УДК 531.21, 621.01

О.Д. Монахова, студентка групи 103-Б
Наук. керівник С.М. Жигилій, к.т.н., доцент
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ЖОРСТКОСТІ В ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ ВЕРТИКАЛЬНО РОЗТАШОВАНОЇ ПРУЖИНИ

Розглянемо положення вібраційного пристрою у довільний момент часу t, коли у фронтальній площині Cxy верхній кінець пружини змістився у додатному напрямкові горизонтальної осі x на певну віддаль. Нехай у цю мить положення точки B визначається координатою x_B, а розглядувана пружина знаходиться у положенні, зображеному на рисунку 1,а. Умовно будемо вважати, що в цьому положенні повздовжня вісь пружини лишається прямолінійною, утворюючи кут ξ з віссю x, а пружина перебуває у розтягнутому стані, маючи довжину ℓ.

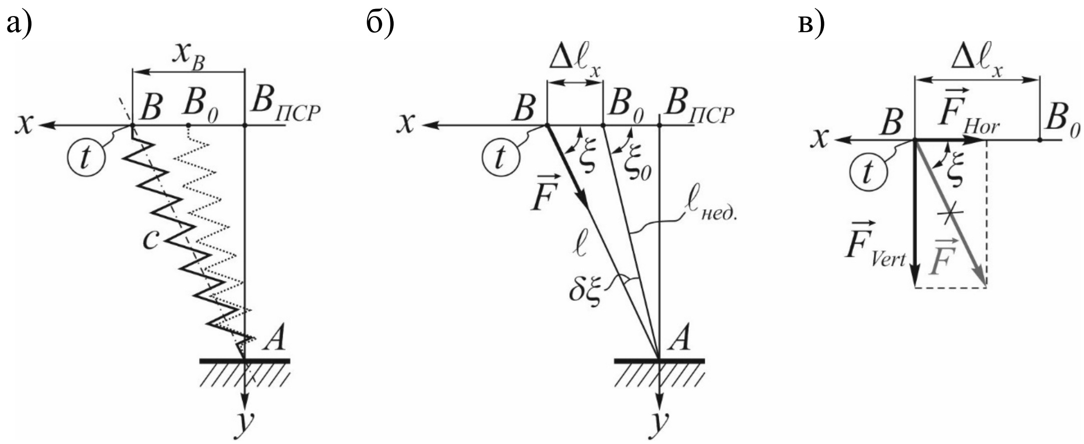

Рис. 1. Розташування досліджуваної пружини та аналіз дії сили пружності

Згідно з законом Гука модуль сили пружності пружини

$$F = F_{пруж.} = c \cdot \Delta\ell,$$

де c – дійсний коефіцієнт жорсткості пружини; $\Delta\ell$ – деформація пружини у розглядуваному положенні, а вектор $\vec{F}$ напрямлений по повздовжній осі пружини від точки B, якою пружина приєднана до робочого органа вібраційного пристрою (див. рис. 1,б).

Оскільки $\Delta\ell = \ell - \ell_{нед.}$, то і

$$F = F_{пруж.} = c \cdot \left(\ell - \ell_{нед.}\right).$$

Розкладаючи силу $\vec{F}$ на її ортогональні складові $\vec{F}_{Hor}$ і $\vec{F}_{Vert}$ (див. рис. 1,в), бачимо, що складова $\vec{F}_{Hor}$ є силою: 1) причиною виникнення якої є взаємодія робочого органа вібраційного пристрою з вертикально розташованою розглядуваною пружиною; 2) яка прагне повернути точку B робочого органа у положення B_0 (тобто, повернути пружину у недеформований стан); 3) модуль якої дорівнює

$$F_{Hor} = F \cdot cos\,\xi = c \cdot \left(\ell - \ell_{нед.}\right) \cdot cos\,\xi\,.$$

З рисунка 1,б очевидно, що видовження пружини уздовж осі x від її недеформованого стану

$$\Delta\ell_x = B_O B = \ell \cdot cos\,\xi - \ell_{нед.} \cdot cos\,\xi_0,$$

де ξ_0 – кут, який утворює пружина у своєму недеформованому стані з віссю x.

Тоді узагальнений коефіцієнт жорсткості вздовж (або у напрямку) осі x буде

$$c_x = \frac{F_{Hor}}{\Delta\ell_x} = \frac{c \cdot \left(\ell - \ell_{нед.}\right) \cdot cos\,\xi}{\Delta\ell_x}\,. \tag{1}$$

Але з геометрії трикутника BB_0A (див. рис. 1,б) неважко бачити, що

$$\ell = \Delta\ell_x \cdot cos\,\xi + \ell_{нед.} \cdot cos\,\delta\xi\,, \tag{2}$$

де $\delta\xi$ – величина зменшення кута нахилу повздовжньої осі пружини до осі x у розглядуваному положенні відносно положення недеформованої пружини; тобто

$$\xi = \xi_0 - \delta\xi\,,$$

через що (урахувавши, що кути ξ і $\left(\xi_0 - \delta\xi\right)$ – гострі)

$$cos\,\xi = cos\left(\xi_0 - \delta\xi\right).$$

Оскільки ж $\delta\xi$ – мала величина першого порядку, то

$$cos\,\xi = cos\left(\xi_0 - \delta\xi\right) \approx cos\,\xi_0\,. \tag{3}$$

Розкладаючи ж тригонометричну функцію $cos\,\delta\xi$ у ряд Маклорена

$$cos\,\delta\xi = 1 - \frac{(\delta\xi)^2}{2!} + \frac{(\delta\xi)^4}{4!} - \frac{(\delta\xi)^6}{6!} + \ldots$$

й обмежившись тільки першим доданком, матимемо, що $cos\,\delta\xi \approx 1$, з урахуванням чого з рівняння (2) дістанемо:

$$\ell - \ell_{нед.} = \Delta\ell_x \cdot cos\,\xi = \Delta\ell_x \cdot cos\,\xi_0\,. \tag{4}$$

Підставляючи значення (3) і (4) у рівність (1), остаточно отримуємо

$$c_x = \frac{c \cdot \Delta\ell_x \cdot cos\,\xi_0 \cdot cos\,\xi_0}{\Delta\ell_x} = c \cdot cos^2\,\xi_0\,.$$

Література

1. Берник П.С. Машины и оборудование для размерно-упрочняющей термоокислительной и вибрационной обработки твердосплавных изделий: Автореф. дис... докт. техн. наук. – Хмельницький: ТУ "Поділля", 1999. – 37 с.