1,5 \cdot 10^{-13}.$$

Друге граничне навантаження (середнє значення) за (5.34)

$$\overline{F}^{II} = 968,2 \text{ кН};$$

В. 2-а система – шарнір у 2-у перерізі

$$\alpha_{32} = 4,5; \beta_{32} = \frac{(4,5 - 0,703)}{0,958} = 3,96;$$

$$B_{32} = \beta_{32} + \beta_{32} \cdot \beta_{21} + \beta_{31} = 3,96 + 3,96 \cdot 0,635 + 0,5 = 6,975 ;$$

$$\overline{M}_{32} = 4,5 \cdot 250 - 6,975 \cdot 567,3 = -2831,9 \text{ кНм};$$

$$\overline{Y}_{32} = 567,3 \cdot 7,975 - 4,5 \cdot 250 = 3399,2 \text{ кНм};$$

$$\overline{Y}_{32} = \sqrt{7,975^2 \cdot 56,73^2 + 4,5^2 \cdot 50^2} = 505,3 \text{ кНм};$$

$$\beta = 6,73; Q = 1,06 \cdot 10^{-11} .$$

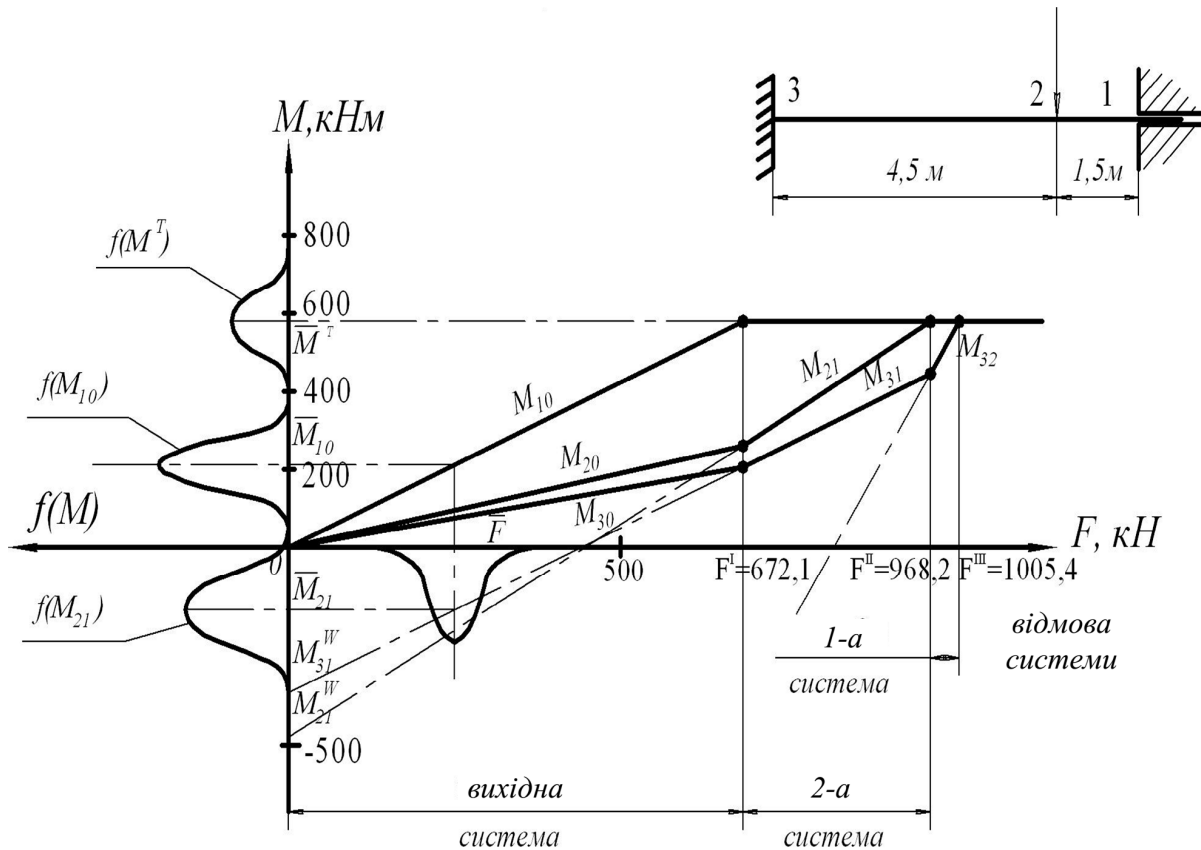


Рис. 5.9. Аналіз пластичної моделі відмови двічі статично невизначеної балки

Третє граничне навантаження (середнє граничне для 2-ї системи) за формулою (5.36):

$$\overline{F}^{III} = 1005,4 \text{ кН.}$$

Коефіцієнти впливу, які використовуються в розрахунках, зведені в *табл. 5.3*. Результати виконаних аналогічних розрахунків інших шляхів руйнування приведені в *табл. 5.4*. Для станів 2-ої системи №№ 4...9 на епюрах цифрами показана послідовність появи шарнірів

пластичності. Імовірності відмов в усіх станах 2-ої системи практично не відрізняються.

Параметри графіку *рис. 5.9*, що ілюструє наведений вище розрахунок:

- середні граничні навантаження $\bar{F}^I = 672,1$ кН, $\bar{F}^{II} = 968,2$ кН, $\bar{F}^{III} = 1005,4$ кН;

- відрізки, що відсікаються прямою на осі ординат: $M_{21}^W = -360$ кНм, $M_{31}^W = -283,7$ кНм, $M_{32}^W = -3956,9$ кНм (за межами графіку);

- математичні очікування моментів: $\bar{M}_{10} = 211$ кНм, $\bar{M}_{21} = -120,7$ кНм, $\bar{M}_{31} = -107,9$ кНм, $\bar{M}_{32} = -2831,9$ кНм (за межами графіку).

Таблиця 5.3

Коефіцієнти впливу

Шляхи руйнування	Прийняті з епюр M в табл. 5.4						Обчислені за (5.40)		
	α_{10}	α_{20}	α_{30}	α_{21}	α_{31}	α_{32}	β_{21}	β_{31}	β_{32}
0-1-2-3	0,287	0,422	0,844	0,378	0,984	1,500	-0,125	0,498	1,330
0-2-1-3	0,422	0,281	0,844	0,162	1,446	1,500	-0,282	1,427	0,333
0-3-1-2	0,844	0,281	0,422	0,703	0,958	1,125	0,500	0,635	0,238
0-1-3-2	0,281	0,844	0,422	0,984	0,387	1,125	0,498	-0,125	0,750
0-2-3-1	0,422	0,844	0,281	1,446	0,162	4,500	1,427	-0,282	3,000
0-3-2-1	0,844	0,422	0,281	0,958	0,703	4,500	0,635	0,500	3,960

Як видно з *табл. 5.4*, має місце послідовне вирівнювання ймовірностей відмови в усіх шляхах руйнування системи: з $1,17 \cdot 10^{-5}$ до $1,2 \cdot 10^{-16}$ у початковій системі до $1,06 \cdot 10^{-11}$ в другій і останній системі, причому імовірності відмов в усіх станах 2-ої системи практично не відрізняються.

Таблиця 5.4

Імовірнісні параметри балки в різних станах

Порядок системи	№ станів	Епюри для визначення α_{ij} и β_{ij}	№ перрізів	Імовірнісні параметри					Імовірність відмови Q
				M_{in} , кНм	B_{in}	\bar{Y} , кНм	\hat{Y} , кНм	β	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вихідна	0		1	69,45	-	407,45	49,6	8,21	$1,2 \cdot 10^{-16}$
			2	104,30	-	372,40	52,0	7,16	$3,0 \cdot 10^{-13}$
			3	211,00	-	356,30	70,7	5,04	$2,4 \cdot 10^{-7}$
1	1		2	155,30	-0,12	321,40	46,0	7,00	$1,28 \cdot 10^{12}$
			3	5,80	1,498	470,90	86,7	5,43	$2,9 \cdot 10^{-8}$
	2		1	174,50	-0,28	302,20	35,2	8,59	$3,98 \cdot 10^{18}$
			3	-322,80	1,427	790,50	136,4	5,79	$3,35 \cdot 10^9$
	3		1	-107,90	0,500	675,20	92,0	7,33	$1,5 \cdot 10^{-13}$
			2	-120,70	0,653	688,00	104,4	6,59	$2,0 \cdot 10^{-11}$
2	4		3	-569,00	1,664	1136,3	168,7	6,73	$1,06 \cdot 10^{11}$
	5		2	-285,20	0,998	852,6	126,6	6,74	$0,98 \cdot 10^{11}$
	6		3	-570,20	1,666	1137,4	168,8	6,74	$0,98 \cdot 10^{11}$
	7		1	-2846,1	8,00	3413,4	506,6	6,74	$0,98 \cdot 10^{11}$
	8		2	-281,5	0,992	848,8	126,2	6,73	$1,06 \cdot 10^{11}$
	9		1	-2831,9	6,975	3399,2	505,3	6,73	$1,06 \cdot 10^{11}$

Слід підкреслити, що одержана оцінка ймовірності відмови пружно-пластичної балки суттєво нижче, ніж та ж оцінка на основі крихкої моделі руйнування (приклад п. 5.2.4).

5.3. ЗАСТОСУВАННЯ ЛОГІКО-ЙМОВІРНІСНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ

5.3.1. Введення логічних функцій. Відповідно до прийнятих в логіко-ймовірнісних моделях позначень [165], умови безвідмовної роботи елементів позначимо X , умови відмови – X' , що дає можливість перейти від графів відмов *рис. 5.2 і 5.4* до логічної схеми роботи СНС (*рис. 5.9*).

Роботу системи в цілому опишемо функцією введених логічних змінних – функцією алгебри логіки (ФАЛ) $y(X_1, X_2, \dots, X_n)$, що називається *умовою працездатності системи*, для її розшифровки широко використовуються два фундаментальні поняття [165].

1. Найкоротший шлях успішного функціонування системи (КПУФ), який є мінімальним набором елементів, необхідних для безвідмовної роботи системи, який описується ФАЛ у вигляді кон'юнкції (логічного множення) елементів

$$P_l = \bigwedge_{i \in \{K_{pl}\}} X_i, \quad (5.44)$$

де K_{pl} – множина номерів елементів, що входять в даний шлях.

2. Мінімальний переріз відмов системи (МСО), який є мінімальним набором елементів, що відмовили, які приводять систему до відмови, він описується кон'юнкцією заперечень цих елементів:

$$S_j = \bigwedge_{i \in \{K_{Sj}\}} X_i', \quad (5.45)$$

де K_{Sj} – множина номерів елементів, що входять в даний переріз.

Використовуючи введені поняття, можна записати 2 загальні варіанти умов працездатності системи (УРС):

- перший – у вигляді диз'юнкції (логічного додавання) всіх d КПУФ, що знаходяться в системі:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = \bigvee_{l=1}^d P_l = \bigvee_{l=1}^d \left[\bigwedge_{i \in \{K_{pl}\}} X_i \right]; \quad (5.46)$$

- другий – у вигляді кон'юнкції заперечень усіх m МСО, що означає, що не реалізується жодна з m схем руйнування:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = \bigwedge_{j=1}^m S_j' = \bigwedge_{j=1}^m \left[\bigvee_{i \in \{K_{pl}\}} X_i \right]. \quad (5.47)$$

Приведені УРС можна проілюструвати паралельним з'єднанням КПУФ або послідовним з'єднанням заперечень МСО.

Проілюструємо використання 1-го варіанту умови працездатності (5.46) для графа *рис. 5.2* і його логічної схеми *рис. 5.9*. Для них можна записати умову працездатності (5.48) в компактній формі, де стовпці відповідають диз'юнкції, а рядки – кон'юнкції. Аналогічно, замінюючи в необхідних місцях логічні змінні, можна записати умову відмови системи (5.49).

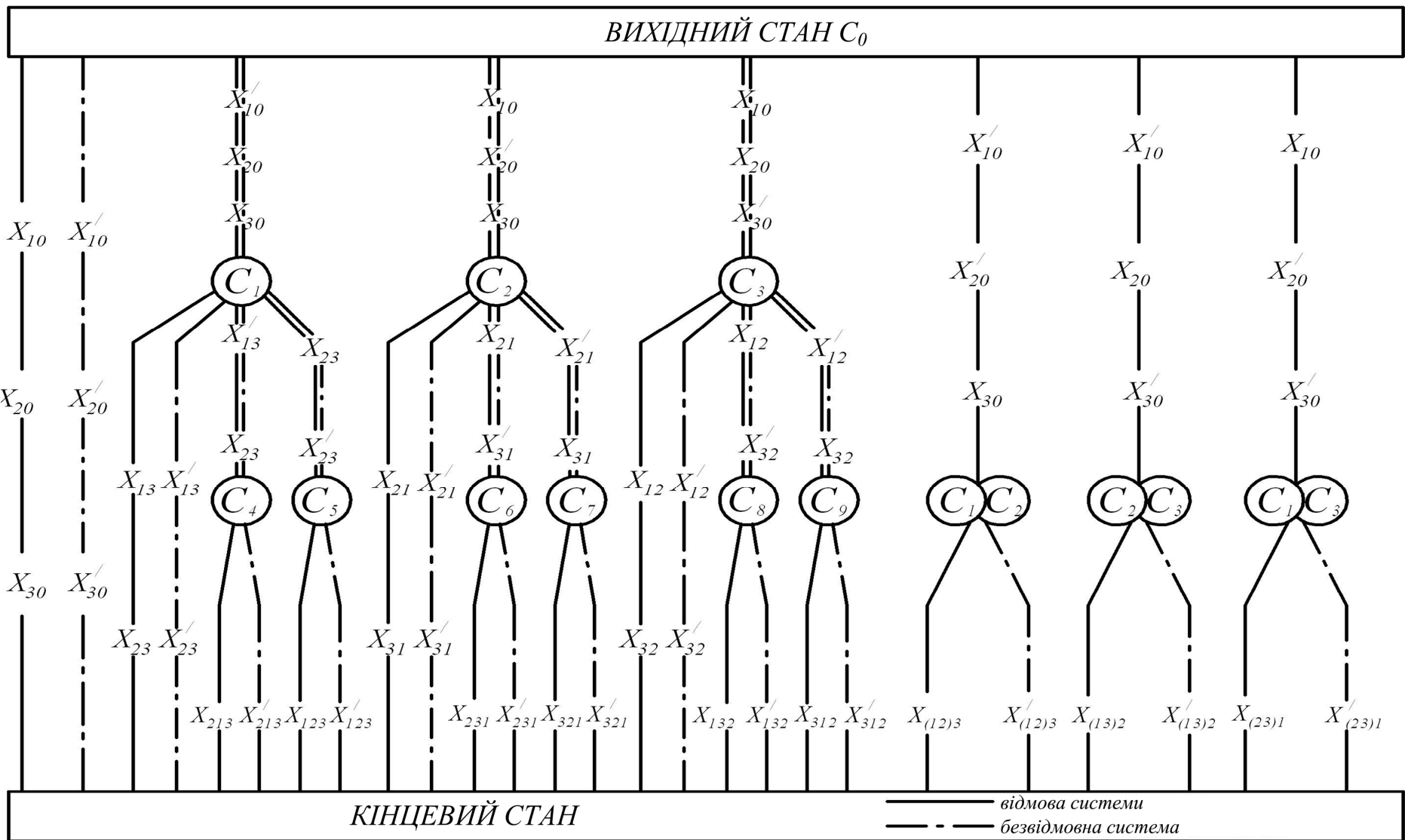


Рис. 5.10. Логічна схема руйнування двічі статично невизначеної системи

Матрично-логічні умови для двічі статично невизначеної системи (рис. 5.10):

а) безвідмовної роботи (КПУФ) б) відмови системи

$$y = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c}
 X_{10} & X_{20} & X_{30} & X_{23} & X_{13} \\
 & & X'_{30} & & X'_{13} X_{213} \\
 & & & X'_{23} & X_{13} X_{123} \\
 & X'_{20} & X_{30} & X_{12} & X_{32} \\
 & & & & X'_{32} X_{123} \\
 & & X'_{12} & X_{32} X_{312} & \\
 & & X'_{30} & X_{(2,3)1} & \\
 X'_{10} & X_{20} & X_{30} & X_{21} & X_{31} \\
 & & & & X'_{31} X_{231} \\
 & & X'_{21} & X_{31} X_{321} & \\
 & & X_{(1,3)2} & & \\
 & & X'_{30} & X_{(1,2)3} & \\
 X'_{20} & X_{30} & & &
 \end{array} \right) \quad (5.48) \quad y' = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c}
 X'_{10} & X'_{20} & X'_{30} & X'_{23} & X'_{13} \\
 X_{10} & X_{20} & X'_{30} & & X_{13} X'_{123} \\
 & & & X_{23} & X'_{13} X'_{213} \\
 & X'_{20} & X_{30} & X'_{12} & X'_{32} \\
 & & & & X_{32} X'_{312} \\
 & & X_{12} & X'_{32} X'_{132} & \\
 & & X'_{30} & X'_{(2,3)1} & \\
 X'_{10} & X_{20} & X_{30} & X'_{21} & X'_{31} \\
 & & & & X_{31} X'_{321} \\
 & & X_{21} & X'_{31} X'_{231} & \\
 & & X'_{(1,3)2} & & \\
 & & X'_{30} & X'_{(1,2)3} & \\
 X'_{20} & X_{30} & & &
 \end{array} \right) \quad (5.49)$$

Покажемо застосування методу мінімальних перерізів відмови для згорнутого графа відмов рис. 5.6, б, заздалегідь присвоївши його ребрам відповідні логічні змінні X_i . Поперечними розрізами еквівалентної послідовно-паралельної системи (рис. 5.5, б) отримуємо набір мінімальних перерізів відмов, що дозволяє записати ФАЛ (5.47) у вигляді:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_{12}) = |S'_1, S'_2, \dots, S'_6| = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c}
 X_1 & X_1 & X_2 & X_2 & X_3 & X_3 \\
 X_4 & X_5 & X_6 & X_7 & X_8 & X_9 \\
 X_{10} & X_{11} & X_{10} & X_{12} & X_{11} & X_{12}
 \end{array} \right). \quad (5.50)$$

Цей вираз відповідає звичайному запису виду

$$y = (X_1 \vee X_4 \vee X_{10}) \wedge (X_1 \vee X_5 \vee X_{11}) \wedge \dots$$

Застосуємо до нього правило де Моргана [85]:

$$\begin{aligned} y &= (X'_1 \wedge X'_4 \wedge X'_{10})' \wedge (X'_1 \wedge X'_5 \wedge X'_{11})' \wedge \dots = \\ &= [(X'_1 \wedge X'_4 \wedge X'_{10}) \vee (X'_1 \wedge X'_5 \wedge X'_{11}) \vee \dots]'. \end{aligned} \quad (5.51)$$

Ми отримали логічну функцію для відмови системи, що відповідає дереву відмов *рис. 5.6, б*, у вигляді диз'юнкцій МСО (гілок графа), кожна з яких записується відповідною кон'юнкцією умов відмови елементів (станів). Зокрема, для крайнього лівого шляху графа можна записати логічний вираз

$$y' = X'_1 \wedge X'_4 \wedge X'_{10} = X'_1 \left(\frac{X'_4}{X'_1} \right) \cdot \left(\frac{X'_{10}}{X'_4} \wedge X'_1 \right) = X'_1 \cdot X'_4 \cdot X'_{10}. \quad (5.52)$$

Тут враховується залежність між подіями, що входять у кон'юнкцію. Для графа *рис. 5.6, б* умова відмови має вигляд

$$\begin{aligned} y' &= X'_1 \cdot X'_4 \cdot X'_{10} \vee X'_1 \cdot X'_5 \cdot X'_{11} \vee X'_2 \cdot X'_6 \cdot X'_{10} \vee X'_2 \cdot X'_7 \cdot X'_{11} \vee \\ &\vee X'_3 \cdot X'_8 \cdot X'_{11} \vee X'_3 \cdot X'_9 \cdot X'_{12}. \end{aligned} \quad (5.53)$$

Представляє інтерес порівняння розрахунку надійності системи за отриманою компактною логічною схемою (5.53) з перебором станів, наведеним вище у п. 5.2. За правилами алгебри подій [84] диз'юнкція розшифровується як

$$A \vee B = A + B - A \cdot B. \quad (5.54)$$

Тому маємо для верхніх ярусів графів *рис. 5.6, а, б* для події відмови (виходу із стану C_0) логічний вираз

$$\begin{aligned} X'_1 \vee X'_2 \vee X'_3 &= X'_1 + X'_2 + X'_3 - \\ &- (X'_1 \cdot X'_2 + X'_1 \cdot X'_3 + X'_2 \cdot X'_3) + X'_1 \cdot X'_2 \cdot X'_3. \end{aligned} \quad (5.55)$$

Повний перебір можливих станів дає той же результат за умови допустимості заміни логічних змінних ймовірностями відмови [115] і врахування усіх спільних відмов елементів. Обчислення за логічною формулою (5.53) значно наочніше і простіше за громіздкий перебір усіх можливих станів системи, тому цей метод нами рекомендується для практичних розрахунків надійності. Слід зазначити, що схема "диз'юнкція кон'юнкцій" не враховує в деяких випадках, що для відмови системи в цілому потрібне певне число відмов елементів, а повний перебір станів і логічна схема може включати більшу кількість відмов. Викладений підхід є цілком точним для початкових і середніх частин довгих гілок графів багаторазово статично невизначених систем і конструктивних систем, по структурі аналогічних електронним, де кожна вершина графів відмов відповідає реальному, а не логічному елементу схеми, і де немає обмежень на кількість відмов елементів.

5.3.2. Застосування матричних методів [114]. Матричні методи дозволяють формалізувати складання умови працездатності і відмови системи та застосувати ЕОМ. Для цього використовується *булева матриця* безпосередніх зв'язків $[P]$ [85], елементи якої P_{ij} визначаються таким чином:

- $P_{ij} = b_{ij}$, якщо вершина i логічно зв'язана з вершиною j ;
- $P_{ij} = 0$, якщо вершини не зв'язані;
- $P_{ij} = 1$, при $i = j$.

В розглянутих задачах надійності елементи матриці b_{ij} дорівнюють відповідним логічним змінним X_i .

При *множенні булевих матриць* замість складання і множення дійсних чисел використовуються диз'юнкція і кон'юнкція логічних змінних, а також *закон ідемпотентності*: $A \vee A = A$; $A \wedge A = A$. При множенні матриці $[P]$ саму на себе до тих пір, поки результат не почне повторюватися, виходить матриця $[Q]$ повних зв'язків, елементи якої є логічними функціями q_{ij} , що враховують усі шляхи між вершинами i і j .

Операція множення логічних матриць легко виконується на ПЕОМ. Відповідний елемент матриці $[Q]$ за допомогою першого дистрибутивного закону приводиться до логічної умови відмови системи.

Оскільки інтерес представляють тільки деякі з елементів матриці, виявляється раціональним *метод виключення вузлів* (вершин) і пониження порядку матриці. Якщо виключається S -й вузол, то в матриці безпосередніх зв'язків $[P]$ викреслюється S -й рядок і S -й стовпець і кожен елемент, що залишається, замінюється виразом $P_{ij} \vee P_{is}P_{sj}$. Матриця зменшеного порядку $[P]_{(S)}$, що залишилася, відображає безпосередні зв'язки між не виключеними вузлами. Послідовне виключення внутрішніх вузлів для цієї матриці $[P]$ дає зрештою після застосування першого дистрибутивного закону ту ж саму логічну умову відмови системи.

Застосування матричного методу до системи, відображеної графом *рис. 5.6, б*, ілюструється нижче чисельним прикладом 5.3.3.

5.3.3. Числовий приклад. Побудувати логічну умову відмови для двічі статично невизначеної системи, робота якої ілюструється компактним графом станів на *рис. 5.6, б*, використовуючи прийом множення матриці безпосередніх зв'язків та метод виключення вузлів матриці.

Вихідні дані. Матриця безпосередніх зв'язків для графа *рис. 5.6, б* показана на *рис. 5.11*

Множимо цю матрицю саму на себе тричі, бо при цьому виконується умова її повторення і одержуємо матрицю $[Q]$ (*рис. 5.12*). Елементи матриці $[P]$ не більше ніж через $i - 1$ вузлів відображають зв'язки між вершинами графів. Тому для даного графа $i = 3$, оскільки зв'язки між вершинами графа мають не більше, ніж дві проміжні вершини. Логічну функцію, що цікавить нас, дає елемент $q_{0,7}$, який за допомогою першого дистрибутивного закону приводиться до виду (5.53).

$$[Q] = [P^3] = \begin{vmatrix}
 1 & X'_1 & X'_2 & X'_3 & X'_1 \cdot X'_4 \vee X'_2 \cdot X'_6 & X'_1 \cdot X'_5 \vee X'_3 \cdot X'_8 & X'_2 \cdot X'_7 \vee X'_3 \cdot X'_9 & (X'_1 \cdot X'_4 \vee X'_2 \cdot X'_6) \cdot X'_{10} \vee \\
 & & & & & & & \vee (X'_1 \cdot X'_5 \vee X'_3 \cdot X'_8) \cdot X'_{11} \vee \\
 & & & & & & & \vee (X'_2 \cdot X'_7 \vee X'_3 \cdot X'_9) \cdot X'_{12} \\
 & 1 & & & X'_4 & & X'_5 & X'_4 \cdot X'_{10} \vee X'_5 \cdot X'_{11} \\
 & & 1 & & X'_6 & & X'_7 & X'_6 \cdot X'_{10} \vee X'_7 \cdot X'_{12} \\
 & & & 1 & & & X'_8 & X'_8 \cdot X'_{11} \vee X'_9 \cdot X'_{12} \\
 & & & & 1 & & & X'_{10} \\
 & & & & & 1 & & X'_{11} \\
 & & & & & & 1 & X'_{12} \\
 & & & & & & & 1
 \end{vmatrix}$$

Рис. 5.12. Матрица $[Q] = [P]^3$

Застосування методу виключення вузлів матриці $[P]$ ілюструється *рис. 5.13*. Послідовне виключення її внутрішніх вузлів дає формулу (5.53) після застосування першого дистрибутивного закону.

5.3.4. Перехід від логічних функцій до ймовірностей. Важливим є питання про перехід від логічних функцій до імовірнісних шляхом заміщення логічних дій (диз'юнкції і кон'юнкції) на арифметичні (складання і множення), а букв – відповідними ймовірностями:

$$F\{X_i = 1\} = P_i; \quad F\{X_i' = 1\} = F\{X_i = 0\} = Q_i.$$

Такий перехід може виконуватися точно тільки для ФАЛ певного виду [165], наприклад, для розгорнутих функцій (5.48) і (5.49), що складаються з ортогональних (несумісних) груп елементів.

Прослідкуємо одержання такої функції на основі розгляду умови відмови (5.53), яку представимо в матричній компактній формі, аналогічній формі (5.49):

$$y' = \begin{vmatrix} X_1' & X_4' X_{10}' \\ & X_5' X_{11}' \\ X_2' & X_6' X_{10}' \\ & X_7' X_{12}' \\ X_3' & X_8' X_{11}' \\ & X_9' X_{12}' \end{vmatrix}. \quad (5.56)$$

Компактна логічна форма (5.56), взагалі кажучи, не може бути безпосередньо переведена в імовірнісну функцію, оскільки є повторною і містить деякі з елементів більш ніж один раз.

Для перетворення функції (5.56) у форму переходу до заміщення скористаємося *методом розрізання*, що полягає в послідовному винесенні повторної змінної і її заперечення, причому в частинах логічної матриці, що залишилися, замість

$$y' = \begin{array}{|c|} \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline X_{10}' \cdot X_{11}' \cdot X_{12}' \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline X_1' \\ \hline X_2' \\ \hline X_3' \\ \hline X_1' \\ \hline X_3' \\ \hline X_2' \\ \hline X_3' \\ \hline X_1' \\ \hline X_2' \\ \hline X_3' \\ \hline X_1' \\ \hline X_2' \\ \hline X_3' \\ \hline X_1' \\ \hline X_2' \\ \hline X_3' \\ \hline X_1' \\ \hline X_2' \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline X_5' \\ \hline X_7' \\ \hline X_8' \\ \hline X_9' \\ \hline X_5' \\ \hline X_8' \\ \hline X_7' \\ \hline X_9' \\ \hline X_4' \\ \hline X_5' \\ \hline X_6' \\ \hline X_7' \\ \hline X_8' \\ \hline X_9' \\ \hline X_4' \\ \hline X_5' \\ \hline X_6' \\ \hline X_8' \\ \hline X_4' \\ \hline X_6' \\ \hline X_7' \\ \hline X_9' \\ \hline X_4' \\ \hline X_6' \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline H_1 \cdot y_1 \\ \hline H_2 \cdot y_2 \\ \hline H_3 \cdot y_3 \\ \hline H_4 \cdot y_4 \\ \hline H_5 \cdot y_5 \\ \hline H_6 \cdot y_6 \\ \hline H_7 \cdot y_7 \\ \hline \end{array} \quad (5.57)$$

Рис. 5.14. Безповторна форма умови відмови системи (рис 5.6, б)

винесеної змінної ставляться відповідно 1 і 0 [165]. Опускаючи проміжні викладення, приведемо остаточну неповторну форму, що має досить громіздкий вигляд (5.57) (рис. 5.14). Перехід до імовірності відмови системи виконується за формулою повної імовірності.

Формула повної ймовірності має наступний вигляд:

$$Q(y' = 1) = \sum_{i=1}^7 F(H_i) \cdot F\left(\frac{y}{H_i}\right),$$

де події H_i утворюють повну групу несумісних гіпотез, а $F\left(\frac{y}{H_i}\right)$ – умовні ймовірності відмови при кожній гіпотезі H_i .

Логічні функції, придатні для переходу до функцій імовірнісних, можна отримати також *методом ортогоналізації, представленням у базисі кон'юнкція-заперечення*, використанням *контактних схем* і т. д. [165]. Проте в усіх випадках, як і в розглянутому вище, в результаті виходять громіздкі вирази типу (5.57). Тому перспективним в цьому питанні є використання спрощених наближених підходів і оцінок, наведених нижче, що не дають великої похибки порівняно з точними рішеннями.

Приклад одержання неповторної форми умови відмови для двоповерхової рами наведений в п. 5.3.5.

5.3.5. Числовий приклад. Виконати логіко-імовірнісний аналіз надійності двоповерхової рами (рис. 5.20), одержати неповторну форму умови безвідмовної її роботи та кінцевий вираз для оцінки ймовірності безвідмовної роботи рами.

Вихідні дані. Можливі механізми руйнування даної рами показані на рис. 5.22, відповідні імовірності відмови наведені в табл. 5.4.

Прийнявши до уваги шість головних (найбільш імовірних) механізмів руйнування №№ 6, 3, 9, 16 і 17, запишемо на основі (5.56) умову безвідмовної роботи рами

$$y(x_1, x_2, \dots, x_{14}) = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ x_6 & x_6 & x_5 & x_6 & x_{11} & x_6 \\ x_7 & x_7 & x_7 & x_7 & x_{12} & x_7 \\ x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & & \\ x_{11} & & x_{11} & x_{12} & & \\ x_{13} & & x_{14} & x_{14} & & \end{array} \right| .$$

Ця матрично-логічна форма є повторною, для її приведення до неповторної форми, придатної до для переходу від логічних аргументів до ймовірнісних параметрів, використаємо метод розрізання.

Розрізаємо функцію y по аргументу x_7 :

$$y = x_7 \underbrace{\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ x_6 & x_6 & x_5 & x_6 & x_{11} & x_6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & x_{12} & 1 \\ x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & & \\ x_{11} & & x_{11} & x_{12} & & \\ x_{13} & & x_{14} & x_{14} & & \end{array} \right|}_{y_1} \vee x_7' \underbrace{\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ x_6 & x_6 & x_5 & x_6 & x_{11} & x_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_{12} & 0 \\ x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & & \\ x_{11} & & x_{11} & x_{12} & & \\ x_{13} & & x_{14} & x_{14} & & \end{array} \right|}_{y_0} .$$

Перетворимо y_1 і y_0 , використовуючи логічні співвідношення

$$x_i \vee x_j \vee 1 = 1; \quad x_i \vee x_j \vee 0 = x_i \vee x_j .$$

$$y_1 = \left| \begin{array}{c} x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{array} \right| - \text{безповторна функція.}$$

$$y_0 = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ x_6 & x_6 & x_5 & x_6 & x_{11} & x_6 \\ x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & x_{12} & \\ x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & & \\ x_{11} & & x_{11} & x_{12} & & \\ x_{13} & & x_{14} & x_{14} & & \end{array} \right| .$$

Розрізаємо повторну функцію y_0 по аргументу x_6 :

$$y_0 = x_6 \underbrace{\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ \hline 1 & x_1 & x_5 & 1 & x_{11} & 1 \\ \hline x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & x_{12} & \\ \hline x_{11} & & x_{11} & x_{12} & & \\ \hline x_{11} & & x_{13} & x_{14} & & \end{array} \right|}_{y_{01}} \vee x'_6 \underbrace{\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ \hline 0 & 0 & x_5 & 0 & x_{11} & 0 \\ \hline x_9 & x_9 & x_9 & x_{11} & x_{12} & \\ \hline x_{11} & & x_{11} & x_{12} & & \\ \hline x_{11} & & x_{13} & x_{14} & & \end{array} \right|}_{y_{00}} .$$

Перетворимо функції y_{01} і y_{00} :

$$y_{01} = \left| \begin{array}{c|c} x_2 & x_{10} \\ \hline x_5 & x_{11} \\ \hline x_9 & x_{12} \\ \hline x_{11} & \\ \hline x_{13} & \end{array} \right| . \quad y_{00} = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ \hline x_9 & x_9 & x_5 & x_{11} & x_{11} & \\ \hline x_{11} & & x_9 & x_{12} & x_{12} & \\ \hline x_{13} & & x_{11} & x_{14} & & \\ \hline & & x_{13} & & & \end{array} \right| .$$

Розрізаємо повторну функцію y_{01} по аргументу x_{11} :

$$y_{01} = x_{11} \left| \begin{array}{c|c} x_2 & x_{10} \\ \hline x_5 & 1 \\ \hline x_9 & x_{12} \\ \hline 1 & \\ \hline x_{13} & \end{array} \right| \vee x'_{11} \left| \begin{array}{c|c} x_2 & x_{10} \\ \hline x_5 & x_{12} \\ \hline x_9 & \\ \hline 0 & \\ \hline x_{13} & \end{array} \right| = x_{11} \vee x'_{11} \left| \begin{array}{c|c} x_2 & x_{10} \\ \hline x_5 & x_{12} \\ \hline x_9 & \\ \hline x_{13} & \end{array} \right| .$$

- безповторна форма.

Розрізаємо повторну форму y_{00} по аргументу x_9 :

$$y_{00} = x_9 \underbrace{\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ \hline 1 & 1 & x_5 & x_{11} & x_{11} & \\ \hline x_{11} & & 1 & x_{12} & x_{12} & \\ \hline x_{13} & & x_{11} & x_{14} & & \\ \hline & & x_{13} & & & \end{array} \right| \vee x'_9 \underbrace{\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_2 & x_3 & x_2 & x_1 & x_{10} & x_5 \\ \hline 0 & 0 & x_5 & x_{11} & x_{11} & \\ \hline x_{11} & & 0 & x_{12} & x_{12} & \\ \hline x_{13} & & x_{11} & x_{14} & & \\ \hline & & x_{13} & & & \end{array} \right|}.$$

$$y_{001} = x_5 \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline x_{11} & x_{11} \\ \hline x_{12} & x_{12} \\ \hline x_{14} & \end{array} \right| \quad y_{000} = x_3 x_5 \left| \begin{array}{c|c|c|c} x_2 & x_2 & x_1 & x_{10} \\ \hline x_{11} & x_5 & x_{11} & x_{11} \\ \hline x_{13} & x_{11} & x_{12} & x_{12} \\ \hline & x_{13} & x_{14} & \end{array} \right|.$$

Застосуємо до повторної форми y_{001} розрізання по аргументу x_{11} :

$$y_{001} = x_5 \left| \begin{array}{c|c} x_{11} & x_1 & x_{10} \\ \hline & 1 & 1 \\ \hline & x_{12} & x_{12} \\ \hline & x_{14} & \end{array} \right| \vee x'_{11} \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline 0 & 0 \\ \hline x_{12} & x_{12} \\ \hline x_{14} & \end{array} \right| = x_5 x_{11} \vee x'_{11} \underbrace{\left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline x_{12} & x_{12} \\ \hline x_{14} & \end{array} \right|}_{y_{0010}}$$

Останній раз розрізаємо повторну форму y_{0010} по аргументу x_{12} :

$$y_{0010} = x_{12} \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline 1 & 1 \\ \hline x_{14} & \end{array} \right| \vee x'_{12} \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline 0 & 0 \\ \hline x_{14} & \end{array} \right| = x_{12} \vee x'_{12} x_{10} \left| \begin{array}{c} x_1 \\ \hline x_{14} \end{array} \right|$$

- безповторна форма.

Розрізаємо повторну форму y_{000} по аргументу x_{11} :

$$y_{000} = x_3 x_5 x_{11} \left| \begin{array}{c|c|c} x_2 & x_2 & x_1 \\ \hline 1 & x_5 & 1 \\ \hline x_{13} & 1 & x_{12} \\ \hline & x_{13} & x_{14} \end{array} \right| \vee x'_{11} \left| \begin{array}{c|c|c} x_2 & x_2 & x_1 \\ \hline 0 & x_5 & 0 \\ \hline x_{13} & 0 & x_{12} \\ \hline & x_{13} & x_{14} \end{array} \right| = x_3 x_5 \quad \underbrace{x_{11} \vee x'_{11} \left| \begin{array}{c|c|c} x_2 & x_2 & x_1 \\ \hline x_{13} & x_5 & x_{12} \\ \hline & x_{13} & x_{14} \end{array} \right|}_{y_{0000}}$$

Одержана форма y_{0000} є повторною, розрізаємо її по аргументу x_2 :

$$y_{0000} = x_2 \left| \begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline x_{13} & x_5 \\ \hline & x_{13} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline x_{12} & x_{12} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right| \vee x'_2 \left| \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline x_{13} & x_5 \\ \hline & x_{13} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline x_{12} & x_{12} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right| = x_2 \underbrace{\left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline x_{12} & x_{12} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right|}_{y_{00001}} \vee x'_2 \underbrace{x_{13} \left| \begin{array}{c|c} x_5 & x_1 \\ \hline x_{13} & x_{12} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right|}_{y_{00000}}$$

$$y_{00001} = x_{12} \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline 1 & 1 \\ \hline & x_{14} \end{array} \right| \vee x'_{12} \left| \begin{array}{c|c} x_1 & x_{10} \\ \hline 1 & 1 \\ \hline & x_{14} \end{array} \right| \vee x'_{12} \left| \begin{array}{c} x_1 \\ \hline x_{14} \end{array} \right|$$

$$y_{00000} = x_{12} \underbrace{\left| \begin{array}{c|c} x_{13} & x_5 \\ \hline & x_{13} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right|}_{y_{000001}} \vee x'_{12} \underbrace{\left| \begin{array}{c|c} x_{13} & x_5 \\ \hline & x_{13} \\ \hline & x_{14} \end{array} \right|}_{y_{000000}}.$$

Після заміни логічних аргументів X_i і X'_i на ймовірності P_i і Q_i одержуємо достатньо громіздку оцінку ймовірності безвідмовної роботи рами:

$$\begin{aligned}
 P_c = & P_7(1 - Q_{10} \cdot Q_{11} \cdot Q_{12}) + P_6 \cdot P_{11} \cdot Q_7 + \\
 & + P_6 \cdot Q_7 \cdot Q_{11} \cdot (1 - Q_{10} \cdot Q_{12}) \cdot (1 - Q_2 \cdot Q_5 \cdot Q_9 \cdot Q_{13}) + \\
 & + P_5 \cdot P_9 \cdot P_{11} \cdot Q_6 \cdot Q_7 + P_5 \cdot P_{12} \cdot P_9 \cdot Q_6 \cdot Q_7 \cdot Q_{11} + \\
 & + P_5 \cdot P_9 \cdot P_{10} \cdot Q_7 \cdot Q_{11} \cdot Q_6 \cdot Q_{12} \cdot (1 - Q_1 \cdot Q_{14}) + \\
 & + P_3 \cdot P_5 \cdot P_{11} \cdot Q_6 \cdot Q_7 \cdot Q_9 + P_2 \cdot P_3 \cdot P_5 \cdot P_{12} \cdot Q_6 \cdot Q_7 \cdot Q_9 \cdot Q_{11} + \\
 & + P_2 \cdot P_3 \cdot P_5 \cdot P_{10} \cdot Q_6 \cdot Q_7 \cdot Q_9 \cdot Q_{11} \cdot Q_{12} (1 - Q_1 \cdot Q_{14}) + \\
 & + P_3 \cdot P_5 \cdot P_{12} \cdot P_{13} \cdot Q_2 \cdot Q_6 \cdot Q_7 \cdot Q_9 \cdot Q_{11} + \\
 & + P_3 \cdot P_5 \cdot P_{10} \cdot P_{13} \cdot Q_2 \cdot Q_6 \cdot Q_7 \cdot Q_9 \cdot Q_{11} \cdot Q_{12} (1 - Q_1 \cdot Q_{14}).
 \end{aligned} \tag{5.58}$$

У цьому виразі найбільш значимими доданками є перші, що відповідають початку процесу розрізання; у міру видалення від початку розрізання доданки швидко зменшуються.

5.3.6. Спрощені логіко-імовірнісні підходи. Логічні функції, придатні для переходу до функцій імовірнісних, можна отримати також *методом ортогоналізації, представленням у базисі кон'юнкція-заперечення*, використанням *контактних схем* і т. д. [165]. Проте в усіх випадках, як і в розглянутому вище, в результаті виходять громіздкі вирази типу (5.58). Тому перспективним в цьому питанні є використання спрощених наближених підходів і оцінок, що не дають великої похибки порівняно з точними рішеннями.

Зокрема, корисною може бути нижня оцінка ймовірності безвідмовної роботи системи через мінімальні перерізи відмови (МСО):

$$P_{c \min} = \prod_{j=1}^m \left(1 - \prod_{i \in \{K_{Sj}\}} Q_i \right). \tag{5.59}$$

Очевидно, що тут елементи МСО вважаються сполученими паралельно, а самі МСО – з'єднаними послідовно. Стосовно графа *рис. 5.6, б* і форми ФАЛ (5.50) залежність (5.59) можна записати як

$$P_{\text{сmin}} = (1 - Q_1 \cdot Q_4 \cdot Q_{10}) \cdot (1 - Q_1 \cdot Q_5 \cdot Q_{11}) \cdot (1 - Q_2 \cdot Q_6 \cdot Q_{10}) \cdot (1 - Q_2 \cdot Q_7 \cdot Q_{12}) \times \\ \times (1 - Q_3 \cdot Q_8 \cdot Q_{11}) \cdot (1 - Q_3 \cdot Q_9 \cdot Q_{12}). \quad (5.60)$$

Рекомендується також об'єднувати деякі з МСО в ланки Z_i [165], і тоді формула (5.47) набуває вигляду:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = \bigwedge_{j=1}^r S_j' = \bigwedge_{i=1}^r Z_i,$$

де $r \leq m$ – кількість ланок, а послідовно-паралельна структура, що відповідає цій функції, називається *схемою ненадійності системи*.

Допускається нехтувати залежністю відмов ланок внаслідок повторності їх ФАЛ, і тоді для оцінки знизу ймовірності безвідмовної роботи системи можна використати формулу послідовного з'єднання ланок:

$$P_{\text{с.н}} = P \left\{ \bigwedge_{i=1}^r Z_i \right\} = \prod_{i=1}^r P_{Z_i},$$

де P_{Z_i} – імовірність безвідмовної роботи ланки Z_i .

З форми МСО (5.50) за допомогою винесення загальних членів виходить наступна схема ланок :

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = \left| \begin{array}{c|c|c} X_1 & X_2 & X_3 \\ \hline X_4 \cdot X_5 & X_6 \cdot X_7 & X_8 \cdot X_9 \\ \hline X_{10} \cdot X_{11} & X_{10} \cdot X_{12} & X_{11} \cdot X_{12} \end{array} \right| = |3_1 3_2 3_3|.$$

Очевидно, що тут елементи МСО вважаються сполученими паралельно, а самі МСО – з'єднаними послідовно. Стосовно графа *рис. 5.6, б* і форми ФАЛ (5.50) залежність (5.59) можна записати як

$$P_{c_{\min}} = (1 - Q_1 \cdot Q_4 \cdot Q_{10}) \cdot (1 - Q_1 \cdot Q_5 \cdot Q_{11}) \cdot (1 - Q_2 \cdot Q_6 \cdot Q_{10}) \cdot (1 - Q_2 \cdot Q_7 \cdot Q_{12}) \times \\ \times (1 - Q_3 \cdot Q_8 \cdot Q_{11}) \cdot (1 - Q_3 \cdot Q_9 \cdot Q_{12}). \quad (5.60)$$

Рекомендується також об'єднувати деякі з МСО в ланки Z_i [165], і тоді формула (5.47) набуває вигляду:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = \bigwedge_{j=1}^r S_j' = \bigwedge_{i=1}^r Z_i,$$

де $r \leq m$ – кількість ланок, а послідовно-паралельна структура, що відповідає цій функції, називається *схемою ненадійності системи*.

Допускається нехтувати залежністю відмов ланок внаслідок повторності їх ФАЛ, і тоді для оцінки знизу ймовірності безвідмовної роботи системи можна використати формулу послідовного з'єднання ланок:

$$P_{c.n} = P \left\{ \bigwedge_{i=1}^r Z_i \right\} = \prod_{i=1}^r P_{Z_i},$$

де P_{Z_i} – імовірність безвідмовної роботи ланки Z_i .

З форми МСО (5.50) за допомогою винесення загальних членів виходить наступна схема ланок :

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = \left| \begin{array}{c|c|c} X_1 & X_2 & X_3 \\ \hline X_4 \cdot X_5 & X_6 \cdot X_7 & X_8 \cdot X_9 \\ \hline X_{10} \cdot X_{11} & X_{10} \cdot X_{12} & X_{11} \cdot X_{12} \end{array} \right| = |3_1 3_2 3_3|.$$

Тут ланки є паралельно сполученими ланцюгами послідовних елементів, тому формула (5.51) розшифровується для випадку ФАЛ (5.45) як

$$P_{С.Н.} = \left[1 - (1 - P_1) \cdot (1 - P_4 \cdot P_5)(1 - P_{10} \cdot P_{11}) \right] \cdot \left[1 - (1 - P_2) \cdot (1 - P_6 \cdot P_7)(1 - P_{10} \cdot P_{12}) \right] \times \\ \times \left[1 - (1 - P_3) \cdot (1 - P_8 \cdot P_9)(1 - P_{11} \cdot P_{12}) \right]. \quad (5.61)$$

Використання як формули МСО (5.59), так і методики ланок забезпечує достатню точність нижньої оцінки надійності [165], причому відхилення від точного значення йде в запас надійності системи (табл. 5.5).

Таблиця 5.5

**Порівняння оцінок надійності двічі статично
невизначеної системи (рис. 5. 6)**

<i>Імовірнісні параметри</i>	<i>Вид оцінки</i>		
	<i>Точна за схемою (рис. 5.10)</i>	<i>Мінімальні перерізи відмов (5.60)</i>	<i>Методика ланок (5.61)</i>
<i>Імовірність безвідмовної роботи P_c</i>	0,89542	0,89073	0,87189
<i>Імовірність відмови системи Q_c</i>	0,10458	0,10927	0,12802

5.3.7. Оцінка надійності вузлів металевих конструкцій. Для одержання цієї оцінки також застосуємо логіко-імовірнісний метод. Попередньо аналізується дійсна робота вузлів, характер і послідовність їхнього можливого руйнування. Проведений структурний аналіз надійності типових вузлів металоконструкцій показав, що вони в основному описуються послідовними схемами з включенням паралельних з'єднань залежних елементів, що відповідають багатоелементним з'єднанням, підібраним із запасом. Врахування кореляції між елементами структурних схем вузлів внаслідок спільності зусиль і міцності сталі дозволяє скоротити число елементів, що враховуються в схемі, і підвищити результуючу оцінку надійності.

Надійність вузлів залежить від кількості несучих елементів, що входять в них, зі збільшенням числа елементів надійність знижується, більшу надійність мають малоелементні вузли. Важливим чинником є також однорідність міцнісних властивостей елементів: надійність вузлів виходить найменшою, якщо міцності елементів повинні розглядатися як незалежні. Така ситуація виникає, якщо елементи виготовлені з різних сталей, різними заводами-виробниками, при зіставленні заводських і монтажних швів і т.п.

Внаслідок своєї багатоелементності вузли можуть бути менш надійними, ніж самі елементи (стержні колон, пролітні частини балок і ін.), що повинно враховуватися при оцінці надійності конструкцій в цілому.

5.3.8. Числовий приклад. *Одержати формули для визначення ймовірностей відмови і безвідмовної роботи типових вузлів металічних конструкцій.*

Вузол 1. *Жорстке сполучення решітчастого ригеля з колоною (рис. 5.15, а).*

Виходячи з дійсної роботи такого вузла [82], його відмова може здійснитися внаслідок:

- 1 – руйнування верхньої фасонки (X_1);
- 2 – руйнування зварних швів, що кріплять верхню фасонку до фланця (X_2);
- 3 – згину фланця верхнього вузла (X_3);
- 4 – обриву болтів, що кріплять верхній пояс ферми до колони (X_4);
- 5 – руйнування вертикальних зварних швів нижнього вузла (X_5);
- 6 – зминання в місці спирання нижнього вузла на опорний столик (X_6);
- 7 – падіння опорного столика внаслідок відмови зварних швів кріплення столика до колони (X_7).

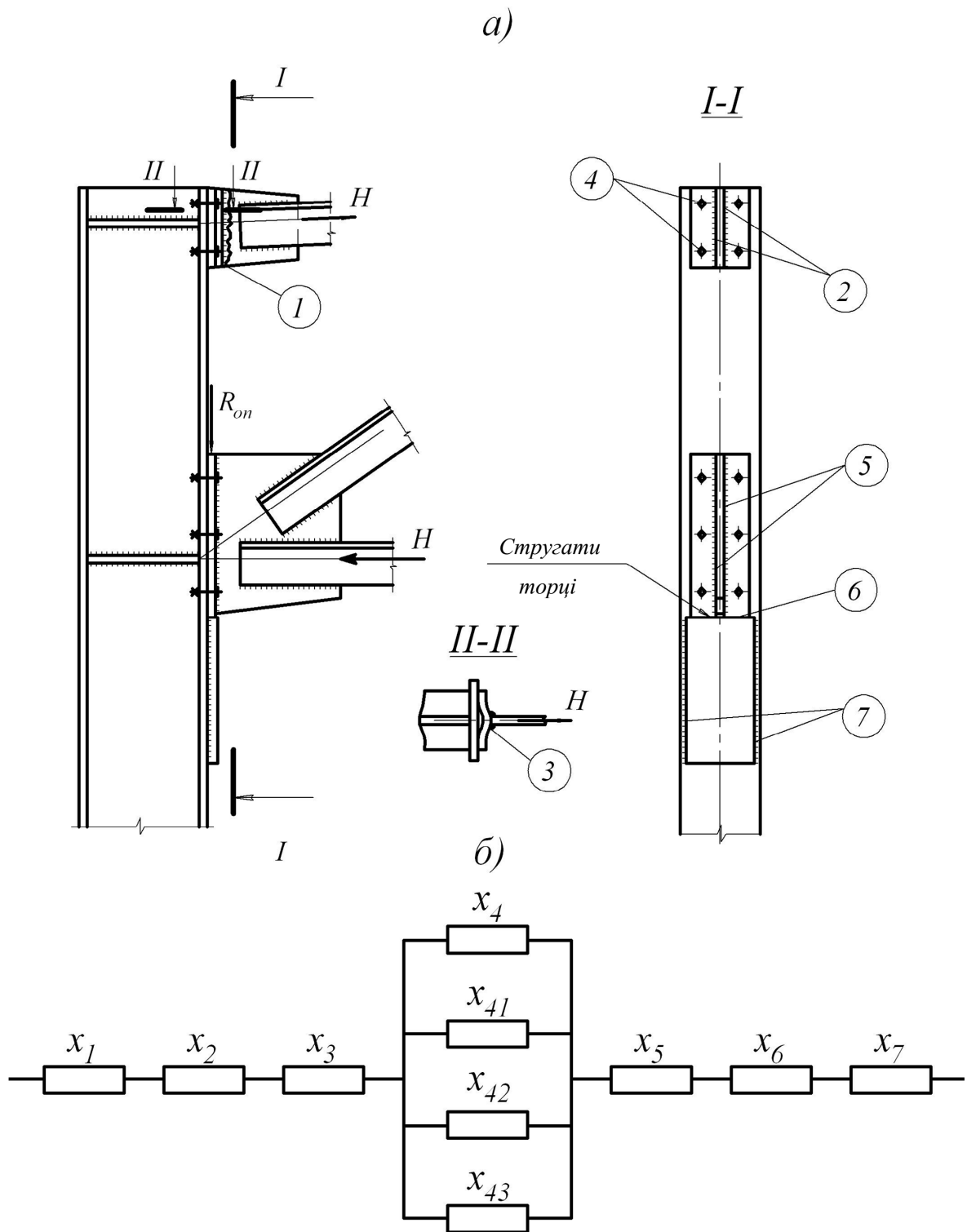


Рис. 5.15. До оцінки надійності жорсткого вузла
 сполучення ригеля з колоною:
 а – конструкція вузла; б – структурна схема системи

Перераховані відмови представляються у вигляді елементів в загальній структурній схемі вузла (рис. 5.15, б). При цьому необгрунтованим було б представлення парних зварних швів поз. 2, 5 і 7 у вигляді паралельних з'єднань, оскільки в останніх кожен елемент здатний виконувати покладену на з'єднання функцію. У даному вузлі один з двох швів, очевидно, не може сприйняти подвійне навантаження, і парний шов є по суті одним швом, накладеним двома ділянками, який відображається в схемі послідовно сполученими елементами X_2, X_5 і X_7 .

У болтовому з'єднанні поз. 4, особливо якщо число болтів визначене конструктивно з умови їх розміщення, можливе врахування роботи з'єднання після відмови першого і подальших болтів. Проте при цьому різко зростає навантаження на болти, що залишилися, характер їх роботи змінюється (рис. 5.8, а, б) і може бути відображений послідовно-паралельним з'єднанням залежних елементів (рис. 5.3). Умова працездатності системи, що показує роботу вузла (рис. 5.15, б), записується у вигляді:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_7) = X_1 X_2 X_3 (X_4 \vee X_{41} \vee X_{42} \vee X_{43}) X_5 \cdot X_6 \cdot X_7. (5.62)$$

Для переходу від логічної функції до імовірнісної виконаємо аналіз кореляційних зв'язків між функціями резерву міцності елементів

$$Y_i = X_i = R_i - S_i = \sigma_{yi} - \sigma_{qi} \geq 0. (5.63)$$

Зважимо, що зусилля у всіх елементах вузла пропорційні навантаженню від покрівлі (постійного і снігового), тому параметри σ_{qi} функціонально зв'язані. Більш того, при умові, що всі елементи підібрані без запасу, можна прийняти наближено, що розподіли σ_{qi} є близькими.

Другий параметр σ_{yi} , очевидно, співпадає для деталей поз. 1, 3 і 6 і зварних швів поз. 2 і 5 однієї і тієї ж ферми, тому відповідні умови безвідмовної роботи X_1, X_3 і X_6 ; X_2 і X_5 тісно кореляційно пов'язані з коефіцієнтом кореляції $r \approx 1$. Внаслідок цього при переході від ФАЛ (5.62) до імовірнісної форми вказані

групи елементів мають бути представлені "найслабкішими ланками" з мінімальними ймовірностями безвідмовної роботи $P_{i\min}$.

Імовірнісні характеристики сталі деталей ферми (поз. 1, 3 і 6), болтів (поз. 4), зварних швів ферми (поз. 2 і 5) і опорного столика колони (поз. 7), очевидно, слід прийняти незалежними, тим більше, що таке припущення йде в запас надійності вузла. Внаслідок цього коефіцієнт кореляції між елементами X_i і X_j визначиться як:

$$r_{ij} = \frac{\hat{\sigma}_q^2}{\hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_q^2}. \quad (5.64)$$

Враховуючи співвідношення стандартів $\hat{\sigma}_y$ і $\hat{\sigma}_q$, з урахуванням змінності і нормованих відхилень розрахункових значень для снігового і постійного навантажень (див. главу 2), можна зробити загальний висновок про помітну перевагу знаменника у формулі (5.64) і отримати приблизно коефіцієнти кореляції $r_{ij} \leq 0,5$ між умовами відмови елементів вузла з незалежними міцностями сталі. При такій порівняно слабкій кореляції відмови елементів можна вважати незалежними [220].

На підставі вищесказаного перехід від ФАЛ (5.62) до формули імовірності безвідмовної роботи вузла (рис. 5.15) отримаємо у вигляді

$$P_C = \min(P_1, P_3, P_6) \min(P_2, P_5) \cdot P_7 \cdot (1 - Q_4 \cdot Q_{41} \cdot Q_{42} \cdot Q_{43}). \quad (5.65)$$

Відмова вузла у формі виникнення шарніра пластичності внаслідок руйнування (плинності) верхнього болтового з'єднання є складною подією, що об'єднує відмову болтів і безвідмовну роботу інших елементів, його ймовірність дорівнює:

$$Q_{III} = Q_4 \cdot Q_{41} \cdot Q_{42} \cdot Q_{43} \min(P_1, P_3, P_6) \min(P_2, P_5) \cdot P_7. \quad (5.66)$$

Вузол 2. Жорстке сполучення суцільного ригеля з колоною, типове для багатопверхових будівель зі сталевим каркасом (рис. 5.16, а).

Відмова цього вузла може реалізуватися у формі:

1 – переходу опорного перерізу ригеля в пластичну стадію, виникнення шарніра пластичності (X_1);

2 – руйнування поясних стикових накладок (X_2);

3 – руйнування монтажних стикових швів, що кріплять стикові накладки до колони (X_3);

4 – відмови монтажних флангових швів кріплення стикових накладок до полиць ригеля (X_4);

5 – обриву зварного кріплення накладки по стінці ригеля (X_5);

6 – руйнування ділянки стінки колони в зоні примикання ригеля, що знаходиться в складному напруженому стані (X_6).

Структурна схема для оцінки надійності вузла, з урахуванням викладених вище міркувань, представляється послідовним з'єднанням усіх елементів, тому умову працездатності вузла запишемо у вигляді

$$y(X_1, X_2, \dots, X_6) = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 \cdot X_6. \quad (5.67)$$

Як і раніше у вузлі рис. 5.15, а, в усіх елементах даного вузла виникають тісно корельовані зусилля; міцність сталі можна прийняти співпадаючої в перерізі балки і накладках (поз. 1 і 2), а також в зварних швах поз. 3, 4 і 5. З урахуванням цього, імовірність безвідмовної роботи вузла запишеться як

$$P_c = \min(P_1, P_2) \min(P_3, P_4, P_5) \cdot P_6. \quad (5.68)$$

Для ймовірності виникнення шарніра пластичності у вузлі маємо

$$Q_{ш} = Q_1 \cdot P_2 \cdot P_6 \min(P_3, P_4, P_5). \quad (5.69)$$

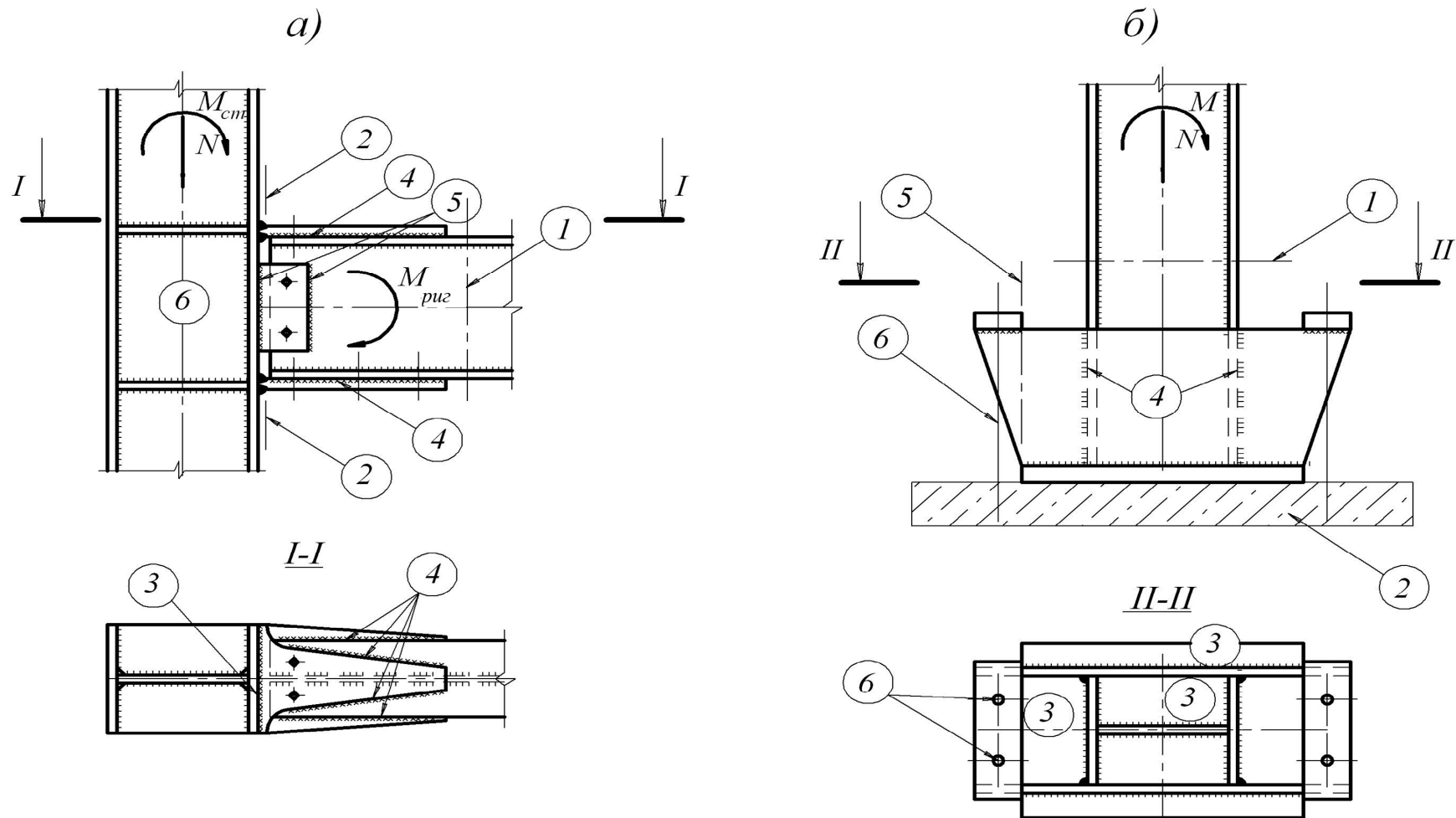


Рис. 5.16. До оцінки надійності жорстких вузлів металокопструкцій:
 а – сполучення ригеля з колоною; б – башмак колони

Вузол 3. Типовий башмак суцільної колони при жорсткому сполученні з фундаментом (рис. 5.16, б).

Для башмака можливими є наступні варіанти відмов:

1 – перехід опорного перерізу колони в пластичний стан, виникнення шарніра пластичності (X_1);

2 – руйнування бетону під плитою башмака (X_2);

3 – руйнування опорної плити башмака внаслідок згину на різних ділянках під дією відпору бетону; у розгляд слід вводити найбільш навантажену ділянку плити (X_3);

4 – руйнування зварних швів кріплення траверс башмака до полиць колони (X_4);

5 – перехід в пластичну стадію або руйнування траверс по найбільш навантаженому перерізу (X_5);

6 – руйнування або висмикування анкерних болтів; відмова болтів є складною подією, що включає руйнування стержня болта, його висмикування з фундаменту, зріз різьби, зминання траверс в місцях спірання опорних планок (X_6).

Усі перераховані відмови описуються послідовно розташованими елементами X_i , окрім X_6 для анкерних болтів, які у разі установки із запасом з конструктивних міркувань можуть давати паралельне з'єднання залежних елементів. Логічна формула умови безвідмовної роботи вузла

$$y(X_1, X_2, \dots, X_6) = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 \cdot (X_6 \vee X_{61}). \quad (5.70)$$

Враховуючи тісний кореляційний зв'язок відмов поз. 1, 3 і 5, отримуємо для ймовірності безвідмовної роботи башмака колони:

$$P_C = \min(P_1, P_{3\min}, P_5) \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot (1 - Q_6 \cdot Q_{61}). \quad (5.71)$$

Звідси ймовірність появи шарніра пластичності в защемленні колони:

$$Q_{III} = Q_1 \min(P_{3\min}, P_5) \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot (1 - Q_6 \cdot Q_{61}). \quad (5.72)$$

5.3.9. Оцінка важливості елементів системи.

Вирішальною перевагою логіко-ймовірнісних методів є можливість виявлення впливу окремих елементів на надійність системи в цілому. Для цього вводиться ряд спеціальних характеристик [165].

1. Значущість елемента, яка для монотонних структур визначається як:

$$\xi_{X_i} = \frac{dP_C}{dP_i} = P_{C1}^{(i)} - P_{C0}^{(i)}, \quad (5.73)$$

де P_C і P_i – імовірність безвідмовної роботи відповідно системи в цілому і i -го елемента; $P_{C1}^{(i)}$ – імовірність безвідмовної роботи системи при абсолютній надійності i -го елемента; $P_{C0}^{(i)}$ – те ж, при абсолютній відмові i -го елемента.

2. Внесок елемента X_i в надійність системи

$$B_{X_i} = P_i \cdot \frac{dP_C}{dP_i} = P_C - P_{C0}^{(i)}. \quad (5.74)$$

Внесок характеризує приріст надійності системи внаслідок заміни елемента X_i , що відмовив, на такий же працездатний елемент з імовірністю безвідмовної роботи P_i .

3. Питомий вклад елемента

$$b_{X_i} = B_{X_i} / \sum_{i=1}^n B_{X_i}. \quad (5.75)$$

Для розглянутої вище двічі статично невизначеної системи (рис. 5.4) значимість і внески різних станів змінюються аналогічно, причому значно більшою є важливість перших відмов елементів у порівнянні з наступними (рис. 5.17, а). Ця особливість СНС підтверджує можливість одержання оцінки їх надійності на основі аналізу вихідного стану системи замість трудомісткого розгляду всіх можливих шляхів руйнування системи.

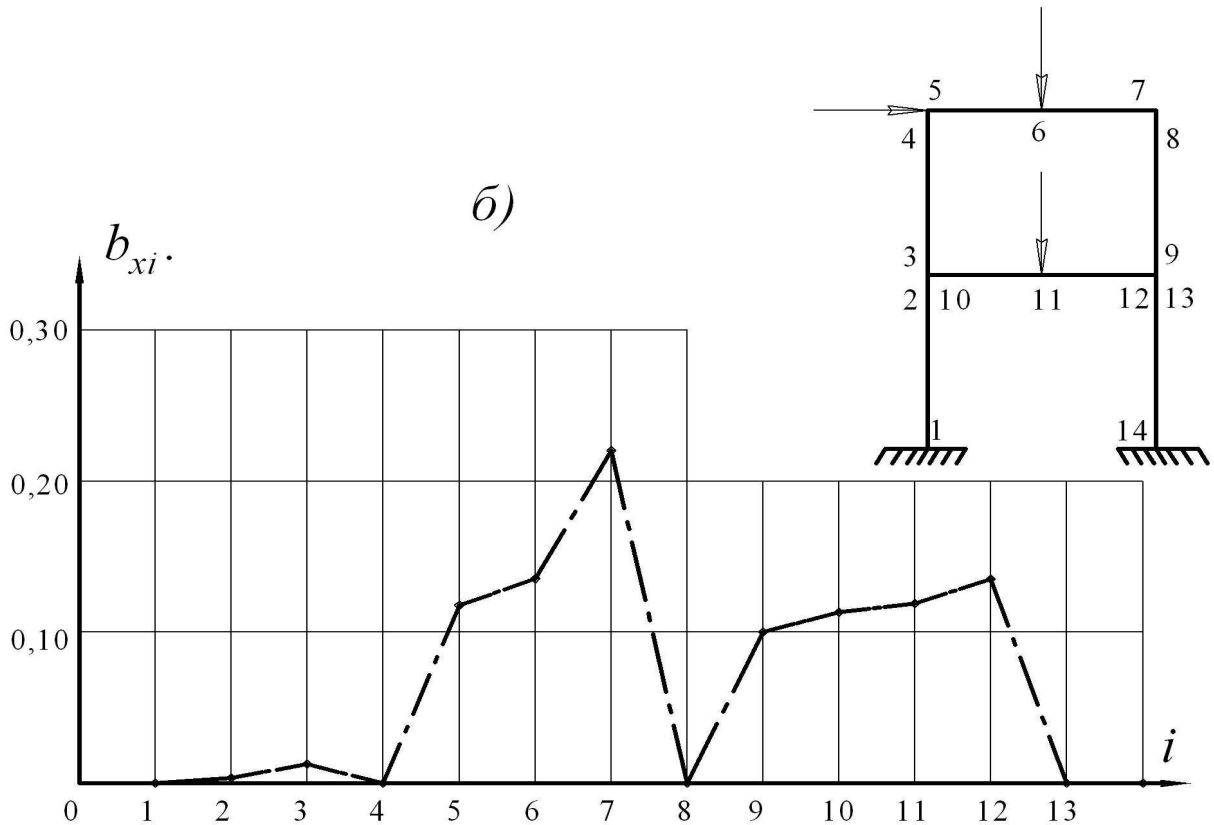
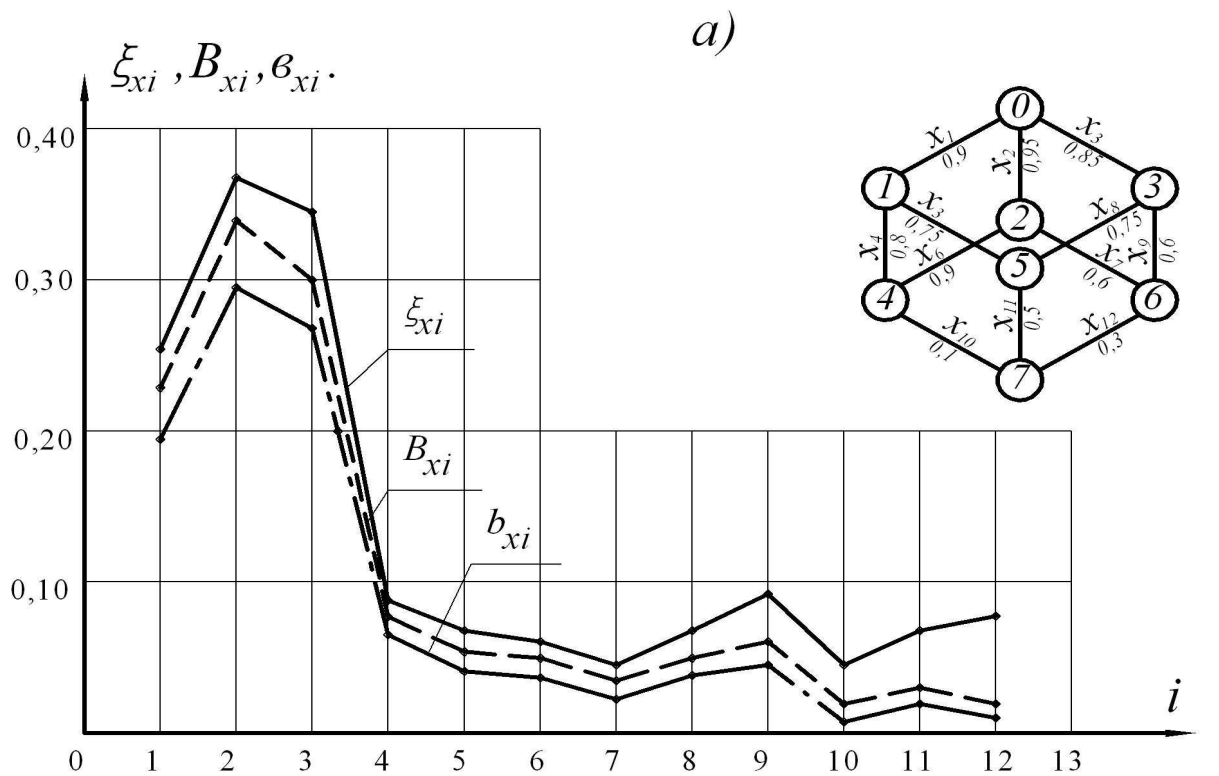


Рис. 5.17. Ранжування станів і елементів СНС:

а – оцінки важливості станів двічі статично невизначеної системи (рис. 5.4): ξ_{xi} – значимість; B_{xi} – внесок; b_{xi} – питомий внесок;
 б – питомі внески небезпечних перерізів двоповерхової рами

Алгоритми ранжування (оцінки важливості) елементів СНС на основі ІМГР включають наступні етапи:

а) складання логічної функції умови безвідмовної роботи системи на основі (5.47) з урахуванням головних (найбільш імовірних) механізмів руйнування; при цьому умови безвідмовної роботи X_i елементів, що входять в механізми руйнування, логічно складаються (операція диз'юнкції) і показуються стовпцями, умови невникнення механізмів логічно перемножуються (операція кон'юнкції) і показуються рядками;

б) за допомогою алгоритму розрізання повторна логічна матрична форма у приводиться до безповторного вигляду;

в) будуються логічні функції $y_1^{(i)}$ і $y_0^{(i)}$ при $X_i = 1$ і $X_0 = 0$, необхідні для отримання оцінок важливості елементів;

г) після заміни логічних змінних на відповідні ймовірності, виконується обчислення за формулами (5.73) – (5.75) значущості, внеску і питомого внеску елементів (небезпечних перерізів);

д) виконується ранжування елементів, що дозволяє розробити стратегію забезпечення живучості, підвищення надійності і оптимізації СНС за критеріями надійності.

5.3.10. Числовий приклад. Провести ранжування елементів двоповерхової рами (рис. 5.20).

Використаємо загальну безповторну форму умови безвідмовності даної рами, одержану раніше в числовому прикладі 5.3.5. Для кожного i -го перерізу із загальної форми отримуємо логічні функції $y_1^{(i)}$ при $x_i = 1$ і $y_0^{(i)}$ при $x_i = 0$, після чого по формулах (5.53) – (5.55) визначаємо значущість ξ_{xi} , внесок B_{xi} і питомий внесок b_{xi} елементів. Зв'язок між значущістю і внеском визначається як $B_{xi} = P_i \xi_{xi}$.

$i = 1$. Функції $y_1^{(i)}$ і $y_0^{(i)}$ відрізняються в стовпці $\begin{vmatrix} x_1 \\ x_{14} \end{vmatrix}$, який для $y_1^{(i)}$ звертається в 1, а для $y_0^{(i)}$ рівний x_{14} . Опускаючи викладення, наведемо остаточний вираз для значущості

$$\xi_{x1} = Q_6 Q_7 Q_{11} Q_{12} Q_{14} P_5 P_{10} (P_9 + Q_9 P_3 + Q_2 Q_9 P_3 P_{13}).$$

$i = 2$. При складанні логічних форм розшифровуються тільки аргументи, що відрізняються:

$$y_1^{(2)} = \left| \begin{array}{c} x_7 y_1 \\ | \\ | \\ | \\ x_7' \\ | \\ | \\ x_6' \\ | \\ x_9 y_{001} \\ | \\ | \\ x_6' \\ | \\ x_9' x_3 x_5 \\ | \\ x_{11}' \\ | \\ x_{12}' x_{10} \\ | \\ x_1 \\ | \\ x_{14} \end{array} \right| \quad y_0^{(2)} = \left| \begin{array}{c} x_7 y_1 \\ | \\ | \\ x_{11} \\ | \\ x_6 \\ | \\ x_{11}' \\ | \\ x_{10} \\ | \\ x_{12} \\ | \\ x_9 \\ | \\ x_{13} \\ | \\ x_7' \\ | \\ x_9 y_{001} \\ | \\ | \\ x_{11} \\ | \\ x_6' \\ | \\ x_9' x_3 x_5 \\ | \\ x_{11}' \\ | \\ x_{12}' x_{10} \\ | \\ x_1 \\ | \\ x_{14} \end{array} \right|$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x2} = Q_5 Q_7 Q_9 Q_{11} Q_{13} P_6 (1 - Q_{10} Q_{12}) + Q_6 Q_7 Q_9 Q_{11} Q_{13} P_3 P_5 [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_{14})]$$

$$\underline{i = 3.} \quad y_1^{(3)} = \left| \begin{array}{c} x_7 y_1 \\ | \\ x_6 y_{01} \\ | \\ x_7' \\ | \\ x_9 y_{001} \\ | \\ x_6' \\ | \\ x_9' x_5 \\ | \\ x_{11} \\ | \\ x_{11}' y_{0000} \end{array} \right| \quad y_0^{(3)} = \left| \begin{array}{c} x_7 y_1 \\ | \\ x_6 y_{01} \\ | \\ x_7' \\ | \\ x_6' x_9 y_{001} \end{array} \right|$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x3} = Q_6 Q_7 Q_9 P_5 \{ P_{11} + Q_{11} (P_2 + Q_2 P_{13}) [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_{14})] \}.$$

$i = 4$. В цьому випадку $\xi_{x4} = B_{x4} = 0$, оскільки 4-й переріз не входить у жоден з головних механізмів руйнування (табл. 5.9).

$$\underline{i = 5.} \quad y_1^{(5)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c} x_7 y_1 & & & \\ & x_6 & x_{11} & \\ & x'_7 & x'_{11} & x_{10} \\ & & & x_{12} \\ & & x_9 & x_{11} \\ & x'_6 & x'_{11} & y_{0010} \\ & & x'_9 x_3 & x_{11} \\ & & & x'_{11} y_{0000} \end{array} \right| \quad y_0^{(5)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c} x_7 y_1 & & & \\ & x_{11} & & \\ & x'_7 x_6 & x_{10} & x_2 \\ & & x'_{11} & x_9 \\ & & & x_{13} \end{array} \right|$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x5} = Q_2 Q_7 Q_9 Q_{11} Q_{13} P_6 (1 - Q_{10} Q_{12}) + Q_6 Q_7 P_9 \{ P_{11} + Q_{11} [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_{14})] \} + Q_6 Q_7 Q_9 P_3 \{ P_{11} + Q_{11} [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_{14})] (P_2 + Q_2 P_{13}) \}$$

$$\underline{i = 6.} \quad y_1^{(6)} = \left| \begin{array}{c} x_7 y_1 \\ x'_7 y_{01} \end{array} \right| \quad y_0^{(6)} = \left| \begin{array}{c|c|c} x_7 y_1 & & \\ & x_9 x_5 & x_{11} \\ & x'_7 & x'_{11} y_{0010} \\ & x'_9 x_3 x_5 & x_{11} \\ & & x'_{11} y_{0000} \end{array} \right|$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x6} = Q_7 [P_{11} + Q_{11} (1 - Q_{10} Q_{12}) (1 - Q_2 Q_5 Q_9 Q_{13}) - Q_7 P_5 P_9 \times \\ \times \{P_{11} + Q_{11} [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_4)]\} - Q_7 Q_9 P_3 P_5 \{P_{11} + Q_{11} [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_4)]\} (P_2 + Q_2 P_{13})\}$$

$$\underline{i = 7.} \quad y_1^{(7)} = y_1; \quad y_0^{(7)} = y_0.$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x7} = 1 - Q_{10} Q_{11} Q_{12} - P_6 P_{11} - Q_{11} P_6 (1 - Q_{10} Q_{12}) (1 - Q_2 Q_5 Q_9 Q_{13}) - Q_6 P_5 P_{11} - Q_6 Q_{11} P_5 P_9 [P_{12} + \\ + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_4)] - Q_6 Q_9 Q_{11} P_3 P_5 \{P_{11} + Q_{11} [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_4)]\} (P_2 + Q_2 P_{13})\}$$

$\underline{i = 8.}$ 8-ий переріз не входить у головні механізми руйнування (табл. 5.9).

$$\underline{i = 9} \quad y_1^{(9)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c} x_7 y_1 & & & \\ \hline & x_{11} & & \\ \hline & x_6 & x_{10} & \\ \hline x_7' & x_{11}' & x_{12} & \\ \hline & x_6' & x_5 & \\ \hline & & x_{11}' & \\ \hline & & x_{11}' y_{0000} & \end{array} \right| \quad y_0^{(9)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} x_7 y_1 & & & & \\ \hline & x_{11} & & & \\ \hline & x_6 & x_{10} & x_2 & \\ \hline & x_{11}' & x_{12} & x_5 & \\ \hline x_7' & & & & x_{13} \\ \hline & & & & \\ \hline & & & x_{11} & \\ \hline & x_6' & x_3 & x_5 & \\ \hline & & & x_{11}' & \\ \hline & & & x_2 y_{0000} & \\ \hline & & & x_2' x_{12} y_{0000} & \end{array} \right|$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x9} = Q_2 Q_5 Q_7 Q_{11} Q_{13} P_6 (1 - Q_{10} Q_{12}) + Q_3 Q_6 Q_7 P_5 P_{11} + Q_3 Q_6 Q_7 P_5 [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_4)] Q_{11}$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x_{13}} = Q_2 Q_5 Q_7 Q_{11} Q_{13} (1 - Q_{10} Q_{12}) + Q_2 Q_6 Q_7 Q_9 Q_{11} P_3 P_5 [P_{12} + Q_{12} P_{10} (1 - Q_1 Q_{14})].$$

$i = 14$

$$y_1^{(14)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_7 y_1 & & & & & \\ \hline & x_6 y_{01} & & & & \\ \hline & & x_{11} & & & \\ \hline & & x_9 x_5 & x_{11}' & x_{12} & \\ \hline & & & x_{11}' & x_{12}' x_{10} & \\ \hline & x_7' & & & & \\ \hline & & x_6' & & & \\ \hline & & & x_{11} & & \\ \hline & & & & x_2 & x_{12} \\ \hline & & & & x_{12}' & x_{10} \\ \hline & & x_9' x_3 x_5 & & & \\ \hline & & & x_{11}' & & \\ \hline & & & & x_2' & x_{13} \\ \hline & & & & & x_{12} \\ \hline & & & & & x_{12}' x_{10} \end{array} \right| \quad y_0^{(14)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x_7 & & & & & \\ \hline & x_6 y_{01} & & & & \\ \hline & & x_{11} & & & \\ \hline & & x_9 x_5 & x_{11}' & x_{12} & \\ \hline & & & x_{11}' & x_{12}' x_{10} x_1 & \\ \hline & x_7' & & & & \\ \hline & & x_6' & & & \\ \hline & & & x_{11} & & \\ \hline & & & & x_2 & x_{12} \\ \hline & & & & x_{12}' & x_{10} x_1 \\ \hline & & x_9' x_3 x_5 & & & \\ \hline & & & x_{11}' & & \\ \hline & & & & x_2' & x_{13} \\ \hline & & & & & x_{12} \\ \hline & & & & & x_{12}' x_{10} x_1 \end{array} \right|$$

Після заміни логічних аргументів відповідними ймовірностями, одержуємо наступний вираз:

$$\xi_{x_{14}} = Q_1 Q_6 Q_7 Q_{12} Q_{11} P_5 P_{10} [P_9 + Q_9 P_3 (P_2 + Q_2 P_{13})].$$

Необхідна для розрахунків розгорнута функція ймовірності безвідмовної роботи рами в цілому (5.58) наведена вище. Для одержання числових оцінок прийmemo для всіх елементів $P_i = 0,9$ і $Q_i = 0,1$, що дозволяє спростити розрахунки, не змінюючи якісний характер результатів (табл. 5.6).

Питомі внески небезпечних перерізів рами ілюструються на рис. 5.17, б. Можна відмітити, що більший внесок мають ті перерізи, які входять у механізми з невеликою кількістю шарнірів пластичності (у даному випадку балочні механізми 16 і 17 в

табл. 5.9, перерізи 5, 6, 7, 10, 11, 12), а також перерізи, що входять у більшу кількість механізмів (7-й переріз входить у п'ять механізмів, 6-й і 11-й перерізи входять у чотири механізми). Деякі перерізи, що не входять у головні механізми або рідко входять у багаточарнірні механізми, не впливають на надійність рами (рис. 5.17, б).

Таблиця 5.6

Числові значення оцінок важливості елементів двоповерхової рами

<i>i</i> - № перерізів	1	2	3	4	5	6	7
Кількість механізмів	1	2	1	-	2	4	5
Значимість ξ_{xi}	$8,085 \times 10^{-6}$	$1,692 \times 10^{-5}$	$8,083 \times 10^{-4}$	0	$9,888 \times 10^{-3}$	$1,082 \times 10^{-2}$	$1,819 \times 10^{-2}$
Внесок B_{xi}	$7,276 \times 10^{-6}$	$1,523 \times 10^{-5}$	$7,275 \times 10^{-4}$	0	$8,899 \times 10^{-3}$	$9,742 \times 10^{-3}$	$1,637 \times 10^{-2}$
Питомий внесок b_{xi}	$1,03 \times 10^{-4}$	$2,15 \times 10^{-4}$	0,0103	0	0,1259	0,1378	0,2315

<i>i</i> - № перерізів	8	9	10	11	12	13	14
Кількість механізмів	-	3	1	4	2	2	1
Значимість ξ_{xi}	0	$8,903 \times 10^{-3}$	$9,980 \times 10^{-3}$	0	$1,071 \times 10^{-2}$	$1,692 \times 10^{-5}$	$8,012 \times 10^{-6}$
Внесок B_{xi}	0	$7,298 \times 10^{-3}$	$8,982 \times 10^{-3}$	0	$9,64 \times 10^{-3}$	$1,523 \times 10^{-5}$	$7,211 \times 10^{-6}$
Питомий внесок b_{xi}	0	0,1032	0,1270	0,1273	0,1363	$2,15 \times 10^{-4}$	$1,03 \times 10^{-4}$
Примітка. Обчислення виконані для $P_i = 0,9$ и $Q_i = 0,1$.							

5.4. РОЗРАХУНОК РАМ ІМОВІРІСНИМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ

Для оцінки несучої здатності пружно-пластичних СНС широко застосовується метод граничної рівноваги, що дозволяє, оминаючи проміжні стани, аналізувати безпосередньо стани пластичного руйнування рам, що визначають характеристики їхньої граничної міцності [82, 210]. На цій основі розроблений імовірнісний метод граничної рівноваги (ІМГР) [2], в якому враховується стохастичний характер міцності матеріалу та навантажень. Завдяки цьому ІМГР відкриває можливість одержувати безпосередні оцінки надійності СНС.

5.4.1. Загальні положення методу граничної рівноваги. Як відомо, цей метод заснований на ряді припущень.

1. Всі навантаження приймаються квазістатичними, тому явища динаміки і втоми стали не враховуються.

2. Матеріал конструкцій вважається ідеально пружно-пластичним, працюючим відповідно до діаграми Прандтля; дане припущення досить близько відповідає характеру роботи пластичних сталей, при цьому стадія самозміцнення стали йде в запас несучої здатності конструкцій.

3. Складання рівнянь рівноваги базується на недеформованій схемі, що цілком припустимо для системи з переважно зігнутих елементів.

4. Поширення пластичності за довжиною елементів не враховується, шарніри пластичності розташовуються в небезпечних (найбільш завантажених) перерізах системи; дане припущення добре узгоджується з реальною роботою суцільних сталевих конструкцій з елементами двотаврового перерізу, близького до ідеального перерізу при згині.

5. Дія поздовжніх і поперечних сил не враховується при руйнуванні пружно-пластичних систем.

6. Несуча здатність системи визначається за критерієм міцності, без урахування можливої втрати стійкості, що вимагає в необхідних випадках виконувати перевірку конструкцій додатково на стійкість.

7. Метод граничної рівноваги дає безпосередньо несучу здатність системи, минаючи проміжні стадії її роботи під навантаженням.

У світлі вищевикладеного, метод граничної рівноваги можливо успішно застосовувати, зокрема, до сталевих конструктивних систем з переважанням згину (балки, рами) з елементами, забезпеченими від втрати стійкості. Цей метод найкоротшим шляхом дає несучу здатність системи, пов'язану з імовірністю відмови, і будучи порівняно простим і по своїй аналітичній природі лінійним, дозволяє побудувати імовірнісну версію (ІМГР) для випадкових навантажень і міцності.

Будемо використовувати наступні поняття і позначення ІМГР в векторно-матричній формі. В якості небезпечних (розрахункових) перерізів рами виберемо ті, де можуть з'явитися шарніри пластичності в місцях з'єднання елементів, зміни їх перерізів і прикладання навантажень. Визначимо вектор згинальних моментів в небезпечних перерізах $\{M\}$ з компонентами M_i , $i = 1, 2, \dots, n$ і вектор граничних моментів $M^T = \{\mu\} \cdot M_0^T$, де M_0^T – параметр граничного моменту рами, $\{\mu\}$ – вектор відношень граничних моментів у небезпечних перерізах. Будемо характеризувати зовнішні навантаження вектором $\{F_0\}$, який при одноразовому пропорційному завантаженні виражається через параметр граничного навантаження F_0 як $\{F\} = F_0 \{\eta\}$, де $\{\eta\}$ – вектор, що відображає співвідношення і напрями окремих навантажень. В рамках кінематичного аналізу визначимо $\{\Theta\}$ – вектор швидкостей пластичних деформацій, тобто збільшень кутів повороту в шарнірах пластичності і $\{u\}$ – вектор швидкостей переміщень – збільшень лінійних або кутових переміщень перерізів. Умови статичної та кінематичної спільності записуються відповідно

$$[A] \cdot \{M\} = F_0 \cdot \{\eta\}; \quad (5.76)$$

$$[A]^T \cdot \{u\} - \{\Theta\} = 0. \quad (5.77)$$

Тут $[A]$ – матриця умов статичної сумісності.

Важливими енергетичними параметрами пружно-пластичних систем є робота зовнішніх сил L_w і дисипація енергії L_d , з яких складається нерівність:

$$L_w = F_0 \cdot \{\eta\}^T \cdot \{u\} > L_d = |M_0^T \cdot \{\mu\} \cdot \{\Theta\}|. \quad (5.78)$$

Для системи з випадковим параметром міцності \tilde{M}_0^T , завантаженої вектором навантажень з випадковим параметром \tilde{F}_0 , вказані енергетичні параметри також стають випадковими. Відповідно до *кінематичної теореми* [2], подією відмови системи X_{kj} вважається виникнення хоча б одного кінематично достатнього механізму u_j ; $j = 1, 2, \dots, m$ з дискретної множини механізмів, що задовольняють умовам (5.71) і (5.72):

$$X'_{kj} = (\exists u_j \in u; \tilde{L}_{wj} > L_{dj}). \quad (5.79)$$

Логічна функція ненадійності системи записується тому диз'юнкцією вигляду

$$y' (X_{k1}, X_{k2}, \dots, X_{km}) = \bigvee_{j=1}^m X_{kj}, \quad (5.80)$$

що дає можливість одержати ймовірність відмови системи

$$Q_k = \text{Pr ob} \left(\bigvee_{j=1}^m X'_{kj} \right). \quad (5.81)$$

Результат (5.74) співпадає з логічною формулою (5.43) на основі МСО. Обчислення утруднюється наявністю кореляції між механізмами, детально це питання розглядається нижче. Наближена оцінка (5.84) дозволяє обійти питання кореляційних зв'язків у формулі (5.81).

Умови текучості для рами в цілому запишуться у вигляді

$$\pm [E] \{M\} \leq \{\mu\} M_0^T. \quad (5.82)$$

У формі, пристосованій для імовірнісного аналізу, *статична теорема* методу граничної рівноваги формулюється таким чином: система не зруйнується, якщо вона може знаходитися в статично допустимих станах, задовольняючим умовам (5.70) і (5.76); система зруйнується (умова X_{sj}), якщо вона не має таких станів [2]. У детерміністичній постановці статичної задачі, крім того, є умова максимуму параметра навантаження, як ознака істинного (дійсного) розподілу зусиль в рамі. У імовірнісній постановці ця умова перестає бути повністю визначальною, оскільки з різною імовірністю стають можливими будь-які вектори зусиль, що задовольняють умовам (5.76) і (5.82). При цьому істинний вектор зусиль з $F_{o\max}$, очевидно, залишається найбільш імовірним.

Поєднує обидва підходи *об'єднана теорема*, згідно якої в стані граничної рівноваги кінематично достатній механізм має бути статично допустимим:

$$[A]\{\mu_\nu\}M_0^T = F_0\{\eta\}, \quad (5.83)$$

де ν – № небезпечних перерізів кінематично достатнього механізму, в яких з'явилися шарніри пластичності.

Для дійсної імовірності відмови пружно-пластичної системи Q_c широко використовується двостороння оцінка

$$Q_k \leq Q_c \leq Q_s. \quad (5.84)$$

У цій формулі верхня оцінка Q_s – це ймовірність того, що жоден з розглянутих векторів зусиль не є статично допустимим, а нижня оцінка Q_k – імовірність того, що хоча б один з розглянутих механізмів є кінематично достатнім [2].

5.4.2. Рішення О.Р. Ржаніцина для пружно-пластичної системи. Інваріантність граничного навантаження для вибраного механізму руйнування пружно-пластичної СНС дозволяє обмежитися розглядом тільки останньої системи, параметри якої бажано визначати безпосередньо, мінуючи розгляд проміжних

систем. Одне з можливих рішень цієї задачі отримане О.Р. Ржаніциним на основі кінематичного методу граничної рівноваги [160] і пристосовано нами для поставлених в даній роботі практичних завдань [113]. Для n -разів статично невизначної системи складається система $n + 1$ лінійних рівнянь виду

$$\sum_{j=1}^n M_{ij} \cdot X_j + F_0 \cdot M_{io} = M_i^T, \quad (5.85)$$

де M_{ij} і M_{io} – моменти в i -му перерізі основної системи СНС від зайвого невідомого $X_j = 1$ і зовнішніх навантажень, параметр яких приймається рівним $F_0 = 1$; M_i^T – граничний момент в i -ому перерізі; $i = 1, 2, \dots, m$.

Рівняння (5.85) є перетвореними в рівність обмеженнями за міцністю в небезпечних перерізах СНС, що використовуються в кінематичному методі граничної рівноваги, вони геометрично описуються гіперплощинами в $n + 1$ - мірному гіперпросторі. Перетин цих гіперплощин визначає вершину многогранника умов і параметр q_0 граничного навантаження, яке може витримати СНС при реалізації вибраного механізму руйнування. Математичне сподівання міцності СНС в цілому в просторі параметра навантаження F визначиться тому на основі об'єднаної теореми методу граничної рівноваги (див. п. 5.4.1) шляхом рішення системи рівнянь (5.85) з урахуванням місць розташування шарнірів пластичності, що входять в механізм:

$$\bar{F}_0 = \sum_{v=1}^{n+1} \frac{A_{v,n+1}}{D} \cdot \bar{M}_v^T = \sum_{v=1}^{n+1} \frac{A_{v,n+1}}{D} \cdot \mu_v \cdot \bar{M}_0^T = \rho_1 \cdot \bar{M}_0^T. \quad (5.86)$$

Тут \bar{M}_v^T – середній граничний момент в v -му шарнірі пластичності; \bar{M}_0^T – середнє значення параметра граничного моменту СНС; μ_v – складові вектору співвідношень граничних моментів елементів СНС; D – визначник системи рівнянь (5.85); $A_{v,n+1}$ – алгебраїчне доповнення елементів M_{v0} визначника D .

Стандарт міцності СНС, що обчислюється в припущенні незалежності міцностей в різних перерізах, визначиться як

$$\hat{F}_0 = \sqrt{\sum_{v=1}^{n+1} \left(\frac{A_{v,n+1}}{D} \hat{M}_v^T \right)^2}, \quad (5.87)$$

де \hat{M}_v^T – стандарт граничного моменту в v -му шарнірі пластичності.

При постійній варіації параметра M_0^T можна записати:

$$\hat{F}_0 = \sqrt{\sum_{v=1}^{n+1} \left(\frac{A_{v,n+1}}{D} \mu_v \right)^2} \cdot \hat{M}_0^T = \rho_2 \cdot \hat{M}_0^T. \quad (5.88)$$

Формули (5.86 – 5.88) пов'язують числові характеристики випадкової міцності рами в цілому з характеристиками випадкових міцностей окремих елементів, причому розглядається істинний механізм руйнування пружно-пластичної n -разів статично невизначеної системи

Для визначення імовірності відмови СНС, відповідно до загальної процедури (3.7), в просторі параметра навантаження обчислюються параметри резерву несучої здатності:

$$\bar{Y} = \bar{F}_0 - \bar{q}; \quad \hat{Y} = \sqrt{\hat{F}_0^2 + \hat{q}^2}, \quad (5.89)$$

де \bar{q} і \hat{q} – математичне сподівання і стандарт параметра зовнішнього навантаження.

Відмітимо збіг отриманої ймовірності відмови системи з тією ж імовірністю, обчисленою за формулами перебору станів (5.42) і (5.43). Цей збіг легко простежити в загальному вигляді, якщо перейти з простору параметра навантаження в простір моменту визначивши з (5.86) момент в останній системі:

$$\bar{M}_{in} = F \cdot \frac{D}{A_{n+1,n+1}} - \sum_{v=1}^n \frac{A_{v,n} \cdot \mu_v}{A_{v,n+1}} \cdot \bar{M}_0^T. \quad (5.90)$$

Позначивши

$$\alpha_{in} = \frac{D}{A_{n+1,n+1}}; \quad B_{in} = \sum_{v=1}^n \frac{A_{v,n} \cdot \mu_v}{A_{v,n+1}}, \quad (5.91)$$

одержуємо формулу (5.39) методу перебору пластичних станів.

У практичному імовірнісному розрахунку складних систем, зокрема статично невизначних рам, в максимальній мірі застосовуються відпрацьовані процедури і алгоритми детерміністичного розрахунку пружно-пластичних систем [210]. Обмежимося розглядом одноразового пропорційного завантаження рам. Для нього в детерміністичній постановці методом граничної рівноваги знаходиться так званий *істинний*, або *дійсний механізм руйнування рами*, що відповідає максимуму параметра граничного навантаження, якщо перерізи рами задані, або максимуму параметра граничного моменту, якщо задані зовнішні навантаження. Насправді, для реальних сталевих рам з випадковими параметрами міцності і завантаження стають можливими різні механізми. Проте істинний механізм представляє для нас особливий інтерес, оскільки будучи найбільш вірогідним, він дає нижню оцінку ймовірності відмови системи (5.84), у ряді реальних випадків практично співпадаючу з Q_c (див. нижче).

5.4.3. Числовий приклад. *Визначити імовірність відмови двічі статично невизначеної пружно-пластичної балки, завантаженої зосередженою силою (див. схему нижче), з використанням методу граничної рівноваги.*

Вихідні дані. Сталева балка, переріз – прокатний двотавр №27 з моментом опору $W_x = 371,9 \text{ см}^3$, сталь класу С245 з розрахунковим опором $R_y = 220 \text{ МПа}$ і числовими характеристиками межі текучості $\sigma_y = 300 \text{ МПа}$, $\sigma_y = 30 \text{ МПа}$, коефіцієнт $c_x = 1,10$.

Розрахункове навантаження $q = 100$ кН, переріз балки підібраний за несучою здатністю без запасу:

$$\sigma = \frac{8}{9} \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{1,1 \cdot 371,9} = 217,2 \text{ МПа} \approx R_y.$$

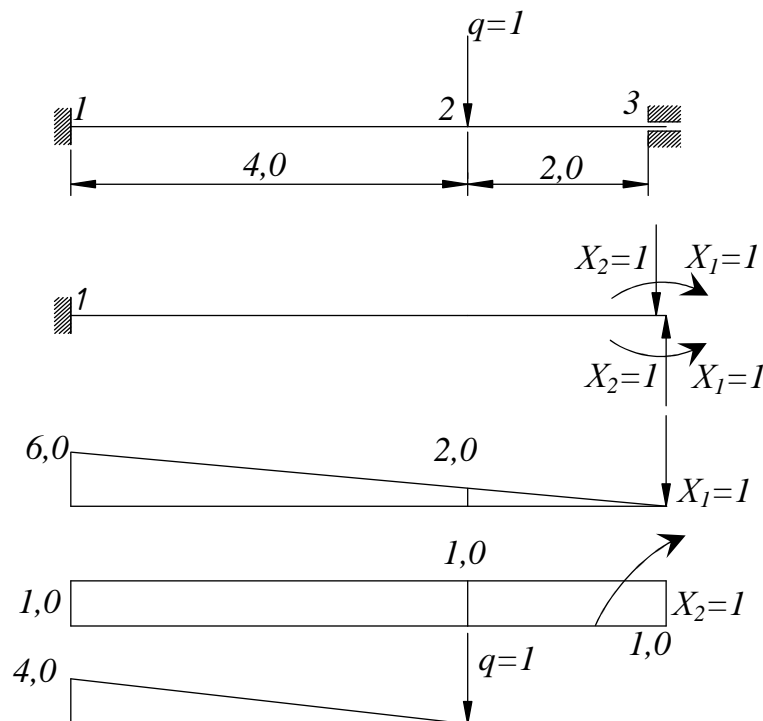
Числові характеристики навантаження при $\gamma_q = 3$ и $V_q = 0,2$:

$$\bar{q} = \frac{100}{1 + 3 \cdot 0,2} = 62,5 \text{ кН}; \quad \hat{q} = 62,5 \cdot 0,2 = 12,5 \text{ кН}.$$

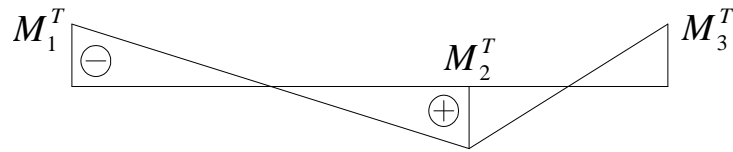
Характеристики граничного моменту

$$\bar{M}_0^T = 30 \cdot 371,9 \cdot 1,1 = 120 \text{ кНм}, \quad \hat{M}_T = 12 \text{ кНм}.$$

Епюри моментів в основній системі



Заключна епюра (єдиний механізм руйнування)



Коефіцієнти системи (5.85):

$$M_{11} = -6, M_{21} = -2, M_{31} = 0, M_{12} = M_{22} = M_{32} = -1, M_{10} = -4$$

$$M_{20} = M_{30} = 0, M_1^T = M_3^T = -1, M_2^T = 1.$$

Система (5.85)

$$\left. \begin{aligned} -6X_1 - X_2 - 4 &= -1 \\ -2X_1 - X_2 &= 1 \\ -X_2 &= -1 \end{aligned} \right\}$$

Визначник системи з урахуванням черговості відмов перерізів

$$D = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -6 & -1 & -4 \end{vmatrix} = 8.$$

Алгебраїчні доповнення елементів останнього стовпчика з урахуванням знаків у розкладенні визначника

$$A_1 = (-1) \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = 4, A_2 = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = 6, A_3 = (-1) \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -2.$$

Параметри формул (5.86) і (5.87) з урахуванням знаків граничних моментів у перерізах M_v^T :

$$\rho_1 = \frac{1}{8}[(-1)(-4) + 1 \cdot 6 + (-1)(-2)] = \frac{12}{8} = 1,5;$$

$$\rho_2 = \frac{1}{8}\sqrt{4^2 + 6^2 + 2^2} = \frac{1}{8}\sqrt{56} = 0,935.$$

Статистичні параметри несучої здатності балки у просторі навантаження за формулами (5.86) и (5.88):

$$\bar{F}_0 = 1,5 \cdot 120 = 180 \text{ кН}; \quad \hat{F}_0 = 0,935 \cdot 12 = 11,22 \text{ кН}.$$

Параметри резерву несучої здатності системи за (5.89):

$$\bar{Y} = 180 - 62,5 = 117,5 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{11,22^2 + 12,5^2} = 16,8 \text{ кН}.$$

Оцінка надійності балки

$$\beta = \frac{117,5}{16,8} = 7,0; \quad Q = 1,28 \cdot 10^{-12}.$$

Одержана оцінка співпала з результатами пластичного перебору станів (див. вище приклад п. 5.2.6).

5.4.4. Нижня оцінка надійності рам. Узагальнення розрахунків, аналогічних виконаним у прикладі п. 5.4.3, дозволило сформулювати практичний метод отримання нижньої оцінки ймовірності відмови статично невизначених сталевих рам, який включає наступні етапи.

1. Визначаються небезпечні перерізи рами, складаються матриці статичної і кінематичної спільності.

2. Знаходиться істинний (найбільш імовірний) механізм руйнування (в результаті рішення задачі лінійного програмування чи іншим способом), визначаються місця шарнірів пластичності і розрахунковий параметр граничного моменту M_0^T рами.

3. З урахуванням забезпеченості параметрів розрахункових навантажень (величина γ_q), граничного моменту (значення γ_σ) і коефіцієнтів варіації V_q і V_σ здійснюється перехід від розрахункових значень q і M_0^T до їх числових характеристик.

4. Визначаються коефіцієнти системи рівнянь (5.85) шляхом перетворення матриці кінематичної спільності або безпосередньо з деформаційного аналізу механізму руйнування.

5. Обчислюється визначник системи D , алгебраїчні доповнення членів останнього стовпця $A_{v,n+1}$, параметри ρ_1 і ρ_2 (з урахуванням знаків μ_v) і по формулах (5.85) – (5.88) – математичне очікування і стандарт несучої здатності рами в цілому \bar{F}_0 і \hat{F}_0 , розподіленої нормально.

6. По формулах (5.89) визначаються числові характеристики резерву міцності рами \bar{Y} і \hat{Y} . При нормальному розподілі зовнішнього навантаження цих параметрів вистачає, щоб за характеристикою безпеки $\beta = \bar{Y}/\hat{Y}$ і відповідними таблицями визначити ймовірність відмови рами Q_k . Якщо навантаження має розподіл, що відрізняється від нормального, використовуються рекомендації глави 3 даної роботи.

7. При необхідності оцінити резерви несучої здатності статично невизначної рами підбирається нове значення параметра M_0^T , при врахуванні якого імовірність відмови рами в цілому дорівнюватиме, наприклад, імовірності відмови окремого елемента рами.

По викладеному алгоритму виконаний розрахунок сталевій рами, результати якого наводяться нижче в п. 5.4.5.

5.4.5. Числовий приклад. *Визначити імовірність відмови двоповерхової 6-разів статично невизначеної пружно-пластичної рами (рис. 5.18, а), використовуючи формули (5.85) – (5.89).*

Вихідні дані. Детерміністичний розрахунок рами на розрахункові навантаження методом лінійного програмування виявив істинний механізм руйнування (рис. 5.18, б) та

розрахункове значення параметра граничного моменту $M_0^T = 42,5$ кНм [210].

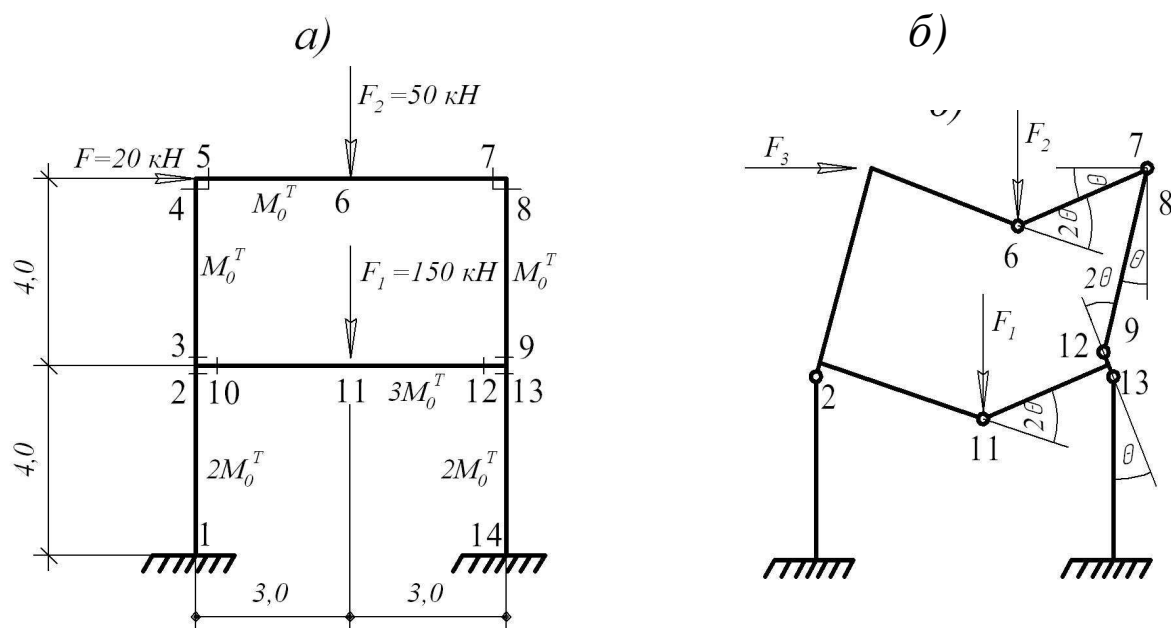


Рис. 5.18. Двоповерхова пружно-пластична рама:

а – розрахункова схема з навантаженнями; б – істинний механізм руйнування

Приймаємо для системи прикладених розрахункових зовнішніх навантажень загальний безрозмірний параметр $q = 1$, визначений як

$$q = \bar{q}(1 + \gamma_q V_q),$$

причому $\gamma_q = 5$; $V_q = 0,2$, звідки визначаємо $\bar{q} = 0,5$ і $\hat{q} = 0,1$.

Для розрахункового параметру граничного моменту маємо

$$M_0^T = \bar{M}_0^T (1 - \gamma_\sigma V_\sigma),$$

з підстановкою $\gamma_\sigma = 3$ і $V_\sigma = 0,1$, звідки $\bar{M}_0^T = 60,7$ кНм, $\hat{M}_0^T = 6,07$ кНм.

Коефіцієнти системи (5.85) отримуємо безпосередньо методом можливих напружених станів [210], який ілюструється

рис. 5.19. Рама перетворюється в статично визначену шляхом введення необхідної кількості шарнірів, до яких потім прикладаються одиночні моменти. Ординати отриманих епюр моментів у відповідних перерізах складають матрицю коефіцієнтів системи (5.85) (табл. 5.7).

Таблиця 5.7
Матриця коефіцієнтів системи (5.85) (епюри моментів на рис. 5.19)

J v	M_{vj}						M_{v0}	=	μ_v
	1	3	8	9	13	14			
2	1				1	1	-80		2
6		1/2	-1	1/2			115		1
7			1						-1
9				-1					-1
11	-1/2	1/2		-1/2	-1	-1/2	265		3
13					-1				-2
14						-1			-2

Визначник системи $D = 170$. Алгебраїчні доповнення членів останнього стовпчика матриці дорівнюють:

$$A_{v,n+1} = A_{2,7} = \frac{1}{4}, A_{6,7} = \frac{1}{2}, A_{7,7} = -\frac{1}{2}, A_{9,7} = -\frac{1}{2}, A_{11,7} = \frac{1}{2},$$

$$A_{13,7} = -\frac{1}{4}, A_{14,7} = 0.$$

$$\rho_1 = \frac{1}{170} \left[2 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{2} + (-1) \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 \cdot \frac{1}{2} + (-2) \left(-\frac{1}{4}\right) \right] = \frac{4}{170} = 0,0235 (\text{кНм})^{-1}$$

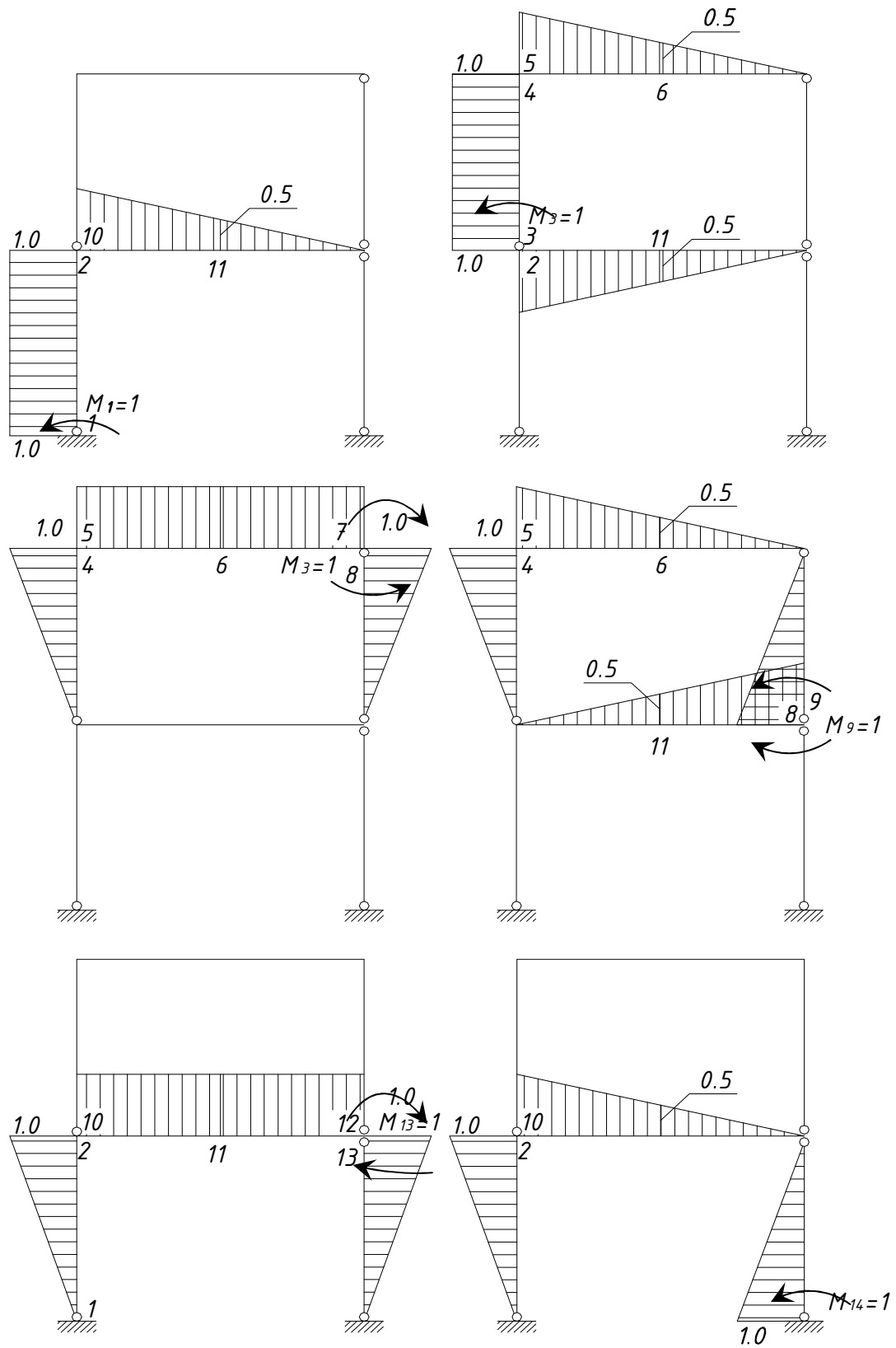


Рис. 5.19. Визначення коефіцієнтів системи рівнянь (5.85) методом можливих напружених станів

$$\rho_2 = \frac{1}{170} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{340} = 0,011(\text{кНм})^{-1}.$$

За формулою (5.86)

$$\bar{F}_0 = 0,0235 \cdot 60,7 = 1,4353.$$

За формулою (5.88)

$$\hat{F}_0 = 0,011 \cdot 6,07 = 0,067.$$

За формулами (5.89) визначаємо:

$$\bar{Y} = 1,4353 - 0,5 = 0,9353; \hat{Y} = \sqrt{0,1^2 + 0,067^2} = 0,1204;$$

$$\beta = \frac{0,9353}{0,1204} = 7,77.$$

При нормальному розподілі \tilde{M}_0^T и \tilde{q} за таблицями [91] одержуємо імовірність відмови рами $Q_c = 7 \cdot 10^{-15}$.

Для порівняння виконаємо розрахунок до 1-ої відмови. В цьому випадку для параметра граничної несучої здатності рами маємо:

$$\bar{F}_0 = 60,7/42,5 = 1,435; \hat{F}_0 = \bar{F}_0 \cdot V_\sigma = 1,435 \cdot 0,1 = 0,1435.$$

За формулами (5.89) визначаємо:

$$\bar{Y} = 1,435 - 0,5 = 0,9353; \hat{Y} = \sqrt{0,1^2 + 0,1435^2} = 0,175;$$

$$\beta = 0,9353/0,175 = 5,35.$$

При нормальному розподілі \tilde{M}_0^T і \tilde{q} за таблицями [91] одержуємо імовірність 1-ої відмови рами $Q_c = 4,6 \cdot 10^{-8}$, значно більшу, ніж визначену за істинним механізмом руйнування.

Для вирівнювання імовірності відмови рами з ймовірностями відмов окремих елементів зменшимо середнє значення параметра граничного моменту до $M_0^T = 47,0$ кНм і виконаємо перерахунок рами:

$$\bar{F}_0 = 0,0235 \cdot 47,0 = 1,104; \quad \bar{Y} = 1,104 - 0,5 = 0,605;$$

$$\hat{F} = 0,011 \cdot 4,7 = 0,0517; \quad \hat{Y} = \sqrt{0,1^2 + 0,0517^2} = 0,113;$$

$$\beta = 5,37.$$

Розрахунок показав можливість введення для розрахунку розглянутої 6-разів статично невизначеної рами підвищуючого коефіцієнта, який враховує схему конструктивної системи:

$$\gamma_s = \frac{60,7}{47,0} = 1,292.$$

Нагадаємо, що одержаний коефіцієнт відноситься тільки до моментної частки зусиль (напружень) в елементах рами.

5.4.6. Метод комбінованих механізмів. Повну оцінку ймовірності відмови системи дає варіант ІМГР, заснований на методі комбінованих механізмів, який реалізує умови кінематичної теореми (5.79) - (5.81) [114, 115].

Запишемо на основі (5.79) функцію резерву несучої здатності для j -го кінематично достатнього механізму руйнування системи (надалі званого просто механізмом):

$$\tilde{Z}_j = \tilde{R}_j - \tilde{S}_j = \sum_{v=1}^{k+1} \mu_v \tilde{M}_0^T \Theta_{vj} - \sum_1^{\eta} \tilde{q}_{\eta} u_{\eta j}, \quad (5.92)$$

де Θ_{vij} - можливий поворот (деформація) в j -му шарнірі пластичності, що входить в i -й механізм; $u_{\eta j}$ - можливе переміщення в місці прикладення η -го навантаження в j -му механізмі.

Логічна умова (5.79) відмови системи по j -му механізму запишеться тепер у вигляді

$$X'_j = (\tilde{Z}_j < 0). \quad (5.93)$$

Сумісне врахування подій X'_j повинно виконуватися згідно з (5.80) и (5.81) за допомогою їхньої диз'юнкції.

Для умов перевірного розрахунку рам із заданими геометричними розмірами, перерізами елементів, напрямками і місцями прикладання навантажень спочатку складають умови (5.92) для основних механізмів (розглянемо для прикладу раму на *рис. 5.20*):

а) балочних (*рис. 5.20, б*), наприклад, для верхнього ригеля, завантаженого зосередженої силою:

$$Z_{\delta} = -M_5 + 2 \cdot M_6 + M_7 - F_2 \cdot \frac{L}{2}.$$

При дії розподіленого навантаження вантажний член записується у вигляді $qL^2/4$;

б) поверхових (зсувних, панельних) (*рис. 5.20, в*), наприклад, для нижнього поверху:

$$Z_3 = -M_1 - M_2 - M_{13} - M_{14} - F_3 \cdot H;$$

в) вузлових (*рис. 5.13, г*):

$$Z_y = M_4 + M_5; \quad Z_y = M_2 + M_3 + M_{10}.$$

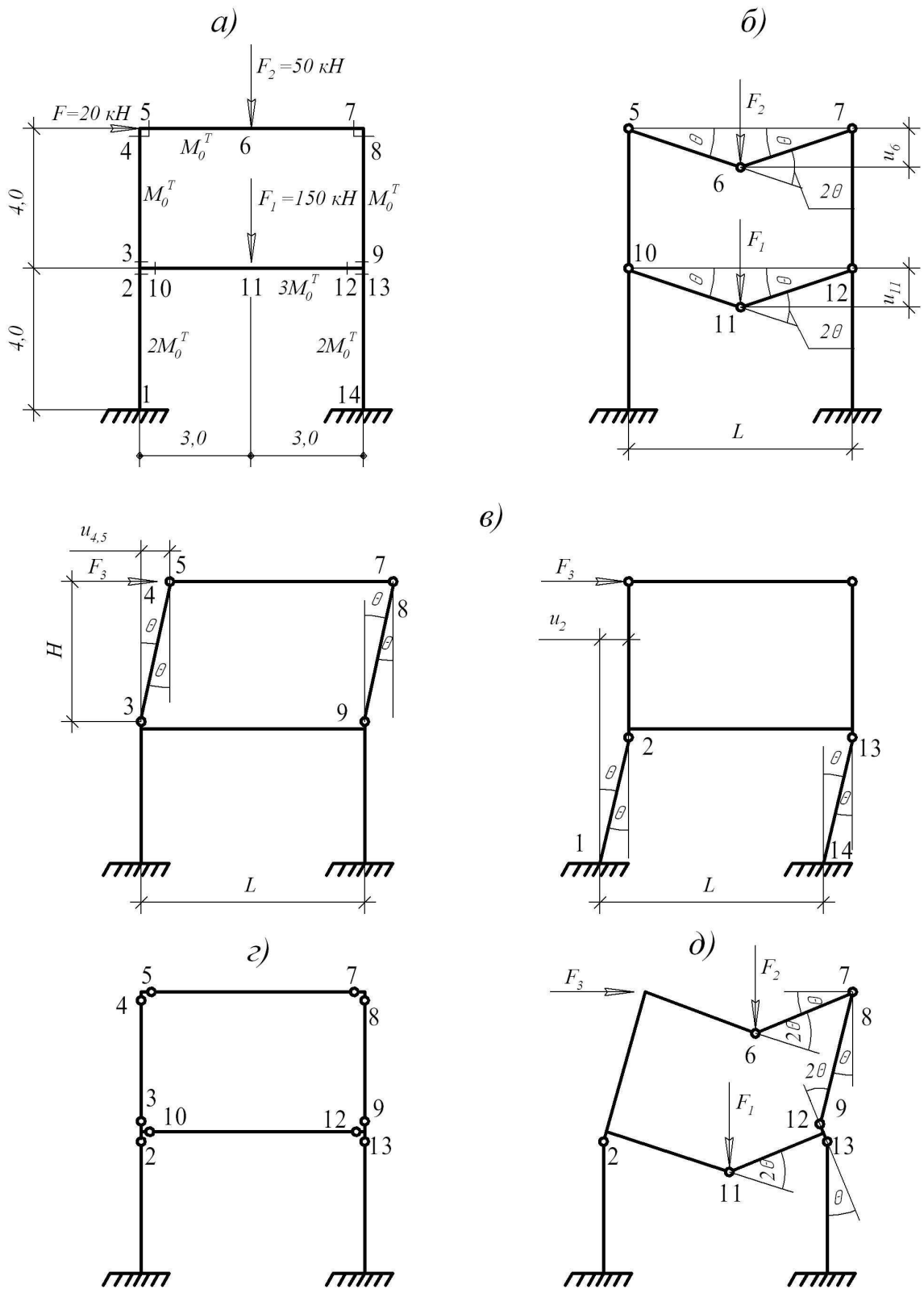


Рис. 5.20. До розрахунку рами методом комбінованих механізмів:
 а – розрахункова схема; механізми: б – балочні, в – поверхові,
 г – вузлові; д – істинний механізм руйнування

Кількість незалежних (основних) механізмів дорівнює $m = n - K$, де n – кількість небезпечних перерізів, K – ступінь статичної невизначеності; для наведеної на *рис. 5.20,а* двоповерхової рами $m = 14 - 6 = 8$, всі незалежні механізми показані на *рис. 5.20 б, в, г*.

Як відомо з розрахунків відповідно до теорії граничної рівноваги [82, 87], при складанні комбінованих механізмів необхідно прагнути на кожному етапі до поглинання шарнірів пластичності. Це призводить до підвищення параметра граничного моменту M_0^T , а в стохастичному варіанті – до підвищення ймовірності відмови за даним механізмом.

Внаслідок лінійності виразу (5.92) можна легко записати для числових характеристик \hat{Z}_j :

$$\bar{Z}_j = \sum_1^v \mu_v \cdot \Theta_{vj} \cdot \bar{M}_0^T - \sum_1^\eta u_{\eta j} \cdot \bar{F}_\eta, \quad (5.94)$$

$$\hat{Z}_j = \sqrt{\sum_1^v (\mu_v \Theta_{vj} \hat{M}_0^T)^2 + \sum_1^\eta (u_{\eta j} \hat{F}_\eta)^2}. \quad (5.95)$$

Визначаємо потім характеристику безпеки $\beta = \bar{Z}/\hat{Z}$, при нормальному розподілі навантаження і міцності достатню для отримання імовірності відмови системи. Q_j

Випадкові механізми, що визначають імовірність відмови системи, можуть спричинятися тими самими навантаженнями і мати загальні шарніри пластичності, внаслідок чого між ними є кореляційний зв'язок, оцінюваний коефіцієнтом кореляції

$$r_{jk} = \frac{\sum_1^v \Theta_{vk} \cdot \Theta_{vj} (\mu_v \hat{M}_0^T)^2 - \sum_1^\eta u_{\eta j} u_{\eta k} \hat{F}_\eta^2}{\hat{Z}_j \cdot \hat{Z}_k}, \quad (5.96)$$

де j та k - індекси розглянутих механізмів.

5.4.7. Числовий приклад. *Методом комбінованих механізмів знайти істинний механізм руйнування двоповерхової рами, на основі якого одержати оцінку ймовірності руйнування системи.*

Вихідні дані. Розглядається двоповерхова рама, геометрична схема і завантаження якої наведені вище (рис. 5.20).

1. Пошук істинного механізму руйнування рами.

Приймемо за основу критерій статичної задачі методу граничної рівноваги, згідно з яким при вказаному механізмі рама має максимальне значення параметру граничного моменту M_0^T . Для кожного кінематично достатнього механізму, згідно з (5.78), визначаємо роботу зовнішніх сил L_w і дисипацію енергії L_d :

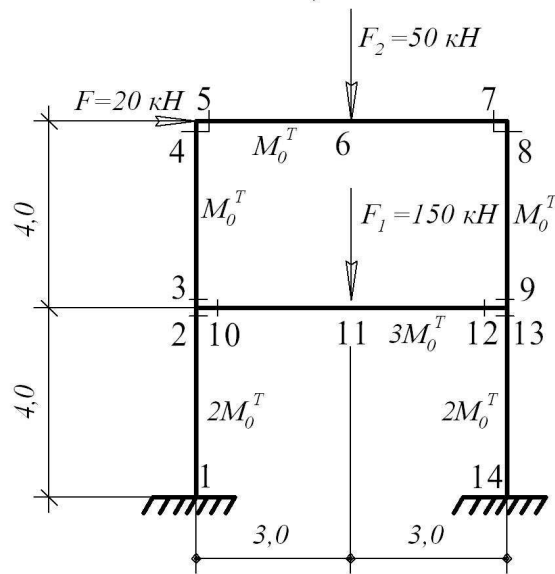
$$L_w = \sum_1^{\eta} F_{\eta} u_{\eta}(\theta); \quad L_d = \sum_{\nu=1}^{n+1} \mu_{\nu} M_0^T \theta_{\nu},$$

де, як вказано вище, u_{η} – переміщення під дією η -го навантаження; θ_{ν} – кут повороту в ν -му шарнірі пластичності; μ_{ν} – відношення граничних моментів.

Звідси параметр граничного моменту рами визначається як

$$M_0^T = \frac{L_w}{L_d} = \frac{\sum_1^{\eta} F_{\eta} u_{\eta}(\theta)}{\sum_{\nu=1}^{n+1} \mu_{\nu} \theta_{\nu}}.$$

Послідовний розгляд можливих механізмів руйнування наведений в табл. 5.8. Спочатку були розглянуті основні механізми: балочні (1, 2) і поверхові (3,4), згодом - комбіновані (5, 6, 7). Найбільше значення параметру граничного моменту $M_0^T = 42,5$ кНм має 7-й комбінований механізм, який є істинним, в ньому реалізується повна схема руйнування 6-разів статично невизначеної рами.



Таблиця 5.8.
Визначення істинного механізму руйнування

	Визначення M_0^T (розмірності опущені)	Схема механізму
1	<p>Верхній балочний механізм</p> $L_w = F_2 u_6 = F_2 \cdot 0,5 \cdot L \cdot \theta =$ $= 50 \cdot 0,5 \cdot 6 \cdot \theta = 150\theta.$ $L_d = M_5 + M_6 + M_7 =$ $= M_0^T \theta (1 + 2 + 1) = 4M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{150}{4} = 37,5.$	
2	<p>Нижній балочний механізм</p> $L_w = F_3 u_{11} = F_3 \cdot 0,5 \cdot L \cdot \theta =$ $= 150 \cdot 0,5 \cdot 6 \cdot \theta = 450\theta.$ $L_d = M_{10} + M_{11} + M_{12} =$ $= 3M_0^T \theta (1 + 2 + 1) = 12M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{450}{12} = 37,5.$	

3	<p>Верхній поверховий механізм</p> $L_w = F_3 u_{4,5} = F_3 \cdot h_e \cdot \theta =$ $= 20 \cdot 4 \cdot \theta = 80\theta.$ $L_d = M_3 + M_4 + M_8 + M_9 =$ $= M_0^T \theta (1 + 1 + 1 + 1) = 4M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{80}{4} = 20,0$	
4	<p>Нижній поверховий механізм</p> $L_w = F_3 u_2 = F_3 \cdot h_n \cdot \theta =$ $= 20 \cdot 4 \cdot \theta = 80\theta.$ $L_d = M_1 + M_2 + M_{11} + M_{14} =$ $= 2M_0^T \theta (1 + 1 + 1 + 1) = 8M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{80}{8} = 10,0$	
5	<p>Комбінований механізм: боковий зсув обох поверхів</p> $L_w = F_3 (u_2 + u_{4,5}) = F_3 (h_n + h_e) \cdot \theta =$ $= 20 \cdot 8 \cdot \theta = 160\theta.$ $L_d = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_8 +$ $+ M_9 + M_{11} + M_{14} =$ $= M_0^T \theta (2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2) =$ $= 12M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{160}{12} = 15,0$	

6	<p>Комбінований механізм: верхній балочний, верхній поверховий</p> $L_w = F_2 u_6 + F_3 u_{4,5} = 150\vartheta + 80\theta = 230\theta.$ $L_d = M_3 + M_6 + M_8 + M_9 =$ $= M_0^T \theta(1 + 3 + 2 + 1) = 6M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{230}{6} = 38,3$	
7	<p>Комбінований механізм: верхній і нижній балочні, верхній поверховий, вузлові 2-3-10 і 9-12-13</p> $L_w = F_1 u_{11} + F_2 u_6 + F_3 u_{4,5} =$ $= 150\theta + 450\theta + 80\theta = 680\theta.$ $L_d = M_2 + M_6 + M_8 + M_9 + M_{11} + M_{13} =$ $= M_0^T \theta(2 + 2 + 2 + 2 + 6 + 2) = 16M_0^T \theta.$ $M_0^T = \frac{680}{16} = 42,5$	

2. Оцінка надійності рами.

Співвідношення параметрів L_d і L_w визначає коефіцієнти переходу від параметру граничного моменту в шарнірах пластичності M_0^T до числових характеристик параметру граничної несучої здатності рами в цілому (ці коефіцієнти введені вище в формули (5.86) і (5.88)). Визначимо ці коефіцієнти для 7-го (істинного) механізму руйнування:

$$\rho_1 = \frac{L_d}{L_w} = \frac{16}{680} = 0,0235 \text{ (кНм)}^{-1};$$

$$\rho_2 = \frac{1}{680} \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 6^2 + 2^2} = 0,011 \text{ (кНм)}^{-1}.$$

Одержані коефіцієнти співпадають зі значеннями, одержаними в попередньому прикладі п. 5.4.5 для тієї ж рами за матрицею коефіцієнтів методу можливих напружених станів.

Тому подальший розрахунок імовірності відмови співпадає із вказаним прикладом, який дав значення $Q_c = 7 \cdot 10^{-15}$.

5.4.8. Оцінка надійності сталевих рам. За допомогою спеціально розробленої програми, блок-схема якої наведена на *рис. 5.21*, яка реалізує імовірнісний метод граничної рівноваги, були виконані розрахунки ряду сталевих рам виробничого призначення з числом поверхів від 1 до 3, одно- і двопролітних [137]. В процесі розрахунку відкидалися статично неприпустимі (надлишкові) механізми, а також комбіновані механізми, що мають імовірності відмови менші, ніж для основних механізмів і чим задана мінімальна величина Q_{cp} , неврахування якої не впливає на точність оцінки Q_k . Досвід розрахунків показав, що із загального числа можливих комбінованих механізмів виділяється порівняно невелика кількість механізмів, що відповідають локальним мінімумам характеристики безпеки β_j і підвищеним ймовірностям відмови Q_j . Такі механізми прийнято називати *головними* [151].

Усі аргументи імовірнісного розрахунку (міцність, навантаження), і, отже, результуючий резерв несучої здатності рами, приймалися нормальними. Це обґрунтовується тим, що міцність стали, постійні і кранові навантаження добре описуються нормальним розподілом, а розподіли композиції і різниці навантажень і міцності, як показано в 3-ій главі, швидко нормалізуються. Крім того, недостатній рівень вивчення корисних і технологічних навантажень не дозволяє описувати їх інакше, ніж загальнозживаним нормальним гауссовським законом з апріорними параметрами. У розрахунках рам не враховувалися частотні (тимчасові) характеристики навантажень, які розглядалися як випадкові величини. Таке спрощення є допустимим внаслідок порівняно невеликої різниці частотних параметрів резерву несучої здатності різних елементів і механізмів руйнування рам (це підтверджується також практичними розрахунками ступінчастих колон в 4-ій главі). Крім того, розрахунки виконувалися не з метою отримання більш точної оцінки надійності рам, а для порівняльного аналізу впливу

їх структури і інших чинників на імовірнісні показники конструкцій.

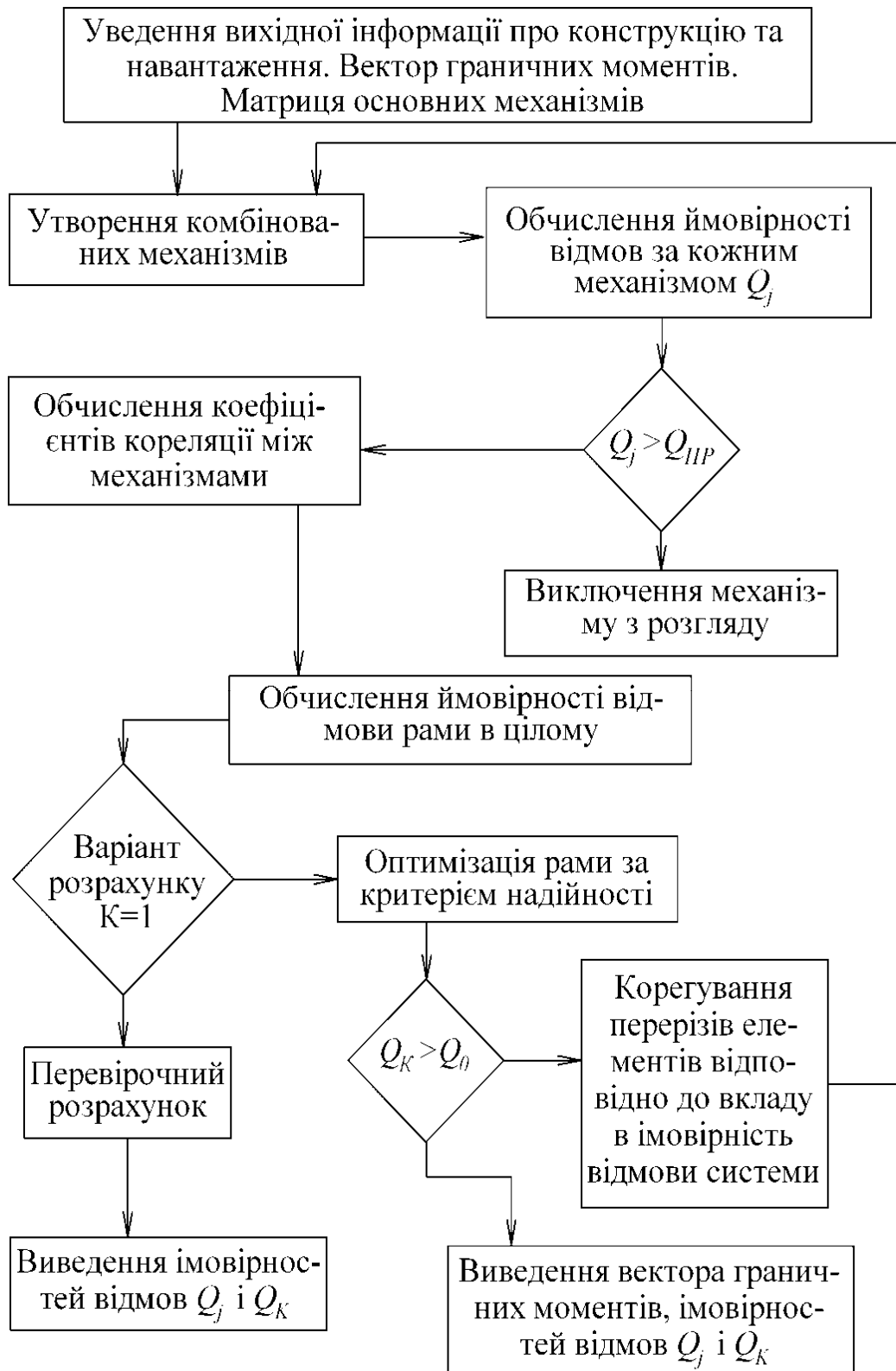


Рис. 5.21. Блок-схема розрахунку рам імовірнісним методом комбінованих механізмів

Для обчислення оцінки ймовірності відмови рами Q_k на основі диз'юнкції корельованих умов X'_j (5.80) в розробленій програмі (рис. 5.21) використовувалися наступні підходи.

1. У загальному виразі для ймовірності диз'юнкції залежних подій (5.81)

$$Q_c \cong Q_k = Prob\left(\bigvee_{j=1}^m X'_j\right) = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots - Prob(X'_1 \wedge X'_2) - Prob(X'_1 \wedge X'_3) - \dots + Prob(X'_1 \wedge X'_2 \wedge X'_3) \dots \quad (5.97)$$

враховувалося не більше, ніж дві одночасні відмови

$$Q_c \cong \sum_{j=1}^m Q_j - \sum_{j \neq k} Prob(X'_j \wedge X'_k). \quad (5.98)$$

2. Застосовувався метод узагальненої коваріації, загальні положення якого приведені в главі 1.

3. На підставі проведених раніше досліджень приймалося, що при $r_{jk} \geq r_0$ механізми повністю корельовані, тобто можуть вважатися співпадаючими, для яких враховується менша з імовірностей відмови; при $r_{jk} \leq r_0$ механізми вважалися незалежними, і кон'юнкція у виразі (5.98) замінювалася добутком $Q_j \cdot Q_k$. Судячи з опублікованих результатів, $r_0 = 0,7 - 0,8$ (метод PNET) [220].

4. Використовувалися наближені оцінки імовірності для диз'юнкції подій [2, 151, 223]:

$$Q_{j \max} \leq Q_k \leq \sum_{j=k}^m Q_j, \quad (5.99)$$

$$\prod_{j=1}^m P_j \leq P_k \leq P_{j \min}. \quad (5.100)$$

Відмітимо, що оцінка знизу ймовірності безвідмовної роботи в (5.100) відповідає розрахунку системи за методикою ланок (5.61) і для високонадійних механізмів співпадає з верхньою оцінкою ймовірності відмови (5.99).

На *рис. 5.22* і в *табл. 5.9* наводяться дані розрахунку за допомогою ІМГР двоповерхової рами з жорсткими вузлами, розглянутої вище (*рис. 5.20*). З 4-х основних механізмів (2 балочних і 2 зсувних, не враховуючи вузлових – *рис. 5.20, б, в*) було складено 17 комбінованих механізмів, з яких найбільшу ймовірність відмови дає 8-й механізм, що являється, як показано вище на *рис. 5.20, д*, істинним механізмом руйнування рами при детерміністичній постановці завдання. Крім того, виділяються підвищеною ймовірністю відмови головні механізми №№ 2,3,9,16 і 17 (*табл. 5.9*).

На *рис. 5.23* наведені результати імовірнісного розрахунку двопролітної двоповерхової рами із завантаженими перекриттями і горизонтальними навантаженнями в рівні ригелів. З 12 основних механізмів в процесі розрахунку на ПЕОМ було складено 60 комбінованих механізмів, з яких 16 головних механізмів наведені в *табл. 5.10*, а 5 найбільш імовірних механізмів показані на *рис. 5.23*. Істинний механізм №6 є частковим і включає механізм зсуву верхнього поверху і балочний механізм одного з верхніх ригелів.

На *рис. 5.24* ілюструється розрахунок за допомогою ВМГР рами з жорсткими вузлами, що має двоповерховий і одноповерховий прольоти, завантаженої горизонтальними силами в рівні ригелів і вертикальними навантаженнями на кожному ригелі. З 10 основних механізмів з розрахунку на ПЕОМ складені 26 комбінованих механізмів, з яких 14 головних наведені в *табл. 5.11*, а 5 найбільш ймовірних – на *рис. 5.24*. Істинний механізм № 18 об'єднує механізм загального зсуву рами і балочні механізми двох ригелів.

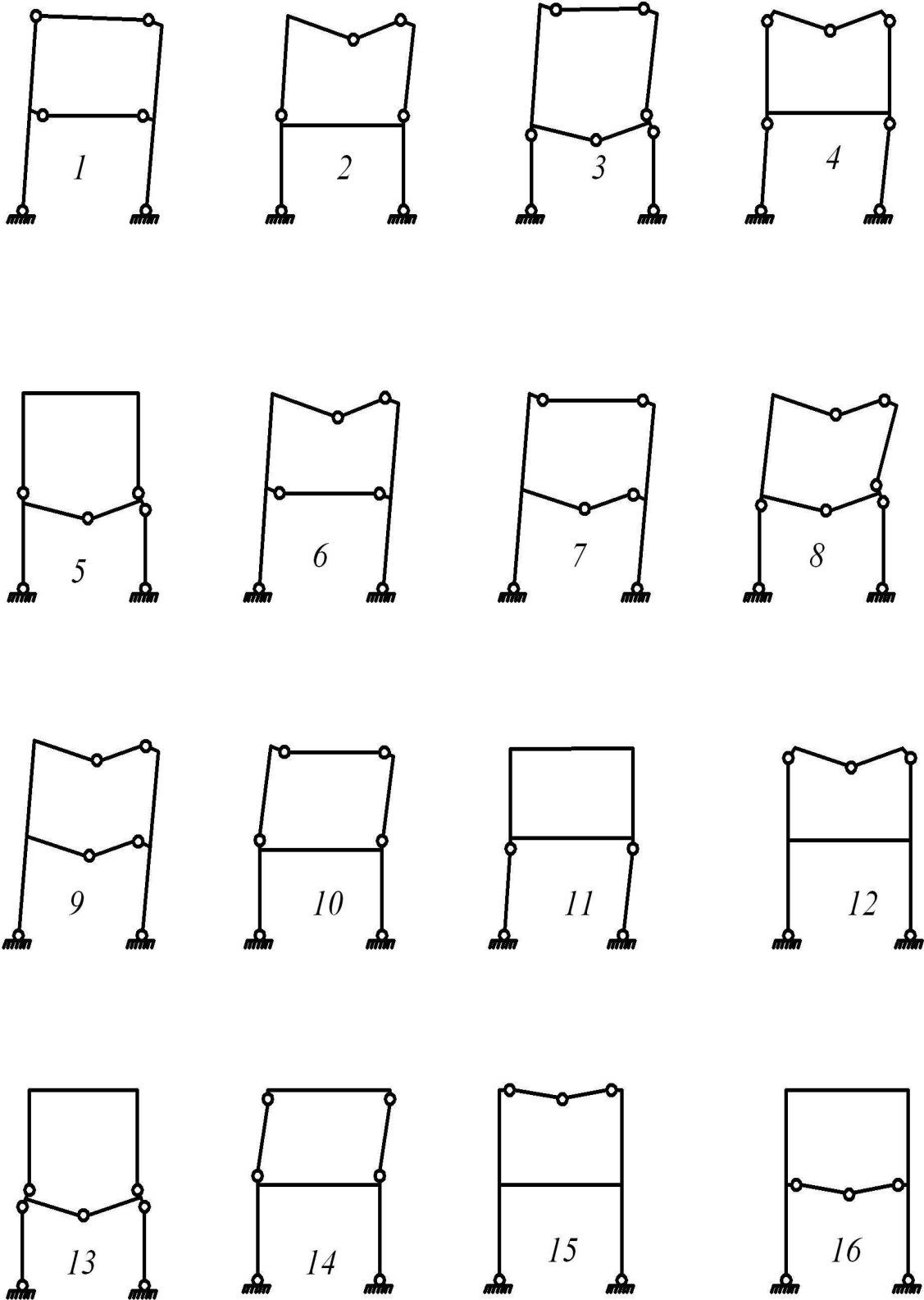


Рис. 5.22. Можливі механізми руйнування двоповерхової рами (схема рис. 5.20)

Таблиця 5.9

Розрахунок двоповерхової рами ІМГР

<i>Меха- нізм</i>	<i>Хар-ка безпеки β_j</i>	<i>Імовірність відмови Q_j</i>	<i>Меха- нізм</i>	<i>Хар-ка безпеки β_j</i>	<i>Імовірність відмови Q_j</i>
1	7,1074	$5,923 \cdot 10^{-13}$	9	2,272	$1,079 \cdot 10^{-2}$
2	2,2256	$1,204 \cdot 10^{-2}$	10	5,547	$1,457 \cdot 10^{-8}$
3	2,2921	$1,029 \cdot 10^{-2}$	11	7,906	$1,336 \cdot 10^{-15}$
4	5,7350	$4,888 \cdot 10^{-9}$	12	2,343	$9,078 \cdot 10^{-3}$
5	3,0068	$1,312 \cdot 10^{-3}$	13	2,343	$9,078 \cdot 10^{-3}$
6	5,077	$1,927 \cdot 10^{-7}$	14	5,547	$1,457 \cdot 10^{-8}$
7	2,885	$1,941 \cdot 10^{-3}$	15	2,343	$9,078 \cdot 10^{-3}$
8	1,682	$2,074 \cdot 10^{-2}$	17	2,343	$9,078 \cdot 10^{-3}$
<p>Оцінки надійності рами в цілому за формулами (5.99) и (5.100) $2,072 \cdot 10^{-2} \leq Q_k \leq 9,342 \cdot 10^{-2}$ $0,9793 \geq P_k \geq 0,9103$</p>					
<p>Примітки до таблиці 1. Схеми рами і основних механізмів наведені на рис. 5.20. 2. Схеми и нумерація комбінованих механізмів наведені на рис. 5.22</p>					

Виконані розрахунки рам, що мають реальні або близькі до реальних геометричні і навантаження параметри, дозволили зробити деякі загальні висновки. При типовій схемі завантаження багатопверхових рам виробничих і громадських будівель, коли навантаження на перекриття (технологічні, експлуатаційні) значно перевищують горизонтальні (вітрові), найбільш вірогідні схеми руйнування визначаються балочними або близькими до них механізмами. Вказана тенденція посилюється зі збільшенням потужності і поверховості рам.

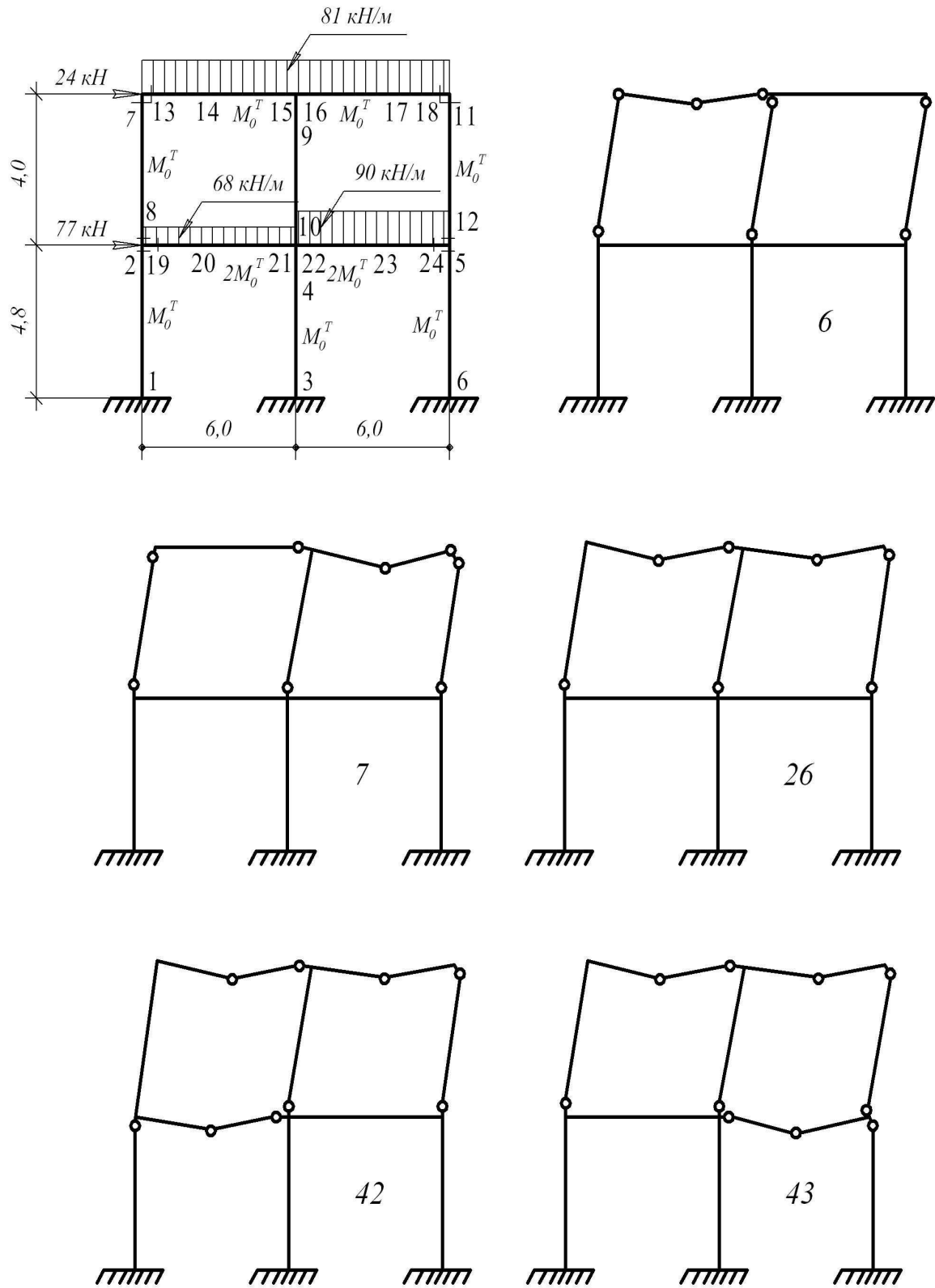


Рис. 5.23. Розрахункова схема і головні механізми руйнування двопролітної рами (цифри – № механізмів)

Таблиця 5.10.

Розрахунок двопролітної двоповерхової рами

<i>№ мех-му</i>	<i>Формула механізму руйнування</i>	<i>Хар-ка безпеки β_j</i>	<i>Імовірність відмови Q_j</i>
6*	-8,-9,-10,-11,-12,14 ² ,15	4,200	1,337·10 ⁻⁵
7*	-7,-8,-10,-11 ² , -12,15,17 ²	4,640	1,744·10 ⁻⁶
10	7,-11,14 ² ,15,-16,17 ²	5,263	7,116·10 ⁻⁸
26*	-8,-10,-11 ² , -12,14 ² ,15 ² ,17 ²	4,310	8,182·10 ⁻⁶
27	2,-9,-10,-11,-12,14 ² ,15,20 ² ,21	5,372	3,894·10 ⁻⁸
28	-5,-8,-9,-10,-11,-12 ² ,14,15 ² ,22,23	5,384	3,662·10 ⁻⁸
29	2,-7,-10,-11 ² , -12,15,17 ² ,20 ² ,21	5,593	1,119·10 ⁻⁸
30	-5,-7,-8,-10,-11 ² , -12 ² ,15,17 ² ,22,23 ²	5,584	1,175·10 ⁻⁸
36	-1,-2,-3,-4,-5,-6,-8,-10,-11 ² , -12,14 ² ,15 ² ,17 ²	5,318	5,255·10 ⁻⁸
42*	2,-10,-11 ² , -12,14 ² ,15 ² ,17 ² ,20 ² ,21	5,168	1,186·10 ⁻⁷
43*	-5,-8,-10,-11 ² , -12 ² ,14 ² ,15 ² ,17 ² , -22,23 ²	5,191	1,048·10 ⁻⁷
46	-1,-3,-4,-5,-6,-10,-11 ² , -12,14 ² ,15 ² ,17 ² ,20 ² ,21 ²	5,481	2,117·10 ⁻⁸
47	-1,-2,-4,-5 ² , -6,-8,-11 ² , -12 ² ,14 ² ,15 ² ,17 ² ,21,23 ²	5,482	2,107·10 ⁻⁸
50	2,-5,-10,-11 ² , -12 ² ,14 ² ,15 ² ,17 ² ,20 ² ,21,-22,23 ²	5,606	1,036·10 ⁻⁸
51	-1,-4,-5,-6,-11 ² , -12 ² ,14 ² ,15 ² ,17 ² ,20 ² ,21 ² ,23 ²	5,579	1,210·10 ⁻⁸
52	-7,-8,-9,-10,-11,-12	4,767	9,370·10 ⁻⁷

Оцінка надійності рами в цілому за формулами (5.99) и (5.100)

$$1,337 \cdot 10^{-5} \leq Q_k \leq 2,493 \cdot 10^{-5};$$

$$0,999987 \geq P_k \geq 0,999975$$

Примітки до таблиці

1. Схема рами і найбільш імовірні головні механізми (відмічені*) показані на рис. 5.23.

2. Формула механізму включає номери перерізів, де виникають шарніри пластичності, знак показує напрям моменту, показник – подвоєний кут повороту в перерізі.

3. Всього в розрахунку враховано 60 механізмів.

Таблиця 5.11

Розрахунок двоповерхової рами

<i>№ мех-му</i>	<i>Формула механізму руйнування</i>	<i>Хар-ка безпеки β_j</i>	<i>Імовірність відмови Q_j</i>
1*	-1,-3,-4,-5,-6,7,12 ² ,13	5,161	$1,229 \cdot 10^{-7}$
3	-1,-2,-3,-4,-5,-6,8,-10,-18 ²	5,796	$3,410 \cdot 10^{-9}$
5	-7,-9,18 ² ,19 ²	5,660	$7,610 \cdot 10^{-9}$
7	2,7,8,-10,12 ² ,13,18 ²	5,660	$7,610 \cdot 10^{-9}$
9*	-1,-3,-4,-5,-6,-9,12 ² ,13,17,19	5,278	$6,547 \cdot 10^{-9}$
11	-1,-3,-4,-5,-6,-9,11,18 ² ,19 ²	5,830	$2,779 \cdot 10^{-9}$
12	-1,-3,-5,-6 ² ,7,9,12 ² ,13 ² ,15 ²	5,667	$6,858 \cdot 10^{-9}$
14*	2,-9,12 ² ,13,18 ² ,19 ²	5,000	$2,874 \cdot 10^{-7}$
17	-1,-3,-5,-6 ² ,12 ² ,13 ² ,14 ² ,17,19	5,256	$7,389 \cdot 10^{-8}$
18*	-1,-3,-4,-5,-6,-9,12 ² ,13,18 ² ,19 ²	4,763	$9,563 \cdot 10^{-7}$
19	-1,-3,-5,-6 ² ,11,13,15 ² ,18 ² ,19 ²	5,640	$8,546 \cdot 10^{-9}$
20	2,4,-6,12 ² ,13 ² ,15 ² ,18 ² ,19 ²	5,571	$1,273 \cdot 10^{-8}$
21*	-1,-3,-5,-6 ² ,12 ² ,15 ² ,18 ² ,19 ²	4,864	$5,771 \cdot 10^{-7}$
23	2,7,12 ² ,13	5,745	$4,662 \cdot 10^{-9}$
<p>Оцінка надійності рами в цілому за формулами (5.99) и (5.100)</p> $9,563 \cdot 10^{-7} \leq Q_k \leq 2,189 \cdot 10^{-6};$ $0,99999904 \geq P_k \geq 0,9999781.$			
<p>Примітки до таблиці</p> <p>1. Схема рами і найбільш імовірні головні механізми (відмічені*) показані на рис. 5.24.</p> <p>2. Формула механізму включає номери перерізів, де виникають шарніри пластичності, знак показує напрям моменту, показник – подвоєний кут повороту в перерізі.</p> <p>3. Всього в розрахунку враховано 26 механізмів.</p>			

Інтервал інтегральних оцінок надійності рам (5.99) і (5.100) для усіх розглянутих варіантів вийшов досить вузьким (табл. 5.9 – 5.11), так що характеристики безпеки, що відповідають їм, відрізняються не більше, ніж на 0,10 – 0,20. Це підтверджує можливість використання нижньої межі оцінки (5.99), що базується на істинному (найбільш імовірному) механізмі руйнування, для обґрунтування коефіцієнта γ_s (див. нижче табл. 5.12). Для розглянутих рам склалися кореляційні матриці, які мають досить розріджений характер і показують порівняно слабкий зв'язок між більшістю можливих механізмів руйнування. Внаслідок цього кореляційний зв'язок механізмів мало впливає на оцінки надійності рам в цілому.

5.4.9. Обґрунтування коефіцієнту γ_s . На основі проведених на базі ІМГР досліджень надійності статично невизначних сталевих балок і рам обґрунтована можливість введення в їх розрахунок коефіцієнту γ_s , що являється по суті коефіцієнтом, який зважає на специфіку роботи і характер руйнування СНС і може бути названим «коефіцієнтом схемної надійності».

Цей коефіцієнт визначається з умови рівнонадійності окремих елементів і СНС в цілому:

$$\gamma_s = \frac{M_0^T(1)}{M_0^T(S_j)}, \quad (5.101)$$

де $M_0^T(1)$ – параметр граничного моменту системи, працюючої до 1 відмови; $M_0^T(S_j)$ – параметр граничного моменту СНС, характер руйнування якої відповідає загальному механізму. Параметри формули (5.101) визначаються з умови рівності імовірності відмови для обох моделей руйнування СНС $Q(1) = Q(S_j)$.

Найменшим отриманий коефіцієнт $\gamma_s = 1,14$ для Г-подібної рами, що руйнується по частковому механізму при утворенні 2-х

шарнірів пластичності. Для балок із затисненими кінцями, що руйнуються після утворення 3-х шарнірів пластичності, γ_s збільшується до 1,19 – 1,25, причому виявлений певний вплив схеми завантаження балки. Ці варіанти визначають можливі випадки характерного для багатоповерхових рам часткового руйнування у вигляді балочного механізму.

Зі збільшенням ступеню статичної невизначеності рам, якщо реалізуються повні схеми руйнування з великою кількістю шарнірів пластичності, коефіцієнт γ_s збільшується з 1,27 для П-подібної рами до 1,35 для триповерхової 9-разів статично невизначеної рами. При цьому в разі реалізації часткового механізму руйнування збільшення міри статичної невизначеності не призводить до зростання γ_s : так, для 12-разів статично невизначеної рами $\gamma_s = 1,30$, тоді як для 9-разів статично невизначеної рами $\gamma_s = 1,35$.

Коефіцієнт γ_s , аналогічний коефіцієнту умов роботи діючих норм, рекомендовано приймати у межах 1,18 – 1,27 (табл. 5.12), він призначений для використання у розрахунках несучої здатності перерізів елементів СНС з урахуванням пластичної стадії роботи.

Таблиця 5.12

Розрахункові значення коефіцієнту схемної надійності γ_s для статично невизначених рам

	<i>1 поверх</i>	<i>2 поверхи</i>	<i>3 поверхи</i>
<i>1 проліт</i>	1,18	1,21	1,21
<i>2 прольоти</i>	1,19	1,26 – 1,27	
<i>3 прольоти</i>	1,24		

5.4.10. Багатопараметричне завантаження. Певну специфіку має випадок багатопараметричного завантаження, коли навантаження, що діють на раму, змінюються незалежно. Такий опис навантажень ближче відповідає характеру завантаження реальних рам будівель і споруд, що включає незалежні постійні, корисні, атмосферні і технологічні навантаження.

Одержання оцінки Q_k . У просторі діючих навантажень визначається гранична область Ω_k , особливості побудови якої розглянемо на прикладах простих рам (рис. 5.25). У зв'язку з симетричністю роботи пружно-пластичних елементів відносно знаку завантаження (явище втрати стійкості не розглядається), обмежуємо простір навантажень першим квадрантом. З використанням кінематичного методу в координатах F_1 і F_2 наноситься сімейство прямих, яке відображає можливі механізми (рис. 5.25, а), причому основні механізми інтерпретуються прямими, паралельними координатним осям, а комбіновані – похилими прямими. Додавання вузлових механізмів поступально зміщує відповідні прямі.

Пропорційне (однопараметричне) завантаження з постійним відношенням навантажень $C = F_1/F_2$ ілюструється променем, що виходить з початку координат, точки перетину якого з прямими є ознакою X'_{jk} відповідного кінематично допустимого механізму (5.79) (рис. 5.25, в). У загальному випадку гранична область Ω_k будується в η -мірному просторі, де η – кількість навантажень, і є многогранником з кількістю граней, рівним кількості механізмів.

Гранична область, як видно на рис. 5.25 і 5.26, утворюється відрізками прямих, найближчих до початку координат, які відповідають головним механізмам. Межа області Ω_k може бути фіксованою при детермінованих моментах M_0^T або розмитою випадковою – при врахуванні статистичного розкиду міцності матеріалу (для сталі – межі текучості). Тому при стохастичній постановці завдання імовірність відмови системи визначається як імовірність виходу спільного розподілу навантажень за випадкову ламану межу граничної області.

Як видно на рис. 5.26, а, події X'_j відповідають попаданню розподілу навантажень на півплощини, обмежені сторонами граничної області. Так, для X'_1 це півплощина XEA , для X'_2 – YDB і так далі. Очевидно, що внаслідок того, що вказані півплощини перекривають одна одну, просте додавання ймовірностей відмов Q_j по механізмах дає завищений результат,

який повинен коригуватися у формулі диз'юнкції відповідним врахуванням частин півплощин (5.97), (5.98), що перекриваються.

Відмітимо специфіку однопараметричного завантаження в порівнянні з багатопараметричним завантаженням: точки перетину променя $Q - X'_{j\eta}$ з прямими різних механізмів, окрім однієї, знаходяться поза граничною областю.

Послідовність і результати розрахунку сталеві П-подібної рами на два незалежні навантаження, описані нормальними випадковими величинами, представлені нижче в п. 5.4.1 і на рис. 5.26, а.

Одержання оцінки Q_s . Побудова в координатах діючих навантажень дозволяє також наочно зіставити оцінки (5.97) статичного і кінематичного методів. Для отримання статичної оцінки Q_s і побудови відповідної граничної області Ω_s для умов двохпараметричного завантаження запропонована наступна процедура.

1. Вибираємо j - й механізм руйнування.
2. Задаємося співвідношенням навантажень $C = F_1/F_2$.
3. Будь-яким детермінованим методом розрахунку (наприклад, методом сил) будуємо епюру $M_k^j(C)$, яка урівноважує зовнішні навантаження F_1 і F_2 , а також має в місцях шарнірів пластичності вибраного механізму граничні моменти $\mu_v \cdot M_0^T$; в інших перерізах моменти можуть бути як менше, так і більше граничних.

4. Визначаємо ймовірність того, що епюра $M_k^j(C)$ статично недопустима, тобто імовірність відмови рами, в припущенні незалежності граничних моментів:

$$Q_{sj}(C) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - Q_i), \quad (5.102)$$

де $Q_i = Q[M_i > M_{ij}^k(C)]$ – імовірність того, що момент в i -му перерізі буде перевищений.

Оскільки формула (5.102) базується на кон'юнкції незалежних відмов елементів в механізмах руйнування, відмови яких повинні логічно складатися для отримання ймовірності відмови системи Q_s , в статичному методі граничної рівноваги реалізується сформульована вище концепція "диз'юнкції кон'юнкцій" (5.51).

5. Якщо отримана ймовірність відмови не відповідає заданій, пропорційно змінюємо навантаження і епюру M :

$$M'_j(C) = \frac{F'_1}{F_1} \cdot M_j^k(C).$$

Зміни проводимо до досягнення умови $Q_{sj} \cong [Q]$.

6. Наносимо точку на межу статичної граничної області.

7. Змінюємо співвідношення C і повторюємо п.п. 3 – 6.

8. Переходимо до наступного механізму і повторюємо п. 2 – 7, в результаті отримуємо статичну граничну область (рис. 5.26, б).

Практичні розрахунки показують, що побудова статичної граничної області більш трудомістка, ніж кінематичної області. Розрахунок може бути спрощений у зв'язку з постійністю для усіх варіантів більшості коефіцієнтів рівнянь методу сил, в яких змінюється стовпець вільних членів при переході до інших механізмів і стовпець навантаження при зміні відношення навантажень C . Тому процедура статичного методу легко алгоритмізується для розрахунку на ПЕОМ.

На рис. 5.26, б для П-подібної сталеві рами побудована статична гранична область Ω_s , що знаходиться всередині кінематичної області Ω_k , відповідно до (5.84). Зіставлення областей може бути виконане тільки при заданій ймовірності відмови для механізмів (векторів зусиль) $Q_{sj} = Q_{kj} = [Q]$. Кожна j -а крива має ділянку, близьку до прямолінійної, орієнтовану паралельно межі кінематичної граничної області. Вона відповідає епюрам M_i , де в перерізах, що не входять в механізм руйнування, справедливе співвідношення $M_i \leq [\mu_i \cdot M_0^T]$. При зростанні моментів в цих перерізах їх вплив на надійність рами зростає,

тоді як моменти й імовірності відмов перерізів, що входять в механізм, залишаються постійними, внаслідок чого j -й графік викривляється і йде всередину області Ω_s . Криві і прямі статичного і кінематичного методів перетинаються в точках, що відповідають одночасній появі двох сусідніх механізмів, що в деяких випадках дає надмірний механізм. Побудова області може бути спрощена, якщо описати її відрізками замінюючих прямих, положення яких можна визначити будь-якими двома точками для відповідного механізму (рис. 5.26, б).

Практичні розрахунки показують, що врахування двопараметричності навантаження зменшує імовірність відмови рам на 2–3 порядки.

Врахування поздовжньої сили. У стійках рами врахування впливу поздовжньої сили виконувався шляхом коригування граничного моменту за рекомендаціями [82]:

$$M_0^N = \left| 1 - \left(\frac{N_0^M}{N_0^T} \right)^j \right| \cdot M_0^T, \quad (5.103)$$

де M_0^N – граничний момент в шарнірі пластичності за наявності N ; N_0^T – гранична осьова поздовжня сила, що викликає пластичне руйнування елемента; N_0^M – гранична поздовжня сила в шарнірі пластичності за наявності M ; j – коефіцієнт, залежний від виду перерізу.

Для рам із стержнями постійного перерізу з $j = 1,5$ залежність (5.103) конкретизується в наступному вигляді

$$M_0^N = m \cdot M_0^T; \quad m = 1 - \left(\frac{N}{N_0^T} \right)^{1,5}. \quad (5.104)$$

Очевидно, що коефіцієнт m є диференційованим залежно від доли N в загальному зусиллі. У розрахунках, де не потрібна велика точність, можна використовувати усереднений коефіцієнт $m = 0,85$.

Розрахунки показали, що імовірність відмови СНС (поперечних рам будівель) при врахуванні поздовжніх сил збільшується на 1–3 порядки порівняно з аналогічним розрахунком з урахуванням тільки згинаючих моментів. Аналогічну тенденцію має врахування деформованої схеми рам, при якому імовірність відмови СНС збільшується на 1–4 порядки [122, 124].

Ґрунтуючись на результатах, отриманих рядом дослідників [69], був зроблений висновок, що для сталевих рам, спроектованих по нормах [41], ефект пристосовності можна не враховувати.

Успішно використав описану вище статичну версію ІМГР О.В. Гнітько для обчислення оцінок надійності поперечних рам промислових будівель в дисертації, виконаній під керівництвом автора [28].

5.4.11. Числовий приклад. *Виконати розрахунок статично невизначеної рами на двопараметричне завантаження.*

Вихідні дані. Розглядається портална рама (рис. 5.26, а) з елементами постійного перерізу із І№50Ш1, $W_x = 2500 \text{ см}^3$; $A = 143 \text{ см}^2$; елементи підбрані на розрахункові навантаження $F_1 = 1500 \text{ кН}$, $F_2 = 750 \text{ кН}$. Числові характеристики: $\bar{F}_1 = 1000 \text{ кН}$, $\bar{F}_2 = 500 \text{ кН}$, $\hat{F}_2 = 150 \text{ кН}$, $\bar{\sigma}_y = 300 \text{ МПа}$, $\hat{\sigma}_y = 30 \text{ МПа}$, $\bar{M}_0^T = 750 \text{ кНм}$, $\hat{M}_0^T = 75 \text{ кНм}$.

А. Побудова граничної області. Механізми руйнування (з урахуванням \bar{M}_0^T): $j = 1$: $\bar{F}_1 = 1500 \text{ кН}$; $j = 2$: $\bar{F}_2 = 1000 \text{ кН}$; $j = 3$: $2\bar{F}_1 + 3\bar{F}_2 = 4500 \text{ кН}$.

Точки перетину граничних прямих – $A(1500, 500)$, $B(750, 1000)$.

Б. Обчислення ймовірності відмови по частинах граничної області (див. позначення 1, 2 і 3 на рис. 5.26, а).

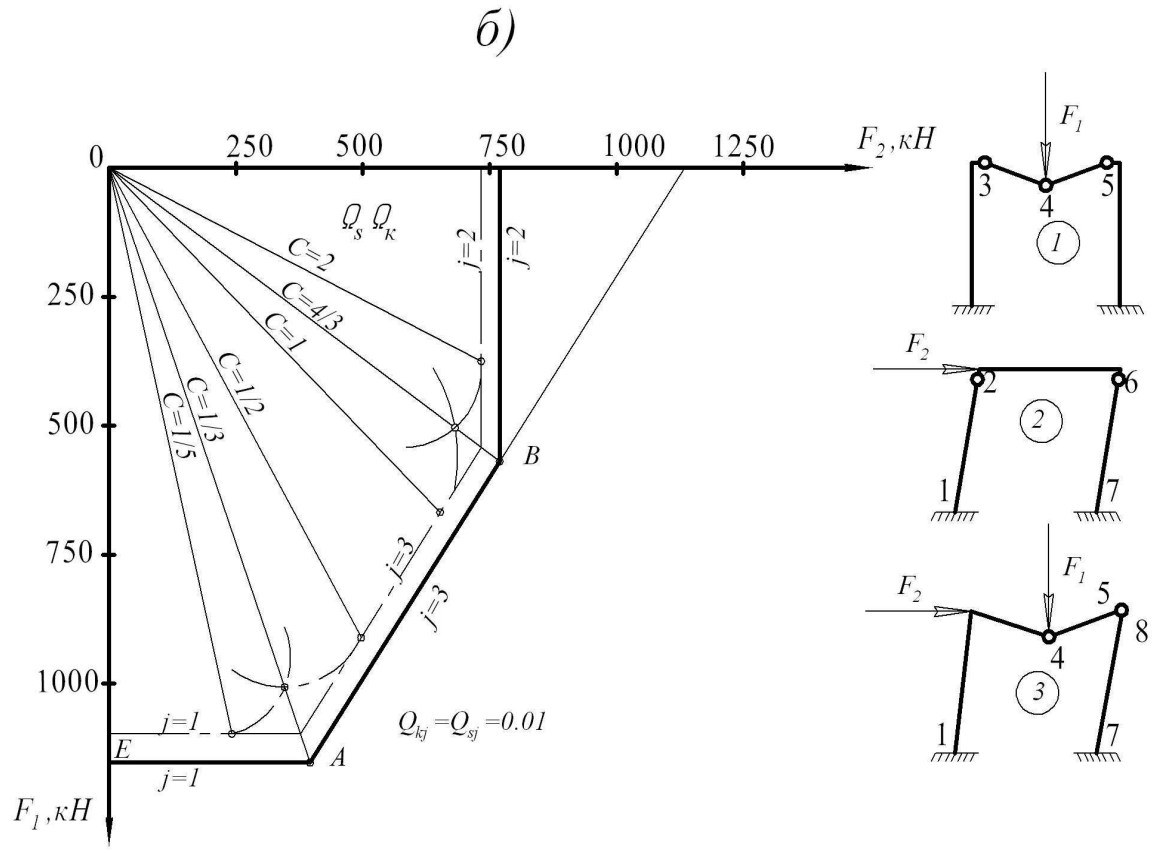
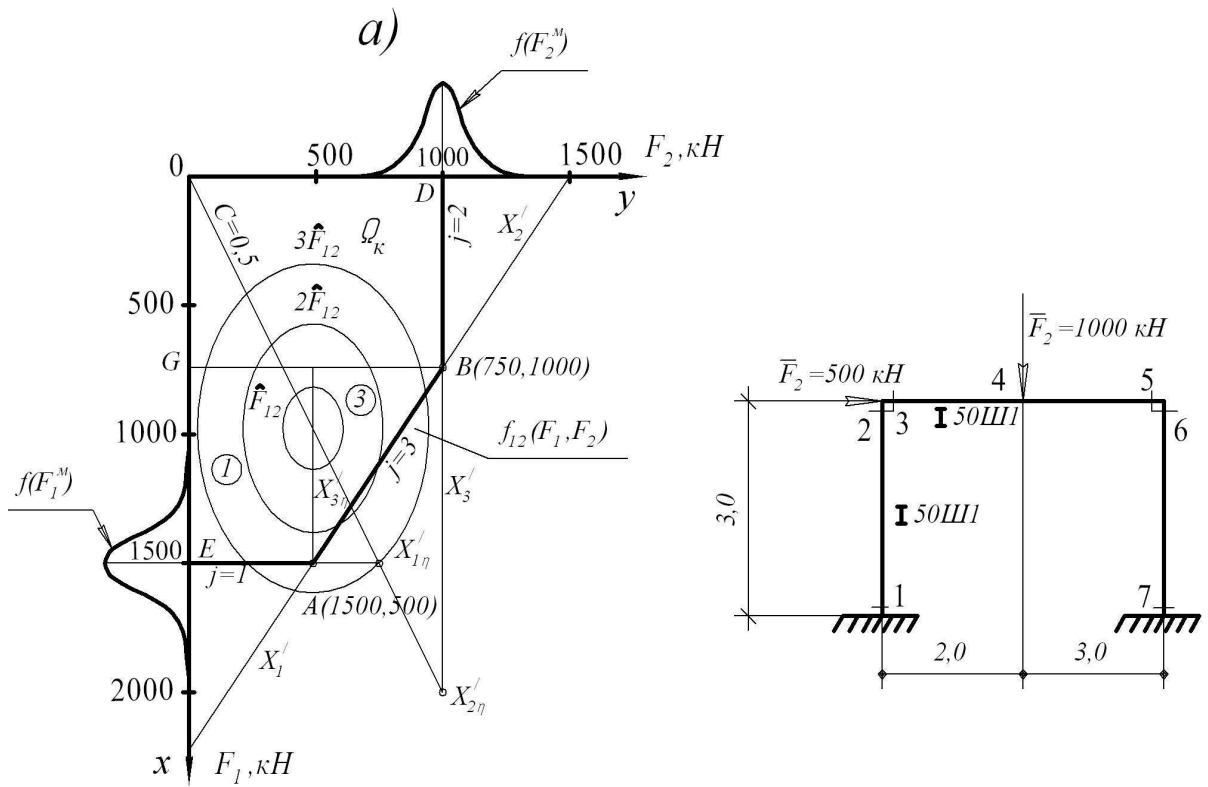


Рис. 5.26. Двопараметричне завантаження П-подібної рами:
 а – до визначення імовірності відмови Q_k (п. 5.4.11); б – побудова
 граничної області: ----- кінематичним методом; -.-.-.- статичним методом

Використаємо формули визначення ймовірності попадання при двомірному нормальному розподілі:

а) в смуги, паралельні координатним осям X і Y :

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \Phi\left(\frac{x_2}{\hat{\sigma}_x}\right) - \Phi\left(\frac{x_1}{\hat{\sigma}_x}\right) \\ P_y &= \Phi\left(\frac{y_2}{\hat{\sigma}_y}\right) - \Phi\left(\frac{y_1}{\hat{\sigma}_y}\right) \end{aligned} \right\}; \quad (5.105)$$

б) в прямокутну область зі сторонами, паралельними координатним осям:

$$P = \left[\Phi\left(\frac{x_2}{\hat{\sigma}_x}\right) - \Phi\left(\frac{x_1}{\hat{\sigma}_x}\right) \right] \left[\Phi\left(\frac{y_2}{\hat{\sigma}_y}\right) - \Phi\left(\frac{y_1}{\hat{\sigma}_y}\right) \right], \quad (5.106)$$

де x_2, x_1, y_2, y_1 – нормовані межі областей, обчислені по відношенню до центру двомірного нормального розподілу; $\Phi\left(\frac{x_2}{\hat{\sigma}_x}\right)$ – інтегральна функція нормального розподілу (функція Лапласа).

- 1-а частина ($AEGK$) (визначається першим механізмом).

Формула механізму $F_1 = 2M_0^T$, числові характеристики граничного навантаження дорівнюють:

$$\bar{F}_1^M = 2 \cdot 750 = 1500 \text{ кН}; \quad \hat{F}_1^M = 2 \cdot 75 = 150 \text{ кН}.$$

Далі обчислюємо

$$\bar{Z}_1 = \bar{F}_1^M - \bar{F}_1 = 1500 - 1000 = 500 \text{ кН};$$

$$\bar{Z}_1 = \sqrt{(\hat{F}_1^M)^2 + (\hat{F}_1^2)} = \sqrt{150^2 + 200^2} = 250 \text{ кН}.$$

$$\beta = 500/250 = 2,0; \quad Q_1 = 0,5 - \Phi(2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228.$$

- 2-а частина (*OCBD*) (визначається другим механізмом). Опускаємо викладення, результат обчислень $Q = 2,96 \cdot 10^{-4}$.

- 3-а частина (*AKB*) – трикутна, визначається третім механізмом, замінюється рівними по висоті прямокутними смугами, що дають у сумі

$$Q_3 = 9,62 \cdot 10^{-3} + 0,0469 + 0,0346 = 0,09117.$$

В. Оцінка надійності рами. Верхня оцінка ймовірності відмови рами по (5.99)

$$Q_k \cong Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0,028 + 2,96 \cdot 10^{-4} + 0,09117 = 0,1143.$$

Двостороння оцінка по (5.99) виходить наступною:

$$0,09117 \leq Q_k \leq 0,1143.$$

Для порівняння вкажемо ймовірності відмови рами:

а) при фіксованій межі граничної області $Q_k = 0,05787$, тобто значно нижче оцінки, отриманої для граничної області з випадковою межею;

б) для однопараметричного завантаження при $C = 0,5$ (див. *рис. 5.26, а*) $Q_k = Prob(X'_3)$, тобто близько до нижньої оцінки (5.99), що природно, оскільки остання, як і при однопараметричному завантаженні із $C = 0,5$, визначається 3-м механізмом.

ДОДАТКИ

Таблиця Д.1

Таблиця значень щільності нормального розподілу:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1273	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0890	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0128	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблиця Д.2

Таблиця значень функції Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$
0.00	0.0000	0.32	0.1255	0.64	0.2389	0.96	0.3315
0.01	0.0040	0.33	0.1293	0.65	0.2422	0.97	0.3340
0.02	0.0080	0.34	0.1331	0.66	0.2454	0.98	0.3365
0.03	0.0120	0.25	0.1368	0.667	0.2486	0.99	0.3389
0.04	0.0160	0.36	0.1406	0.68	0.2517	1.00	0.3413
0.05	0.0199	0.37	0.1443	0.69	0.2549	1.01	0.3438
0.06	0.0239	0.38	0.1480	0.70	0.2580	1.02	0.3461
0.07	0.0279	0.39	0.1517	0.71	0.2611	1.03	0.3485
0.08	0.0319	0.40	0.1554	0.72	0.2642	1.04	0.3508
0.09	0.0359	0.41	0.191	0.73	0.2673	1.05	0.3531
0.10	0.0398	0.42	0.1628	0.74	0.2703	1.06	0.3554
0.11	0.0438	0.43	0.1664	0.75	0.2734	1.07	0.3577
0.12	0.0478	0.44	0.1700	0.76	0.2764	1.08	0.3599
0.13	0.0517	0.45	0.1736	0.77	0.2794	1.09	0.3621
0.14	0.0557	0.46	0.1772	0.78	0.2823	1.10	0.3643
0.15	0.0596	0.47	0.1808	0.79	0.2852	1.11	0.3665
0.16	0.0636	0.48	0.1844	0.80	0.2881	1.12	0.3686
0.17	0.0685	0.49	0.1879	0.81	0.2910	1.13	0.3708
0.18	0.0714	0.50	0.1915	0.82	0.2939	1.14	0.3729
0.19	0.0753	0.51	0.1950	0.83	0.2967	1.15	0.3849
0.20	0.0793	0.52	0.1985	0.84	0.2995	1.16	0.3770
0.21	0.0832	0.53	0.2019	0.85	0.3023	1.17	0.3790
0.22	0.0871	0.54	0.2054	0.86	0.3051	1.18	0.3810
0.23	0.0910	0.55	0.2088	0.87	0.3087	1.19	0.3830
0.24	0.0948	0.56	0.2123	0.88	0.3106	1.20	0.3849
0.25	0.0987	0.57	0.2157	0.89	0.3133	1.21	0.3869
0.26	0.1026	0.58	0.2190	0.90	0.3159	1.22	0.3883
0.27	0.1064	0.59	0.2224	0.91	0.3186	1.23	0.3907
0.28	0.1103	0.60	0.2257	0.92	0.3212	1.24	0.3925
0.29	0.1141	0.61	0.2291	0.93	0.3238	1.25	0.3944
0.30	0.1179	0.62	0.2324	0.94	0.3264		
0.31	0.1217	0.63	0.2357	0.95	0.3289		

Продовження таблиці Д.2

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1.26	0.3962	1.59	0.4441	1.92	0.4726	2.50	0.4928
1.27	0.3980	1.60	0.4452	1.93	0.4732	2.52	0.4941
1.28	0.3997	1.61	0.4463	1.94	0.4738	2.54	0.4945
1.29	0.4015	1.62	0.4474	1.95	0.4744	2.26	0.4948
1.30	0.4032	1.63	0.4484	1.96	0.4750	2.58	0.4951
1.31	0.4049	1.64	0.4495	1.97	0.4756	2.60	0.4953
1.32	0.4066	1.65	0.4505	1.98	0.4761	2.62	0.4956
1.33	0.4082	1.66	0.4515	1.99	0.4767	1.64	0.4959
1.34	0.4099	1.67	0.4525	2.00	0.4772	2.66	0.4961
1.35	0.4115	1.68	0.4535	2.02	0.4783	2.68	0.4963
1.36	0.4131	1.69	0.4545	2.04	0.4793	2.70	0.4965
1.37	0.4147	1.70	0.4554	2.06	0.4803	2.72	0.4967
1.38	0.4162	1.71	0.4564	2.08	0.4812	2.74	0.4969
1.39	0.4177	1.72	0.4573	2.10	0.4821	2.76	0.4971
1.40	0.4192	1.73	0.4582	2.12	0.4830	2.78	0.4973
1.41	0.4207	1.74	0.4591	2.14	0.4838	2.80	0.4974
1.42	0.4222	1.75	0.4599	2.16	0.4846	2.82	0.4976
1.43	0.4236	1.76	0.4608	2.18	0.4854	2.84	0.4977
1.44	0.4251	1.77	0.4616	2.20	0.4861	2.86	0.4979
1.45	0.4265	1.78	0.4625	2.22	0.4868	2.88	0.4980
1.46	0.4279	1.79	0.4633	2.24	0.4875	2.90	0.4981
1.47	0.4292	1.80	0.4641	2.26	0.4881	2.92	0.4982
1.48	0.4306	1.81	0.4649	2.28	0.4887	2.94	0.4984
1.49	0.4319	1.82	0.4656	2.30	0.4893	2.96	0.4985
1.50	0.4332	1.83	0.4664	2.32	0.4898	2.98	0.4986
1.51	0.4345	1.84	0.4671	2.34	0.4904	3.00	0.49865
1.52	0.4357	1.85	0.4678	2.36	0.4909	3.20	0.49931
1.53	0.4370	1.86	0.4686	2.38	0.4913	3.40	0.49966
1.54	0.4382	1.87	0.4693	2.40	0.4918	3.60	0.499841
1.55	0.4394	1.88	0.4699	2.42	0.4922	3.80	0.499928
1.56	0.4406	1.89	0.4706	2.44	0.4927	4.00	0.499968
1.57	0.4418	1.90	0.4713	2.46	0.4931	4.50	0.499997
1.58	0.4429	1.91	0.4719	2.48	0.4934	5.00	0.499997

Таблиця Д.3

Імовірність великих відхилень $Q(\beta)$ нормального розподілу

β	$Q(\beta)$	β	$Q(\beta)$
3.0	$1.35 \cdot 10^{-3}$	5.5	$1.90 \cdot 10^{-8}$
3.1	$9.68 \cdot 10^{-4}$	5.6	$1.07 \cdot 10^{-8}$
3.2	$6.87 \cdot 10^{-4}$	5.7	$5.99 \cdot 10^{-9}$
3.3	$4.83 \cdot 10^{-4}$	5.8	$3.32 \cdot 10^{-9}$
3.4	$3.37 \cdot 10^{-4}$	5.9	$1.82 \cdot 10^{-9}$
3.5	$2.33 \cdot 10^{-4}$	6.0	$9.87 \cdot 10^{-10}$
3.6	$1.59 \cdot 10^{-4}$	6.2	$2.82 \cdot 10^{-10}$
3.7	$1.08 \cdot 10^{-4}$	6.4	$7.77 \cdot 10^{-11}$
3.8	$7.23 \cdot 10^{-5}$	6.6	$2.06 \cdot 10^{-11}$
3.9	$4.81 \cdot 10^{-5}$	6.8	$5.23 \cdot 10^{-12}$
4.0	$3.17 \cdot 10^{-5}$	7.0	$1.28 \cdot 10^{-12}$
4.1	$2.07 \cdot 10^{-5}$	7.2	$3.01 \cdot 10^{-13}$
4.2	$1.33 \cdot 10^{-5}$	7.4	$6.81 \cdot 10^{-14}$
4.3	$8.54 \cdot 10^{-6}$	7.8	$1.48 \cdot 10^{-14}$
4.4	$5.41 \cdot 10^{-6}$	8.0	$3.10 \cdot 10^{-16}$
4.5	$3.40 \cdot 10^{-6}$	8.2	$6.22 \cdot 10^{-16}$
4.6	$2.11 \cdot 10^{-6}$	8.4	$2.23 \cdot 10^{-17}$
4.7	$1.30 \cdot 10^{-6}$	8.8	$3.99 \cdot 10^{-19}$
4.8	$7.93 \cdot 10^{-7}$	9.0	$1.13 \cdot 10^{-19}$
4.9	$4.79 \cdot 10^{-7}$	5.0	$2.87 \cdot 10^{-7}$
5.1	$1.70 \cdot 10^{-7}$	5.2	$9.96 \cdot 10^{-8}$
5.3	$5.79 \cdot 10^{-8}$	5.4	$3.33 \cdot 10^{-8}$

Таблиця Д.4

Критичні точки розподілу χ^2

Число ступенів вільності	Рівень значимості α					
	0.01	0.025	0.05	0.95	0.975	0.89
1	6.6	5.0	3.8	0.0039	0.00098	0.00016
2	9.2	7.4	6.0	0.103	0.051	0.020
3	11.3	9.4	7.8	0.352	0.216	0.115
4	13.3	11.1	9.5	0.711	0.484	0.297
5	15.1	12.8	11.1	1.15	0.831	0.554
6	16.8	14.4	12.6	1.64	1.24	0.872
7	18.5	16.0	14.1	2.17	1.69	1.24
8	20.1	17.5	15.5	2.73	2.18	1.65
9	21.7	19.0	16.9	3.33	2.70	2.09
10	23.2	20.5	18.3	3.94	3.25	2.56
11	24.7	21.9	19.7	4.57	3.82	3.05
12	26.2	23.2	21.0	5.23	4.40	3.57
13	27.7	24.7	22.4	5.89	5.01	4.11
14	29.1	26.1	23.7	6.57	5.63	4.66
15	30.6	27.5	25.0	7.26	6.26	5.23
16	32.0	28.8	26.3	7.96	6.91	5.81
17	33.4	30.2	27.6	8.67	7.56	6.41
18	34.8	31.5	28.9	9.39	8.23	7.01
19	36.2	32.9	30.1	10.1	8.91	7.63
20	37.6	34.2	31.4	10.9	9.59	8.26
21	38.9	35.5	32.7	11.6	10.3	8.90
22	40.3	36.8	33.9	12.3	11.0	9.54
23	41.6	38.1	35.2	13.1	11.7	10.2
24	43.0	39.4	36.4	13.8	12.4	10.9
25	44.3	40.6	37.7	14.6	13.1	11.5
26	45.6	41.9	38.9	15.4	13.8	12.2
27	47.0	43.2	40.1	16.2	14.6	12.9
28	48.3	44.5	41.3	16.9	15.3	13.6
29	49.6	45.7	42.6	17.7	16.0	14.3
30	50.9	47.0	43.8	18.5	16.8	15.0

ЛІТЕРАТУРА

1. Арасланов А.М. Расчет элементов конструкций зданий при случайных воздействиях / А.М. Арасланов. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.
2. Аугусти Г. Вероятностные методы в строительном проектировании / Г. Аугусти, А. Баратта, Ф. Кашиати / Пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.
3. Балдин В.А. Расчет строительных конструкций по предельным состояниям / В.А. Балдин, И.И. Гольденблат, В.И. Коченов, М.Я. Пильдиш, К.Э. Таль. – М.: Стройиздат, 1951. – 272 с.
4. Барашиков А.Я. Надійність будівель і споруд: навч. посібник / А.Я. Барашиков, М.Д. Сирота. – К.: ІСДО, 1993. – 204 с.
5. Белов В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: Высшая школа, 1976. – 392 с.
6. Белый Г.И. Пространственная работа и предельные состояния стержневых элементов металлических конструкций: Автореф. дис...доктора техн. наук / Г.И. Белый. – Л., 1988. – 32 с.
7. Беляев Б.И. О выборе формулы для общего коэффициента надежности при вероятностном методе расчета / Б.И. Беляев // Стр. мех. и расчет сооружений. – 1986. – №1. – С. 10 – 13.
8. Бібік М.В. Міцність і деформативність розтягнуто-зігнутих сталевих елементів з урахуванням пластичної стадії роботи: Автореф. дис...канд. техн. наук / М.В. Бібік / ПДТУ – Полтава, 2004. – 20 с.
9. Богинский К.С. Мостовые и металлургические краны / К.С. Богинский, Ф.С. Зотов, Г.М. Николаевский. – М.: Машиностроение, 1970. – 300 с.
10. Болотин В.В. О сочетаниях случайных нагрузок, действующих на сооружение / В.В. Болотин // Стр. мех. и расчет сооруж. – 1962. – №2. – С. 1 – 5.
11. Болотин В.В. О понятии устойчивости в строительной механике / В.В. Болотин // Проблемы устойчивости в строительной механике. – М.: Стройиздат, 1965. – С. 6 – 27.
12. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике / В.В. Болотин. – 2-е изд. – М.: Стройиздат, 1965. – 279 с.
13. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В.В. Болотин. – 2-е изд. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
14. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
15. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: ВЦ АН СССР, 1983. – 416 с.
16. Брауде В.И. Надежность подъемно-транспортных машин / В.И. Брауде, Л.Н. Семенов. – Л.: Машиностроение, 1986. – 183 с.
17. Будівельні конструкції. Навчальний посібник / Ю.Л. Винников, С.Ф. Пічугін, О.О. Довженко, А.О. Дмитренко. – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2015. – 400 с.
18. Валь В.Н. Исследование вертикальных воздействий мостовых кранов на подкрановые балки: Автореф. дис...канд. техн. наук / В.Н. Валь / МИСИ. – М.: 1970. – 17 с.
19. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. / Е.С. Вентцель. – 10-е изд. – М.: «Академия», 2005. – 576 с.
20. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1969. – 368 с.
21. Вентцель Е.С. Прикладные задачи теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.

22. Википедия: Свободная энциклопедия [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>.
23. Воскобійник О.П. Методологія нормування технічних станів сталезалізобетонних конструкцій: Автореф. дис...докт. техн. наук / О.П. Воскобійник / ПолтНТУ. – Полтава, 2014. – 40 с.
24. Воскобійник О.П. Сталезалізобетон: надійність, технічні стани, ризики / О.П. Воскобійник. – Донецьк: Донбас, 2014. – 394 с.
25. Гарцман Л.Б. Вероятности гололедно-ветровых и температурных воздействий на ЛЭП / Л.Б. Гарцман. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 199 с.
26. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А.А. Гвоздев. – М.: Стройиздат, 1949.
27. Гнеденко Б.В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
28. Гнітько О.В. Імовірнісний розрахунок і оцінка відповідальності статично невизначених конструкцій: Автореф. дис...канд. техн. наук / О.В. Гнітько / ПДТУ – Полтава, 1999. – 19с.
29. Городецкий Б.Л. Статистические исследования постоянных нагрузок от собственной массы покрытий в промышленных зданиях / Б.Л. Городецкий, Г.Г. Котлов, А.Ф. Соколкин // Проблемы надежности в строительном проектировании. – Свердловск, 1972. – С. 40 – 45.
30. ГОСТ 25546-82. Краны грузоподъемные. Режимы работы. – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 7 с.
31. ГОСТ 27751-88 (СТ СЭВ 384-87). Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения по расчету. – М.:Изд-во стандартов, 1988. – 10 с.
32. ГОСТ 27.002-89 (СТ СЭВ 5041-85). Надежность в технике. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 32 с.
33. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений / Э. Гумбель. – М.: Мир, 1965. – 450 с
34. Гусев А.С. Соппротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках / А.С. Гусев. – М.: Машиностроение, 1989. – 246 с.
35. Давиденко А.И. Исследование методом математического моделирования повышения трещиностойкости подкрановой балки в районе трещины с углепластиковой накладкой / А.И. Давиденко, В.В. Стоянов // Металлические конструкции – 2008. – Том 14. – №4. – С. 245 – 251.
36. ДБН 362-92. Оцінка технічного стану сталевих конструкцій виробничих будівель і споруд, що знаходяться в експлуатації. – К.: Держбуд України, 1992. – 46 с.
37. ДБН В.2.2-13-2003. Спортивні і фізкультурно-оздоровчі споруди / Держбуд України. – К.: Укрархбудінформ, 2004. – 122 с.
38. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. – К.: Мінбуд України, 2006. – 51 с.
39. ДБН В.1.2-14-2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – К.: Мінрегіонбуд, 2009. – 30 с
40. ДБН В.1.2-15: 2009. Мости і труби. Навантаження і впливи. – К.: Мінрегіонбуд, 2009. – 83 с.
41. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. – К.: Мінрегіон України, 2014. – 205 с.
42. Дривинг А.Я. Рекомендации по применению экономико-статистических методов при расчете сооружений с чисто экономической ответственностью / Дривинг А.Я. – М.: ЦНИИСК, 1972. – 61 с.

43. Дрижирук Ю.В. Імовірнісний опис снігового навантаження на покрівлі будівель з перепадами висот: Автореф. дис...канд. техн. наук / Ю.В. Дрижирук / ПолтНТУ. – Полтава, 2011. – 23 с.
44. ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1996. – 75 с.
45. ДСТУ-Н Б EN 1991-1-1: 2010 Єврокод 1: Дії на конструкції. Частина 1-1. Загальні дії. Питома вага, власна вага, експлуатаційні навантаження для споруд (EN 1991-1-1:2002, IDT). – К.: Мінрегіонбуд, 2010. – 63 с.
46. ДСТУ-Н Б В.1.2-13: 2008 Система надійності та безпеки у будівництві. Настанова. Основи проектування конструкцій (EN 1990:2002, IDT) – К.: Мінрегіонбуд, 2012. – 28 с.
47. ДСТУ-Н Б EN 1990:2002 Єврокод 0. Основи проектування конструкцій (EN 1990:2002, IDT). – К.: Мінрегіон, 2013. – 8 с.
48. ДСТУ-Н Б EN 1991-1-3:2010 Єврокод 1: Дії на конструкції. Частина 1-3: Загальні дії. Снігові навантаження (EN 1991-1-3:2003, IDT). – К.: Мінрегіон, 2013. – 22 с.
49. ДСТУ-Н Б EN 1991-1-4:2010 Єврокод 1: Дії на конструкції. Частина 1-4: Загальні дії. Вітрові навантаження (EN 1991-1-4:2005, IDT). – К.: Мірегіон, 2013. – 14 с.
50. ДСТУ-Н Б EN 1991-3:2012 Єврокод 1: Дії на конструкції. Частина 3: Дії, що викликані кранами та обладнанням (EN 1991-3:2006, IDT). – К.: Мінрегіон, 2013. – 19 с.
51. ДСТУ-Н Б В.1.2-16:2013. Визначення класу наслідків (відповідальності) та категорії складності об'єктів будівництва. – К.: Мінрегіон, 2013. – 37 с.
52. Заварина М.В. Строительная климатология / М.В. Заварина. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 321 с.
53. Застава М.М. Регулирование расчетной надежности железобетонных конструкций / М.М. Застава, А.А. Агаев, Ю.А. Работин. – Инф.- реклам. м.-нар. агенство «Київ-ІРМА-прес»: Киев-Одесса, 1996. – 194 с.
54. Зима О.Є. Надійність сталеві конструкції магістрального трубопроводу: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / О.Є. Зима / ПолтНТУ. – Полтава, 2014. – 21 с.
55. Келдыш В.М. Некоторые вопросы метода предельных состояний / В.М. Келдыш, И.И. Гольденблат // Материалы к теории расчета по предельному состоянию, вып. II. – М.: Стройиздат, 1949. – С. 6 – 17.
56. Кендалл М.Дж. А. Теория распределений / М.Дж. Кендалл, А. Стьюарт – М.: Наука, 1966. – 588 с.
57. Кикин А.И. Повышение долговечности конструкций промышленных зданий / А.И. Кикин, А.А. Васильев, Б.Н. Кошутин. – М.: Стройиздат, 1969. – 415 с.
58. Кінаш Р.І. Снігове навантаження в Україні / Р.І. Кінаш, О.М. Бурнаєв. – Львів: Вид-во науково-техн. літ., 1997. – 848 с.
59. Кінаш Р.І. Вітрове навантаження і вітроенергетичні ресурси в Україні / Р.І. Кінаш, О.М. Бурнаєв. – Львів: Вид-во науково-технічної літератури, 1998. – 1152 с.
60. Кінаш Р.І. Методи нормування тимчасових навантажень та оцінювання надійності будівельних конструкцій за умов неповної інформації: Автореф. дис...докт. техн. наук / Р.І. Кінаш / КНУБА. – Київ, 2000. – 32 с.
61. Климат Украины / Ред. Г.Ф. Прихотько и др. – Л.: Гидрометеиздат, 1967. – 412 с.
62. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн / Пер. с англ. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
63. Корх О.О. – Напружено-деформований стан і надійність зварних вузлів сталевих рам: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / О.О. Корх / ПолтНТУ. – Полтава, 2009. – 20 с.

64. Кошутин Б.Н. Определение коэффициента перегрузки вертикальной крановой нагрузки на основании статистического изучения работы кранов в действующих цехах: Автореф. дис... канд. техн. наук / Б.Н. Кошутин / МИСИ. – М., 1961. – 16 с.
65. Кошутин Б.Н. Статистическое определение коэффициентов перегрузки вертикальных крановых нагрузок / Б.Н. Кошутин // Металлические конструкции. (Работа школы Н.С. Стрелецкого). – М.: Стройиздат, 1966. – С. 195 – 210.
66. Краковский М.Б. Определение надежности конструкций методами статистического моделирования / М.Б. Краковский // Стр. механика и расчет сооружений. – 1982. – №2 – С. 10 – 13.
67. Кудзис А.П. Оценка надежности железобетонных конструкций / А.П. Кудзис. – Вильнюс: Мокслас, 1985. – 156 с.
68. Кузнецов А.А. Надежность конструкций баллистических ракет / А.А. Кузнецов. – М.: Машиностроение, 1978. – 256 с.
69. Кузнецов Б.Н. К вопросу об актуальности расчета конструкций на приспособляемость / Б.Н. Кузнецов // Стр. механика и расчет сооружений. – 1979. – №5.
70. Лейтес С.Д. Устойчивость сжатых стальных стержней / С.Д. Лейтес. – М.: Госстройиздат, 1973. – 308 с.
71. Лихтарников Я.М. Расчет стальных конструкций: Справ. пособие / Я.М. Лихтарников, Д.В. Ладыженский, В.М. Клыков. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Будівельник, 1984. – 368 с.
72. Лычев А.С. Надежность железобетонных конструкций / А.С. Лычев, В.П. Корякин. – Куйбышев: КуИСИ, 1974. – 125 с.
73. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций. Учебное пособие / А.С. Лычев. – М.: Изд-во АСВ, 2008. – 184 с.
74. Материалы международного совещания по расчету строительных конструкций (Москва, декабрь 1958 г.) / АСИА СССР. – М., Госстройиздат, 1961. – 260 с.
75. Махінько А.В. Надійність елементів металоконструкцій під дією випадкових змінних навантажень: Автореф. дис... канд. техн. наук / А.В. Махінько / ПолтНТУ. – Полтава, 2006. – 24 с.
76. Махінько А.В. Надійність металевих баштових опор зв'язку: Автореф. дис... докт. техн. наук / А.В. Махінько / ПолтНТУ. – Полтава, 2012. – 40 с.
77. Махінько А.В. Імовірнісний розрахунок баштових опор зв'язку / А.В. Махінько. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – 410 с.
78. Меламент Л.И. Исследование работы металлических рам в упруго-пластической стадии / Л.И. Меламент // Расчет металлических конструкций с учетом пластических деформаций: Сборник ЦНИПС. – М.:1938. – С.79 – 159.
79. Металлические конструкции. В 3 т. Т.1. Элементы стальных конструкций: Учеб. пособие для строит. вузов / В.В. Горев, Б.Ю. Уваров, В.В. Филиппов и др. – М.: Высш. шк., 1997. – 527 с.
80. Металлические конструкции: Общий курс: Учеб. для вузов / Г.С. Ведеников, Е.И. Беленя, В.С. Игнатьева и др. – 7-е изд., пер. и доп. – М.: Стройиздат, 1998. – 760 с.
81. Молька І.В. Вплив теплотехнічних характеристик покриття на величину снігового навантаження: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / І.В. Молька / ПолтНТУ. – Полтава, 2012. – 21 с.
82. Мразик А. Расчет и проектирование стальных конструкций с учетом пластических деформаций / А. Мразик, М. Шкалоуд, М. Тохачек / Пер. с чешского, под ред. Г.Е. Бельского. – М.: Стройиздат, 1986. – 456 с.

83. Муллер Р.К. К вопросу определения коэффициента однородности и перегрузки по статистическим данным / Р.К. Муллер // Вопросы безопасности и прочности строительных конструкций / ЦНИПС. – М.: Стройиздат, 1952. – С. 88 – 118.
84. Надежность технических систем: Справочник / Под редакцией И.А.Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 320 с.
85. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. / Ред. совет: В.С.Авдуевский и др. – М.: Машиностроение, 1988.
86. Надежность строительных конструкций. Работа научной школы проф. Пичугина С.Ф.: Сб. науч. тр. – Полтава: ООО «АСМИ», 2010. – 434 с.
87. Нил Б.Г. Расчет конструкций с учетом пластических свойств материалов / Б.Г. Нил. – М.: Госстройиздат, 1961. – 315 с.
88. Нормативні документи з питань обстежень, паспортизації, безпечної та надійної експлуатації виробничих будівель і споруд. – К.: Держбуд України; Держнаглядохоронпраці України, 1997. – 145 с.
89. Онищенко В.О. Високоєфективні технології та комплексні конструкції в промисловому й цивільному будівництві: Монографія / В.О. Онищенко, О.Г. Онищенко, С.Ф. Пичугін, Л.І. Стороженко, О.В. Семко, Ю.С. Слюсаренко, І.А. Ємельянова. – Вид. 2-ге, доповнене. – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2011. – 520 с.
90. Отставнов В.А. Об основных направлениях совершенствования нормирования нагрузок и воздействий / В.А. Отставнов // Стр. механика и расчет сооружений. – 1975. – №4.
91. Оуэн Д.Б. Сборник статистических таблиц / Д.Б. Оуэн. – М.: ВЦ АН СССР, 1966. – 586 с.
92. Парницкий А.Г. Мостовые краны общего назначения. Конструкция, расчет, эксплуатация / А.Г. Парницкий, А.П. Шабашов. – Изд. 3-е. – М.-Свердловск: Машгиз, 1961. – 316 с.
93. Патенко Ю.Е. Надійність сталевих каркасів одноповерхових виробничих будівель: Автореф. дис...канд. техн. наук / Ю.Е. Патенко / ПолтНТУ. – Полтава, 2012. – 25 с.
94. Пашинский В.А. Сочетания усилий от атмосферных и крановых нагрузок, действующих на стальные каркасы одноэтажных производственных зданий: Автореф. дис... канд. техн. наук / В.А. Пашинский / МИСИ. – М., 1985. – 18 с.
95. Пашинський В.А. Методологія нормування навантажень на будівельні конструкції: Автореф. дис... докт. техн. наук / В.А. Пашинський / ПДТУ. – Полтава, 1999. – 33 с.
96. Пашинський В.А. Атмосферні навантаження на будівельні конструкції / В.А. Пашинський. – К.: УкрНДІПСК, 1999. – 185 с.
97. Пащенко А.М. Імовірнісний розрахунок стиснутих елементів будівельних конструкцій: Автореф. дис... канд. техн. наук / А.М. Пащенко / ПДТУ. – Полтава, 2004. – 20 с.
98. Перельмутер А.В. Очерки по истории металлических конструкций / А.В. Перельмутер. – М.: Изд-во АСВ, 2012. – 190 с.
99. Перельмутер А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций / А.В. Перельмутер. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во АСВ, 2007. – 256 с.
100. Перельмутер А.В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. В 3-х томах / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – М.: Изд-во СКАД СОФТ, 2010 – 2011. – 704 +672+400 с.
101. Перельмутер А.В. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / А.В. Перельмутер, В.Н. Гордеев, А.И. Лантух-Лященко, А.В. Махинько,

- В.А. Пашинский, С.Ф. Пичугин. Под общей ред А.В Перельмутера. – 4-е изд., перераб. – М.: Изд-во СКАД СОФТ, изд-во АСВ, изд-во ДМК Пресс, 2014 – 596 с.
102. Перельмутер А.В. Об оценке уязвимости строительных конструкций / А.В. Перельмутер, С.Ф.Пичугин // Инженерно-строительный журнал. Санкт-Петербург. – 2014. – № 5(59). – С. 5 – 14.
 103. Перельмутер А.В. Новые направления в анализе надежности строительных конструкций: Сб. статей / А.В. Перельмутер, С.Ф. Пичугин. – Саарбрюккен, Германия: Изд-во LAP Lambert Academic Publishing, 2014. – 112 с.
 104. Перельмутер А.В. Расчетные сочетания нагрузок для проверки надежности конструкций (обзор) / А.В. Перельмутер, С.Ф. Пичугин // Зб. наук. праць Укр. ін-ту стал. констр. імені В.М. Шимановського. Вип. 15. – К.: Вид-во «Сталь», 2015. – С. 4 – 47.
 105. Петухов П.З. Специальные краны / П.З. Петухов, Г. П. Ксюнин, Л. Г. Серлин. – М.: Машиностроение, 1985. – 248 с.
 106. Пичугин С.Ф. Статистическое исследование горизонтальных и вертикальных силовых воздействий мостовых кранов на конструкции промышленных зданий: Автореф. дис... канд. техн. наук / С.Ф. Пичугин / МИСИ. – М., 1968. – 13 с.
 107. Пичугин С.Ф. Статистические характеристики горизонтальных поперечных нагрузок мостовых кранов / С.Ф. Пичугин // Вопросы надежности железобетонных конструкций. – Куйбышев, 1976. – С. 135 – 138.
 108. Пичугин С.Ф. Оценка надежности статически неопределимых конструкций / С.Ф. Пичугин, В.А. Пашинский // Вопросы надежности железобетонных конструкций. - Куйбышев, 1977. – С.72 – 76.
 109. Пичугин С.Ф. К определению надежности стальных ступенчатых сжато-изогнутых колонн / С.Ф. Пичугин // Легкие строительные конструкции покрытий зданий: Межвуз. сборник. Вып. 4. – Ростов-на-Дону, 1977. – С. 106 – 111.
 110. Пичугин С.Ф. Оценка надежности стальных сжато-изогнутых элементов / С.Ф. Пичугин // Строит, механика и расчет сооружений. – 1978. – №3. – С. 7 – 11.
 111. Пичугин С.Ф. О возможности представления снеговой нагрузки в виде стационарного случайного процесса / С.Ф. Пичугин, В.А. Пашинский // Вопросы надежности железобетонных конструкций. - Куйбышев, 1979. – С. 26 – 29.
 112. Пичугин С.Ф. Методика вычисления коэффициентов сочетаний нагрузок / С.Ф. Пичугин, В.А. Пашинский // Вопросы надежности железобетонных конструкций. – Куйбышев, 1982. – С. 94 – 97.
 113. Пичугин С.Ф. Об одной оценке надежности статически неопределимых упруго-пластических рам / С.Ф. Пичугин, А.В. Семко // Надежность стр. конструкций: Межвуз. сб. науч. трудов. – Куйбышев, 1990. – С. 124 – 126.
 114. Пичугин С.Ф. Снижение материалоемкости статически неопределимых конструкций за счет применения в расчетах методов теории надежности / С.Ф. Пичугин, В.П. Чичулин // Снижение материалоемкости и трудовых затрат в строительстве: Сб. научн. трудов. – К.: УМК ВО, 1991. – С. 60 – 65.
 115. Пичугин С.Ф. Оценка надежности стальных рам на основе метода предельного равновесия / С.Ф. Пичугин, В.П. Чичулин // Эффективные стр. материалы и конструкции, используемые при возведении зданий и сооружений: Сб. научн. трудов. – К.: УМК ВО, 1992. – С. 84 – 90.
 116. Пичугин С.Ф. Вероятностный расчет упругих сжато-изогнутых стержней / С.Ф. Пичугин // Известия вузов. Строительство. – 1992. – №7 – 8. – С. 126 – 132.
 117. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: Автореф. дис... докт. техн. наук / С.Ф. Пичугин / КГТУСА. – Киев, 1994. – 34 с.

118. Пичугин С.Ф. Вероятностное представление нагрузок на строительные конструкции / С.Ф. Пичугин // Известия вузов. Строительство – 1995. – №4. – С. 12 – 18.
119. Пичугин С.Ф. Вероятностный расчет стальных элементов на совместное действие нагрузок / С.Ф. Пичугин // Известия вузов. Строительство – 1995. – №5, 6. – С. 23 – 29.
120. Пичугин С.Ф., Вероятностный расчет стальных сжато-изогнутых элементов / С.Ф. Пичугин, Ю.А. Харченко // Modern building materials, structures and techniques: Proc. of 4-th Int. Conf. Vol II. – Vilnius: «Technika», 1995. – P. 145 – 150.
121. Пичугин С.Ф. Силовые воздействия нагрузок мостовых кранов на конструкции промышленных зданий / С.Ф. Пичугин // Реконструкция и совершенствование несущих эл-тов зданий и сооруж. транспорта: Сб. научн. тр. – Новосибирск: СГАПС, 1997. – С. 34 – 40.
122. Пічугін С.Ф. Імовірнісний метод граничної рівноваги у статичній постановці / С.Ф. Пічугін, О.В. Гнітько // Зб. наук. праць "Акт. пробл. вод. госп-ва". – Том 3. – Нові матеріали, будівлі та споруди. Рівне: Вид.УДАВГ, 1997. – С. 91 – 94.
123. Пичугин С.Ф. Вероятностный анализ ветровой нагрузки / С.Ф. Пичугин // Известия вузов. Строительство. – 1997. – №12. – С. 13 – 20
124. Пічугін С.Ф. Дослідження пластичного руйнування статично невизначених сталевих рам методом граничної рівноваги / С.Ф. Пічугін, О.В. Гнітько // Механіка і фізика руйнування буд.матеріалів і конструкцій. – Вип.3. – Львів, "Каменярь", 1998. – С. 181 – 186.
125. Пичугин С.Ф. Вероятностное описание снеговых нагрузок для территории Украины / С.Ф. Пичугин // Технічна метеорологія Карпат: Мат. Першої Міжнар. наук.-техн. конф. - ТМК-98. – Львів: "Окскарт", 1998. – С. 85 – 90.
126. Пічугін С.Ф. Імовірнісний розрахунок сталевих колон методом статистичного моделювання / С.Ф. Пічугін, А.М. Пащенко // Зб. наук. праць (галуз. машинобуд., будівництво). Вип. 6. Ч. 2. – Полтава: ПДТУ імені Юрія Кондратюка, 2000. – С. 115 – 118.
127. Пічугін С.Ф. Надійність технічних систем. Навч. посібник / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ПолтДТУ, 2000. – 157 с.
128. Пичугин С.Ф. Случайные параметры ветровой нагрузки / С.Ф. Пичугин // Вісник ДонДАБА. – Вип. 2001/4(29). Будівельні конструкції, будівлі та споруди. – Том 1. Вплив вітру на будинки і споруди. – Макіївка, 2001. – С. 45 – 50.
129. Пічугін С.Ф. Чисельно-аналітичний опис розподілів в задачах надійності сталевих елементів конструкцій / С.Ф. Пічугін, А.В. Махінько // Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія "Будівництво". – Вип. 8. – Суми: "Корпункт", 2002. – С. 117 – 121.
130. Пичугин С.Ф. Ветровая нагрузка на строительные конструкции / С.Ф. Пичугин, А.В. Махінько. – Полтава: Изд-во «АСМИ», 2005. – 342 с.
131. Пичугин С.Ф. Некоторые вопросы расчета надежности металлоконструкций / С.Ф. Пичугин, А.В. Махінько // Металеві конструкції. – Том 11, № 3. – 2006. – С.187 – 196.
132. Пічугін С.Ф. Визначення напружено-деформованого стану сталевій рамної конструкції / С.Ф. Пічугін, О.О. Корх // Сб. науч. тр. "Современные конструкции из металла и древесины"/ ОГАСА. – Одесса, ООО "Внешрекламсервис", 2006. – С. 147 – 152.
133. Пічугін С.Ф. Дослідження дійсної роботи сталевих несучих конструкцій проміжних опор буксирувальних канатних доріг / С.Ф. Пічугін, С.О. Складенко //

- Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. Вип. 14. – Рівне: НУВГП, 2006. – С. 284 – 293.
134. Пічугін С.Ф. Рекомендації із розрахунку надійності сталевих елементів конструкцій на дію снігового та вітрового навантажень (до ДБН В.1.2-2:2006 "Навантаження і впливи") / С.Ф. Пічугін, А.В. Махінько, Н.О. Махінько. – Полтава: Изд-во АСМІ, 2007. – 115 с.
 135. Пічугін С.Ф. Кранові навантаження в ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження і впливи» / С.Ф. Пічугін // Будівельні конструкції: Зб. наук. праць. – Вип. 67. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону. – К.: НДІБК, 2007. – С. 691 – 702.
 136. Пичугин С.Ф. Применение теории рисков для анализа технического состояния стальных балок с дефектами / С.Ф. Пичугин, А.В. Семко, В.А. Семко // Предотвращение аварий зданий им сооружений: Сб. науч. тр., вып. 8. – М., 2009. – С. 328 – 335.
 137. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий / С.Ф. Пичугин. – М: Изд-во АСВ, 2011. – 456 с.
 138. Пічугін С.Ф. Раціональні вузли сталевих балок із профільованою стінкою з заданим рівнем надійності / С.Ф. Пічугін, К.В. Чичуліна // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Зб. наук. праць. Вип. 21. – Рівне: НУВГП, 2011. – С. 301 – 308.
 139. Пичугин С.Ф. Снеговые и гололедные нагрузки на строительные конструкции / С.Ф. Пичугин, А.В. Махинько. – Полтава: ООО «АСМИ», 2012. – 460 с.
 140. Пічугін С.Ф., Патенко Ю.Е. Оцінка надійності сталевих каркасів одноповерхових виробничих будівель із мостовими кранами / С.Ф. Пічугін, Ю.Е. Патенко // Металеві конструкції. – 2012. – Том 18. – Номер 4. – С. 227 – 235.
 141. Пичугин С.Ф. Крановые нагрузки на строительные конструкции / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «АСМИ», 2014. – 504 с.
 142. Пичугин С.Ф. Оценка надежности железобетонных балок с углепластиковым внешним армированием / С.Ф. Пичугин // Строительство, материаловедение, машиностроение / Сб. науч. трудов. Вып. 77. – Дн-ск, ГВУЗ «ПГАСА», 2014 – С. 153 – 157.
 143. Пічугін С.Ф. Методика граничних станів і нормування навантажень: Конспект лекцій / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ПолтНТУ, 2014. – 260 с.
 144. Пічугін С.Ф. Наукова школа «Надійність будівельних конструкцій» – досягнення і перспективи / С.Ф. Пічугін // Зб. наук. праць (галуз. машинобуд., будівництво). Вип. 1. – Полтава: ПолтНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2015. – С. 3 – 16.
 145. Попович Н.М. Імовірнісний аналіз природно-кліматичних навантажень на холодні покрівлі виробничих будівель: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Н.М. Попович / ПолтНТУ. – Полтава, 2013. – 22 с.
 146. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП 11-23-81 "Стальные конструкции") / ЦНИИСК им. Кучеренко Госстроя СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 148 с.
 147. Пособие по проектированию усиления стальных конструкций (к СНиП II-23-81*) / Украинпроектстальконструкция. – М.: Стройиздат, 1989. – 159 с.
 148. Прицкер А.Я. О нагрузках на покрытие / А.Я. Прицкер // Строительная промышленность. – 1967.– №2.
 149. Проников А.С. Надежность машин / А.С. Проников. – М.: Машиностроение, 1978. – 592 с.
 150. Развитие металлических конструкций: Работы школы Н.С. Стрелецкого. – М.: Стройиздат, 1987. – 576 с.

151. Райзер В.Д. Методы теории надежности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций / В.Д. Райзер. – М.: Стройиздат, 1986. – 192 с.
152. Райзер В.Д. Расчет и нормирование надежности строительных конструкций / В.Д. Райзер. – М.: Стройиздат, 1995. – 348 с.
153. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений / В.Д. Райзер. – М.: Изд-во АСВ, 2010. – 384 с.
154. Райншке К. Оценка надежности систем с использованием графов / К. Райншке, И.А. Ушаков. – М.: Радио и связь, 1987 – 208 с.
155. Рекомендации по оценке надежности строительных конструкций, Под ред. С.А. Тимашева. – Свердловск: УралПСР, 1974. – 103 с.
156. Рекомендации по обследованию стальных конструкций производственных зданий. – М.: ЦНИИПСК, 1988. – 103 с.
157. Рекомендации по расчету усиления железобетонных конструкций системой внешнего армирования из полимерных композитов FibARM. – М.: НИИЖБ, 2012. – 29 с.
158. Ржаницын А.Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов / А.Р. Ржаницын. – М.: Госстройиздат, 1954. – 287 с.
159. Ржаницын А.Р. Устойчивость равновесия упругих систем / А.Р. Ржаницын. – М.: Изд. тех.-теор. лит., 1955. – 475 с.
160. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1978 – 239 с.
161. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра / ЦНИИСК им. В.А.Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1978. – 216 с.
162. Руководство по усилению железобетонных конструкций композитными материалами / В. Л. Чернявский, Ю. Г. Хаютин, Е.З. Аксельрод, В.А. Клевцов, Н.В. Фаткуллин – М.: ООО «Интераква», НИИЖБ, 2006. – 48 с.
163. Рыбаков Ю. Оценка постоянных нагрузок от покрытий / Ю. Рыбаков // Промышленное строительство и инженерные сооружения. – 1970. – №1.
164. Рябинин И.А. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем / И.А. Рябинин, Г.Н. Черкесов. – М.: Радио и связь, 1981. – 264 с.
165. Румшицкий Л.З. Элементы теории вероятностей / Л.З. Румшицкий. – М.: Наука, 1976. – 240 с.
166. Савицкий Н.В. Основы расчета надежности железобетонных конструкций в агрессивных средах: Автореф. дис. ... доктора техн. наук / Н.В. Савицкий / ДИСИ, НИИЖБ. – Дн-ск, 1994. – 34 с.
167. Северин В.О. Імовірнісний розрахунок сталевих конструкцій на сумісну дію випадкових навантажень: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.О. Северин / ПДТУ. – Полтава, 2001. – 23 с.
168. Селезнева Е.Н. Развитие теории надежности в металлостроительстве // Исследования надежности метал. конструкций: Сб. научн. трудов / Е.Н. Селезнева. – М.: ЦНИИПСК, 1979. – С. 8 – 32.
169. Семко В.О. Оцінка надійності сталевих балок з дефектами: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.О. Семко / ПолтНТУ. – Полтава, 2007. – 20 с.
170. Семко О.В. Імовірнісні аспекти розрахунку сталезалізобетонних конструкцій / О.В. Семко. – К.: Сталь, 2004. – 316 с.
171. Семко О.В. Надійність сталезалізобетонних конструкцій: Автореф. дис... докт. техн. наук / О.В. Семко / ПолтНТУ. – Полтава, 2006. – 34 с.

172. Семко О.В. Керування ризиками при проектуванні та експлуатації сталі залізобетонних конструкцій: Монографія / О.В. Семко, О.П. Воскобійник. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – 514 с.
173. Симиу Э. Воздействие ветра на здания и сооружения / Э. Симиу, Р. Сканлан / Пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1984. – 360 с.
174. Скляренко С.О. Надійність конструкцій буксирувальних канатних доріг: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / С.О. Скляренко / ПолтНТУ. – Полтава, 2008. – 19 с.
175. Смирнов И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. / И.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – 3-е изд. – М., Наука, 1969. – 512 с.
176. Смирнягин Ю.В. Определение вероятности отказа несущей конструкции посредством приведения к эквивалентной простейшей системе / Ю.В. Смирнягин // Исследования в области архитектуры, стр-ва и инж. оборуд. зданий: Труды МАрХИ, сборник №5. – М.: МАрХИ, 1975. – С. 20 – 38.
177. Смирнягин Ю.В. О достоверности исходной информации при расчетах надежности конструкций / Ю.В. Смирнягин // Проблемы оптимизации и надежности в стр. механике. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 83 – 84.
178. Снарскис Б.И. Основы теории запасов несущей способности строительных конструкций: Автореф. дис... канд. техн. наук / Б.И. Снарскис / ЦНИИСК. – М., 1969.
179. Снарскис Б.И. О связи метода оптимальных значений с методом предельных состояний / Б.И. Снарскис // Проблемы надежности в стр. проектировании. – Свердловск, 1972. – С. 206 – 211.
180. Снег: Справочник. Под ред. Д.М.Грея и Д.Х. Мэйла. - Л.: Гидрометеиздат, 1986 – 752 с.
181. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 36 с.
182. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 96 с.
183. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Госстрой СССР, 1989. – 77 с.
184. СНиП 2.05.03-84*. Мосты и трубы / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 1995. – 214 с.
185. СНиП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. – М., 2011.
186. Сотсков Б.С. Основы теории расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. – М.: Высшая школа, 1970. – 271 с
187. Справочник по климату СССР. Часть 4. Ветер. Выпуски 1 – 34. – Л.: Гидрометеиздат, 1967.
188. Справочник по надежности, в 3-х томах. – М.: Мир, 1969.
189. Справочник по вероятностным расчетам. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с.
190. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк и др. – 2-е изд. – М.: Наука, 1985. – 640 с.
191. СТО 36554501-015-2008. Нагрузки и воздействия. – М.: ФГУП «НИЦ «Строительство», 2008. – 45 с.
192. Стрелецкий Н.С. Об исчислении запасов прочности сооружений / Н.С. Стрелецкий // Металлические конструкции: Сб. трудов МИСИ №1. – М.-Л.: Госстройиздат, 1938. – С. 3 – 32.
193. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений / Н.С. Стрелецкий. – М.: Стройиздат, 1947. – 94 с.

194. Стрелецкий Н.С. Основные направления расчета строительных конструкций по предельному состоянию / Н.С. Стрелецкий. – М.: АСИА СССР. НТО строительной промышленности СССР, 1958. – 28 с.
195. Стрелецкий Н.С. Работа сжатых стоек / Н.С. Стрелецкий. – М.: Госстройиздат, 1959. – 283 с.
196. Стрелецкий Н.С. К вопросу развития методики расчета по предельному состоянию / Н.С. Стрелецкий. – М.: МИСИ, 1966. – 58 с.
197. Стрелецкий Н.С. Избранные труды / Н.С. Стрелецкий. – М.: Стройиздат, 1975. – 422 с.
198. Сухов Ю.Д. Некоторые особенности теории надежности строительных конструкций // Стр. механика и расчет сооружений / Ю.Д. Сухов. – 1975. – №2. – С. 8 – 10.
199. Тимашев С.А. Системный подход к проблеме надежности инженерных сооружений: Сборник трудов / С.А. Тимашев. – Л.: ЛенПСП, 1979. – С. 5 – 24.
200. Тимашев С.А. Надежность больших механических систем / С.А. Тимашев. – М.: Наука, 1982. – 184 с.
201. Усаковский С.Б. Вероятностные методы оценки неопределенности от неточности расчетов сооружений: Автореф. дис...доктора техн. наук / С.Б. Усаковский / МИСИ – М., 1991. – 44 с.
202. Усаковский С.Б. С какой точностью вести расчеты прочности сооружений / С.Б. Усаковский. – К.: КНУСА, 2005. – 160 с.
203. Федоров Д.И. Надежность металлоконструкций землеройных машин / Д.И. Федоров, Б.А. Бондарович, В.И. Перепонов. – М.: Машиностроение, 1971. – 216 с.
204. Федоров Д.И. Надежность рабочего оборудования землеройных машин / Д.И. Федоров, Б.А. Бондарович. – М.: Машиностроение, 1981. – 280 с.
205. Федоров Е.И. Вероятностно-оптимизационный расчет конструкций, находящихся под действием нескольких нагрузок / Е.И. Федоров // Исследование нагрузок на сооружения и надежность строительных конструкций: Труды ЦНИИСК. – М., 1976. – С. 108 – 124.
206. Фигаровский А.В. Исследование горизонтальных поперечных воздействий мостовых кранов с гибким подвесом на конструкции промышленных зданий: Автореф. дис... канд. техн. наук / А.В. Фигаровский / МИСИ. – М., 1969. – 12 с.
207. Харченко Ю.А. Оценка параметров надежности стальных сжато-изогнутых элементов постоянного сечения: Автореф. дис... канд. техн. наук / Ю.А. Харченко / ПДТУ. – Полтава, 1994. – 20 с.
208. Хоциалов Н.Ф. Запасы прочности / Н.Ф. Хоциалов // Строительная промышленность. – 1929. – № 10. – С. 840 – 844.
209. Чан Ньянт Зунг. Уточнение ветровой нагрузки на строительные конструкции в условиях Вьетнама: Автореф. дис... канд. техн. наук / Чан Ньянт Зунг / МИСИ. – М., 1978.
210. Чирас А.А. Методы линейного программирования при расчете упруго-пластических систем / А.А. Чирас. – Л.: Стройиздат, 1969. – 198 с.
211. Чирас А.А. Математические модели анализа и оптимизации упруго-пластических систем / А.А. Чирас. – Вильнюс: Мокслас, 1982. – 112 с.
212. Чирков В.П. Прикладные методы теории надежности в расчетах строительных конструкций / В.П. Чирков. – М.: Маршрут, 2006. – 620 с.
213. Чирков В.П. Вопросы надежности механических систем / В.П. Чирков. – М.: Знание, 1981. – 121 с.

214. Чичулин В.П. Вероятностный расчет стальных поперечных рам производственных зданий: Автореф. дис...канд. техн. наук / В.П. Чичулин / ПДТУ. – Полтава, 1995. – 20 с.
215. Чичуліна К.В. Надійність вузлів сталевих балок з профільованою стінкою: Автореф. дис...канд. техн. наук / К.В. Чичуліна / ПолНТУ. – Полтава, 2011. – 25 с.
216. Шапиро Г.А. Действительная работа стальных конструкций промышленных цехов / Г.А. Шапиро. – М.: -Л.: Госстройиздат, 1952. – 288 с.
217. Шилин А.А. Внешнее армирование железобетонных конструкций композиционными материалами / А.А. Шилин, В.А. Пшеничный, Д.В. Каргузов. – М.: Стройиздат, 2004. – 144 с.
218. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / Г. Шпете / Пер. с нем. – М.: Стройиздат. 1994. – 288 с.
219. Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах / Дж. Эндрени. / Пер. с англ. – М.: Энергоиздат, 1963. – 336 с.
220. Ang A.H-S. On the Reliability of Structural Systems / A.H-S. Ang, H-P. Ma // Proceedings of JCOSSAR, 3-rd International Conference on Structural Safety and Reliability. – 1981.– P. 245 – 314.
221. ANSI/ASCE 7-95. Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. – American Society of Civil Engineers. Reston, 1996. – 124 p.
222. Benjamin J.R. Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers / J.R. Benjamin, C.A. Cornell. – New York: McGraw-Hill, 1970. – 684 p.
223. Bennett H.M. Formulations of Structural System Reliability / H.M. Bennett, A.H.-S. Ang // Journ. of Engineering Mechanics. – 1981.– Vol.112. – №11. – P. 1135 –1151.
224. Cornell C.A. Bounds on the Reliability of Structural Systems / C.A. Cornell // American Society of Civil Engineers: Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 93, No. ST., February 1967. – P. 171 – 200.
225. Cornell C.A. Structural Safety Specifications Based on Second Moment Reliability Analysis / C.A. Cornell // Symposium on Concept of Safety (London, 1969). Final report IABSE. – Zurich, 1969. – P. 235 – 246.
226. Ditlevsen O. Generalized Second Moment Reliability Index / O. Ditlevsen // J. Struct. Mech. – Vol. 7, №4, 1979. – P. 435 – 451.
227. Ditlevsen O. Structural Reliability Methods / O. Ditlevsen, H.O. Madsen. – Technical University of Denmark, Copenhagen, Denmark, 2003. – 351 p.
228. Ellingwood B. Safety Checking Formats for Limit States Design / B. Ellingwood.– Journal of the Structural Div. Vol. 108 (July 1982). – P. 1481 – 1493.
229. Elishakoff I. Probabilistic Theory of Structures / I. Elishakoff. – New York: Dover Publications, 1999. – 502 p.
230. Eurocode 0 EN 1990 (2002): Basis of structural design. – Brussels: CEN, Sep. 2006. – 120 p.
231. Eurocode 1 EN 1991-3.: Actions on structures – Part 3: Actions induced by cranes and machinery. – Brussels: CEN, Sep. 2006. – 42 p.
232. Eurocode 1: Actions on Structures. – Part 1-4: General Actions – Wind Actions. – Brussels: CEN TC 250, 2002. – 155 p.
233. Eurocode 1 EN 1991-1-3: Actions on Structures – Part 1-3: General actions – Snow Loads. – Brussels: CEN, 2003. – 56 p.
234. Ferry Borges J. Structural Safety / J. Ferry Borges, M. Castanheta. – Lisbon: Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1971.
235. Freudenthal A.M. The Safety of Structures / A.M. Freudenthal // Proc. ASCE, 1947. – vol.112 – №1. – P. 125 – 180.

236. Guedes Soares C. (Ed.) Probabilistic Methods for Structural Design. – Springer Science + Business Media, B.V. – 1997. – 390 p.
237. Hasofer A.M. Exact and Invariant Second-Moment Code Format / A.M. Hasofer, N.C. Lind // American Society of Civil Engineers: Journal of the Engineering Mechanics Division, 1974, Vol. 100, No. EM1. – P. 111 – 121.
238. ISO 4301-1:1986: International Standard. Cranes and lifting appliances. – Classification. – Part 1: General. – International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 1986.
239. ISO 2394:1998. General Principles on Reliability for Structures. – Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization, 1998. – 77 p.
240. ISO 13822:2010. Bases for design of structures - Assessment of existing structures. – Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization, 2010.
241. JCSS. General Principles on Reliability for Structural Design. – Zurich, Switzerland: Joint Committee on Structural Safety, 1981.
242. JCSS Probabilistic Model Code. Part 1 - Basis of Design. – Zurich, Switzerland: Joint Committee on Structural Safety, 2000 – 62 p.
243. Maier M. Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen / M. Maier. – Berlin: Springer Verlag, 1926. – 73 p.
244. Pashinski V.A. Wind Load Probabilistic Description and Value Computation Procedure Adopted for Building Code of Ukraine / V.A. Pashinski, S.F. Pichugin // Preprints of East European Conference on Wind Engineering "EECWE'94"– Part 1, Vol.3. – Poland, Warsaw, 1994. – P.49 – 52.
245. Pichugin S.F. Probabilistic Analysis of Redundant Steel Structures / S.F. Pichugin // XLII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB "Krynica 1996". – Tom 8. – Krakow-Krynica, 1996. – P. 85 – 92.
246. Pichugin S. Probabilistic Description of Crane Load on Building Structures / S. Pichugin // XLIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB. Tom III. – Poznan-Krynica, 1997. – P. 171 – 178.
247. Pichugin S. Probabilistic Analysis on Wind Load and Reliability of Structures / S. Pichugin // Proc. of the 2 EACWE . Vol. 2. – Genova, Italy, 1997. – P. 1883 – 1890.
248. Pichugin S. Analysis of Bridge Crane Loads on Industrial Buildings / S. Pichugin // XLIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB. Tom VII. – Poznan-Krynica, 1998. – P. 171 – 178.
249. Pichugin Sergey. Probabilistic Specification of Design Wind Load Coefficients / Sergey Pichugin // 2nd East European Conference on Wind Engineering / Sergey Pichugin. – Prague, 1998. – P. 511 – 515.
250. Pichugin S.F. Reliability of Steel Tubular Trusses / S.F. Pichugin, Y.A. Kharchenko // Steel Structures and Bridges 2000: Proc. of 19th Czech and Slovak International Conference – Strebse Pleso, High Tatras, Slovak Republic, 2000. – P. 57 – 62.
251. Pichugin S. Probabilistic Description of Ground Snow Loads for Ukraine / S. Pichugin // Snow Engineering. Recent Advanced and Developments. – A.A.Balkema, Rotterdam, 2000. – P. 251 – 256.
252. Pichugin Sergiy. Certain Problems and Probabilistic Modeling of Wind Loads / Sergiy Pichugin and Vitaliy Severin // Proceedings of 3rd East European Conference on Wind Engineering (3rd EECWE'2002) 21-25 May 2002, Kyiv, Ukraine. – Kyiv, 2002. – P. 58 – 60.
253. S. Pichugin S. Deflected Mode of Steel Flexible Elements with Bending Stiffness / S. Pichugin, N. Bibik // L Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB "Krynica 2004".–T.II. – Warszawa-Krynica, 2004. – P. 293 – 298.

254. Pichugin S. Reliability of structures under snow load in Ukraine / S. Pichugin, V. Severin // Proc. of Snow Engineering V. – Davos, Switherland. July 5-8, 2004. – A.A. Balkema Publishers. London, 2004. – P. 67 – 72.
255. Pichugin S.F. Reliability of Building Structures / S.F. Pichugin, N.A. Demchenko. – PNTU, Poltava, 2005. – 91 p.
256. Pichugin S.F. Analytical Method for Reliability Estimation of Steel Structures under Wind and Snow Loads / S.F. Pichugin, A.V. Machinko, N.A. Machinko // Environmental Effects on Buildings, Structures, Materials and People. – Lublin University of Technology. – Lublin, Poland, 2007 – P. 343 – 356.
257. Pichugin S. Reliability estimation of steel structures under wind and snow loads designed by Code of Ukraine / S. Pichugin, A.Makhinko // Proc. of Snow Engineering VI. – Whistler, British Columbia, Canada. June 1-5, 2008. – ECI, USA, 2008. – P. 225 – 230.
258. Pichugin S.F. Calculation of the reliability of steel underground pipelines / S.F. Pichugin, A.V.Makhin'ko // Strength of Materials. Vol. 41, Number 5. – Springer Science, 2009. – P. 541 – 547.
259. Pichugin S. Reliability of Steel Lattice Towers under Stochastic Along-Wind Load / S. Pichugin, A. Makhinko // Recent Advances in Research on Environmental Effects on Buildings and People. Ed. by A. Flaga and T. Lipecki. – PAWE, Cracow, Poland, 2010. – P. 97 – 106.
260. Pichugin S. Snow Load Investigation for Buildings of Different Heights / S. Pichugin, Y. Dryzhyruk // Recent Advances in Research on Environmental Effects on Buildings and People. Ed. by A. Flaga and T. Lipecki. – PAWE, Cracow, Poland, 2010. – P. 279 – 286.
261. Pichugin S.F. Offers in the Calculation of Beams with Corrugated Webs / S.F. Pichugin, V.P. Chichulin, K.V. Chichulina // Modern Scientific Research and Their Practical Application – Vol.J21304. – Kupriyenko SV, Odessa 2013 - J21304-11.
262. Pichugin S.F. Probabilistic Calculation of the Buried Petroleum and Gas Pipelines / S.F. Pichugin, P.Y Vynnykov // Conference Reports Materials «Problems of Energy Saving and Nature Use 2013». – Budapest, 2014. – P. 111 – 119.
263. Pichugin S.F. Reliability Analysis of Steel Structures / S.F. Pichugin // Proceedings of METNET Seminar 2014 in Moscow. – HAMK University of Applied Sciences: Hömeenlinna, Finland, 2014. – P. 115 – 122.
264. Pichugin S.F. The Features of Snow Loads on Building Roofs / S.F. Pichugin, Yu.V. Dryzhyruk, N.M. Popovich, I.V. Chernetska // Technical Transactions, iss. 12. Civil Engineering, iss. 2- B/2015. – Politechnika Kracowska: Krakow, Poland, 2015 – P. 441 – 449.
265. Pitchougine S. Certaines particularités de l'analyse stochastique des surcharges sur les constructions des bâtiments / S. Pitchougine // Problèmes de la construction en climat tropical. – Conakry, 1986. – P. 85 – 94.
266. Plot M. Noir sur la nation de coefficient de securite / M. Plot // Annals des points et chausses. – Paris, 1936. – Vol. II. – Fase 7.
267. Thoft-Christensen P. Structural Reliability Theory and its Applications / P. Thoft-Christensen, M.J. Baker. – Berlin: Springer, 1982. – 267 p.
268. Trezos C. Appoche probabiliste de la securité et remarques sur les codes actuels / C. Trezos // Construction métallique. – 1977. – 14. – K 2. – P. 25 – 59.
269. Wierzbicki W. Safety of Structures as a Probability Problem / W. Wierzbicki. – Warsaw: Przegląd Techniczny, 1936. – 690 p.

SUMMARY

The **introduction and first chapter** are dedicated to the grounds of these book topics and to the analysis of the previous investigations. The structure reliability is the problem of high priority today. It can be treated like a scientific trend which doesn't need both material and financial expenses. The evolution of reliability computation theory and design Codes of building structures are still of interest because of the complexity of a problem on the one hand and on the other of the ignoring the random loads. The traditional approach doesn't enable to get the exact structure reliability evaluation for the practical purposes especially for some building processes as reconstruction, erection and setting up the unique structures.

The first chapter shows the brief history of researches in building reliability and basic concepts of reliability theory. Certain attention is spared to the probabilistic description of random values and distribution curves of random variables. Exponential distribution is considered in detail in reliability problems.

The systematic analysis of random loads can be realized for the five most commonly used probabilistic models. The main one is presented in the form of a stationary (crane load) or quasi-stationary (wind and snow loads) random processes; their parameters are an effective frequency ω and the coefficient of trend K_{tr} which accounts the atmospheric load season change. The absolute maxima of random process are one of simpler model; they are determined by the tail part of the distribution of outliers and are higher than characteristic maximum level γ_0 . The model in the form of a random sequence of independent random loads with the intensity λ is widely spread (λ – the number of loads in per-unit time t_λ). For discrete presentation of loads the frequent parameter of which is the mean duration of overloading $\bar{\Delta}$ connected with the intensity by the ratio $\bar{\Delta} = t_\lambda / \lambda$. The analysis of the problem has demonstrated that the load values sampling can be classified as the exponential type. That's why their maximum values can be presented correctly by the extreme double exponential Gumbel's distribution.

The choice of models of loads depends on a specific of solving probabilistic problems: the more complicated ones are solved in the manner of random processes which, however, are difficult for description and take much more computation time. More accessible and simple models, mentioned earlier, are based on the random values and corresponding frequent characteristics and provide not less exact solution if they are proper grounded.

Load probabilistic comparison can be well performed at the extreme scale. On the axis of ordinate of a scale the standardized load is laid off, on the axis of abscissa the Gumbel's distribution argument y is laid off which is connected with the load return period T . Gumbel's distribution is described on the scale in the form of straight lines. The models of a random process, a random sequence

of independent loads and discrete presentation are introduced as different curves. The main advantage of this scale is its visual effect of the tail parts of the load distributions which have rather small distinctions in the usual form of presentation. It enables to present the visual comparison and correspondence of parameters of different load models.

In the calculations of reliability an important value has an account of target reliability. For its choice it is necessary to define the responsibility class for building objects. Recommendations through these questions are contained in Codes (DBN).

The **second chapter** contains the probabilistic description of loads. It is based on experimental researches, pooling and integration load statistic data. The results of regular snow measurements for 15...40 years at 62 Ukrainian meteorological stations have been taken as reference statistical material for ground snow load. The systematic information about the wind velocity measurements done with ten minutes average at 70 Ukrainian and NIS (New Independent States) meteorological stations were used as a initial data. The wind force values were analyzed with the help of a certain quadratic transformation of the wind velocity without the account of its direction. The crane load experimental studies were performed at several metallurgical plants in different shops from 10 to 30 years of service. Vertical and horizontal loads of bridge cranes with rigid or flexible hanged cargo were analyzed.

In accordance with obtained results the following load features were determined. Ground snow and wind loads for Ukraine are of a quasi-stationary origin. Their mathematical expectations and standards have a seasonal trend. At the same time snow and wind frequent characteristics and normalized ordinate distributions remain constant during the season. The crane load is stationary and ergodic; its density distribution corresponds well to normal law. Taking into account the bimodal characters character of Ukrainian snow density distributions so-called polynomial-exponential law was used. Wind density distribution is well approximated by Veibull's law.

All necessary mean wind and snow probabilistic parameters of Ukrainian districts were introduced in this work. The worked out parameters give possibility to develop the reliability estimation of building structures.

The **third chapter** is devoted to the reliability of steel elements under different random loads. The simplest method of structure reliability estimation is realized in the technique of random values. Reliability estimation of reinforced concrete beams with carbon-plastic external strengthening is presented as an example.

General approach to the structure reliability estimation is worked out. The failure of an element takes place when a stochastic stress under the joint applied

loads $\tilde{S}(t)$ exceeds the random limit of a steel yielding state (resistance of an element \tilde{R}). The failure of the element is defined by the equation

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{R} - \tilde{S}(t) < 0, \quad (1)$$

where $\tilde{Y}(t)$ – margin function of load carrying capacity.

The solving of the probability of failure $Q(t)$ problem demands the presentation of joint distributions and the characteristics of $\tilde{Y}(t)$ frequency. The compositions or differences of load and strength distributions should be done for design of margin of carrying capacity. Convolution formulae are used for this purpose; their analytical expressions are represented in this book. The examples of joint distributions based on the proposed formulae are presented. They can be non-symmetrical and differ considerably from the normal distribution in solutions of structural reliability problems.

Correlation functions and effective frequencies of random processes of various loads differ considerably. Therefore the joint action of several loads becomes multi-frequent. This peculiarity can be defined by the structure complexity coefficient β_ω which equals the ratio of mean frequency on maximum to the effective frequency on zero.

Analysis of steel elements reliability is realized in this chapter of book. Some of the building parts consist of numerous structures, roofs or ceilings. The dead load of structures like these is a sum of normal random values describing the weight of every layer. It is established that decreasing coefficient of combination $\psi = 0,90 \dots 0,95$ can be applied to a dead load in this case.

Crane beams as well as crane trestle structure can be treated like elements under only crane load. We'll examine general stress of these elements without local effects and fatigue. In this case the probability of structure failure $Q(t)$ depends on the ratio of a load stress of one bridge crane X_{M1} to the load stress of two bridge cranes X_{M2} , then on the ratio of a load carrying capacity of cranes to their mass and it also depends on crane work condition. The analysis showed that steel elements have a deficient reliability if they are under 4-wheeled crane load when $X_{M1}/X_{M2} \geq 0,8$ i.e. in the case of the one crane load dominance. In the rest cases steel elements reliability determined on the base of general stress state criteria under crane loads is sufficient. In some cases the design crane load on steel structures can be decreased when their reliability is preserved. For example in the case if the approach of a loaded crane trolley to a crane track is limited or if the structure service term T is also limited. For the last case the design crane load may be multiplied by temporary coefficient $\gamma_T = 0,93 \dots 1,0$ for $T = 1 \dots 50$ years.

The reliability of steel structures (beams, trusses) under snow load was estimated by a developed method. These structures are of different mass roofs

and snow loads for all Ukrainian districts. The calculation demonstrated the lack of reliability of rafter structures. That justifies the idea of understating of snow loads of the past Code (SNiP) in Ukraine. Besides this fact validates the causes of steel truss failures. It applies to steel structures with light weight roofs in the southern districts of Ukraine when there is much snow in winter. The increasing of snow design load for 1,5...2 times in the National Load Code (DBN) can solve the reliability problem of steel structures under snow load for our region.

Steel elements under wind load designed in accordance with the existing code (glass elements, wind protection screens etc) are of sufficient reliability. So if the service term of these elements will be limited it is possible to introduce the temporary coefficient $\gamma_T = 0,46...1,0$ for $T=1...50$ years for the design wind load. The obtained results allow decreasing considerably the design wind load for the conditions of structure erection. It is recommended to introduce the increasing coefficients of combination $\psi = 0,7...0,9$ into the steel structure design under snow, wind and crane loads.

Chapter four is devoted to the problem of reliability of steel beam-column structures. Time factor, existing loads, random steel strength were taken into account during computation process of these elements. For that reason the statistic stability of steel beam-column elements was investigated; the function of stability reserve has been offered; the possibility of its linearizing has been suggested; some approaches with regard to geometrical and physical non-linearity have been worked out. Existing steel columns of industrial buildings in a broad range of parameters were examined: when the truss and column conjugation is rigid or hinged; if the building span is 24 – 36 m, column step is 6 –12 m: if the roof is with steel profile flooring or reinforced concrete panels, with bridge cranes of 30 to 125 tons and different conditions of work. It is right for all snow and wind districts of Ukraine. All the columns were designed in accordance with existing Code.

The analysis of obtained results demonstrated the failure probability of steel column of a constant section as well as the upper parts of stepped columns. The failure period of mentioned above elements is 100...250 years. So the general conclusion is as follows: the reliability of steel columns of industrial buildings is quite sufficient. Besides, the reliability of lower parts of the stepped columns appeared to be much higher then upper ones. That is the result of applying additional random crane force to the lower part of a column. Taking into account these facts and using the criteria of equal reliability of upper and lower parts it is recommended to introduce the additional coefficient of work condition $\gamma_c = 1,15$ in the calculation of lower parts of stepped columns. The introduction of this coefficient will allow decreasing steel column weight.

Chapter five is devoted to probabilistic estimation of steel redundant structures. Some beams and simple frames, as well as multistory and multi-span

structures of industrial and residential buildings present this type of structures. The failures of these systems are various. This paper attacks the problem which concern is only steel structures with the loss of carrying load capacity. Redundant structure failures occur after some member failures in the form of transmission to different workable states. These states match different designing schemes with various probabilistic parameters. Thus, the redundant structure failure estimation is a very complicated problem as depends upon the system complexity. The method of states, probabilistic method of ultimate equilibrium and logic and probabilistic method were developed for solving this problem. The main attention was paid to the redundant structures with bending dominance (beams, frames). Corresponding formulae are derived; the algorithms and computing programs are developed. The estimation of a wide range of industrial redundant structures with different degree of redundancy was obtained on the base of this approach. It gave possibility to evaluate the safety level of redundant structures in comparison with separate members and statically determined structures. This level can be taken into account introducing the additional coefficient of work condition $\gamma_C = 1,1...1,4$. The minimum values of this coefficient correspond to the least number of appeared plastic hinges (two or three for so called “partial” mechanism of structure failure). The largest coefficient γ_C values have to do with failure scheme with the largest number of hinges of plasticity close to the degree of redundancy (“full” failure).

Appendix contains statistical tables.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	
ГЛАВА 1 ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДІЙНОСТІ.....	
1.1. Проблема надійності та її значення для будівництва.....	
1.2. Коротка історія досліджень надійності в будівництві.....	
1.3. Основні поняття теорії надійності.....	
1.4. Імовірнісний опис випадкових величин.....	
1.5. Криві розподілу випадкових величин.....	
1.6. Експоненційний розподіл в задачах надійності.....	
1.7. Випадкові процеси.....	
1.8. Імовірнісні моделі у розрахунку надійності.....	
1.9. Нормовані показники надійності.....	
1.10. Визначення класу відповідальності об'єктів будівництва.....	
ГЛАВА 2 ІМОВІРНІСНИЙ ОПИС НАВАНТАЖЕНЬ І МІЦНОСТІ МАТЕРІАЛІВ.....	
2.1. Постійне навантаження.....	
2.2. Снігове навантаження.....	
2.3. Вітрове навантаження.....	
2.4. Кранове навантаження.....	
2.5. Статистичні дані щодо міцності матеріалів.....	
ГЛАВА 3 ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ.....	
3.1. Загальний підхід до рішення задач надійності конструкцій.....	
3.2. Оцінка надійності конструкцій у техніці випадкових величин..	
3.3. Оцінка надійності залізобетонних балок з вуглепластиковим зовнішнім армуванням.....	
3.4. Урахування фактора часу у розрахунках надійності.....	
3.5. Розподіли суми і різниці розподілів.....	
3.6. Частотні характеристики сполучення змінних навантажень.....	
3.7. Оцінка надійності елементів при дії кранового навантаження..	
3.8. Оцінка надійності елементів при дії снігового навантаження...	
3.9. Оцінка надійності елементів при дії вітрового навантаження...	
3.10. Розрахункові сполучення навантажень для перевірки надійності конструкцій.....	
ГЛАВА 4 ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ.....	
4.1. Особливості імовірнісного розрахунку стиснуто-зігнутих елементів.....	
4.2. Надійність сталевих стиснуто-зігнутих елементів постійного перерізу.....	
4.3. Надійність сталевих ступінчастих стійок.....	

4.4. Оцінка надійності ступінчастих стійок при врахуванні часу і реальних навантажень.....	
ГЛАВА 5 НАДІЙНІСТЬ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ.	
5.1. Структурна надійність типових схем.....	
5.2. Розрахунок надійності систем методом станів.....	
5.3. Застосування логіко-ймовірнісних методів для оцінки надійності статично невизначених систем.....	
5.4. Розрахунок рам імовірнісним методом граничної рівноваги.....	
ДОДАТКИ.....	
ЛІТЕРАТУРА.....	
SUMMARY.....	

TABLE OF CONTENTS

PREFACE.....	
CHAPTER 1 PRINCIPAL CHARACTERISTICS OF RELIABILITY...	
1.1. Reliability problem and its importance for building.....	
1.2. Brief history of researches in building reliability.....	
1.3. Basic concepts of reliability theory	
1.4. Probabilistic description of random values	
1.5. Distribution curves of random variables.....	
1.6. Exponential distribution in reliability problems.....	
1.7. Random processes.....	
1.8. Probabilistic models in reliability analysis.....	
1.9. Target reliability.....	
1.10. Determination of responsibility class for building objects.....	
CHAPTER 2 PROBABILISTIC DESCRIPTION OF LOADS AND MATERIAL STRENGTH.....	
2.1. Dead load.....	
2.2. Snow load.....	
2.3. Wind load.....	
2.4. Crane load.....	
2.5. Statistical information about material strength	
CHAPTER 3 RELIABILITY ESTIMATION OF BUILDING STRUCTURE ELEMENTS.....	
3.1. General approach to the structure reliability estimation.....	
3.2. Structure reliability estimation in the technique of random values...	
3.3. Reliability estimation of reinforced concrete beams with carbon-plastic external strengthening.....	
3.4. Consideration of time factor in reliability analysis.....	
3.5. Density distributions for sums and differences of distributions.....	

	3.6. Frequency characteristics of variable load combinations.....	
	3.7. Reliability analysis of elements under crane load.....	
	3.8. Reliability analysis of elements under snow load.....	
	3.9. Reliability analysis of elements under wind load.....	
	3.10. Calculation combinations of loads for verification of structure reliability.....	
CHAPTER 4 RELIABILITY ESTIMATION OF BEAM-COLUMN ELEMENTS		
	4.1. Probabilistic calculation peculiarities of beam-column elements.....	
	4.2. Reliability of steel beam-column elements of constant section.....	
	4.3. Reliability of steel stepped columns.....	
	4.4. Reliability analysis of stepped columns with respect to time and real loads.....	
CHAPTER 5 RELIABILITY OF REDUNDANT SYSTEMS.....		
	5.1. Structural reliability of typical schemes.....	
	5.2. Reliability analysis of the systems by the method of states.....	
	5.3. Application of logical-probabilistic methods for reliability estimations of redundant systems.....	
	5.4. Frame analysis by means of probabilistic method of limit equilibrium	
APPENDIX.....		
REFERENCES.....		
SUMMARY.....		