

Міністерство освіти і науки України

**Полтавський національний технічний університет
імені Юрія Кондратюка**

Кафедра нарисної геометрії та графіки

КРЕСЛЕННЯ
Частина II
ОСНОВИ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

*Навчально-методичний посібник
для практичних занять і самостійної роботи
слухачів підготовчого відділення для іноземців*

Полтава 2016 р.

УДК 744:004+811.161.1 (075.8)

КРЕСЛЕННЯ. Частина II ОСНОВИ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ:
Навчально-методичний посібник для практичних занять і самостійної роботи слухачів підготовчого відділення для іноземців. / Маслова С.А., Бойко В.А., Патенко Ю.Е. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – С. 80. – рос. мовою.

Укладачі: Маслова С.А., Бойко В.А., Патенко Ю.Е.

Відповідальний за випуск: О.В. Воронцов, завідувач кафедри нарисної геометрії та графіки ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка, к.т.н., доцент.

Рецензент: О.А. Кодак, к.т.н., доцент кафедри нарисної геометрії та графіки Полт НТУ імені Юрія Кондратюка.

Навчально-методичний посібник містить базовий мовний і спеціальний матеріал, необхідний для діяльності слухачів на початковому етапі оволодіння спеціальною термінологією по дисциплінах: креслення (основи інженерної графіки) і нарисна геометрія. У посібник включені граматичні вправи, мовні зразки, тексти, діалоги, питання і задачі.

Матеріал підібраний відповідно до програми дисципліни «Креслення» і адаптований для слухачів-іноземців.

Посібник призначений для практичних занять та самостійної роботи слухачів підготовчого відділення для іноземців.

Затверджено радою університету
Протокол № __ від _____ 2016 р.

© Автори укладачі: Маслова С.А.,
Бойко В.А., Патенко Ю.Е.

© ПолтНТУ, 2016 р.

Министерство образования и науки Украины

**Полтавский национальный технический университет
имени Юрия Кондратюка**

Кафедра начертательной геометрии и графики

ЧЕРЧЕНИЕ

Часть II

ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебно-методическое пособие

*для практических занятий и самостоятельной работы
слушателей подготовительного отделения для иностранцев*

Полтава 2016 г.

УДК 744:004+811.161.1 (075.8)

ЧЕРЧЕНИЕ. Часть II ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ: Учебно-методическое пособие для практических занятий и самостоятельной работы слушателей подготовительного отделения для иностранцев. / Маслова С.А., Бойко В.А., Патенко Ю.Э. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – С. 80.

Составители: Маслова С.А., Бойко В.А., Патенко Ю.Э.

Ответственный за выпуск: О.В. Воронцов, заведующий кафедрой начертательной геометрии и графики ПолтНТУ имени Юрия Кондратюка, к.т.н., доцент.

Рецензент: О.А. Кодак, к.т.н., доцент кафедры начертательной геометрии и графики ПолтНТУ имени Юрия Кондратюка.

Учебно-методическое пособие содержит базовый языковой и специальный материал, необходимый для деятельности учащихся на начальном этапе овладения специальной терминологией по дисциплинам: черчение (основы инженерной графики) и начертательная геометрия. В пособие включены грамматические упражнения, речевые образцы, тексты, диалоги, вопросы и задачи.

Материал подобран в соответствии с программой дисциплины «Черчение» и адаптирован для слушателей-иностранцев.

Пособие предназначено для практических занятий и самостоятельной работы слушателей подготовительного отделения для иностранцев.

Утверждено советом университета
Протокол № __ от _____ 2016 г.

© Авторы составители: Маслова С.А.,
Бойко В.А., Патенко Ю.Э.

© ПолтНТУ, 2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 6 |
| УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ | 7 |
| Раздел 1. МЕТОДЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ | 8 |
| Раздел 2. ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ | 12 |
| 2.1. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ НА ДВУХ ПЛОСКОСТЯХ ПРОЕКЦИЙ | 14 |
| 2.2. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ НА ТРЕХ ПЛОСКОСТЯХ ПРОЕКЦИЙ | 16 |
| Раздел 3. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ ТОЧКИ | 19 |
| Раздел 4. РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧЕК В ПРОСТРАНСТВЕ | 24 |
| Раздел 5. ПРОЕКЦИИ ПРЯМОЙ ЛИНИИ | 27 |
| 5.1. ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ | 28 |
| 5.2. ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ | 29 |
| Раздел 6. ТОЧКА НА ПРЯМОЙ | 33 |
| Раздел 7. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ | 35 |
| Раздел 8. ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ | 37 |
| 8.1. ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ | 39 |
| 8.2. ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ | 40 |
| Раздел 9. ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ | 45 |
| Раздел 10. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА. ОБРАЗОВАНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ | 49 |
| 10.1. ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ | 50 |
| 10.2. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ | 51 |
| Раздел 11. РАСПОЛОЖЕНИЕ ТЕЛ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ | 56 |
| Раздел 12. ПРИЗМА | 58 |
| Раздел 13. ПИРАМИДА | 61 |
| Раздел 14. ЦИЛИНДР | 65 |
| Раздел 15. КОНУС | 68 |
| Раздел 16. ШАР | 71 |
| Раздел 17. КОЛИЧЕСТВО ПРОЕКЦИЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ФОРМУ ТЕЛ | 75 |
| ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ | 77 |
| ЛИТЕРАТУРА | 79 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие содержит упражнения и тексты для развития навыков использования научной терминологии по дисциплине, а также упражнения и задачи по основным геометрическим понятиям, разделам геометрического и проекционного черчения, основам начертательной геометрии.

Учебное пособие составлено в соответствии с программой курса «Черчение» для слушателей подготовительного отделения для иностранцев. Содержит задачи и упражнения для самостоятельной работы слушателей, а также опорные конспекты по темам курса. В основу пособия положены методика и материалы, разработанные в [1].

Опорные конспекты по разделам курса и контрольные вопросы предназначены для закрепления учебного материала. Приведены примеры выполнения домашних графических работ.

Выполнение данных учебных заданий ставит своей целью приобретение и развитие слушателями навыков в применении научной терминологии дисциплины «Черчение», построении изображений, развитии пространственных представлений, ознакомлении с основными стандартами Единой системы конструкторской документации (ЕСКД) по выполнению и оформлению чертежей.

Каждый раздел состоит из языковых упражнений, текстов и вопросов к ним, графических упражнений и домашних задач. Для выполнения упражнений по данной теме слушатель должен изучить соответствующий теоретический материал по данному пособию и приведенной литературе.

Все чертежи выполняются чертежными инструментами. Ответы на вопросы даются письменно. Надписи на чертежах выполняются стандартным шрифтом.

Предназначено для аудиторной и самостоятельной работы слушателей подготовительного отделения для иностранцев.

ПРИНЯТЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

| Фигуры | Обозначение | |
|-------------------------------------|-------------------------------|--|
| | Фигура в пространстве | Проекция фигуры |
| Точка | A, B, C | A_1, B_1, C_3, A^0 |
| Прямая (линия) | a, b, AB | $a_1, a_2, b_1, b_2, A_1B_1, A_2B_2$ |
| Кривая (линия) | a, b, ABC | $a_1, a_2, \dots, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ |
| Поверхность (в том числе плоскость) | Σ, Ω, Ψ | $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Omega_1, \Omega_2, \dots$ |
| Пространство | R^∞ | |
| Плоскость проекций | $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi'$ | |
| Оси проекций | x, y, z | |
| Оси координат | x, y, z | |
| Координаты | X, Y, Z | |
| Начало координат | O | O_{123} |
| Углы | $\alpha, \beta, \gamma, \psi$ | |

| | | | |
|----------------------|-------------------|--------------------------|------------------------|
| Равно | $=$ | Не равно | \neq |
| Следовательно | \Rightarrow | Равносильно | \Leftrightarrow |
| Больше | $>$ | Меньше | $<$ |
| Угол | \sphericalangle | Угол 90° (прямой) | \perp |
| Перпендикулярно | \perp | Не перпендикулярно | $\not\perp$ |
| Параллельно | \parallel | Не параллельно | $\not\parallel$ |
| Пересечение | \cap | Объединение | \cup |
| Скрещивание (прямых) | \cdot | Совпадение | \equiv |
| Принадлежит | \in | Не принадлежит | \notin |
| Произвольный, любой | \forall | Существует | \exists |
| Треугольник | Δ | Градус | $^\circ$ |
| Видимая точка | \circ | Невидимая точка | \bullet или \times |

Раздел 1. МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Предтекстовые задания.

- 1) Обратите внимание на однокоренные слова:
чертеж, чертить, начертательная (геометрия);
проекция, проектировать, проецирование.
- 2) Запомните терминологические словосочетания:
проекция точки, центр проецирования,
проецирующая прямая,
плоскость проекций, пространственный предмет.
- 3) Обратите внимание на словосочетания.

| | | |
|---------------|---|---------------|
| Центральное | } | проецирование |
| Параллельное | | |
| Косоугольное | | |
| Прямоугольное | | |
| ортогональное | | |
- 4) Прочитайте текст. Найдите ответ на вопрос:

Какие существуют методы проецирования?

Многие предметы, с которыми мы встречаемся в жизни, – здания, машины, станки, детали машин и станков, сделаны руками человека.

Чтобы построить здание, сделать машину, станок или детали к нему, надо сначала выполнить чертежи этих предметов.

Чертежом называется такое изображение предмета, по которому этот предмет можно изготовить. Чертёж выполняется по определенным правилам. Рисунок и фотография – также изображения предмета. Но по рисунку и фотографии рабочий не может определить его размеры и форму. Для этого нужно иметь чертёж.

Все предметы, которые окружают нас в жизни, имеют три измерения: длину, ширину и высоту. Инженер должен уметь изображать предметы на плоскости (листе бумаги), которая имеет только два измерения: длину и ширину. Проецирование – это процесс получения изображения пространственного предмета на плоскости.

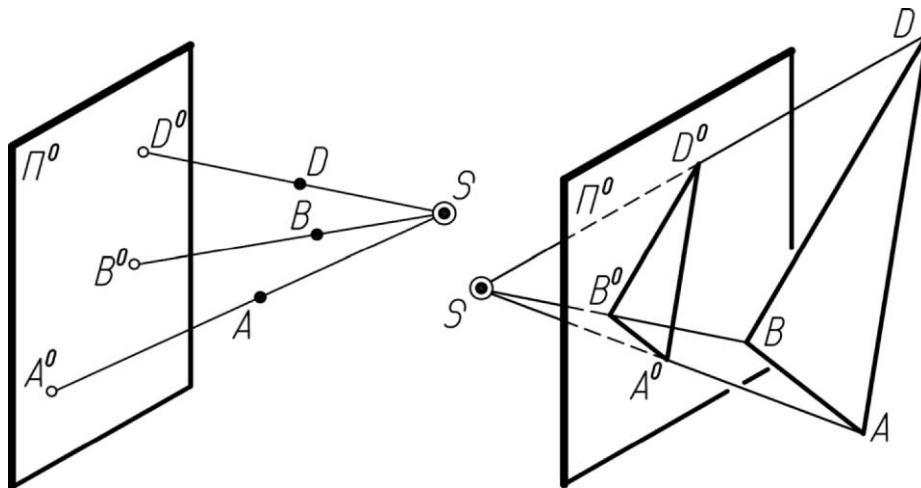


Рисунок 1. Метод центрального проецирования

Сначала рассмотрим изображение точки (рисунок 1). В пространстве даны точки A , B и D и плоскость Π^0 (пи ноль). Построим изображения точек A , B и D на плоскости Π^0 . Для этого возьмём произвольную точку S . Из точки S проведём прямые SA , SB и SD до пересечения с плоскостью Π^0 . Получим точки A^0 , B^0 , и D^0 – изображения точек A , B и D на плоскости Π^0 .

Построение изображения точки (или предмета) на плоскости называется **проецированием**; точка S называется **центром проецирования**; точки A^0 , B^0 , и D^0 – **проекциями** точек A , B и D ; прямые SA , SB и SD – **проецирующими прямыми**; плоскость Π^0 – **плоскостью проекций**.

1. Проекция точки – это точка пересечения проецирующей прямой, которая проходит через заданную точку, с плоскостью проекций.

В технике применяют два метода проецирования: метод **центрального проецирования** и метод **параллельного проецирования**.

На рисунке 1 проецирующие прямые пересекаются в точке S – центре проецирования. Такое проецирование называется **центральным**. Проецирование, при котором проецирующие прямые параллельны друг другу, называется **параллельным**.

Построение проекций методом параллельного проецирования показано на рисунке 2. В пространстве даны точки A , B и C и плоскость проекций Π_1 (пи один). Построим проекции точек A , B и C на плоскости

Π_1 . Для этого вместо центра проецирования (точка S на рисунке 1), примем направление проецирования s , которое на чертеже показано стрелкой. Через точки A , B и C проведём проецирующие прямые параллельно направлению проецирования. При пересечении проецирующих прямых с плоскостью Π_1 получим точки A_1 , B_1 и C_1 – проекции точек A , B и C .

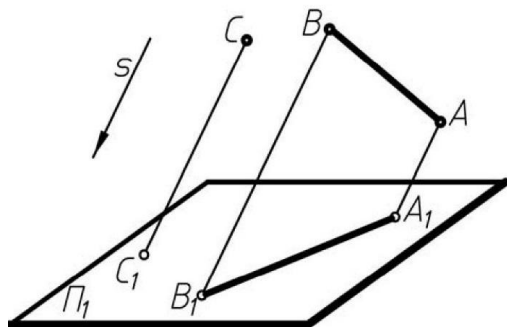


Рисунок 2. Метод параллельного проецирования

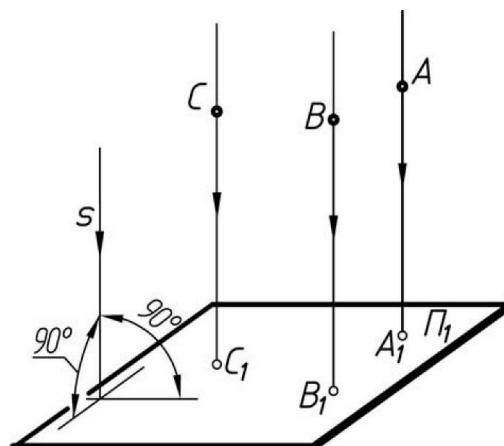


Рисунок 3. Метод ортогонального проецирования

Параллельное проецирование может быть косоугольным и прямоугольным. Если проецирующие прямые не перпендикулярны плоскости проекций, такое параллельное проецирование называется **косоугольным** (рисунок 2).

Если проецирующие прямые перпендикулярны плоскости проекций, такое параллельное проецирование называется **прямоугольным** или ортогональным (рисунок 3).

Послетекстовые задания.

5) Укажите стрелками правильные ответы.

- | | |
|--|--|
| 1. параллельное проецирование | a) проецирующие прямые не перпендикулярны плоскости проекций |
| 2. косоугольное проецирование | b) проецирующие прямые параллельны друг другу |
| 3. прямоугольное (ортогональное) проецирование | c) проецирующие прямые пересекаются в центре проецирования |
| 4. центральное проецирование | d) проецирующие прямые |

перпендикулярны плоскости
проекций

б) Ответьте на вопросы.

1. Что такое чертеж?
2. Почему по рисунку или фотографии нельзя изготовить предмет?
3. Что называется проецированием?
4. Как называется точка S (рисунок 1)?
5. Как называется плоскость Π^0 (рисунок 1)?
6. Как называется прямая SA (рисунок 1)?

Раздел 2. ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ

Предтекстовые задания.

- 1) Посмотрите на рисунки 4, 6, 9 и запомните терминологические словосочетания:

предмет в пространстве, плоскость проекций, ортогональная проекция предмета, фронтальная плоскость проекций, горизонтальная плоскость проекций, профильная плоскость проекций, ось проекций.





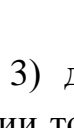
- 2) Обратите внимание на словосочетания.

плоскости $<$ пересекаются
совмещаются

- 3) Запомните синонимы:

провести перпендикуляр = опустить перпендикуляр
восставить перпендикуляр.

- 4) Обратите внимание на словосочетания, которые используются при решении задач.

проведем  линию
продолжим  точку
отметим  отрезок
измерим 
отложим 

- 5) Прочитайте текст.

В пространстве (рисунок 3) даны точки A , B и C и плоскость проекций Π_1 . Построим проекции точек A , B и C на плоскость проекций Π_1 . Примем направление проецирования перпендикулярное плоскости Π_1 . Через точки A , B и C проведём проецирующие прямые, параллельные направлению проецирования. При пересечении проецирующих прямых с плоскостью Π_1 , получим точки A_1 , B_1 и C_1 – ортогональные проекции точек A , B и C . Следовательно,

2. Чтобы построить ортогональную проекцию точки, надо из этой точки опустить перпендикуляр на плоскость проекций и найти его пересечение с плоскостью проекций.

На рисунке 4 построена ортогональная проекция предмета на плоскости проекций Π_1 . Из точки A на предмете проведен перпендикуляр к плоскости Π_1 . A_1 – ортогональная проекция точки A ; B_1, E_1, C_1, \dots и т.д. – ортогональные проекции точек B, E, C, \dots и т.д. Соединим эти точки прямыми линиями и получим ортогональную проекцию предмета. Следовательно, если известны правила построения проекций точки, мы можем построить проекции любого предмета. Метод ортогонального проецирования широко используется в технике.

3. Одна проекция не определяет положения точки в пространстве.

Например, известна A_1 – проекция точки A на плоскости Π_1 (рисунок 5).

Можно ли определить положение точки A в пространстве (относительно плоскости Π_1)? Из чертежа видно, что A_1 – это проекция многих точек (A', A'' и т.д.). Все эти точки лежат на проецирующей прямой, поэтому мы не можем определить, где находится точка A .

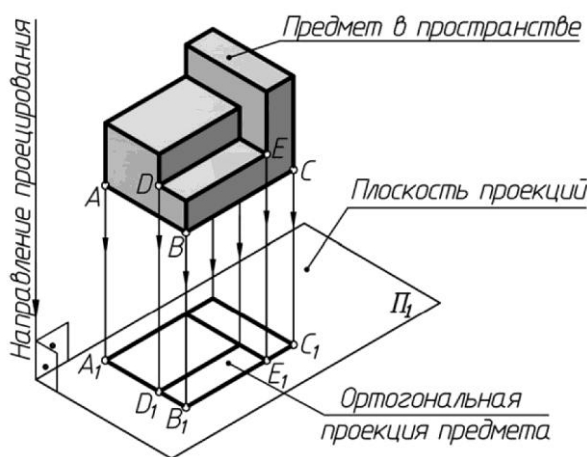


Рисунок 4. Проецирование предмета по методу ортогонального проецирования

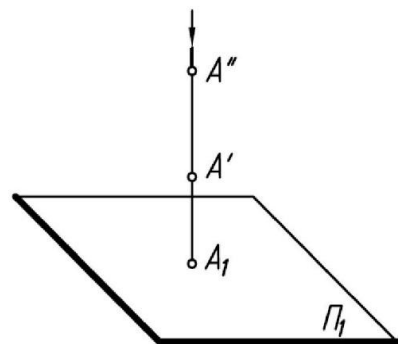


Рисунок 5. Проекции точки

2.1. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ НА ДВУХ ПЛОСКОСТЯХ ПРОЕКЦИЙ

Даны две взаимно-перпендикулярные плоскости проекций Π_1 и Π_2 (рисунок 6). Плоскость Π_1 расположим горизонтально. Она называется **горизонтальной плоскостью проекций**. Плоскость Π_2 расположим вертикально. Она называется **фронтальной плоскостью проекций**. Плоскости Π_1 и Π_2 пересекаются по прямой x_{12} которая называется **осью проекций**.

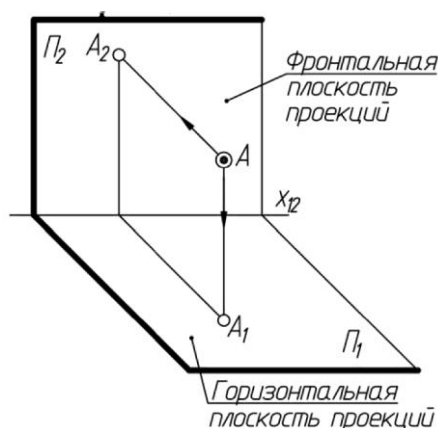


Рисунок 6

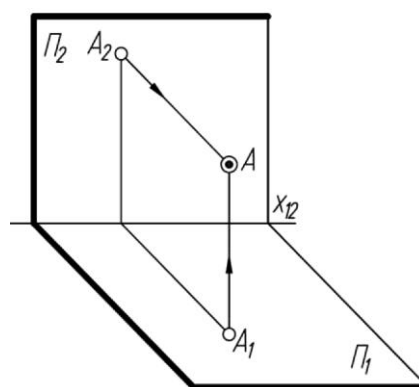


Рисунок 7

Найдём проекции точки A на плоскостях Π_1 и Π_2 . Для этого из точки A проведём перпендикуляр к Π_1 и отметим точку A_1 – точку пересечения перпендикуляра с Π_1 . Из точки A проведём перпендикуляр к Π_2 и отметим точку A_2 – точку пересечения перпендикуляра с Π_2 . Точка A_1 называется **горизонтальной проекцией** точки A . Точка A_2 называется **фронтальной проекцией** точки A .

4. Две проекции точки определяют её положение в пространстве.

Например, известны горизонтальная A_1 и фронтальная A_2 проекции точки A (рисунок 7). Можно ли определить положение точки A в пространстве относительно плоскостей Π_1 и Π_2 ? Из проекции A_1 восставим перпендикуляр к Π_1 . Из проекции A_2 восставим перпендикуляр к Π_2 . Эти перпендикуляры пересекутся в одной точке – точке A . Следовательно, по двум проекциям A_1 и A_2 мы определили положение точки A в пространстве.

Эпюр точки.

На рисунке 8, а) даны точка A и ее проекции на плоскостях Π_1 и Π_2 . Величина отрезка AA_1 показывает расстояние от точки A до Π_1 . Величина отрезка AA_2 показывает расстояние от точки A до Π_2 . Перпендикуляры, опущенные из A_1 и A_2 на ось x_{12} , пересекаются в точке A_x .

Повернём плоскость Π_1 вокруг оси x_{12} . Плоскость Π_1 совместится с плоскостью Π_2 . Проекции A_1 и A_2 будут лежать на одном перпендикуляре к оси x . В этом случае говорят, что A_1 и A_2 расположены в проекционной связи. Прямая линия A_2A_1 называется **линией связи**.

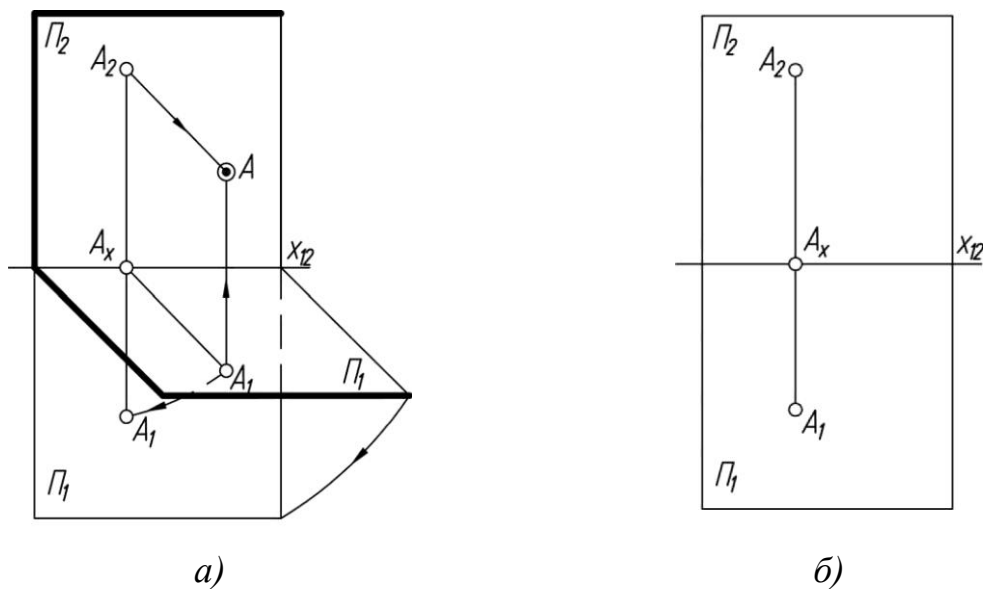


Рисунок 8. Эпюр точки

5. Эпюром точки называется чертеж, на котором изображены две (или три) ортогональные проекции точки, расположенные в проекционной связи.

На рисунке 8, а) изображён эпюр точки A . На эпюре нет самой точки A . На эпюре даны только её проекции A_1 и A_2 . Но по эпюру можно точно определить положение точки A в пространстве относительно плоскостей Π_1 и Π_2 . Величина отрезка A_2A_x показывает расстояние от точки A до Π_1 . Величина отрезка A_1A_x показывает расстояние от точки A до Π_2 .

Следовательно, точка A задана в пространстве относительно плоскостей Π_1 и Π_2 двумя проекциями: горизонтальной проекцией A_1 и фронтальной проекцией A_2 . Это положение записывают так: задана точка $A (A_1; A_2)$.

2.2. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ НА ТРЕХ ПЛОСКОСТЯХ ПРОЕКЦИЙ

При выполнении технических чертежей иногда строят третью проекцию детали. Для этого вводят ещё одну вертикальную плоскость проекций Π_3 (рисунок 9, а)). Плоскость Π_3 называется **профильной плоскостью проекций**. Эту плоскость располагают перпендикулярно плоскостям Π_1 и Π_2 . Линия пересечения плоскостей Π_2 и Π_3 называется осью проекций z (зет). Линия пересечения плоскостей Π_1 и Π_3 называется осью проекций y (игрек). Оси проекций x , y и z пересекаются в одной точке O (буква O). Опустим перпендикуляр из точки A на плоскость Π_3 и найдём точку A_3 – профильную проекцию точки A . Величина отрезка AA_3 – это расстояние от точки A до Π_3 .

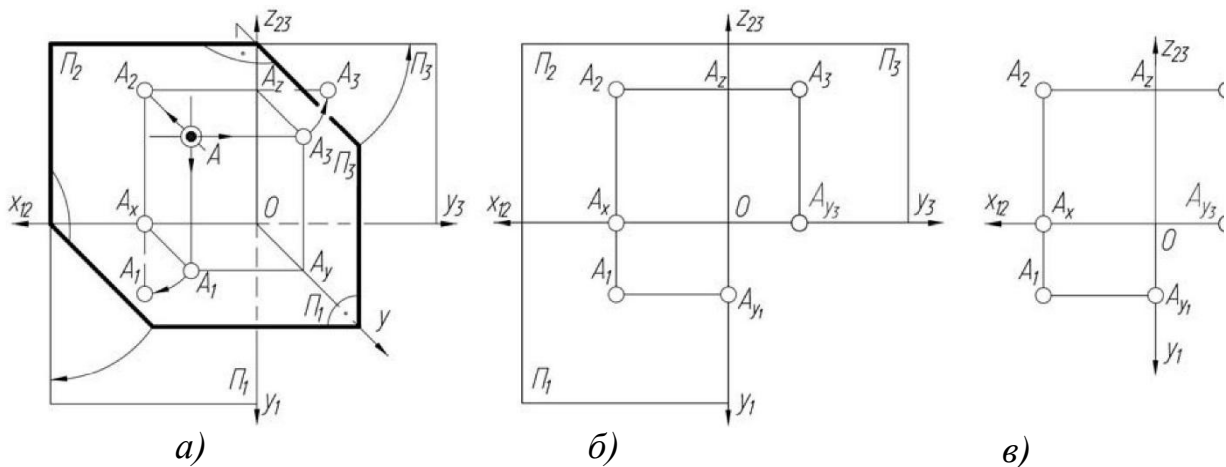


Рисунок 9. Три плоскости проекций

Чтобы получить эюр точки A , совместим плоскости Π_1 и Π_3 с плоскостью Π_2 (рисунок 9, б)). Плоскость Π_2 остаётся неподвижной. Плоскость Π_1 повернём вокруг оси x_{12} , плоскость Π_3 повернём вокруг оси z_{23} . На эюре ось y изображена два раза: на плоскости Π_1 и на плоскости Π_3 . Обозначим изображение оси y на Π_1 – y_1 ; изображение оси y на Π_3 – y_3 . Иногда в литературе используется одно обозначение для этой оси – y , как на плоскости Π_1 , так и на плоскости Π_3 .

Границы плоскостей проекций на эюре не показывают. На рисунке 9, в) дан эюр точки A без границ плоскостей проекций.

Рассмотрим эюр точки A (A_1 ; A_2 ; A_3) (рисунок 9, в)). Проекции A_1 и A_2 лежат на линии связи, перпендикулярной оси x_{12} . Проекции A_2 и A_3 лежат на линии связи, перпендикулярной оси z_{23} . Проекции A_1 и A_3 также расположены в проекционной связи. Линия связи A_1A_{y1} перпендикулярна оси y_1 . Линия связи A_3A_{y3} также перпендикулярна оси y_3 .

6. По двум проекциям точки можно построить её третью проекцию.

6) Посмотрите на рисунок 6, 9 и закончите предложения.

Точка A_1 – это

Точка A_2 – это

Плоскость Π_1 – это

Плоскость Π_2 – это

Линия A_1A_2 – это

Прямая O_x – это

Плоскость Π_3 – это

7) Укажите стрелкой правильный ответ.

- | | | |
|------------------------|----|--|
| | a) | определяют положение точки в пространстве |
| 1. Одна проекция точки | b) | не определяет положение точки в пространстве |
| 2. Две проекции точки | c) | можно построить третью проекцию |

8) Ответьте на вопросы.

1. Что такое эпюр точки?
2. Как расположена плоскость Π_3 (рисунок 9)?
3. Как называются прямые O_x , O_y , O_z (рисунок 9)?
4. Как расположена плоскость Π_1 (рисунок 6)?

9) Решите задачи 1–3.

Задача 1. Задана точка A (A_1 ; A_2). Требуется построить точку A_3 , профильную проекцию точки A (рисунок 10, а).

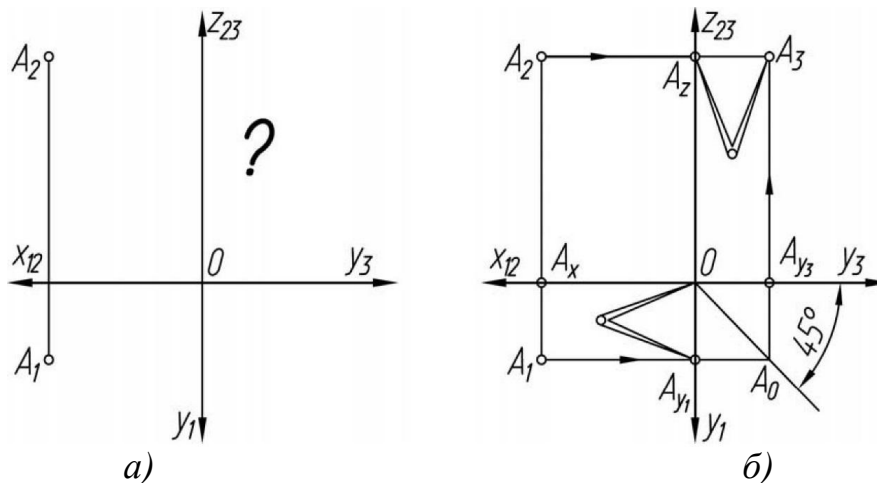


Рисунок 10. Задача 1

Через точку A_2 проведём линию связи A_2A_z (рисунок 10, б)); через точку A_1 проведём линию связи A_1A_{y1} . Через точку O проведём прямую под углом 45° к осям y_1 и y_3 . Продолжим линию A_1A_{y1} до пересечения с этой прямой в точке A_0 . Из точки A_0 проведём линию связи A_0A_{y3} до пересечения с продолжением линии A_2A_z . Отметим точку A_3 – профильную проекцию точки A .

Точку A_3 можно найти без помощи прямой OA_0 . Измерим величину отрезка $OA_{y1} = A_1A_x$ и отложим её циркулем на продолжении линии связи A_2A_z . Отметим точку A_3 .

Задача 2. Задана точка B ($B_1; B_3$). Требуется найти точку B_2 – фронтальную проекцию точки B (рисунок 11, а). Построение точки B_2 показано на рисунке 11, б) стрелками.

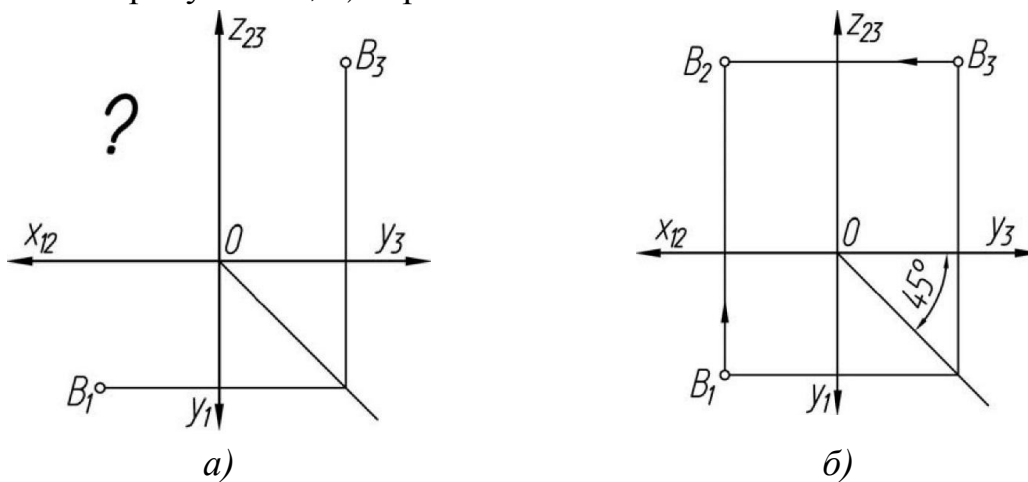


Рисунок 11. Задача 2

Задача 3. Задана точка C ($C_2; C_3$). Требуется найти точку C_1 – горизонтальную проекцию точки C (рисунок 12, а). Построение точки C_1 показано на рисунке 12, б) стрелками.

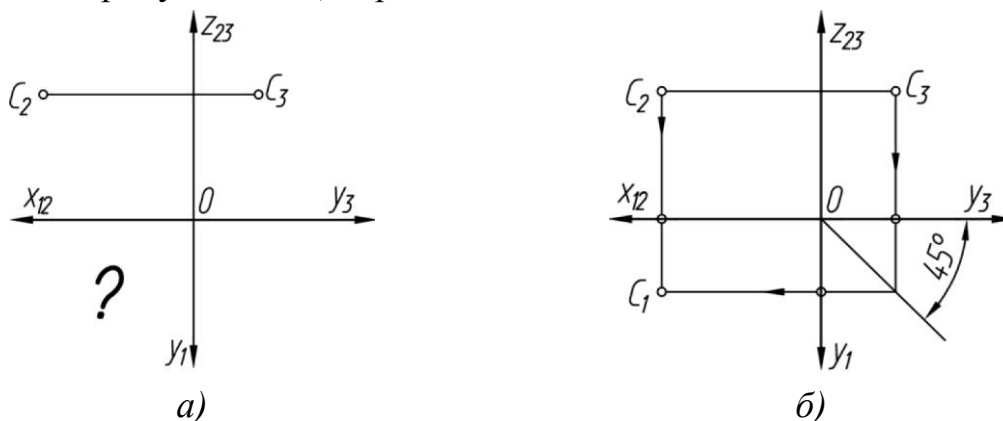


Рисунок 12. Задача 3

Раздел 3. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ ТОЧКИ

Предтекстовые задания.

1) Запомните термины:

координата точки, координата x (абсцисса),
координата y (ордината), координата z (аппликата),
начало координат.

2) Прочитайте по образцу.

$A (9; 10; 8)$ – координата X равна **9** единицам,
координата Y равна **10** единицам,
координата Z равна **8** единицам.

$B (3; 5; 4)$ –

$C (7; 6; 5)$ –

$M (12; 8; 20)$ –

3) Прочитайте текст.

Найдите ответ на вопрос: Как измеряются координаты точки?

Чтобы определить положение точки в пространстве относительно плоскостей координат, надо знать расстояния от точки до плоскостей координат. Эти расстояния называются **координатами точки**. Имеются три координаты: координата X (абсцисса), координата Y (ордината), координата Z (аппликата). Будем считать, что координатные плоскости совпадают с плоскостями проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 ; оси координат совпадают с осями проекций x , y и z . Оси проекций пересекаются в точке O – начале координат.

7. Координаты измеряются по осям x , y и z или по линиям, параллельным осям.

На рисунке 9, а) координата X точки A равна величинам отрезков A_3A ; A_yA_1 ; A_zA_2 и OA_x . Все эти отрезки равны расстоянию от точки A до плоскости Π_3 . Координата Y точки A равна величинам отрезков A_2A ; A_xA_1 ; A_zA_3 и OA_y . Все эти отрезки равны расстоянию от точки A до плоскости Π_2 . Координата Z точки A равна величинам отрезков A_1A ; A_yA_3 ; A_xA_2 и OA_z . Все эти отрезки равны расстоянию от точки A до плоскости Π_1 .

8. По трём координатам точки можно построить эюр точки и определить положение точки в пространстве.

Пусть координата X точки A равна девяти единицам; координата Y точки A равна десяти единицам, координата Z точки A равна восьми единицам. Обозначают это так: $A(9; 10; 8)$. На первом месте стоит координата X , на втором Y , на третьем Z .

Чтобы построить комплексный чертеж (эюр) точки, от начала координат влево откладывают отрезок X_A (рисунок 14, a). Через полученную точку A_x перпендикулярно оси x_{12} проводят линию связи проекций точки A и на ней откладывают вверх отрезок Z_A , вниз – отрезок Y_A . Так получают соответственно фронтальную A_2 и горизонтальную A_1 проекции точки.

Чтобы построить профильную проекцию точки, через точку A_2 перпендикулярно оси z_{23} проводят линию связи и от полученной точки A_z вправо откладывают отрезок Y_A . Полученная точка A_3 – профильная проекция точки A .

На рисунке 15 рассмотрен второй способ построения эюра точки.

Для получения наглядного и метрически определенного изображения предметов применяются **аксонометрические проекции**. Построение **аксонометрии** состоит в том, что оригинал вместе с осями натуральной системы координат проецируется на некоторую плоскость Π' . Проекции $x' y' z'$ осей координат на плоскости Π' называют **аксонометрическими осями**. При этом появляется возможность производить измерения по аксонометрическим осям и по направлениям, им параллельным. Если направление проецирования перпендикулярно плоскости Π' такое проецирование называется **прямоугольной аксонометрией**. Наиболее часто используют два вида стандартных аксонометрических проекций: **изометрию** и **диметрию** (рисунок 13).

В **прямоугольной изометрии** оси натуральной системы координат имеют одинаковый наклон к плоскости проекций Π' , поэтому аксонометрические оси образуют между собой равные углы (120°); оси x' и y' образуют при этом углы 30° с горизонтальной линией (рисунок 149, a). Прием построения аксонометрических осей при помощи циркуля (рисунок 13, b) основан на делении окружности на шесть равных частей. Выбрав на оси z' точку O' проводим дугу произвольного радиуса; из

точки пересечения этой дуги с осью z' тем же радиусом проводим вторую дугу. Через точки пересечения этих дуг проводим оси x' и y' .

В **прямоугольной диметрии** ось x с горизонтальной прямой составляет угол, равный приблизительно 7° , а ось y' – приблизительно 41° . Для построения осей можно использовать следующий прием. Отложить на горизонтальной линии от начала координат влево восемь равных частей и одну часть вниз. Через полученную точку пройдет ось x' . Ось y' является продолжением биссектрисы угла $x'O'y'$. Ось y' можно также построить, отложив вправо от начала координат восемь делений и семь – вниз.

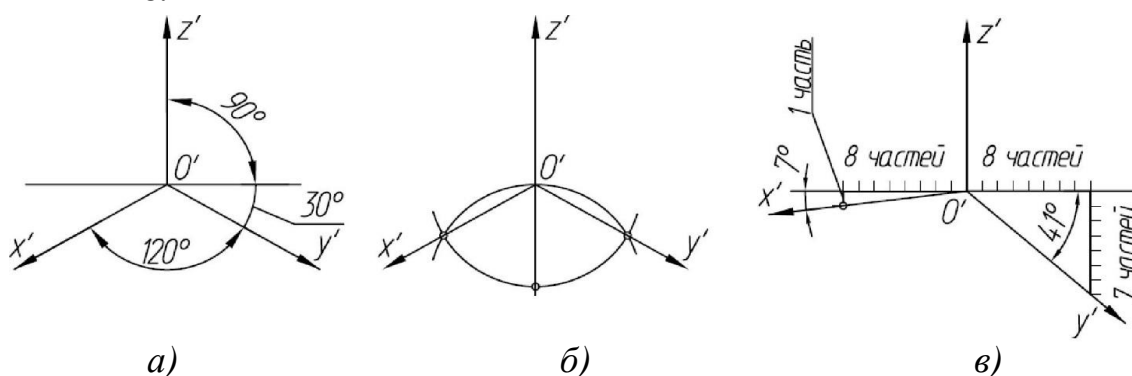


Рисунок 13 Аксонометрические оси

Рассмотрим построение изометрической проекции точки. Обычно на практике изометрическую проекцию выполняют без искажения по всем осям, т.е. натуральные координатные отрезки x_A, y_A, z_A точки A , заданные на ее комплексном чертеже (рисунок 14, а)), непосредственно откладывают вдоль соответствующих аксонометрических осей или параллельно им (рисунок 14, б)). Порядок откладывания координат значения не имеет. Один из вариантов представлен на рисунке 14, в). При этом изображение пропорционально увеличивается в 1,22 раза.

В прямоугольной диметрии длины отрезков, параллельных оси O_y , уменьшают в два раза. При этом все изображение увеличивается в 1,06 раза. Следует отметить, что для построения аксонометрии точки достаточно иметь две любые ее проекции, т.к. они полностью определяют положение точки в пространстве.

Точка A'_1 называется **вторичной** горизонтальной проекцией точки, точка A'_2 – **вторичной** фронтальной проекцией точки. Аналогично можно построить A'_3 – **вторичную** профильную проекцию точки A . Для полноты изображения необходимо и достаточно иметь на аксонометрическом чертеже одну вторичную проекцию изображаемой

точки. Ее наличие дает возможность решения обратной задачи, а именно – построение комплексного чертежа. В этом случае по аксонометрическому чертежу можно измерять все координаты точки.

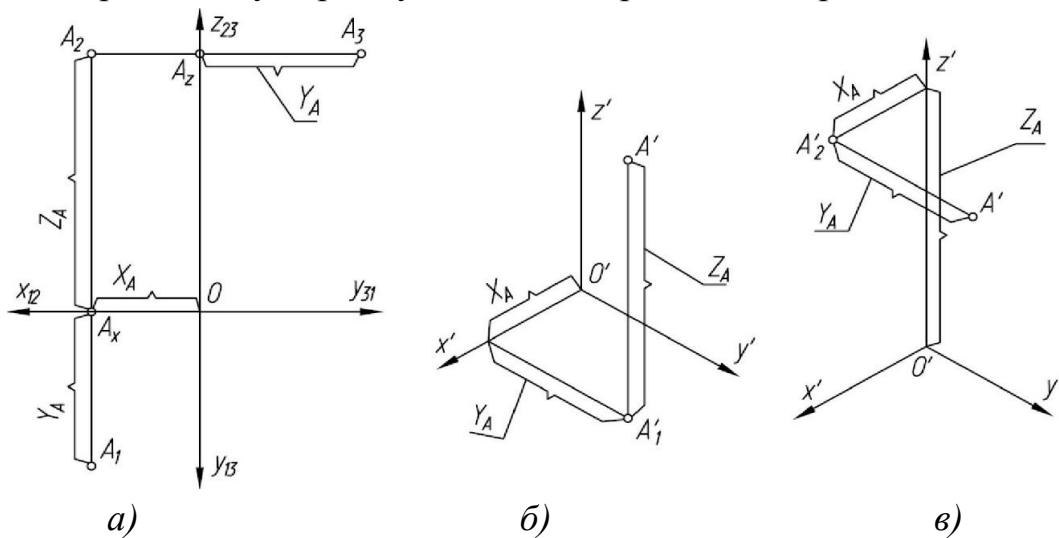


Рисунок 14 Построение изометрической проекции точки

Послетекстовые задания.

4) Решите задачи 1–4.

Задача 1. Задана точка $A(9; 10; 8)$. Требуется построить её эюр.

От точки O по оси x откладываем девять единиц (рисунок 15). Отмечаем точку A_x . От точки O по оси y откладываем десять единиц. Отмечаем точку A_y . Через точку A_x проводим прямую, параллельную оси y . Через точку A_y проводим прямую, параллельную оси x . Точка пересечения этих прямых A_1 – горизонтальная проекция точки A .

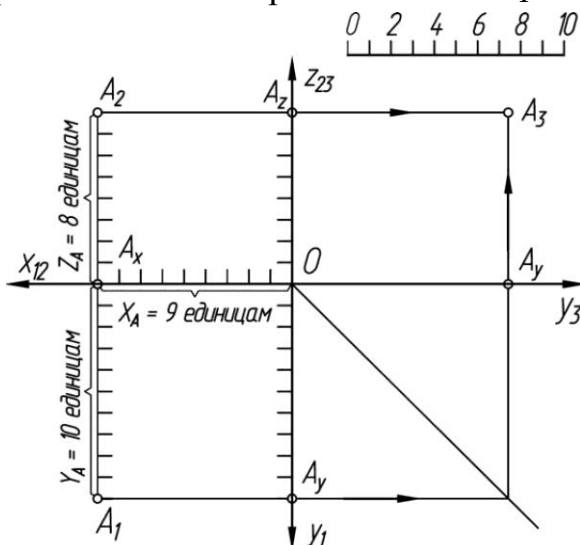


Рисунок 15 Задача 1

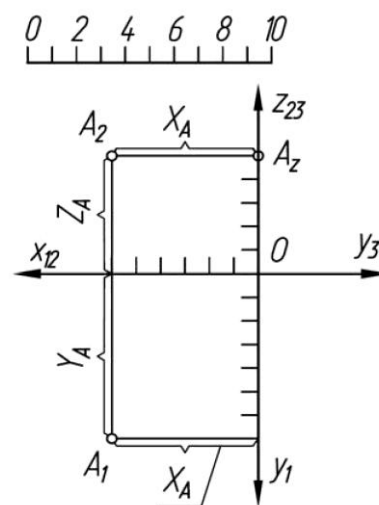


Рисунок 16 Задача 2

От точки O по оси z откладываем восемь единиц и отмечаем точку A_z . Через точку A_z проводим прямую, параллельную оси x . Через точку A_x проводим прямую, параллельную оси z . Точка пересечения этих прямых A_2 – фронтальная проекция точки A . Прямые, которые проходят через проекции точки параллельно осям – это линии связи.

Профильную проекцию точки A – точку A_3 – находим на пересечении линий связи.

9. Если известны две проекции точки, можно определить все три координаты этой точки.

Задача 2. Задана точка $A (A_1; A_2)$ (рисунок 16). Требуется определить координаты X , Y и Z точки A . Координату X можно определить по расположению проекций A_2 или A_1 . Она равна шести единицам. Координату Y определяем по расположению проекции A_1 . Она равна семи единицам. Координату Z определяем по расположению проекции A_2 . Она равна пяти единицам. Следовательно, по двум проекциям мы определили все три координаты точки $A (6; 7; 5)$.

Задача 3. Задана точка $B (B_2; B_3)$ (рисунок 17). Требуется определить её координаты. Координату X определяем по проекции B_2 ($X = 5$); координату Y определяем по проекции B_3 ($Y = 4$); координату Z определяем по проекциям B_2 или B_3 ($Z = 6$). Следовательно, $B (5; 4; 6)$.

Задача 4. Задана точка $C (C_1; C_3)$ (рисунок 18). Требуется определить её координаты. Координату X определяем по проекции C_1 ($X = 4$); координату Y определяем по проекциям C_1 или C_3 ($Y = 5$); координату Z определяем по проекции C_3 ($Z = 7$). Следовательно, $C (4; 5; 7)$.

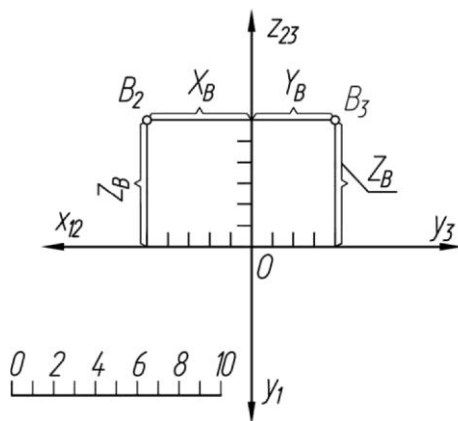


Рисунок 17. Задача 3

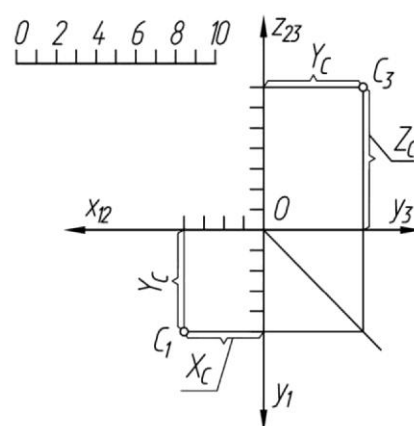


Рисунок 18. Задача 4

Раздел 4. РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧЕК В ПРОСТРАНСТВЕ

Предтекстовые задания.

- 1) Прочитайте по образцу.

$B_2 \equiv B_x - B_2$ совпадает с B_x .

$A_1 \equiv A_y - \dots\dots\dots$

$C_3 \equiv C_x - \dots\dots\dots$

$B_3 \equiv B_2 - \dots\dots\dots$

- 2) Обратите внимание на словосочетания.

на плоскости

точка лежит < на оси проекций

в начале координат

- 3) Прочитайте текст.

Если точка не лежит ни на одной из плоскостей проекций, она называется *точкой общего положения*. Ни одна координата точки общего положения не равна нулю (например, точка A на рисунке 9 и 15). Если хотя бы одна координата точки равна нулю, точка называется *точкой частного положения*.

Рассмотрим некоторые примеры точек частного положения.

Пример 1. На рисунке 19, *а*) дан эпюр точки $B(10; 8; 0)$. Координата z равна нулю; это значит, что расстояние от точки B до плоскости Π_1 равно нулю. Поэтому точка B лежит на плоскости Π_1 и совпадает со своей горизонтальной проекцией (на рисунке 19, *б*)) дано пространственное изображение точки B). Следовательно, **если одна координата точки равна нулю, то точка лежит на плоскости проекций.**

Из эпюра точки B видно, что фронтальная проекция B_2 лежит на оси x и совпадает с точкой B_x . Слово «совпадает» обозначают знаком « \equiv » и записывают так: $B_2 \equiv B_x$ (B_2 совпадает с B_x). Профильная проекция B_3 лежит на оси y и совпадает с точкой B_y ($B_3 \equiv B_y$). Следовательно, **если точка лежит на плоскости проекций, то две проекции точки лежат на осях проекций.**

Пример 2. На рисунке 19 также даны эпюры точек частного положения C и D . Точка $C(14; 0; 7)$ лежит на фронтальной плоскости

проекций. Точка $D (0; 5; 12)$ лежит на профильной плоскости проекций.

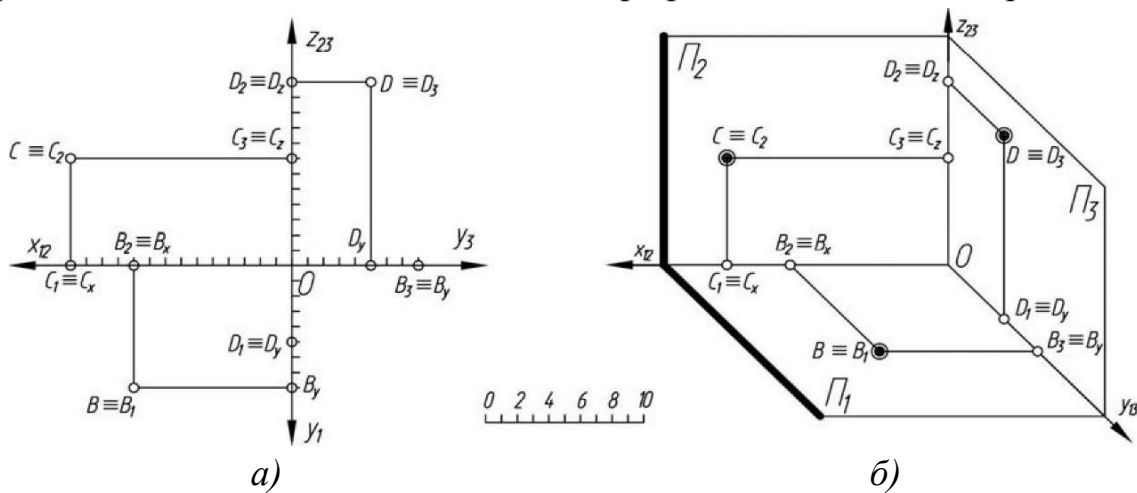


Рисунок 19. Примеры точек частного положения

Мы рассмотрели эпюры точек частного положения, когда одна координата точки равна нулю.

Если две координаты точки равны нулю, то точка лежит на оси проекций, а две проекции точки совпадают и лежат на той же оси.

Пример 3. На рисунке 20, а) дан эпюр точки $E (12; 0; 0)$. Координаты Y и Z точки E равны нулю. Это значит, что расстояния от точки E до Π_2 и Π_1 равны нулю, поэтому точка E лежит на оси x и совпадает со своей горизонтальной и фронтальной проекциями ($E \equiv E_1 \equiv E_2$ на рисунке 20, б)). Профильная проекция E_3 лежит в начале координат ($O \equiv E_3$).

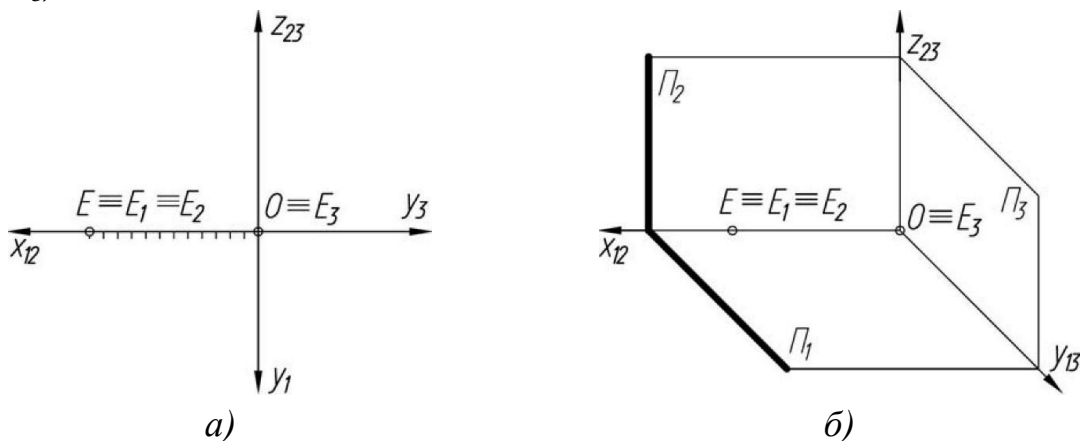


Рисунок 20. Точка на оси проекций

Если три координаты точки равны нулю, то точка лежит в начале координат, и все три проекции точки совпадают и лежат в начале координат – точке O .

Прочитать эпюр точки – это значит определить расстояния от точки

до плоскостей проекций. Если на эпюре даны проекции нескольких точек, надо уметь определить взаимное расположение точек в пространстве. Рассмотрим примеры.

Заданы точки $B (B_1; B_2; B_3)$ и $C (C_1; C_2; C_3)$ (рисунок 21). Из эпюра видно, что координата X точки C больше координаты X точки B на величину отрезка $B_x C_x$. Следовательно, точка C расположена дальше от плоскости Π_3 , чем точка B .

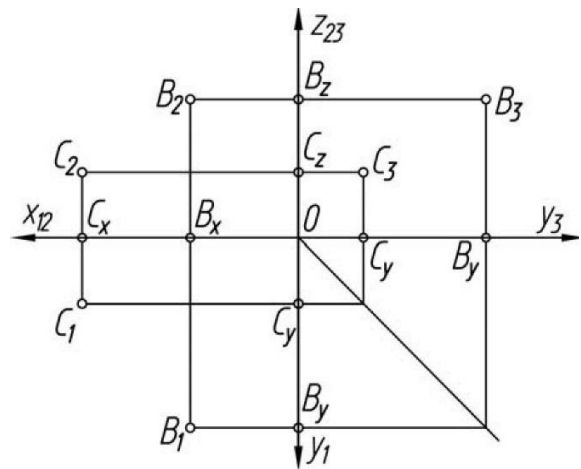


Рисунок 21

Координата Z точки C меньше координаты Z точки B на величину отрезка $C_2 B_2$. Следовательно, точка C расположена ниже точки B .


Координата Y точки C меньше координаты Y точки B на величину отрезка $C_y B_y$. Следовательно, точка C расположена ближе к плоскости Π_2 , чем точка B .

Послетекстовые задания.

- 4) Укажите стрелками правильные ответы.
- | | |
|---|--|
| 1. Если одна координата точки равна нулю то... | a) две проекции точки лежат на осях проекций |
| 2. Если точка лежит на плоскости проекций то... | b) точка лежит на плоскости проекций |
| 3. Если три координаты точки равны нулю то... | c) все три проекции точки совпадают и лежат в начале координат |
- 5) Ответьте на вопросы.
1. Как называются точки C_x, B_y, D_z (рисунок 19)?
 2. Что обозначает знак \equiv ?
 3. Как называется точка A (рисунок 9)?
- 6) **Домашнее задание 5** (выполнить на горизонтальном формате $A4$, без основной надписи). Построить три проекции и изометрическую проекцию точек. Определить их положение в пространстве. $A(35;20;40)$; $B(15;40;0)$; $C(20;0;30)$; $D(0;30;10)$; $E(30;0;0)$; $F(0;10;0)$.

Раздел 5. ПРОЕКЦИИ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

Предтекстовые задания.

- 1) Запомните терминологические словосочетания:
отрезок прямой, натуральная величина отрезка, прямая общего положения, прямая частного положения, горизонталь, фронталь, профильная прямая, проецирующая прямая.
- 2) Обратите внимание на словосочетания:
- | | | |
|--------|---|---------------------------------|
| прямая |  | наклонена к плоскости под углом |
| | | параллельна плоскости |
| | | перпендикулярна плоскости |

- 3) Прочитайте текст:

Положение прямой линии в пространстве определяют две точки. Чтобы построить проекции прямой, достаточно построить проекции двух её точек. На чертеже прямая обычно задаётся отрезком. Из точек A и B отрезка AB (рисунок 22) опустим перпендикуляры на плоскость Π_1 и построим проекции A_1 и B_1 . Соединив точки A_1 и B_1 прямой линией, получим отрезок A_1B_1 – проекцию отрезка AB . Из точек C и D опустим перпендикуляры на плоскость Π_1 , соединим точки C_1 и D_1 прямой линией и получим отрезок C_1D_1 – проекцию отрезка CD ; из точек E и F также опустим перпендикуляры на Π_1 . Они пересекутся с плоскостью Π_1 в одной точке. Точки E_1, F_1 – проекция отрезка EF .

Прямая может занимать различные положения относительно плоскости проекций: прямая может быть наклонена к плоскости под углом α (альфа), $0 < \alpha < 90^\circ$ (прямая AB); прямая может быть параллельна плоскости проекций (прямая CD); прямая может быть перпендикулярна плоскости проекций (прямая EF).

10. Величина проекции отрезка прямой зависит от положения прямой относительно плоскости проекций. Она изменяется от нуля до натуральной величины отрезка.

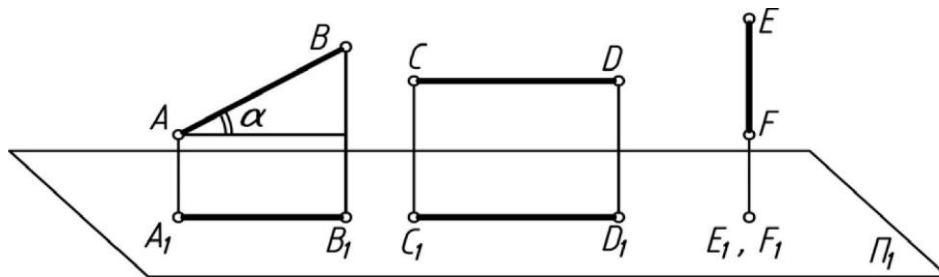


Рисунок 22. Отдельные положения прямой

Из рисунка 22 видно, что величина отрезка A_1B_1 меньше величины отрезка AB ($A_1B_1 = AB \cdot \cos \alpha$). Чем больше угол наклона прямой к плоскости проекций, тем меньше величина проекции отрезка прямой. Если прямая перпендикулярна плоскости проекций (прямая EF), величина проекции (E_1, F_1) равна нулю. В этом случае говорят, что прямая проецируется в точку. Чем меньше угол наклона прямой к плоскости проекций, тем больше величина проекции отрезка прямой. Если прямая параллельна плоскости проекций (прямая CD), величина проекции C_1D_1 равна величине отрезка CD . В этом случае говорят, что величина проекции отрезка равна **натуральной величине** отрезка.

5.1. ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Прямая, которая наклонена ко всем плоскостям проекций под углами, отличными от 0° , называется **прямой общего положения** (рисунок 23).

11. Все проекции отрезка прямой общего положения меньше натуральной величины отрезка.

Действительно, мы знаем, что $A_1B_1 = AB \cdot \cos \alpha$ (рисунок 22), где α – угол наклона прямой AB к Π_1 . AB будет равно A_1B_1 , если $\cos \alpha$ будет равен единице. Это возможно при $\alpha = 0$, т.е. в том случае, если $AB \parallel \Pi_1$, что противоречит условию. Поэтому $AB > A_1B_1$.

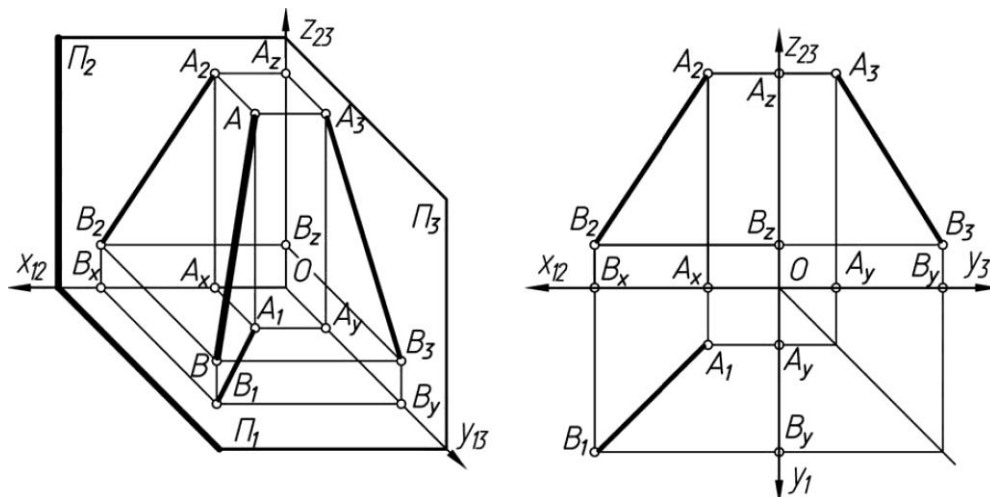


Рисунок 23. Прямая общего положения

На рисунке 23 отрезок AB наклонён ко всем трём плоскостям проекций: Π_1, Π_2, Π_3 , поэтому $AB > A_1B_1$; $AB > A_2B_2$; $AB > A_3B_3$.

5.2. ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Прямые, параллельные одной или двум плоскостям проекций, называются **прямыми частного положения**. Прямые, параллельные одной плоскости проекций, называются **прямыми уровня**.

12. Одна проекция отрезка прямой уровня равна натуральной величине отрезка.

Прямых уровня три. Прямая CD на рисунке 24 параллельна плоскости Π_1 и наклонена к плоскостям Π_2 и Π_3 . Такая прямая называется **горизонталью**.

Проекция C_2D_2 параллельна оси x , а C_3D_3 параллельна оси y , так как координаты Z всех точек прямой равны между собой; $C_1D_1 = CD$.

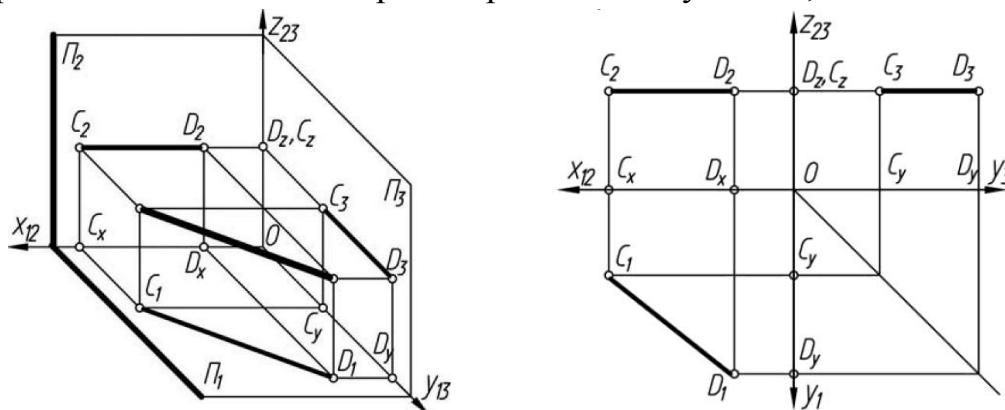


Рисунок 24. Горизонталь

Прямая EF на рисунке 25 параллельна плоскости Π_2 и наклонена к плоскостям Π_1 и Π_3 . Такая прямая называется **фронталью**. Проекция E_1F_1 параллельна оси x ; E_3F_3 параллельна оси z ; $E_2F_2 = EF$.

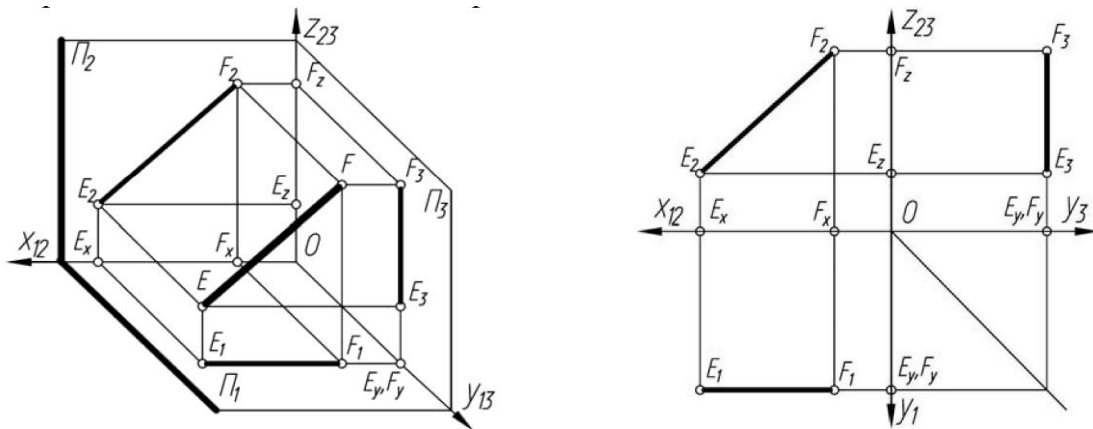


Рисунок 25. Фронталь

Прямая MN на рисунке 26 параллельна плоскости Π_3 и наклонена к плоскостям Π_1 и Π_2 . Такая прямая называется **профильной прямой**. Проекция M_2N_2 параллельна оси z ; M_2N_2 параллельна оси y .

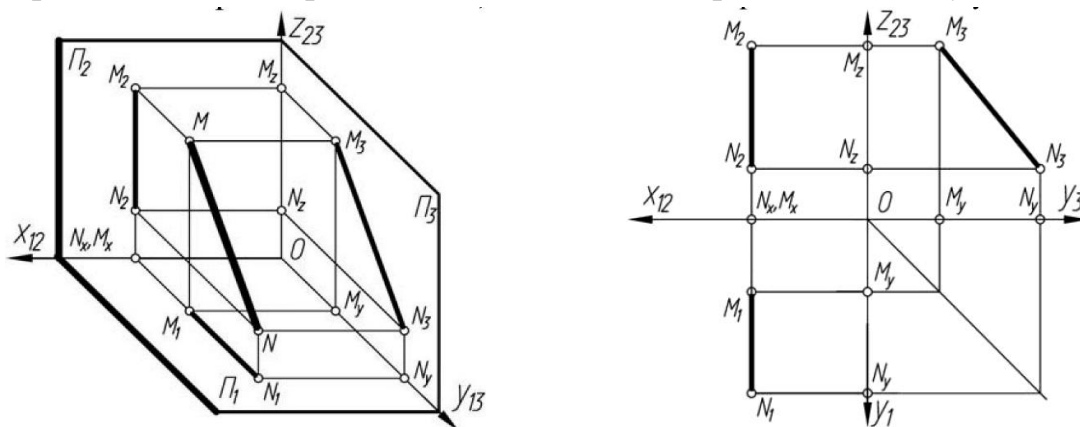


Рисунок 26. Профильная прямая

Прямые, параллельные двум плоскостям проекций, называются **проецирующими прямыми**. Они перпендикулярны третьей плоскости проекций.

13. Две проекции отрезка проецирующей прямой равны натуральной величине отрезка.

Проецирующих прямых тоже три. Прямая KL на рисунке 27 параллельна плоскостям Π_2 и Π_3 . Следовательно, она перпендикулярна плоскости Π_1 . Такая прямая называется **горизонтально-проецирующей**. Проекция KL на Π_1 – точка ($K_1 L_1$); $|K_2 L_2| = |K_3 L_3| = |KL|$.

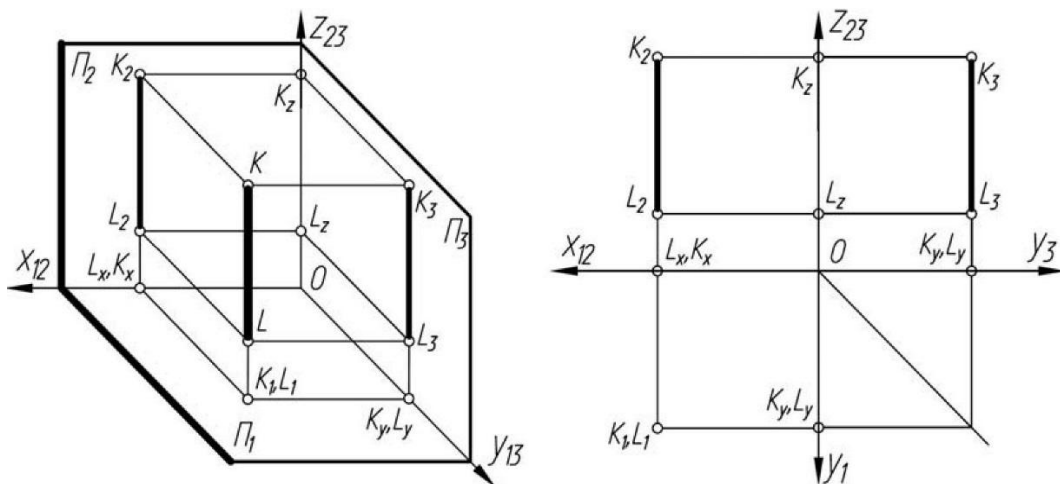


Рисунок 27. Горизонтально-проецирующая прямая

Прямая AR на рисунке 28 параллельна плоскостям Π_1 и Π_3 , следовательно, перпендикулярна Π_2 . Такая прямая называется **фронтально-проецирующей**.

Проекция AR на Π_2 – точка $(A_2 R_2)$; $|A_1 R_1| = |A_3 R_3| = |AR|$.

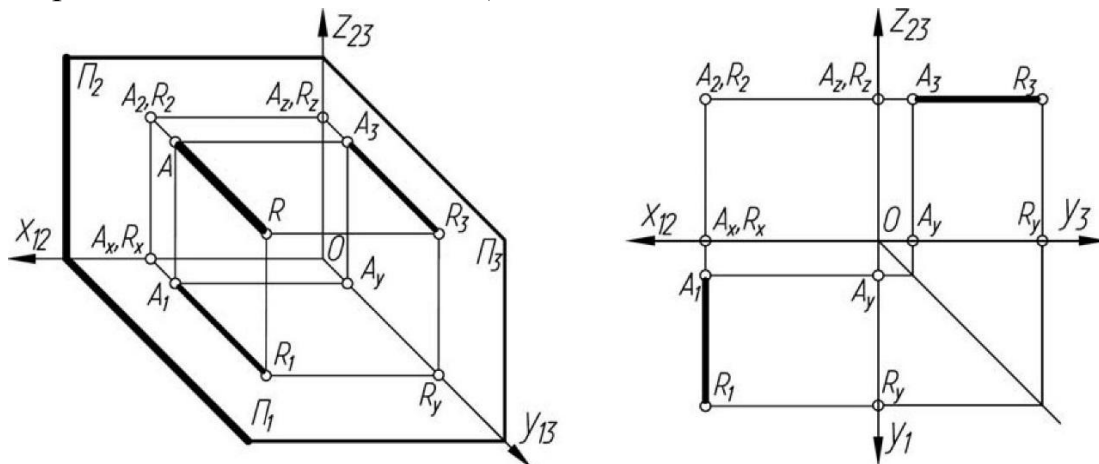


Рисунок 28. Фронтально-проецирующая прямая

И, наконец, прямая KD на рисунке 29 параллельна плоскостям Π_1 и Π_2 , следовательно, она перпендикулярна Π_3 . Такая прямая называется **профильно-проецирующей**. Проекция KD на Π_3 – точка (K_3, D_3) ; $|K_1, D_1| = |K_2, D_2| = |K, D|$.

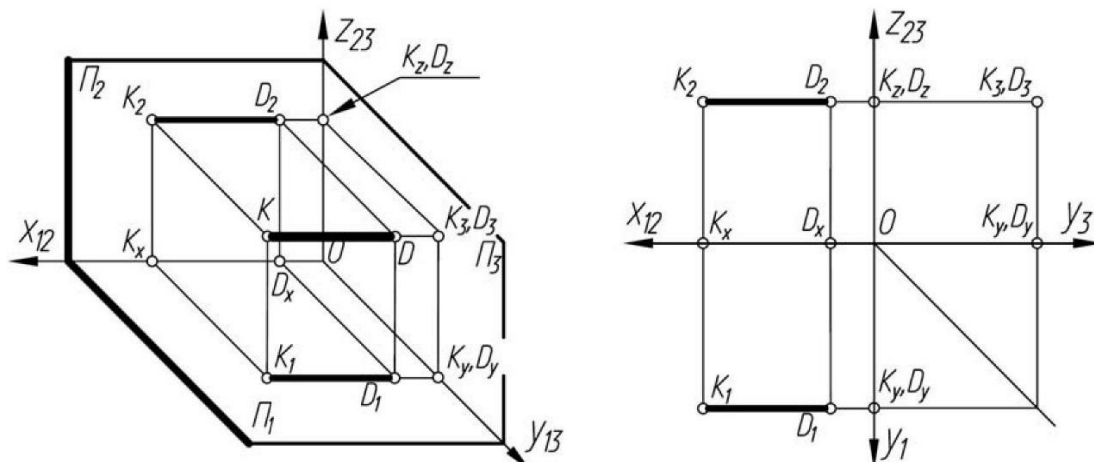


Рисунок 29. Профильно-проецирующая прямая

Послетекстовые задания.

- 4) Вставьте слова из текста (см. рисунок 22).
1. Прямая **CD** плоскости.
 2. Прямая **EF** плоскости.
 3. Прямая **AB** плоскости
- 5) Вставьте слова из текста (см. рисунки 26, 27).
1. Прямая **MN** ... плоскости **Π₃** и плоскостям **Π₁** и **Π₂**.
 2. Прямая **KL** плоскостям **Π₂** и **Π₃** и плоскости **Π₁**.
- 6) Ответьте на вопросы.
1. Что нужно сделать, чтобы построить проекцию прямой?
 2. Как изменяется величина проекции отрезка прямой?
 3. Как называется прямая **CD** (рисунок 24)?
 4. Как называется прямая **EF** (рисунок 25)?
 5. Как называется прямая **MN** (рисунок 26)?
- 7) **Домашнее задание 6.** Построить комплексный чертеж и изометрию всех возможных прямых частного положения. Определить и записать координаты их конечных точек. Задание выполнить на горизонтальном формате **A4** (без основной надписи).

Раздел 6. ТОЧКА НА ПРЯМОЙ

Предтекстовые задания.

1) Прочитайте по образцу.

$C \in AB$ – точка C принадлежит прямой AB .

$C \notin AB$ – точка C не принадлежит прямой AB .

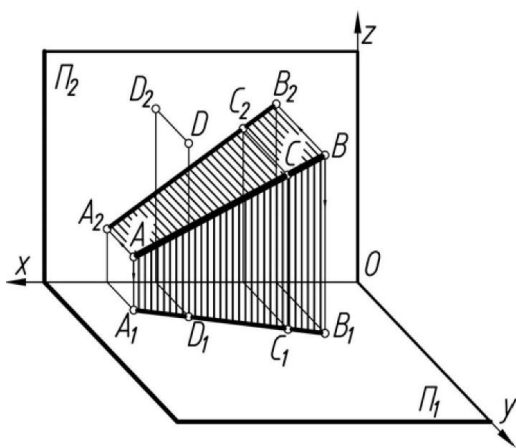
$M \in KL$ –

$B \notin MC$ – ...

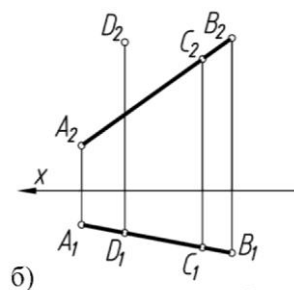
$D \in EF$ –

14. Если точка принадлежит прямой, то проекции точки лежат на проекциях этой прямой.

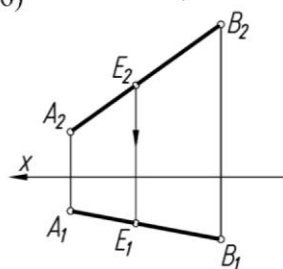
На рисунке 30, а) дана прямая AB и её проекции A_1B_1 и A_2B_2 . На прямой AB возьмём любую точку, например, точку C . Горизонтальная проекция C_1 точки C лежит на горизонтальной проекции A_1B_1 прямой AB ; фронтальная проекция C_2 точки C лежит на фронтальной проекции A_2B_2 прямой AB . На прямой AB можно взять бесконечное число точек, и проекции этих точек будут лежать на одноимённых проекциях прямой AB .



а)



б)



в)

Рисунок 30. Точка и прямая

Выражение «точка принадлежит прямой» записывают так: $C \in AB$.

Точка D не принадлежит прямой AB , хотя её горизонтальная проекция D_1 лежит на горизонтальной проекции прямой A_1B_1 .

На эпюре (рисунок 30, б)) задан отрезок AB (A_1B_1 ; A_2B_2) и точки C (C_1 ; C_2) и D (D_1 ; D_2). Проекции точки C лежат на одноимённых

проекциях отрезка AB (C_1 на A_1B_1 ; C_2 на A_2B_2). Следовательно, точка C принадлежит отрезку AB ($C \in AB$). Одна проекция точки D (D_2) не лежит на одноимённой проекции отрезка. Следовательно, точка D не принадлежит отрезку AB ($D \notin AB$).

- 3) Закончите предложения (рисунок 30).
1. Если $C \in AB$, то C_1 лежит на
 2. Если $E \in AB$, то E_2 лежит на
 3. Если $D \in AB$, то D_1 , а D_2
- 4) Решите задачи 1-2.

Задача 1. На рисунке 30, в) дана точка E_2 – фронтальная проекция точки E . Известно, что точка E принадлежит прямой AB ($E \in AB$). Требуется построить E_1 – горизонтальную проекцию точки E .

Из точки E_2 проводим линию связи (перпендикуляр к оси x) и отмечаем точку E_1 на проекции A_1B_1 . Точка E принадлежит прямой AB ($E \in AB$), т.к. точка E_1 лежит на проекции A_1B_1 , а E_2 лежит на A_2B_2 .

Задача 2. На рисунке 31 показано построение проекций точки A , принадлежащей профильной прямой MN ($MN \parallel \Pi_3$). Пусть дана A_1 – горизонтальная проекция точки A . Известно, что точка A принадлежит прямой MN ($A \in MN$). Требуется построить A_2 – фронтальную проекцию точки A (рисунок 31, а)).

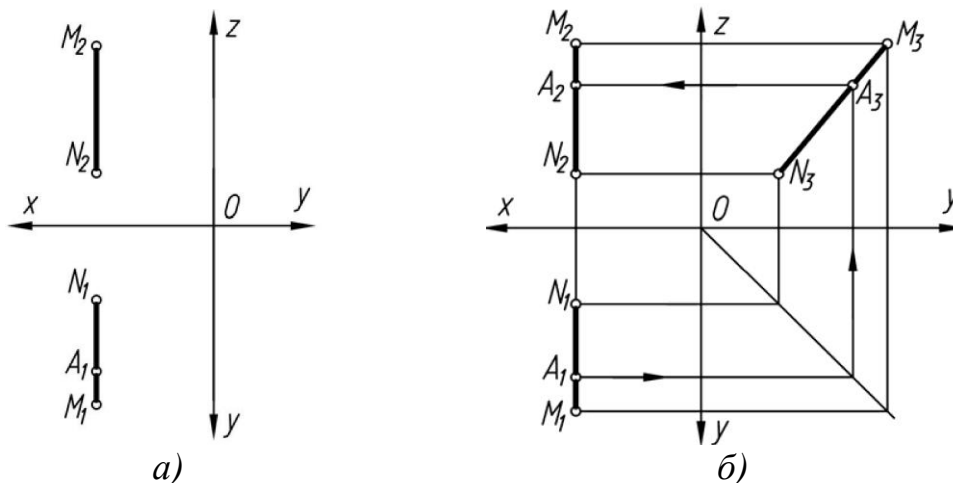


Рисунок 31. Построение проекций точки, принадлежащей профильной прямой

Построение выполнено с помощью профильной проекции M_3N_3 прямой MN (рисунок 31, б) и на чертеже показано стрелками. Точка A принадлежит прямой MN ($A \in MN$), так как точка A_1 лежит на проекции M_1N_1 , A_2 лежит на проекции M_2N_2 , A_3 – на M_3N_3 .


Раздел 7. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Предтекстовые задания.

1) Запомните словосочетания:

- Прямые параллельны – параллельные прямые.
- Прямые пересекаются – пересекающиеся прямые.
- Прямые скрещиваются – скрещивающиеся прямые.
- Прямые конкурируют – конкурирующие прямые.

2) Обратите внимание на словосочетания.

прямые  совпадают
принадлежат плоскости
имеют общую точку
не имеют общих точек

3) Прочитайте текст.

Два геометрических объекта – точка и точка, точка и прямая, две прямые, точка и плоскость, прямая и плоскость, две плоскости – могут занимать в пространстве различное взаимное положение.

Две точки могут совпадать или не совпадать.

Точка может принадлежать прямой или плоскости, либо находиться вне них.

Две прямые могут совпадать, иметь одну общую точку, не иметь общих точек (бесконечно удаленная, несобственная общая точка).

Прямая может принадлежать плоскости, иметь с ней одну общую точку или не иметь общих точек (несобственная общая точка).

Две плоскости могут либо полностью совпадать, либо иметь одну общую прямую, либо не иметь общих точек (несобственная общая прямая).

Для того чтобы выяснить взаимное положение двух геометрических элементов по их проекциям необходимо знать позиционные свойства этих проекций.

Рассмотрим две прямые.

Пересекающиеся прямые имеют одну общую точку, пусть это будет точка A . Из чертежа видно, что:

прямые пересекаются (рисунок 32, а), если точки пересечения их одноименных проекций – A_1, A_2 (и A_3) – проекционно соответствуют, то есть A_1 и A_2 лежат на одной вертикальной линии связи

(соответственно, A_2 и A_3 лежат на одной горизонтальной линии связи).

Это условие является необходимым и достаточным условием пересечения прямых.

Если точка пересечения находится в бесконечности, то прямые **параллельны**. Таким образом, **прямые параллельны в пространстве, если одноименные их проекции параллельны между собой** (рисунок 32, б)).

Пересекающиеся и параллельные прямые на одной из проекций могут совпадать, если плоскость, в которой они лежат, занимает проецирующее положение. Такие прямые будем называть конкурирующими прямыми.

Если прямые не параллельны и не пересекаются, то они называются скрещивающимися прямыми. Скрещивающиеся прямые не имеют общих точек. Будем говорить, что **прямые скрещиваются, если точки пересечения их одноименных проекций не лежат на одной линии связи** (рисунок 32, в)).

Таким образом, точки пересечения одноименных проекций скрещивающихся прямых являются двумя конкурирующими точками (их проекции совпадают на одной плоскости проекций, но различны на других).

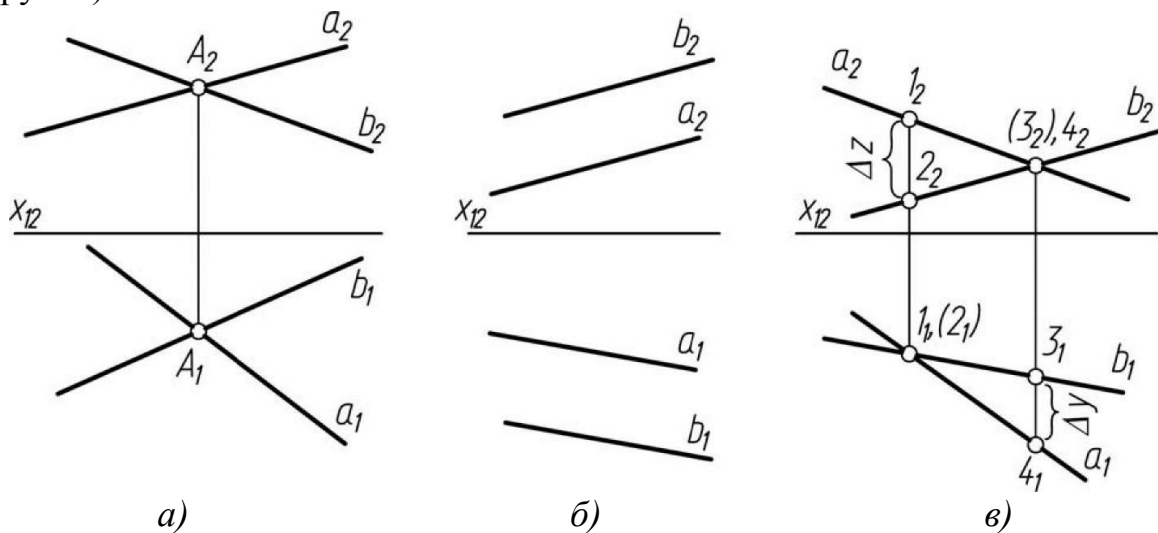


Рисунок 32. Взаимное положения прямых

С помощью конкурирующих точек определяют, какая прямая выше, какая ниже (по горизонтально-конкурирующим точкам); какая ближе к наблюдателю, какая дальше (по фронтально-конкурирующим точкам); какая левее, какая правее (по профильно-конкурирующим точкам).

- 4) Закончите предложения.
1. Пересекающиеся прямые имеют.....
 2. Скрещивающиеся прямые не имеют
- 5) Закончите предложения.
1. Если точки пересечения проекций прямых не лежат на одной линии связи, то.....
 2. Если точки пересечения проекций прямых лежат на одной вертикальной линии связи, то.....
 3. Если точка пересечения прямых находится в бесконечности, то.....

Раздел 8. ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ

Предтекстовые задания.

- 1) Запомните терминологические словосочетания:

Плоскость общего положения, плоскость частного положения;

проецирующая

горизонтально-проецирующая

фронтально-проецирующая

профильная



плоскость задана



треугольником

четырёхугольником

двумя прямыми

прямой и точкой

тремя точками

- 2) Обратите внимание на словосочетания:

натуральная величина предмета;

проекция в натуральную величину;

фигура проецируется в натуральную величину.

- 3) Замените подчеркнутые слова синонимичными словосочетаниями со словом **КОТОРЫЙ**

1. Фигура, заданная отрезком, является проекцией проецирующей плоскости.

2. Фигура, лежащая в плоскости общего положения, ни на

одну из плоскостей проекции не проецируется в натуральную величину.

3. Плоскость в пространстве может быть задана тремя точками, не лежащими на одной прямой.

15. Плоскость в пространстве может быть задана тремя точками, не лежащими на одной прямой.

Каждые две точки можно соединить прямой линией, поэтому плоскость может быть задана:

- прямой и точкой, не лежащей на этой прямой;
- двумя пересекающимися прямыми;
- двумя параллельными прямыми;
- треугольником или другой плоской фигурой.

Эпюр плоскости – это эпюр задающих плоскость точек или линий.

На рисунке 33 (а, б) дано пространственное изображение и эпюр трёх точек: $A (A_1; A_2); (B_1; B_2); C (C_1; C_2)$. Через эти точки можно провести плоскость (плоскость Ω на рисунке 33, в). На эпюре плоскость Ω задана проекциями точек A, B и C (рисунок 33, б). Это записывают так: $\Omega (A_1 A_2; B_1 B_2; C_1; C_2)$.

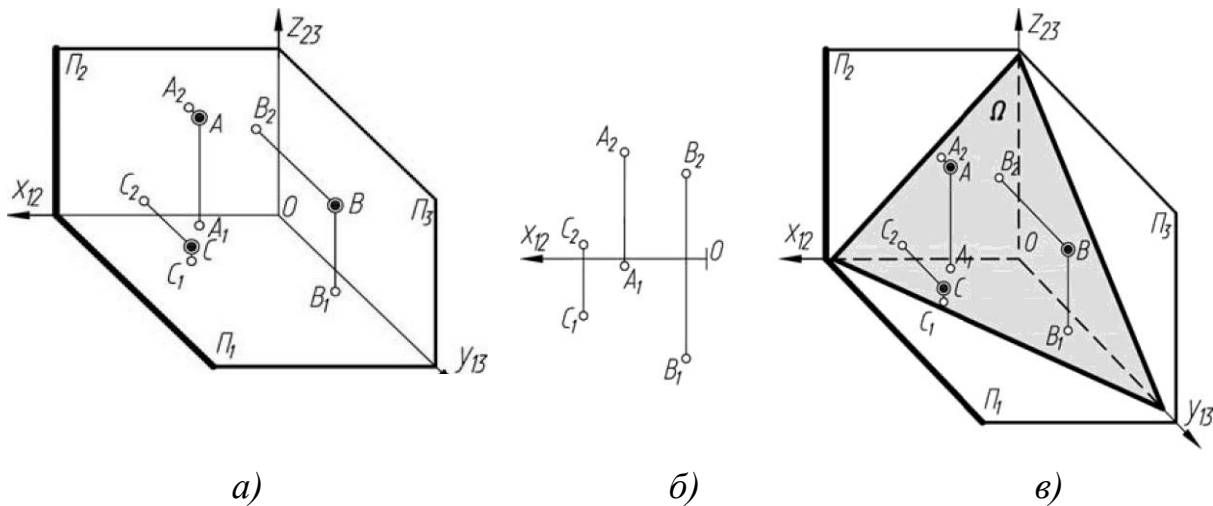


Рисунок 33. Пространственное изображение и эпюр трёх точек

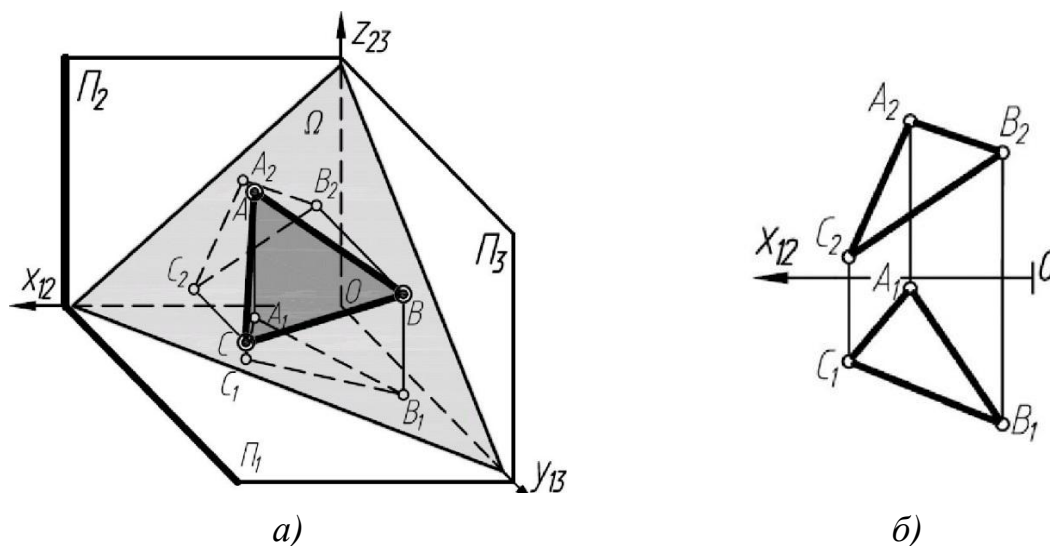


Рисунок 34. Плоскость задана треугольником

Если точки A , B и C соединить прямыми линиями, получим треугольник ABC (рисунок 34, а)). В этом случае говорят, что плоскость задана треугольником ABC . Эпюр плоскости Ω (рисунок 34, б)) – это эпюр треугольника ABC ($A_1B_1C_1$; $A_1B_1C_1$).

Плоскость может занимать общее и частное положения относительно плоскостей проекций.

8.1. ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Плоскость, которая наклонена ко всем плоскостям проекций под углами, отличными от прямого, называется **плоскостью общего положения**.

16. Фигура, лежащая в плоскости общего положения, ни на одну из плоскостей проекций не проецируется в натуральную величину.

На рисунке 35 показана плоскость общего положения Z заданная треугольником SAB . Треугольник SAB наклонён к плоскости проекций Π_1 .

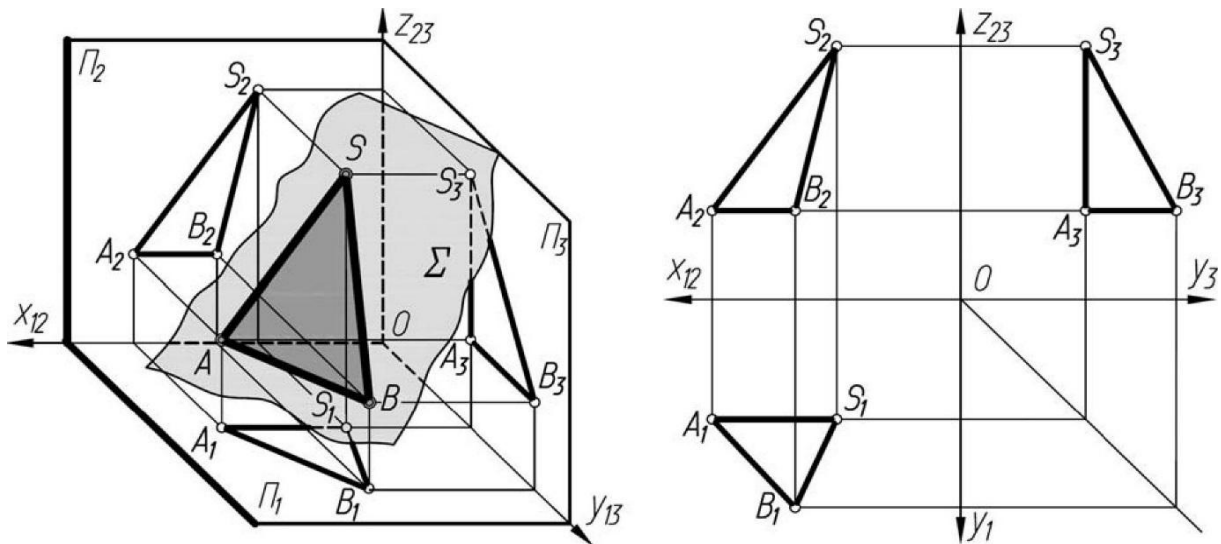


Рисунок 35. Плоскость общего положения

Хотя $AB = A_1B_1$ (12; рисунок 24), $SA > S_1A_1$ и $SB > S_1B_1$, так как SA и SB наклонены к плоскости Π_1 (11; рисунок 23). Поэтому $\Delta SAB \neq \Delta S_1A_1B_1$. Так как ΔSAB также наклонён к плоскостям проекций Π_2 и Π_3 , то $\Delta SAB \neq \Delta S_2A_2B_2$ и $\Delta SAB \neq \Delta S_3A_3B_3$. Следовательно, ни на одну из плоскостей проекций треугольник SAB не проецируется в натуральную величину.

8.2. ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Плоскости, перпендикулярные одной или двум плоскостям проекций, называются **плоскостями частного положения**.

Плоскость, перпендикулярная одной плоскости проекций, называется **проецирующей**.

17. Фигура, лежащая в проецирующей плоскости, проецируется в отрезок на ту плоскость проекций, которой перпендикулярна проецирующая плоскость.

Прямая линия, заданная этим отрезком, является проекцией проецирующей плоскости. Она определяет положение проецирующей плоскости в пространстве относительно плоскостей проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 .

Проецирующих плоскостей три. На рисунке 36 плоскость Ω (омега), заданная прямоугольником $AEFB$, перпендикулярна плоскости Π_1 .

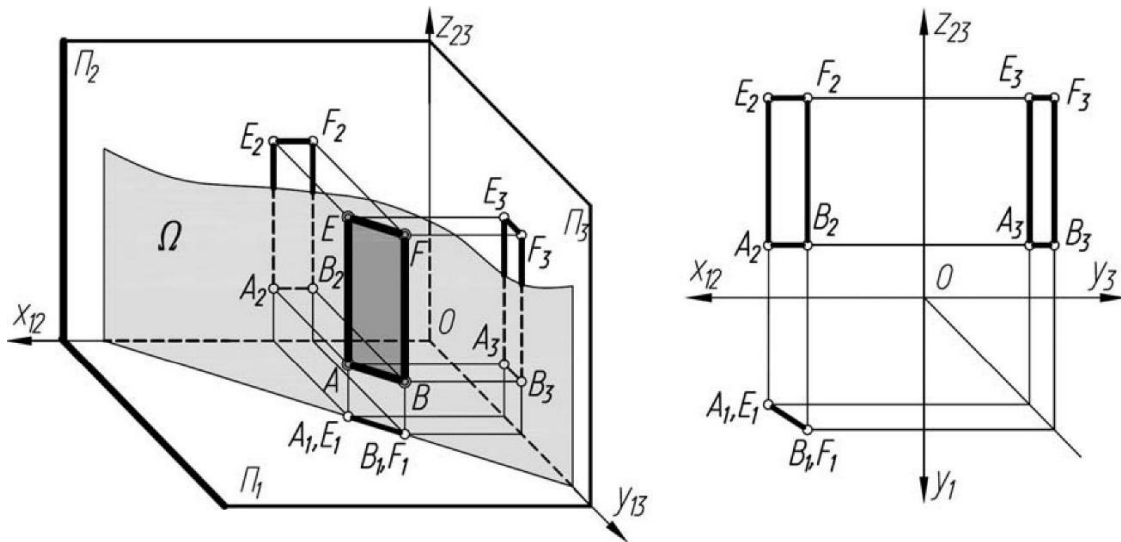


Рисунок 36. Горизонтально-проецирующая плоскость

Такая плоскость называется **горизонтально-проецирующей**. На плоскость Π_1 она проецируется в прямую. Проекция прямоугольника на Π_1 – отрезок E_1F_1 ; проекции прямоугольника на Π_2 и Π_3 – прямоугольники $A_2E_2F_2B_2$ и $A_3E_3F_3B_3$. Эти прямоугольники не равны прямоугольнику $AEFB$, т.к. стороны EF и AB на Π_2 и Π_3 не проецируются в натуральную величину (12; рисунок 24).

На рисунке 37 плоскость Σ (сигма), заданная треугольником KML , перпендикулярна плоскости Π_2 . Такая плоскость называется **фронтально-проецирующей**. На плоскость Π_2 она проецируется в прямую линию. Проекция треугольника на Π_2 – отрезок K_2M_2 .

Проекции треугольника на Π_1 и Π_3 – треугольники $K_1M_1L_1$ и $K_3M_3L_3$. Эти треугольники не равны треугольнику KML , т.к. стороны KM , KL и LM – отрезки общего положения и ни на одну из плоскостей проекций не проецируются в натуральную величину (11; рисунок 23).

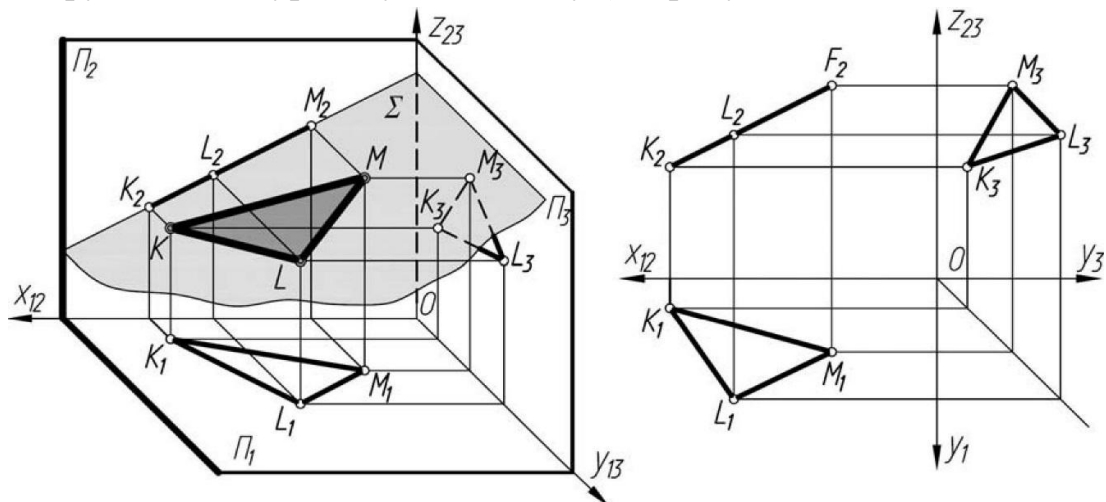


Рисунок 37. Фронтально-проецирующая плоскость

На рисунке 38 плоскость Ψ (пси), заданная треугольником SBC , перпендикулярна плоскости Π_3 . Такая плоскость называется **профильно-проецирующей**. Она проецируется на Π_3 в прямую линию. Проекция треугольника на Π_3 – отрезок S_3B_3 .

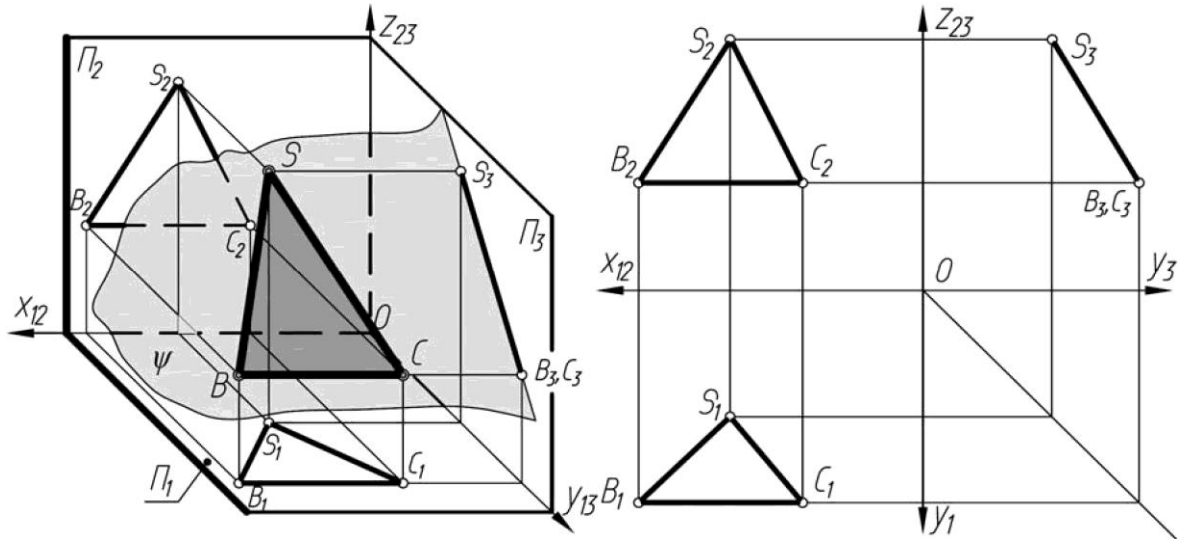


Рисунок 38. Профильно-проецирующая плоскость

Проекция треугольника на Π_1 и Π_2 – треугольники $S_1C_1B_1$ и $S_2C_2B_2$. Эти треугольники не равны треугольнику SBC , т.к. стороны SB , и SC – отрезки общего положения и ни на одну из плоскостей проекций не проецируются в натуральную величину (**11**; рисунок 23).

Плоскости, параллельные одной плоскости проекций (и перпендикулярные двум другим плоскостям проекций), называются **плоскостями уровня**. Они являются проецирующими относительно двух плоскостей проекций.

18. *Фигура, лежащая в плоскости уровня, проецируется в натуральную величину на ту плоскость проекций, которая параллельна плоскости уровня. Две другие проекции – отрезки прямых, параллельных осям проекций.*

Прямые линии, заданные этими отрезками, являются проекциями плоскости уровня. Они определяют положение плоскости уровня в пространстве.

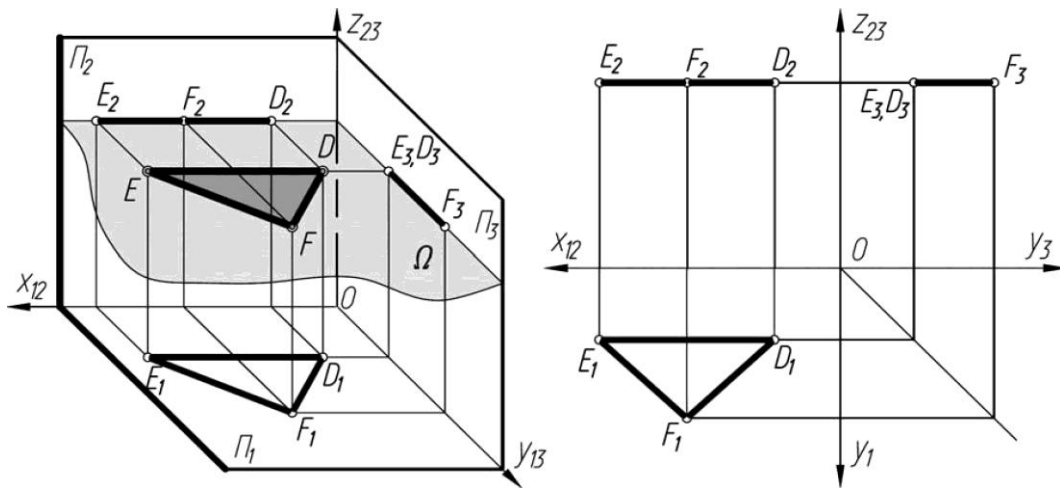


Рисунок 39. Горизонтальная плоскость

Плоскостей уровня три. На рисунке 39 плоскость Ω задана треугольником EDF . Эта плоскость параллельна плоскости Π_1 и перпендикулярна Π_2 и Π_3 . Она называется **горизонтальной**. Проекции плоскости Ω на Π_2 и Π_3 – прямые линии. Проекции треугольника EDF на Π_2 и Π_3 – отрезки E_2D_2 и E_3F_3 , параллельные соответственно осям x и y . Проекция треугольника EDF на Π_1 – треугольник $E_1D_1F_1$, равный треугольнику EDF , т.к. сторона ED (13; рисунок 29) и стороны DF и FE (12; рисунок 24) проецируются на Π_1 в натуральную величину.

На рисунке 40 плоскость Z задана прямоугольником $AEDC$. Она параллельна плоскости Π_2 и перпендикулярна Π_1 и Π_3 . Такая плоскость называется **фронтальной**. Проекции плоскости Z на Π_1 и Π_3 – прямые линии. Проекции прямоугольника на Π_1 и Π_3 – отрезки E_1D_1 и E_3A_3 , параллельные соответственно осям x и z . Проекция прямоугольника $AEDC$ на плоскость Π_2 – прямоугольник $A_2E_2D_2C_2$, равный прямоугольнику $AEDC$, т.к. стороны AE и CD (13; рисунок 26) и стороны ED и AC (13; рисунок 29) проецируются на Π_2 в натуральную величину.

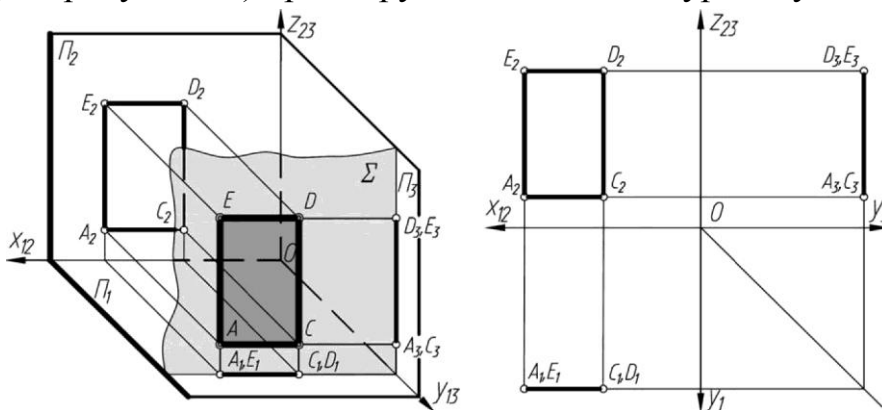


Рисунок 40. Фронтальная плоскость

На рисунке 41 плоскость Ψ , заданная квадратом $ABCD$, параллельна плоскости Π_3 и перпендикулярна Π_1 и Π_2 . Она называется **профильной**. Проекции плоскости Ψ на Π_1 и Π_2 – прямые линии. Проекции квадрата $ABCD$ на Π_1 и Π_2 – отрезки A_1D_1 и A_2B_2 , параллельные соответственно осям y и z . Проекция $ABCD$ на плоскость Π_3 – квадрат $A_3B_3C_3D_3$, равный квадрату $ABCD$, т.к. стороны AB и CD (13 ; рисунок 27) и стороны BC и AD (13 ; рисунок 28) проецируются на Π_3 в натуральную величину.

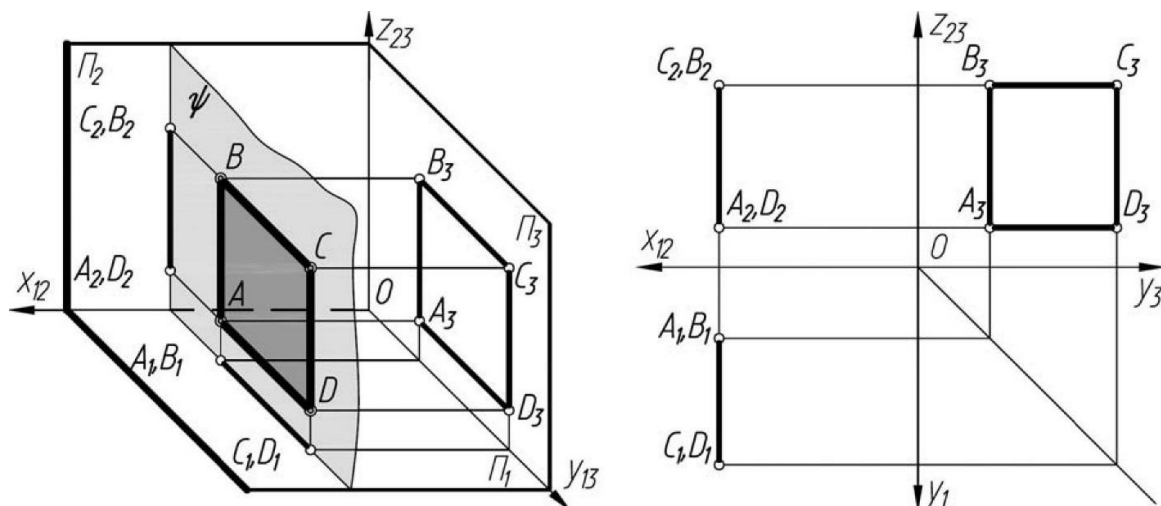


Рисунок 41. Профильная плоскость

Послетекстовые задания.


- 5) Вставьте слова из текста.
 Плоскость Ψ ... плоскости Π_3 и ... Π_1 и Π_2 рисунок 41.
 Плоскость Σ ... плоскости Π_2 и ... Π_1 и Π_3 рисунок 40.
 Плоскость Ω ... плоскости Π_1 и ... Π_2 и Π_3 рисунок 39.
- 6) Ответьте на вопросы.
1. Что такое эюр плоскости?
 2. Чем может быть задана плоскость?
 3. На какую плоскость фигура проецируется в натуральную величину?
 4. Как называется плоскость Σ ? рисунок 40.
 5. Как называется плоскость Ψ ? рисунок 38.
 6. Как называется плоскость Ω ? рисунок 36.

Раздел 9. ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

Предтекстовые задания.

1) Обратите внимание на синонимы.
Требуется = нужно, необходимо.

2) Обратите внимание на словосочетания.

Проведем линию  Из точки A
Через точку A
От точки A до точки B
В плоскости Π

3) Запомните:

19. Прямая принадлежит плоскости, если она имеет с плоскостью хотя бы две общие точки.

Если известно, что прямая принадлежит заданной плоскости, то по одной проекции прямой всегда можно построить ее вторую проекцию.

20. Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости.

4) Решите задачи 1–6.

Задача 1. На рисунке 42, а) изображена плоскость ABC ($A_1B_1C_1$; $A_2B_2C_2$) и фронтальная проекция a_2 прямой a . Известно, что прямая a принадлежит плоскости ABC ($a \in ABC$). Требуется построить горизонтальную проекцию a_1 прямой a .

Прямая a_2 пересекает прямые A_2B_2 и B_2C_2 . Отметим точки их пересечения M_2 и N_2 (рисунок 42, б)). Из точек M_2 и N_2 проведём линии связи до пересечения, соответственно, с отрезками A_1B_1 и B_1C_1 . Отметим точки M_1 и N_1 . Через эти точки проведём прямую a_1 – горизонтальную проекцию прямой a . Прямая a (a_1 ; a_2) принадлежит плоскости треугольника ABC , так как имеет с ним две общие точки: M (M_1 ; M_2) и N (N_1 ; N_2).

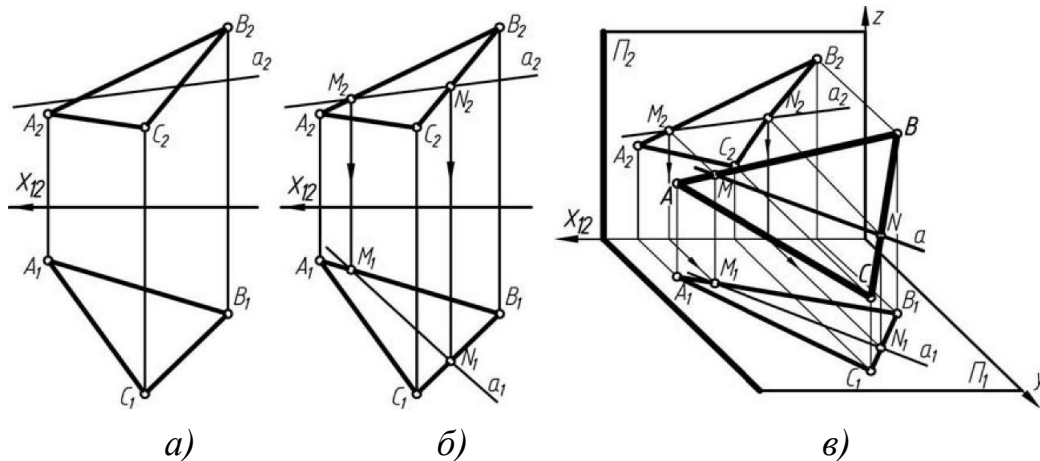


Рисунок 42. Задача 1

На рисунке 42, в) дано пространственное изображение плоскости ABC и прямой MN , принадлежащей этой плоскости.

Задача 2. Проверить, принадлежат ли прямые a ($a_1; a_2$) и b ($b_1; b_2$) плоскости ABC ($A_1B_1C_1; A_2B_2C_2$) (рисунок 43, а)).

Предположим, что прямая a принадлежит этой плоскости. В этом случае она должна иметь хотя бы две точки, принадлежащие этой плоскости.

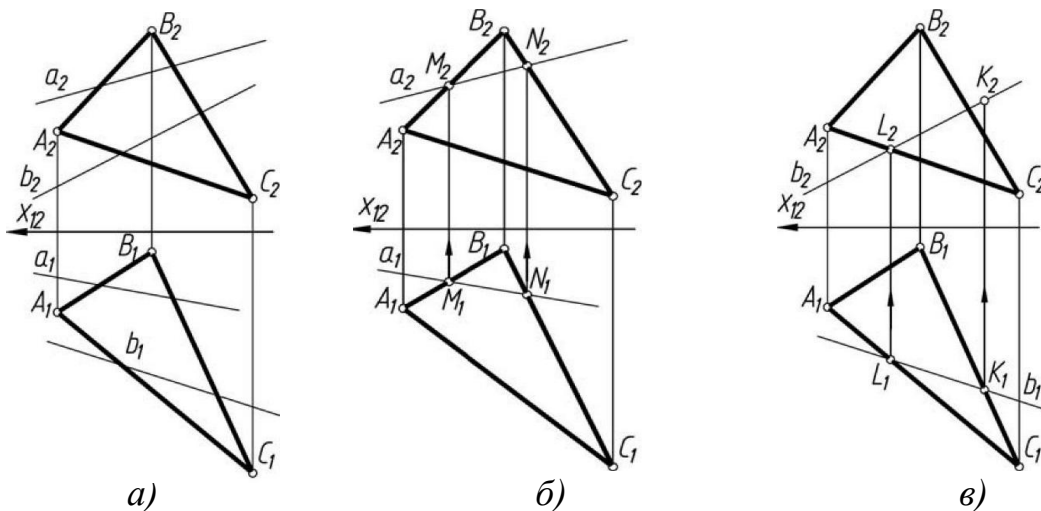


Рисунок 43. Задача 2

На эюре (рисунок 43, б)) отметим точки M_1 и N_1 – точки пересечения прямой a_1 с отрезками A_1B_1 и B_1C_1 . Из точек M_1 и N_1 проведём линии связи до пересечения с прямой a_2 и отметим точки M_2 и N_2 . Из чертежа видно, что точки M_2 и N_2 лежат на прямых A_2B_2 и B_2C_2 . Следовательно, прямая a принадлежит плоскости ABC .

Прямая b ($b_1; b_2$) не принадлежит плоскости ABC , так как имеет только одну общую точку с плоскостью ABC – точку L ($L_1; L_2$). (рисунок 43, в)).

Задача 3. На рисунке 44 изображена плоскость ABC ($A_1B_1C_1$; $A_2B_2C_2$) и горизонтальная проекция M_1 точки M . Известно, что точка M принадлежит этой плоскости. Требуется построить фронтальную проекцию M_2 точки M .

Через точку M_1 и горизонтальную проекцию любой точки треугольника, например точку A_1 , проведём прямую. Отметим точку пересечения этой прямой с отрезком B_1C_1 – точку K_1 . Через точку K_1 проведём линию связи до пересечения с отрезком B_2C_2 , отметим точку K_2 и соединим её с точкой A_2 . Итак, в плоскости треугольника ABC мы провели прямую AK (A_1K_1 ; A_2K_2).

Фронтальную проекцию M_2 точки M находим в пересечении линии связи, которая проходит от точки M_1 до прямой A_2K_2 .

Точка M (M_1 ; M_2) принадлежит плоскости ABC , так как лежит на прямой AK , принадлежащей этой плоскости (19).

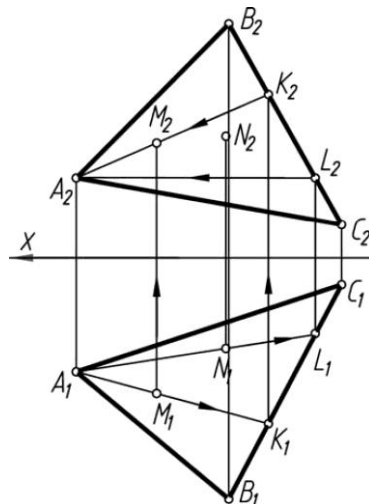


Рисунок 44. Задача 3-4

Задача 4. На том же рисунке имеется точка N (N_1 ; N_2). Нужно проверить, принадлежит ли точка N плоскости ABC .

Через точку N_1 проведём прямую A_1L_1 и найдём A_2L_2 аналогично предыдущим построениям. Из чертежа видно, что точка N не принадлежит плоскости ABC , т.к. проекция N_2 не лежит на проекции A_2L_2 отрезка AL .

Если точка принадлежит плоскости частного положения, то при построении второй проекции точки, принадлежащей этой плоскости, нет необходимости производить дополнительные построения (проводить линию в плоскости), так как одна (17) или две (18) проекции плоскости частного положения проецируются в прямые линии.

Задача 5. На рисунке 45 плоскость $ABCD$ – фронтальная. Горизонтальная и профильная проекции этой плоскости – прямые A_1B_1 и A_3D_3 . Чтобы определить горизонтальную и профильную проекции L_1 и L_3 точки L , принадлежащей плоскости $ABCD$ и заданной фронтальной проекцией L_2 , достаточно провести линии связи от точки L_2 до пересечения с отрезками A_1B_1 и A_3D_3 и отметить точки L_1 и L_3 .

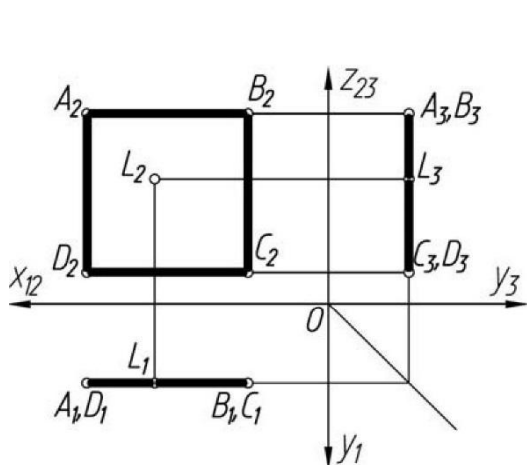


Рисунок 45. Задача 5

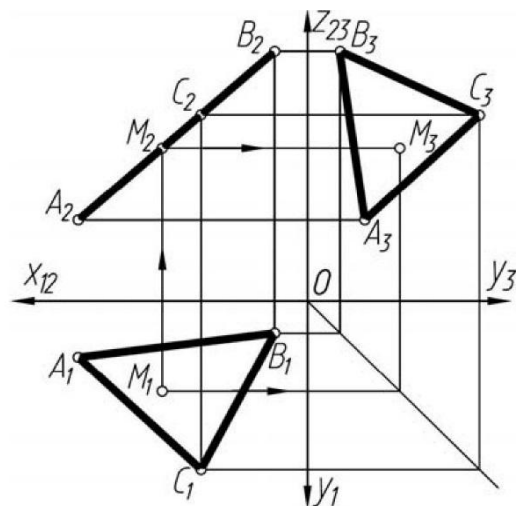


Рисунок 46. Задача 6

Задача 6. На рисунке 46 плоскость ABC перпендикулярна Π_2 . Её фронтальная проекция – прямая A_2B_2 . Чтобы определить фронтальную проекцию M_2 точки M , принадлежащей плоскости ABC и заданной горизонтальной проекцией M_1 , достаточно провести линии связи от точки M_1 до пересечения с отрезком A_2B_2 и отметить точку M_2 . Профильную проекцию M_3 находим по двум известным проекциям.

Послетекстовые задания.

- 5) Закончите предложения.
 1. $a \in ABC$, так как (рисунок 42).
 2. $b \in ABC$, так как (рисунок 43).
 3. $M \in ABC$, так как ... (рисунок 44).
 4. $N \in ABC$, так как ... (рисунок 44).

- 6) Ответьте на вопросы.
 1. Как называется проекция a_2 ? (рисунок 42).
 2. Как называется проекция M_1 ? (рисунок 44).
 3. Как называется проекция M_2 ? (рисунок 44).
 4. Как называется проекция L_2 ? (рисунок 45).

Раздел 10. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА. ОБРАЗОВАНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Предтекстовые задания.

- 1) Посмотрите на рисунки и запомните словосочетания.
Призма – призматическая поверхность
Пирамида – пирамидальная поверхность
Цилиндр – цилиндрическая поверхность
Конус – коническая поверхность
Сфера (шар) – сферическая (шаровая) поверхность
Грань – гранная поверхность
- 2) Посмотрите на рисунки и запомните терминологические словосочетания:
образующая прямая, направляющая линия,
ребро, вершина, ось вращения, полюс,
экватор, профильный меридиан,
главный (фронтальный) меридиан.
- 3) Посмотрите на рисунок 52 и запомните названия геометрических тел:
параллелепипед, цилиндр, усеченный конус.
- 4) Обратите внимание на словосочетания:
поверхность образуется; образующая линия;
образование поверхности; образованная поверхность.
- 5) Обратите внимание.
При движении прямой = когда прямая движется;
При перемещении прямой = когда прямая перемещается.
При вращении прямой = когда прямая вращается.
- 6) Прочитайте текст.
Поверхность может быть образована движением прямой или кривой линии в пространстве по определённому закону.

10.1. ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Призматическая поверхность.

Образование призматической поверхности рассмотрим на следующем примере. На рисунке 47 дана прямая AB и ломаная линия $BCDE$. Прямая AB движется по ломаной $BCDE$. При движении прямая AB остаётся параллельной своему первоначальному положению. $A'B'$ – одно из положений прямой AB при движении по ломаной $BCDE$ ($A'B' \parallel AB$).

При таком перемещении прямая AB образует **призматическую поверхность**. Прямая AB называется **образующей**. Ломаная $BCDE$ называется **направляющей**.

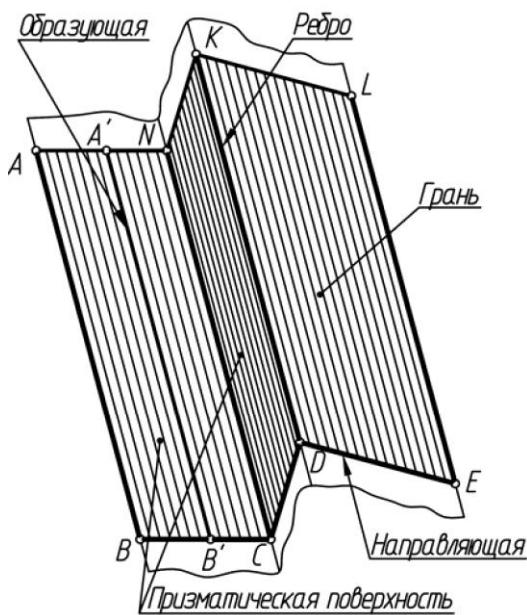


Рисунок 47. Образование призматической поверхности

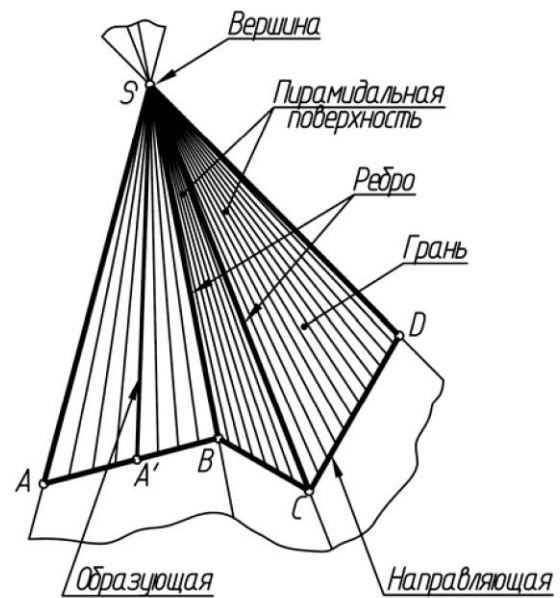


Рисунок 48 Образование пирамидальной поверхности

Части призматической поверхности между прямыми AB и NC ; NC и KD ; KD и LE называются **гранями**. Каждая грань (например, грань $ANCB$) представляет собой часть плоскости. Следовательно, **плоскость** можно рассматривать как поверхность, которая получается при перемещении образующей прямой линии по направляющей, которая является также прямой.

Грани пересекаются между собой по прямым линиям (AB , NC , KD и LE), которые называются **рёбрами**.

Прямая линия бесконечна. Поэтому поверхность, которая образована перемещением прямой линии, также бесконечна. На чертеже продолжение поверхности показано тонкими линиями.

Пирамидальная поверхность.

Образование пирамидальной поверхности рассмотрим на следующем примере. На рисунке 48 дана точка S и ломаная линия $ABCD$. Прямая SA движется по ломаной $ABCD$ (направляющей) и постоянно проходит через неподвижную точку S . При таком перемещении прямая SA образует **пирамидальную** поверхность. SA' – одно из положений прямой SA при перемещении по ломаной $ABCD$. Точка S называется **вершиной** пирамидальной поверхности. Части плоскостей SAB , SBC и SCD называются **гранями**, линии пересечения граней SA , SB , SC и SD называются **рёбрами**.

Поверхности, образованные частями пересекающихся плоскостей, называются **гранными поверхностями**. Призматическая и пирамидальная поверхности относятся к гранным поверхностям.

10.2. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Цилиндрическая поверхность образуется по тому же закону, что и призматическая, только направляющая линия не ломаная, а кривая. На рисунке 49, а) дана образующая прямая AB , которая движется по направляющей кривой BCD . Прямая AB при движении остаётся параллельной своему первоначальному положению ($A'B' \parallel AB$).

При таком перемещении прямой образуется **цилиндрическая поверхность**.

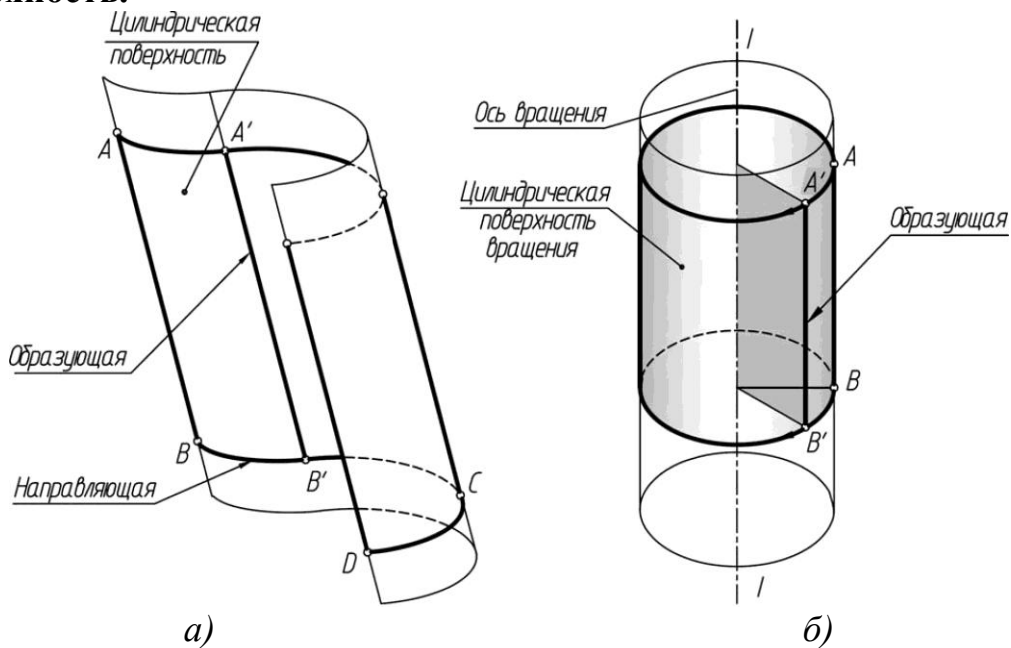


Рисунок 49. Образование цилиндрической поверхности

Прямая цилиндрическая поверхность вращения. Такую цилиндрическую поверхность можно получить, если образующую (прямую линию) вращать вокруг неподвижной оси. На рисунке 49, б даны образующая – прямая AB и неподвижная ось $I - I$ (и – и). В результате такого вращения образуется поверхность, которая называется **прямой цилиндрической поверхностью вращения**.

Коническая поверхность образуется по тем же законам, что и пирамидальная, только направляющая линия не ломаная, а кривая. На рисунке 50, а) дана образующая – прямая SA , которая движется по направляющей кривой $ABCD$. При движении она постоянно проходит через неподвижную точку S . При таком перемещении прямой образуется коническая поверхность. Точка S называется **вершиной** конической поверхности.

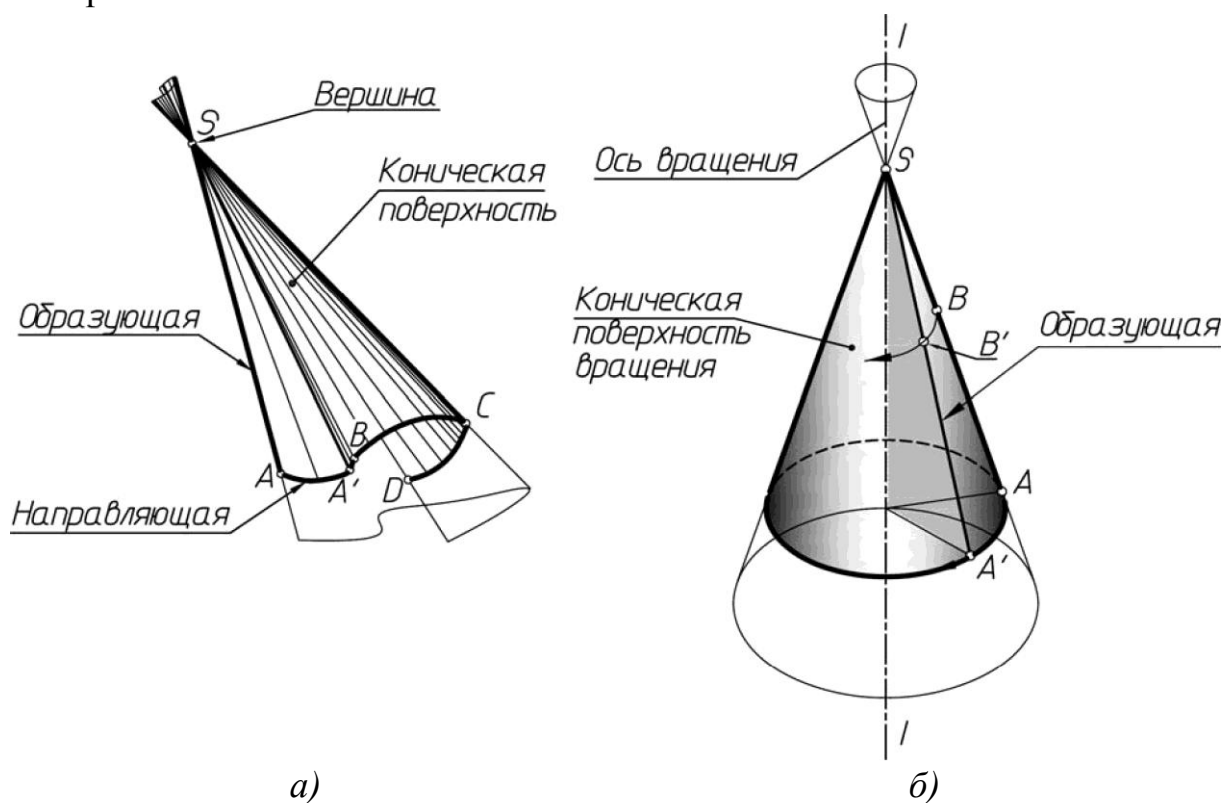


Рисунок 50. Образование конической поверхности.

Прямая коническая поверхность вращения. Такую коническую поверхность можно получить, если образующую (прямую линию) вращать вокруг неподвижной оси, которая проходит через точку S . На рисунке 50, б) даны образующая SA и ось $I - I$, которые пересекаются в точке S .

При вращении любая точка на образующей SA , например, точка B ,

опишет окружность. Эти окружности будут лежать в плоскостях, перпендикулярных оси $I - I$. В результате такого вращения образуется поверхность, которая называется **прямой конической поверхностью вращения**.

Сферическая поверхность. Сфера образуется при вращении полуокружности вокруг диаметра. На рисунке 51 дана полуокружность ABC и неподвижная ось $I - I$, которая проходит через диаметр полуокружности. Полуокружность будем вращать вокруг оси $I - I$, тогда все её точки, например, точка B , опишут окружности. Эти окружности будут лежать в плоскостях, перпендикулярных оси $I - I$. В результате такого вращения образуется поверхность, которая называется **сферой**.

*Поверхности, образованные вращением линии вокруг оси, называются **поверхностями вращения**.*

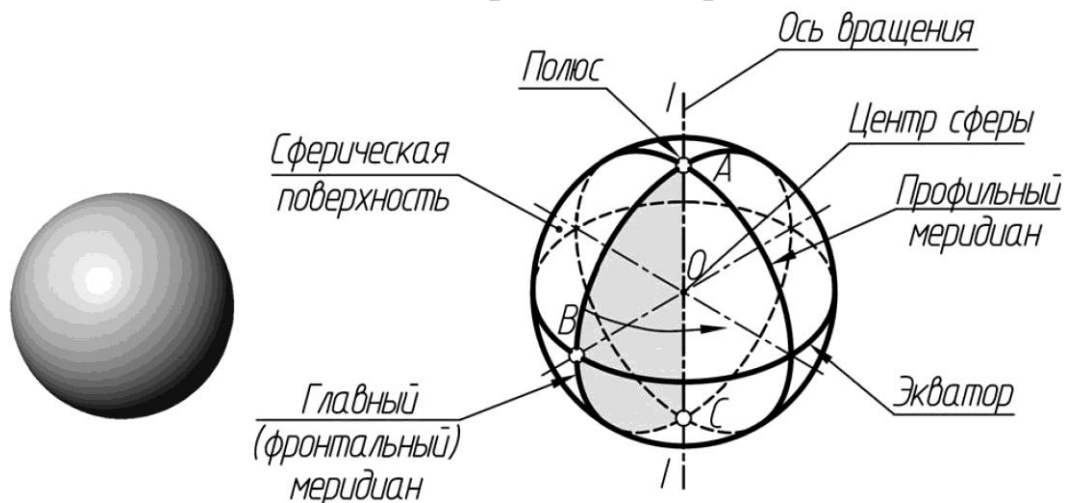


Рисунок 51. Образование сферы

21. *Геометрическим телом называется часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностью.*

Машины, станки, детали станков и машин и многие другие предметы, которые окружают нас в жизни, состоят из простейших геометрических тел. Это куб, параллелепипед, призма, пирамида, цилиндр, конус, шар и некоторые другие тела.

Чтобы правильно изобразить предмет на чертеже, надо научиться строить проекции геометрических тел. На рисунке 52 даны простейшие геометрические тела и показаны их элементы. Призма и пирамида относятся к многогранникам. Прямые цилиндр, конус и шар относятся к

телам вращения.

На рисунке 53 показана техническая деталь. Она состоит из прямоугольного параллелепипеда (1), двух полуцилиндров (2) и усечённого конуса (3). В центре детали имеется отверстие в форме цилиндра (4). Следовательно, чтобы лучше понять форму детали, её надо мысленно разделить на простейшие геометрические тела. Проецирование геометрических тел сводится к проецированию их элементов: точек и линий.

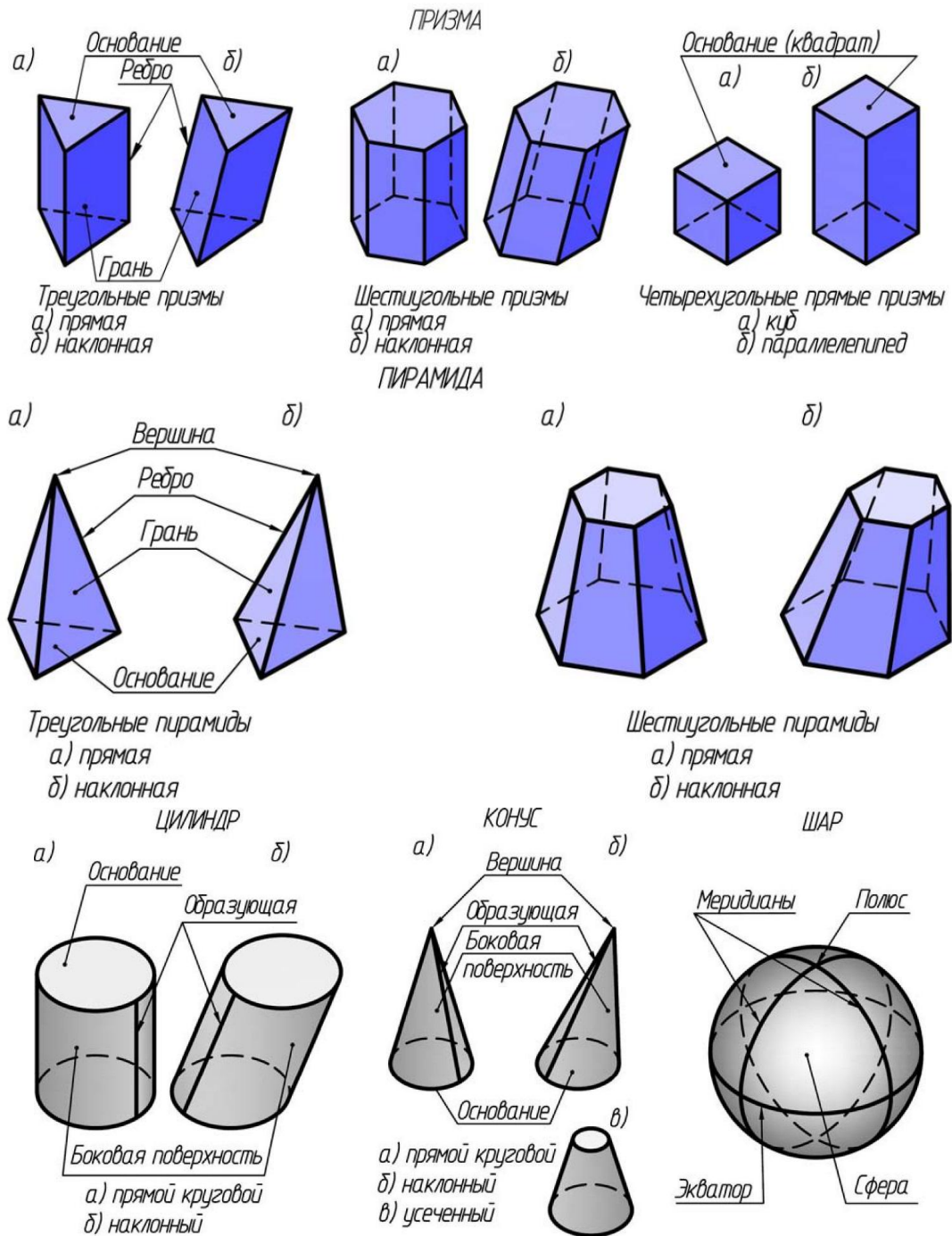


Рисунок 52. Образование поверхностей

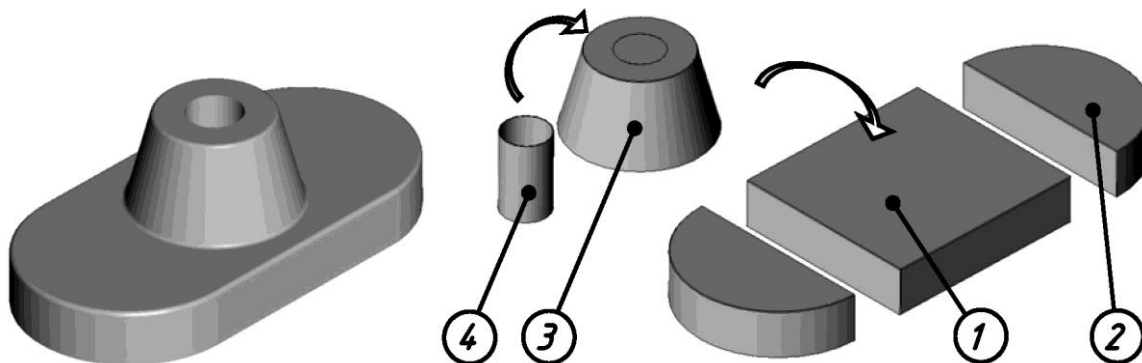
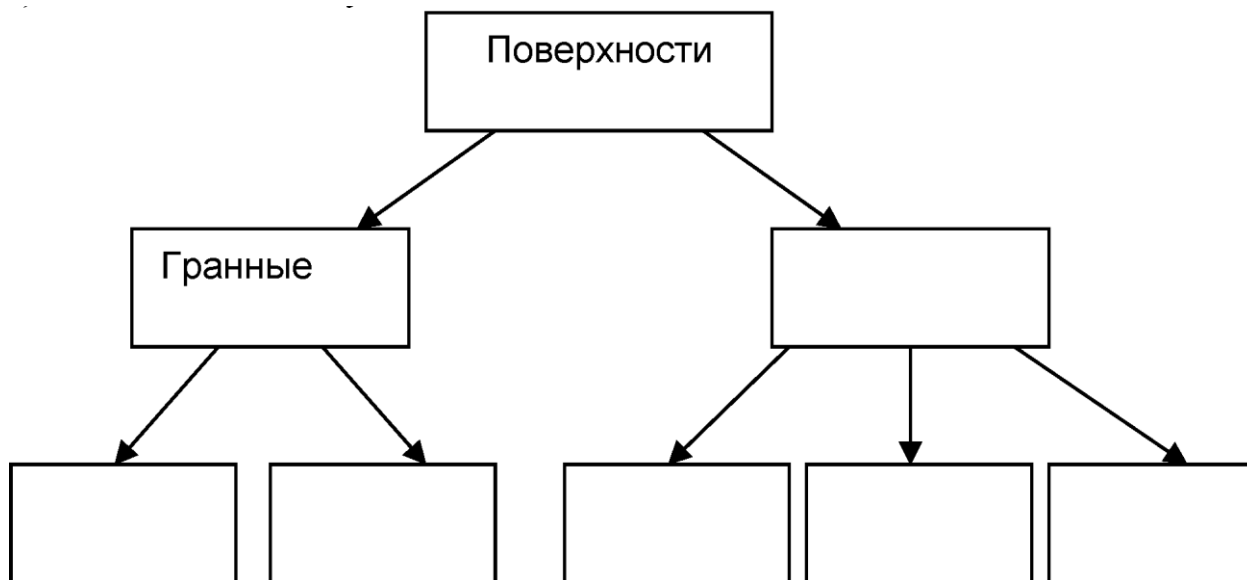


Рисунок 53 Техническая деталь

Послетекстовые задания.

7) Заполните схему.



8) Вставьте слова из текста.

1. Грани между собой по прямым линиям.
2. Прямая по ломаной линии.
3. Сфера при вращении полуокружности вокруг диаметра.
4. Призма и пирамида к многогранникам.

9) Задание 9. Ответьте на вопросы.

1. Как называются линии *AB*, *NC*, *KD*? (рисунок 47).
2. Как называется точка *S*? (рисунок 50).
3. Как называется прямая *AB*? (рисунок 47).
4. Какие простейшие поверхности вы знаете?
5. Какие геометрические тела вы знаете?

Раздел 11. РАСПОЛОЖЕНИЕ ТЕЛ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Предтекстовые задания.

- 1) Запомните термины:
элементы тела: ребро, грань, ось, вершина,
основание, горизонтальная проекция тела,
фронтальная проекция тела, профильная проекция тела.
Контур тела = очерк тела.
- 2) Обратите внимание на антонимичные словосочетания.
видимые элементы тела \neq невидимые элементы тела.
видимая точка \neq невидимая точка.
 $\circ M \quad \bullet(N)$ или $\times(N)$
- 3) Прочитайте текст.

Тела располагают относительно плоскостей проекций по возможности так, чтобы их основные элементы (рёбра, грани, оси, основания) были параллельны или перпендикулярны плоскостям проекций. Тогда на одну из плоскостей проекций эти элементы будут проецироваться в натуральную величину. На рисунке 190, а) геометрическое тело (призма) расположено относительно плоскостей проекций так, что её основные элементы параллельны или перпендикулярны плоскостям проекций.

Горизонтальная проекция тела – это вид тела сверху в направлении стрелки *I*. Фронтальная проекция тела – это вид тела спереди в направлении стрелки *II*. Профильная проекция тела – это вид тела слева в направлении стрелки *III*.

На чертеже чертят только те линии, которые являются видимой границей тела или его частей. Такие линии называются **очерком** или **контуром**.

При проецировании тел необходимо определить элементы тела, которые будут видимы при взгляде на них в направлении, перпендикулярном плоскостям *II*₁, *II*₂ и *II*₃.

Все элементы тела, которые мы видим, если смотрим на тело сверху (в направлении стрелки *I*), изображаются видимыми на плоскости *II*₁. Поэтому на *II*₁ будет изображено видимым только верхнее основание тела

(в данном случае призмы) – треугольник DEF . Нижнее основание призмы – треугольник $A_1B_1C_1$ – невидимо (обозначения точек – в скобках).

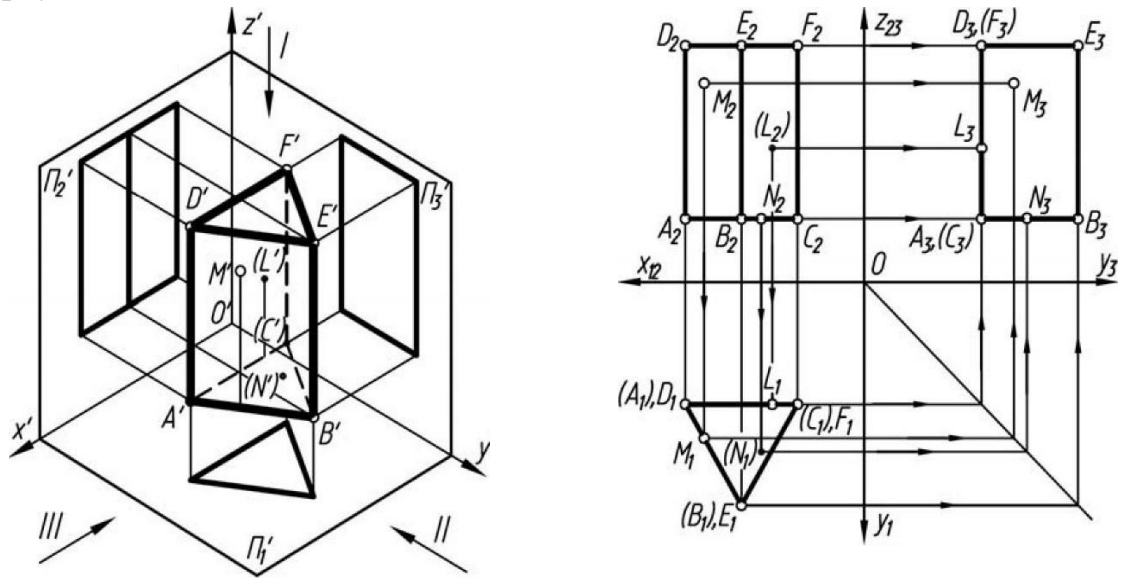


Рисунок 54. Проекция призмы

Все элементы тела, которые мы видим, если смотрим на тело спереди (в направлении стрелки II), изображаются видимыми на плоскости Π_2 . Поэтому на Π_2 грани $ABED$ и $BCFE$ будут изображены видимыми, а грань $ADFC$ – невидимой.

Все элементы тела, которые мы видим, если смотрим на тело слева (в направлении стрелки III), изображаются видимыми на плоскости Π_3 . Поэтому на Π_3 грань $ABED$ будет изображена видимой, а грань $BCFE$ – невидимой.

Проекция видимого очерка тел и их частей чертят сплошными основными линиями (линиями видимого контура). Проекция невидимого очерка тел чертят штриховыми линиями (линиями невидимого контура).

Иногда нужно построить проекции точек, лежащих на поверхности тела. Видимые точки мы будем условно обозначать светлым кружком, невидимые – чёрным. Обозначения невидимых точек будем писать в скобках. Например: $\circ M$ – видимая точка, $\bullet (N)$ – невидимая точка.

Послетекстовые задания.

- 4) Закончите предложения.
 1. Фронтальная проекция – это
 2. Горизонтальная проекция – это
 3. Профильная проекция – это


- 5) Ответьте на вопросы.
1. Какая линия называется контуром?
 2. Какими линиями чертят проекции видимого очерка тел?
 3. Какими линиями чертят проекции невидимого очерка тел?
 4. Как обозначаются видимые и невидимые точки?

Раздел 12. ПРИЗМА

Предтекстовые задания.


- 1) Запомните терминологические словосочетания.

основание
боковая
поверхность
грань
ребро



призмы

прямая
наклонная
правильная
треугольная
четырёхугольная



призма

- 2) Прочитайте текст. Ответьте на вопрос: Что такое призма?

22. Призма – это геометрическое тело, ограниченное призматической поверхностью и двумя взаимно параллельными плоскостями (см. рисунок 52).

Призматическая поверхность называется **боковой поверхностью** призмы; части двух параллельных плоскостей – **основаниями**. Вся поверхность призмы состоит из частей плоскостей, которые называются **гранями**. Линии пересечения граней призмы называются **рёбрами**. Рёбра призмы разделяются на **боковые рёбра** и **рёбра основания**. Призма называется **прямой**, если боковые рёбра перпендикулярны основанию. Если боковые рёбра наклонены к основанию, такая призма называется **наклонной**. Основанием призмы может быть правильный многоугольник.

Тогда призма называется **правильной**. По форме основания призмы бывают **треугольными, четырёхугольными, пятиугольными** и т.д.

12.1. ПРОЕКЦИИ ПРИЗМЫ

Чтобы построить проекции призмы, надо знать форму и размеры её оснований, высоту и положение призмы относительно плоскостей проекций.

На рисунке 54, *a*) изображена прямая правильная треугольная призма $ABCDEF$. Длина ребра основания равна **25** мм, длина бокового ребра равна **35** мм.

Расположим призму относительно плоскостей проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 так, чтобы основания призмы были параллельны Π_1 , а задняя грань боковой поверхности была параллельна Π_2 . Расстояние от плоскости Π_1 до нижнего основания призмы примем равным **20** мм.

Горизонтальная проекция нижнего основания – треугольник $A_1B_1C_1$, который на Π_1 проецируется в натуральную величину (см. рисунок 39). Фронтальная и профильная проекции этого треугольника – отрезки, соответственно параллельные осям x и y .

Так как верхнее основание призмы (треугольник DEF) также параллельно Π_1 , то на плоскость Π_1 оно проецируется в натуральную величину. Горизонтальная проекция треугольника DEF совпадает с горизонтальной проекцией треугольника ABC , так как призма $ABCDEF$ – прямая и её боковые рёбра DA , FC и EB перпендикулярны основаниям и плоскости Π_1 ; фронтальная и профильная проекции основания EFD отрезки, соответственно параллельные осям x и y .

Задняя грань призмы (прямоугольник $ADFC$) – это часть плоскости, параллельной Π_2 (см. рисунок 40). На плоскость Π_2 грань $ADFC$ проецируется в натуральную величину. Проекция этой грани на плоскостях Π_1 и Π_3 – отрезки, параллельные осям x и z .

Передние грани призмы (прямоугольники $ABED$ и $BCFE$) – это отсеки плоскостей, перпендикулярные Π_1 (см. рисунок 36). Проекция граней на плоскости Π_1 – отрезки; на плоскостях Π_2 и Π_3 – прямоугольники. Ни на одну плоскость проекций эти грани не проецируются в натуральную величину.

Итак, проекция призмы на плоскость Π_1 – треугольник; на Π_2 – два прямоугольника; на Π_3 – прямоугольник.

Чтобы построить эпюр призмы, из произвольной точки O проведём

взаимно-перпендикулярные оси x , y и z (рисунок 54, б)). На плоскости Π_1 построим равносторонний треугольник с длиной стороны 25 мм – горизонтальную проекцию призмы. Сторона A_1C_1 этого треугольника должна быть параллельна оси x (по условию задачи). Обозначим вершины треугольника буквами A_1 , B_1 , C_1 и D_1 , E_1 , F_1 . Верхнее основание (треугольник DEF) на плоскости Π_1 изображается видимым, а нижнее (треугольник ABC) – невидимым.

На плоскости Π_2 строим два прямоугольника – фронтальную проекцию призмы. Из точек A_1 , B_1 и C_1 проведём линии связи, перпендикулярные оси x , и отметим точки A_2 , B_2 и C_2 . Расстояние от оси x до этих точек равно 20 мм (по условию задачи). На линиях связи от точек A_2 , B_2 и C_2 отложим 35 мм (высоту бокового ребра призмы) и отметим точки D_2 , E_2 , F_2 . Соединив эти точки прямыми линиями, получим прямоугольники: $A_2B_2E_2D_2$ и $B_2E_2F_2C_2$ – фронтальные проекции передних граней призмы и прямоугольник $A_2D_2F_2C_2$ – фронтальную проекцию задней грани. Передние грани на плоскости Π_2 изображаются видимыми, задняя грань – невидимой.

На плоскости Π_3 строим прямоугольник $A_3B_3E_3D_3$ – профильную проекцию призмы. Построения на рисунке 54, б) указаны стрелками. Грань $ABED$ на Π_3 изображается видимой, грань $BCFE$ – невидимой.

Послетекстовые задания.

- 3) Вставьте слова из текста.
 1. Поверхность призмы из отсеков плоскостей, которые называются гранями.
 2. Ребра призмы на боковые ребра и ребра основания.
 3. Чтобы эюр призмы, из произвольной точки O проведем взаимно-перпендикулярные оси.
- 4) Решите задачи 1–3.

12.2. ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ

Задача 1. Пусть точка M лежит на $ABED$ – передней боковой грани призмы. Она задана проекцией M_2 и изображена светлым кружком, так как грань $ABED$ на плоскости Π_2 изображена видимой. Требуется построить горизонтальную (M_1) и профильную (M_3) проекции точки M .

M_1 должна лежать на горизонтальной проекции грани $ABED$ – отрезке D_1E_1 . Из точки M_2 проведём линию связи, перпендикулярную оси

x до пересечения с отрезком D_1E_1 и отметим точку M_1 . Точку M_3 находим по двум известным проекциям M_1 и M_2 (см. рисунок 10). Она лежит на профильной проекции грани $ABED$ и изображается видимой.

Задача 2. Пусть дана N_1 – горизонтальная проекция точки N . Известно, что точка N лежит на нижнем основании призмы. На плоскости Π_1 точка N изображена невидимой, поэтому на чертеже она обозначена чёрным кружком. Фронтальная проекция N_2 точки N должна лежать на фронтальной проекции нижнего основания призмы. Из точки N_1 проведём линию связи, перпендикулярную оси x , до пересечения с отрезком A_2C_2 и отметим точку N_2 . Точку N_3 находим по двум известным проекциям N_1 и N_2 (см. рисунок 10). Она лежит на профильной проекции основания ABC – отрезке A_3B_3 .

Задача 3. Пусть дана L_2 – фронтальная проекция точки L . Известно, что точка L лежит на грани $ADFC$, поэтому на плоскости Π_2 точка L изображена невидимой. Горизонтальная проекция L_1 точки L должна лежать на горизонтальной проекции грани $ADFC$ (см. рисунок 45); профильная проекция L_3 точки L – на профильной проекции грани $ADFC$. Из точки L_2 проведём линию связи, перпендикулярную оси x , до пересечения с отрезком D_1F_1 и отметим точку L_1 . Точку L_3 находим по двум известным проекциям L_1 и L_2 . Построение проекций точек на рисунке 54, б) указано стрелками.

Раздел 13. ПИРАМИДА

Предтекстовые задания.

- 1) Составьте предложения по модели
ЧТО (*и. п.*) НАЗЫВАЕТСЯ ЧЕМ (*т.п.*).
 1. Боковая поверхность пирамиды называется
(пирамидальная поверхность).
 2. Часть плоскости, пересекающая пирамидальную поверхность, называется (основание).
 3. Линии пересечения граней называются (ребра).
 4. Перпендикуляр, опущенный из вершины на плоскость основания, называется (высота).
 5. Если основание пирамиды – правильный многоугольник и высота пирамиды проходит через его центр, пирамида называется (правильная).

- 2) Прочитайте текст.
Найдите ответ на вопрос: Что такое пирамида?

24. Пирамида – это геометрическое тело, ограниченное замкнутой пирамидальной поверхностью и плоскостью, которая не проходит через её вершину (рисунок 188).

Пирамидальная поверхность называется **боковой поверхностью пирамиды**. Часть плоскости, пересекающей пирамидальную поверхность, называется **основанием**. Линии пересечения граней называются **рёбрами**. Рёбра пирамиды разделяются на **боковые** и **рёбра основания**. Боковые рёбра сходятся в одной точке – **вершине**. Перпендикуляр, опущенный из вершины на плоскость основания, называется **высотой** пирамиды. Если основание пирамиды – правильный многоугольник и высота пирамиды проходит через его центр, пирамида называется **правильной**. Пирамиды по форме основания бывают **треугольные, четырёхугольные, пятиугольные** и т.д.

13.1. ПРОЕКЦИИ ПИРАМИДЫ

На рисунке 55, а) изображена прямая правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$. Ребро основания пирамиды равно 10 мм, высота пирамиды 25 мм.

Расположим пирамиду относительно плоскостей проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 так, чтобы её основание было параллельно Π_1 , а грани BSC и FSE перпендикулярны Π_3 . Расстояние от плоскости Π_1 до основания примем равным 15 мм.

Горизонтальная проекция пирамиды – правильный шестиугольник, состоящий из шести треугольников (рисунок 55, б)). Шестиугольник $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – проекция основания. Так как основание пирамиды параллельно Π_1 , то $A_1B_1C_1D_1E_1F_1 = ABCDEF$ (см. рисунке 39). Треугольники $A_1S_1B_1$, $B_1S_1C_1$ и т.д. – горизонтальные проекции боковых граней. Вершина S проецируется в центр шестиугольника, так как пирамида правильная.

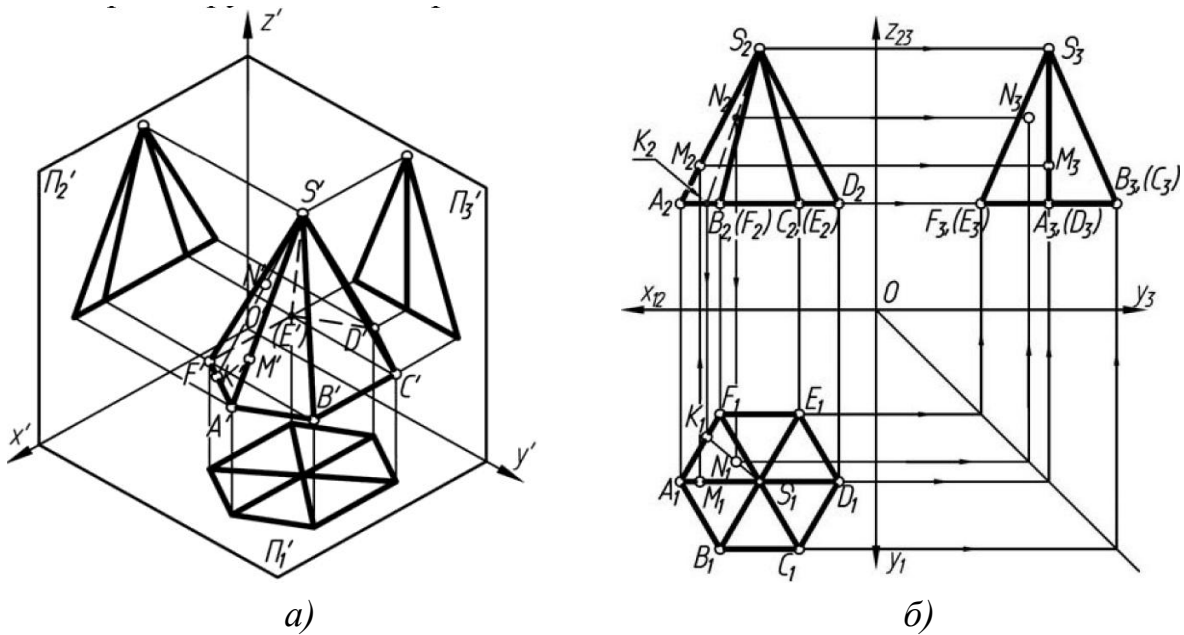


Рисунок 55. Проекция пирамиды

На плоскости Π_1 вершина S и боковая поверхность пирамиды изображаются видимыми. Основание – невидимым.

Фронтальная проекция пирамиды – треугольник $A_2S_2D_2$. Он состоит из трёх треугольников. Эти треугольники – фронтальные проекции граней пирамиды. Ни одна грань на плоскость Π_2 не проецируется в натуральную величину. Два ребра пирамиды SA и SD – отрезки, параллельные Π_2 . Поэтому на плоскость Π_2 они проецируются в натуральную величину ($S_2A_2 = SA$; $S_2D_2 = SD$). Высота треугольника $A_2S_2D_2$ равна высоте пирамиды (25 мм), т. к. высота пирамиды параллельна плоскости Π_2 и проецируется на неё в натуральную величину.

На плоскости Π_2 передняя половина боковой поверхности пирамиды (грани ASB , BSC , CSD) изображается видимой; задняя половина боковой поверхности (грани FSA , FSE , ESD) – невидимой.

Профильная проекция пирамиды – треугольник $F_3S_3B_3$. Он состоит из двух треугольников. Эти треугольники – проекции граней FSA , ASB , ESD и DSC . Грани BSC и FSE – перпендикулярны плоскости Π_3 . На Π_3 они проецируются в отрезки прямых линий (см. рисунок 38). Отрезок S_3B_3 – проекция грани BSC ; отрезок F_3S_3 – проекция грани FSE . Высота треугольника $F_3S_3B_3$ равна высоте пирамиды (на плоскость Π_3 высота пирамиды проецируется в натуральную величину).

На плоскости Π_3 грани ASB и ASF изображаются видимыми; грани ESD и DSC – невидимыми.

13.2. ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ ПИРАМИДЫ

На рисунке 55, б) дана горизонтальная проекция M_1 точки M , лежащей на ребре SA . Мы знаем, что, если точка лежит на прямой, то проекции точки лежат на одноимённых проекциях этой прямой (см. 14, рисунок 30). Поэтому из точки M_1 проведём линию связи до пересечения с фронтальной проекцией S_2A_2 ребра SA . Отметим точку M_2 – фронтальную проекцию точки M . Профильная проекция M_3 точки M лежит на профильной проекции S_3A_3 ребра SA . Порядок построения точки M_3 указан на чертеже стрелками.

На том же рисунке дана фронтальная проекция N_2 точки N . Известно, что точка N лежит на грани SAF . Чтобы построить горизонтальную проекцию N_1 , через точку N проведём вспомогательную прямую SK . Этот способ мы использовали при построении второй проекции точки в плоскости треугольника (см. 20, рисунок 44), поэтому через точку N_2 проведём отрезок S_2K_2 . Найдём горизонтальную проекцию K_1 точки K . Для этого из точки K_2 проведём линию связи до пересечения с отрезком A_1F_1 и отметим точку K_1 . Соединив точки S_1 и K_1 прямой линией, получим горизонтальную проекцию S_1K_1 отрезка SK . Точка N_1 должна лежать на отрезке S_1K_1 . Из точки N_2 проведём линию связи до пересечения с отрезком S_1K_1 и отметим точку N_1 – горизонтальную проекцию точки N .

Профильную проекцию N_3 точки N находим по двум известным проекциям N_1 и N_2 . Точка N_3 лежит на профильной проекции $S_3A_3F_3$ грани SAF . На плоскостях Π_1 и Π_3 точка N изображается видимой.

3) Посмотрите на рисунке 55 и вставьте в предложения необходимые слова.

Слова для справок: соединим, найдем, проведем, отметим

1. Через точку N_2 ... отрезок S_2K_2 .
2. ... горизонтальную проекцию K_1 точки K .
3. точки S_1 и K_1 прямой линией.
4. ... точку N_1 .

Раздел 14. ЦИЛИНДР

Предтекстовые задания.

1) Запомните словосочетания.

прямой
прямой круговой > цилиндр

2) Обратите внимание на словосочетания.

цилиндр проецируется < в круг
в прямоугольник;
боковая поверхность проецируется в окружность;
основание цилиндра проецируется в отрезок.

3) Прочитайте текст.

Найдите ответ на вопрос: Что такое цилиндр?

25. Цилиндр – это геометрическое тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью и двумя пересекающимися её взаимно параллельными плоскостями, которые не параллельны образующей (рисунок 52).

Цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра. Части плоскостей, которые пересекают цилиндрическую поверхность, называются основаниями. Если образующие цилиндрической поверхности перпендикулярны плоскостям оснований, цилиндр называется прямым.

Если основания прямого цилиндра круги, цилиндр называется прямым круговым.

14.1. ПРОЕКЦИИ ЦИЛИНДРА

На рисунке 56 изображён прямой круговой цилиндр *ABCDEFK*. Диаметр основания цилиндра равен **20** мм, высота цилиндра равна **25** мм. Основания параллельны плоскости Π_1 . Расстояние от Π_1 до нижнего основания равно **12** мм.

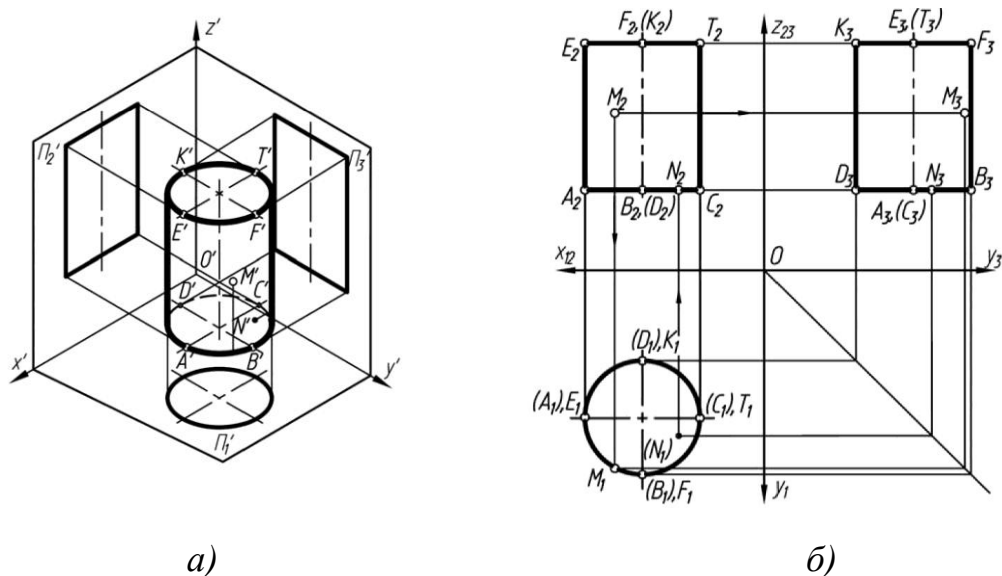


Рисунок 56. Проекция цилиндра

На плоскость Π_1 цилиндр проецируется в круг диаметра **20** мм. Этот круг представляет собой горизонтальную проекцию двух оснований. Основания цилиндра – отсеки плоскостей, параллельных Π_1 . На плоскость Π_1 они проецируются в натуральную величину.

Боковая поверхность цилиндра перпендикулярна Π_1 , поэтому ее горизонтальная проекция – окружность.

Точки $E_1, A_1, F_1, B_1, K_1, D_1$, и T_1, C_1 – горизонтальные проекции образующих EA, FB, KD и TC , перпендикулярных Π_1 .

На плоскости Π_1 основание $EFTK$ изображается видимым, основание $ABCD$ – невидимым.

На плоскость Π_2 цилиндр проецируется в прямоугольник $A_2E_2T_2C_2$. Высота его равна **25** мм. Ширина равна **20** мм. Прямоугольник представляет собой фронтальную проекцию боковой поверхности цилиндра. Отрезок E_2T_2 представляет собой фронтальную проекцию основания $EFTK$, отрезок A_2C_2 – фронтальную проекцию основания $ABCD$. Образующие цилиндра – это отрезки, параллельные плоскости Π_2 , поэтому на Π_2 они проецируются в натуральную величину ($E_2A_2=EA$; $T_2C_2=TC$ и т.д.). Фронтальные проекции образующих KD и FB совпадают с осью симметрии проекции цилиндра.

Очерковые образующие цилиндра относительно плоскости Π_2 (отрезки EA и TC) делят боковую поверхность цилиндра на две половины: переднюю ($ABCTFE$) и заднюю ($ADCTKE$). Передняя половина поверхности цилиндра при взгляде спереди видима, задняя половина невидима.

На плоскость Π_3 цилиндр проецируется в прямоугольник $D_3K_3F_3B_3$ таких же размеров, что и $A_2E_2T_2C_2$. Прямоугольник $D_3K_3F_3B_3$ представляет собой профильную проекцию боковой поверхности цилиндра. Отрезки K_3F_3 и D_3B_3 представляют собой профильные проекции оснований $EFTK$ и $ABCD$. Все образующие проецируются на плоскость Π_3 в натуральную величину, так как они параллельны этой плоскости. Профильные проекции образующих EA и TC совпадают с осью симметрии проекции цилиндра.

Очерковые образующие цилиндра относительно плоскости Π_3 (отрезки KD и FB) делят боковую поверхность цилиндра на две половины; левую ($BADKEF$) и правую ($BCDKTF$). Левая половина поверхности цилиндра при взгляде слева видима, правая невидима.

14.2. ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

На рисунке 56, б) дана фронтальная проекция M_2 точки M . Известно, что точка M лежит на передней видимой части поверхности цилиндра. Боковая поверхность цилиндра на плоскость Π_1 проецируется в окружность. Следовательно, горизонтальные проекции всех точек, лежащих на боковой поверхности цилиндра, будут лежать на этой окружности. Из точки M_2 проведём линию связи, перпендикулярную оси x до пересечения с передней полуокружностью ABC , и отметим точку M_1 – горизонтальную проекцию точки M .

Профильная проекция M_3 точки M найдена по двум известным проекциям. На плоскости Π_3 точка M изображается видимой.

На том же рисунке дана горизонтальная проекция N_1 точки N . Известно, что точка N лежит на основании $ABCD$. Это основание на плоскость Π_2 проецируется в отрезок A_2C_2 , параллельный оси x . Поэтому фронтальная проекция точки N лежит на этом отрезке. Из точки N_1 проведём линию связи, перпендикулярную оси x , до пересечения с отрезком A_2C_2 и отметим точку N_2 , фронтальную проекцию точки N . Профильную проекцию N_3 точки N найдём по двум известным проекциям N_1 и N_2 .

Послетекстовые задания.

- 4) Ответьте на вопросы (рисунок 56).
 1. Как проецируется вертикальный цилиндр на плоскость Π_1 ?
 2. Как проецируется вертикальный цилиндр на плоскость Π_2 ?

3. Как проецируется боковая поверхность вертикального цилиндра на плоскость Π_1 ?
4. Как проецируется основание вертикального цилиндра на плоскость Π_2 ?

Раздел 15. КОНУС

Предтекстовые задания.

- 1) Обратите внимание на словосочетания.

конус проецируется $\left\{ \begin{array}{l} \text{в круг} \\ \text{в треугольник} \end{array} \right.$
 вершина конуса проецируется в точку

- 2) Прочитайте текст.

Найдите ответ на вопрос: Что такое конус?

26. *Конус – это геометрическое тело, ограниченное замкнутой конической поверхностью и пересекающей ее плоскостью, которая не проходит через вершину конической поверхности (рисунок 52).*

Конической поверхностью называется боковая поверхность конуса. Отсек плоскости, который пересекает коническую поверхность, называется основанием. Конус, основанием которого является круг, а высота проходит через центр основания, называется прямым круговым.

15.1. ПРОЕКЦИИ КОНУСА

На рисунке 57, а) изображён прямой круговой конус $SABCD$. Диаметр основания конуса равен 25 мм; высота конуса равна 35 мм. Основание параллельно плоскости Π_1 . Расстояние от Π_1 до основания равно 15 мм.

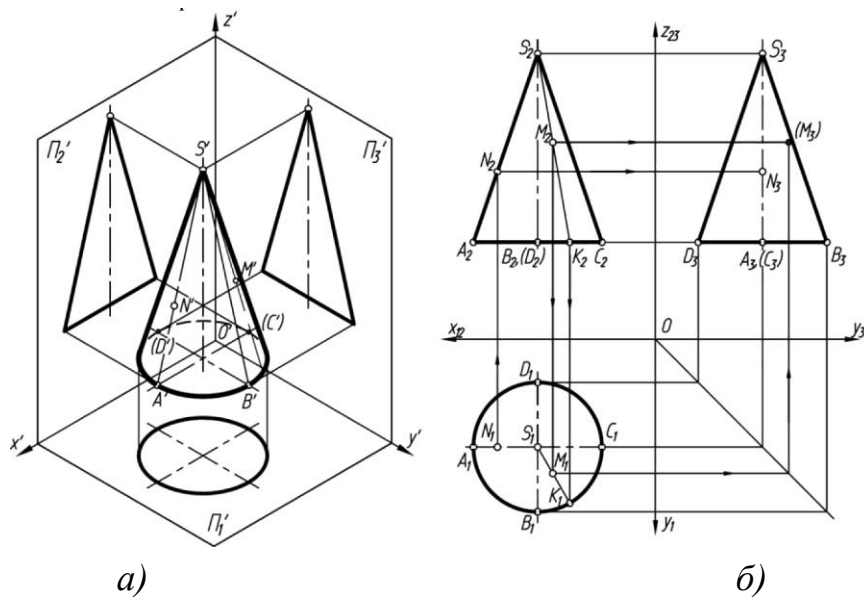


Рисунок 57. Конус

На плоскость Π_1 конус проецируется в круг диаметра 25 мм. Этот круг представляет собой горизонтальную проекцию боковой поверхности конуса и его основания. Основание конуса параллельно Π_1 . На плоскость Π_1 оно проецируется в натуральную величину. Вершина конуса на плоскость Π_1 проецируется в точку S_1 , которая совпадает с центром круга, так как конус прямой. Проекции образующих AS , BS , CS и DS на плоскости Π_1 совпадают с осями круга, параллельными осям x и y . На плоскости Π_1 вершина и боковая поверхность конуса изображаются видимыми, основание – невидимым.

На плоскость Π_2 конус проецируется в треугольник $A_2S_2C_2$. Его высота равна 35 мм, основание равно 25 мм. Треугольник $A_2S_2C_2$ представляет собой фронтальную проекцию боковой поверхности конуса. Очерковые образующие SA и SC – это отрезки, параллельные плоскости Π_2 . На Π_2 эти образующие проецируются в натуральную величину ($S_2A_2=SA$; $S_2C_2=SC$). Вершина конуса на Π_2 проецируется в точку S_2 . Отрезок A_2C_2 – фронтальная проекция основания конуса. Проекции образующих SD и SB совпадают с осью симметрии проекции конуса.

Очерковые образующие относительно плоскости Π_2 (отрезки SA и SC) делят конус на две половины: переднюю видимую половину ($SABC$) и заднюю невидимую ($SADC$).

На плоскость Π_3 конус проецируется в треугольник $S_3D_3B_3$ таких же размеров, что и $A_2S_2C_2$. Треугольник $S_3D_3B_3$ представляет собой профильную проекцию боковой поверхности конуса. Очерковые образующие относительно плоскости Π_3 (отрезки SB и SD) проецируются

на Π_3 в натуральную величину, так как они параллельны плоскости Π_3 ($S_3B_3=SB$; $S_3D_3=SD$). Точка S_3 – профильная проекция вершины конуса. Отрезок D_3B_3 – профильная проекция основания конуса. Профильные проекции образующих SA и SC совпадают с осью симметрии проекции конуса.

Очерковые образующие конуса относительно плоскости Π_3 (отрезки SD и SB) делят конус на две половины: видимую ($SDAB$) и невидимую ($SDCB$).

15.2. ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

На рисунке 57, б) дана фронтальная проекция M_2 точки M . Известно, что точка M лежит на передней видимой половине боковой поверхности конуса. Чтобы построить горизонтальную проекцию M_1 точки M , через точку M проведём образующую SK .

Через точку M_2 проведём отрезок S_2K_2 . Найдем горизонтальную проекцию точки K . Для этого из точки K_2 проведём линию связи до пересечения с горизонтальной проекцией передней видимой части полуокружности и отметим точку K_1 . Соединим точки K_1 и S_1 . Из точки M_2 проведём линию связи до пересечения с отрезком S_1K_1 и отметим точку M_1 – горизонтальную проекцию точки M . Профильная проекция M_3 точки M найдена по двум известным проекциям.

На плоскости Π_1 точка M изображается видимой, на Π_3 – невидимой. На том же рисунке дана горизонтальная проекция N_1 точки N . Известно, что точка N лежит на образующей SA . Фронтальная и профильная проекции этой точки должны лежать на фронтальной и профильной проекциях образующей SA . Из точки N_1 проведём линию связи до пересечения с отрезком S_2C_2 и отметим точку N_2 – фронтальную проекцию точки N . На Π_2 точка N изображается видимой. Профильная проекция N_3 точки N лежит в пересечении линии связи и образующей S_3A_3 . На плоскости Π_3 точка N изображается видимой.

Послетекстовые задания.


- 3) Посмотрите на рисунок 57 и составьте предложения, используя слова:
ПРОВЕДЕМ, ОТМЕТИМ, СОЕДИНИМ, НАЙДЕМ.
- 4) Ответьте на вопросы. (рисунок 57).

1. Как проецируется конус на плоскость Π_1 ?
2. Как проецируется конус на плоскость Π_2 ?
3. Как проецируется вершина конуса на плоскость?

Раздел 16. ШАР

Предтекстовые задания.

- 1) Обратите внимание.

| | |
|--------------------|---|
| Сфера | – это поверхность. |
| Шар | – это тело. |
| Центр сферы (шара) | – это точка. |
| Параллель |  |
| Меридиан | |
| Экватор | |

- 2) Запомните:
На любую плоскость шар проецируется в круг.

- 3) Прочитайте текст. Найдите ответ на вопрос: Что такое шар?

27. Шар – это геометрическое тело, ограниченное сферой (рисунок 51 и 52).

Все точки сферы находятся на одинаковом расстоянии от одной точки – точки O . Эта точка называется **центром сферы** (или шара). **Шар** – это тело, ограниченное только поверхностью вращения. На поверхности шара выделяют линии – **параллели** и **меридианы**. **Параллель** – это окружность, параллельная плоскости Π_1 . Самая большая параллель называется **экватором**. **Меридиан** – это окружность, которая лежит в плоскости, проходящей через вертикальный диаметр сферы. Из множества меридианов выделяют: **главный (фронтальный)** и **профильный меридианы**. Эти меридианы параллельны соответственно плоскостям Π_2 и Π_3 . Верхняя и нижняя точки вертикального диаметра называются **полюсами**.

16.1. ПРОЕКЦИИ ШАРА

Для построения проекций шара, нужно знать только один размер – диаметр шара. На рисунке 58 изображён шар диаметром 25 мм. Буквами **ABCDEF** обозначены характерные точки шара.

На любую из плоскостей проекций шар проецируется в круг диаметром 25 мм. Экватор представляет собой окружность, параллельную плоскости Π_1 . На плоскость Π_1 он проецируется в окружность $D_1F_1C_1E_1$. На плоскость Π_2 экватор проецируется в отрезок C_2D_2 , параллельный оси x и равный диаметру шара ($C_2D_2 = D_{ш}$); на Π_3 экватор проецируется в отрезок E_3F_3 , параллельный оси y , и равный диаметру шара ($E_3F_3 = D_{ш}$).

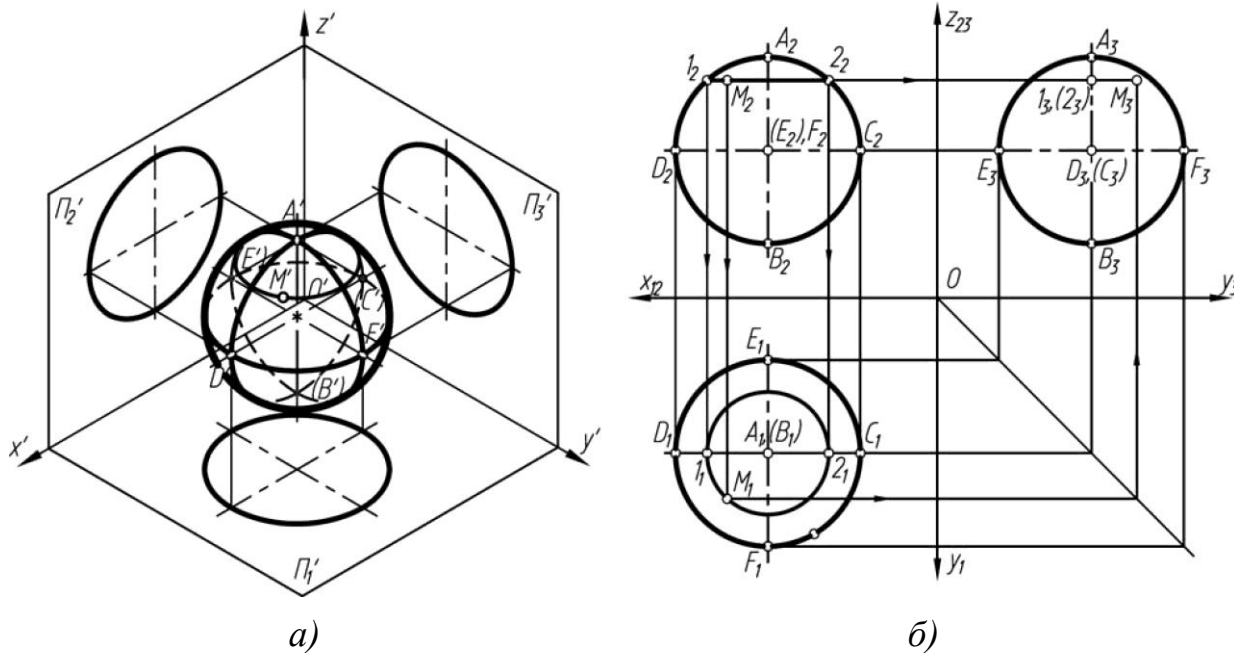


Рисунок 58. Шар

Главный меридиан представляет собой окружность, параллельную плоскости Π_2 . Поэтому на Π_2 главный меридиан проецируется в натуральную величину – окружность $A_2C_2B_2D_2$. На Π_1 главный меридиан проецируется в отрезок ($C_1D_1 = D_{ш}$) параллельный оси x ; на Π_3 он проецируется в отрезок ($A_3B_3 = D_{ш}$) параллельный оси z .

Профильный меридиан представляет собой окружность, параллельную плоскости Π_3 . На Π_3 эта окружность проецируется в натуральную величину – окружность $A_3F_3B_3E_3$, на Π_1 – в отрезок ($E_1F_1 = D_{ш}$), параллельный оси y ; на Π_2 – в отрезок ($A_2B_2 = D_{ш}$), параллельный оси z .

Очерком шара относительно плоскости Π_1 является экватор. Экватор делит поверхность шара на две равные части, верхнюю и нижнюю. Верхняя часть шара на плоскости Π_1 изображается видимой, нижняя – невидимой.

Очерком шара относительно плоскости Π_2 является главный меридиан. Главный меридиан делит поверхность шара на две равные части, переднюю и заднюю. Передняя часть на плоскости Π_2 изображается

видимой, задняя – невидимой.

Очерком шара относительно плоскости Π_3 является профильный меридиан. Он делит поверхность шара на две равные части – левую и правую. Левая половина шара на плоскости Π_3 изображается видимой, правая – невидимой.

16.2. ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ ШАРА

Пересечём шар через точку N плоскостью Σ , параллельной Π_1 (рисунок 59, *a*). Плоскость Σ пересечёт шар по окружности диаметром $1-2$.

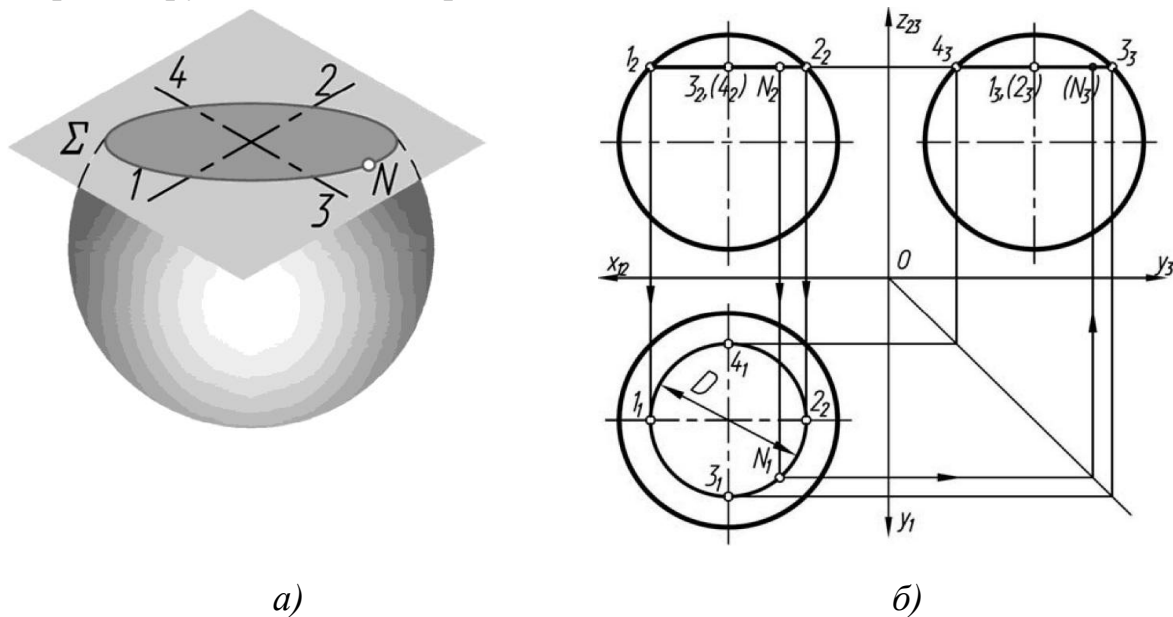


Рисунок 59. Сечение шара

На плоскость Π_1 окружность проецируется в натуральную величину, на плоскости Π_2 и Π_3 – в отрезки $1_2 - 2_2$ и $4_3 - 3_3$, параллельные соответственно осям x и y . Если на поверхности шара на линии пересечения с плоскостью Σ лежит точка, например, точка N , то проекции этой точки будут лежать на проекциях линии пересечения (на проекциях окружности диаметра $1-2$, см. рисунок 59, *б*)).

Допустим, что дана фронтальная проекция M_2 точки M , лежащей на шаре (рисунок 58, *б*)). Чтобы определить горизонтальную проекцию (M_1) этой точки, пересечём шар плоскостью, параллельной Π_1 и проходящей через точку M . Эта плоскость пересечёт шар по окружности диаметром $1-2$. Строим горизонтальную проекцию этой окружности. Для этого из точки A_1 проведём окружность радиусом, равным половине отрезка $1_2 - 2_2$. Из точки M_2 проведём перпендикуляр к оси x до пересечения с

окружностью $I_1 - 2_1$ и отметим M_1 – горизонтальную проекцию точки M . Профильную проекцию M_3 точки M находим по двум известным проекциям.

Послетекстовые задания.

4) Закончите предложения.

1. Очерком шара относительно плоскости Π_1 является ...?
2. Очерком шара относительно плоскости Π_2 является ...?
3. Очерком шара относительно плоскости Π_3 является ...?


5) Укажите стрелками правильные ответы.

| | | |
|-------------|----|--|
| 1. Конус | а) | геометрическое тело, ограниченное сферой; |
| 2. Цилиндр | б) | геометрическое тело, ограниченное замкнутой конической поверхностью и пересекающей ее плоскостью, которая не проходит через вершину конической поверхности; |
| 3. Шар | с) | геометрическое тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью и двумя пересекающими ее взаимно-параллельными плоскостями, которые не параллельны образующей; |
| 4. Пирамида | д) | геометрическое тело, ограниченное призматической поверхностью и двумя взаимно параллельными плоскостями; |
| 5. Призма | е) | геометрическое тело, ограниченное замкнутой пирамидальной поверхностью и плоскостью, которая не проходит через ее вершину. |

Раздел 17. КОЛИЧЕСТВО ПРОЕКЦИЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ФОРМУ ТЕЛ

Предтекстовые задания.

- 1) Обратите внимание на словосочетания.

достаточно  построить одну проекцию
провести одну линию
начертить две проекции
изобразить две фигуры

- 2) Прочитайте текст.

Мы рассмотрели проекции геометрических тел: призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара. Как правило, мы проецировали эти тела на три плоскости проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 , а на эюре проводили оси x , y и z . Проведение осей на эюре не обязательно. Действительно, как видно из рисунка 60 а), горизонтальная и фронтальная проекции прямой пятиугольной пирамиды не изменятся, если плоскость Π_1 перенести в положение Π_1' . В данном случае изменится только расстояние от пирамиды до горизонтальной плоскости проекций.

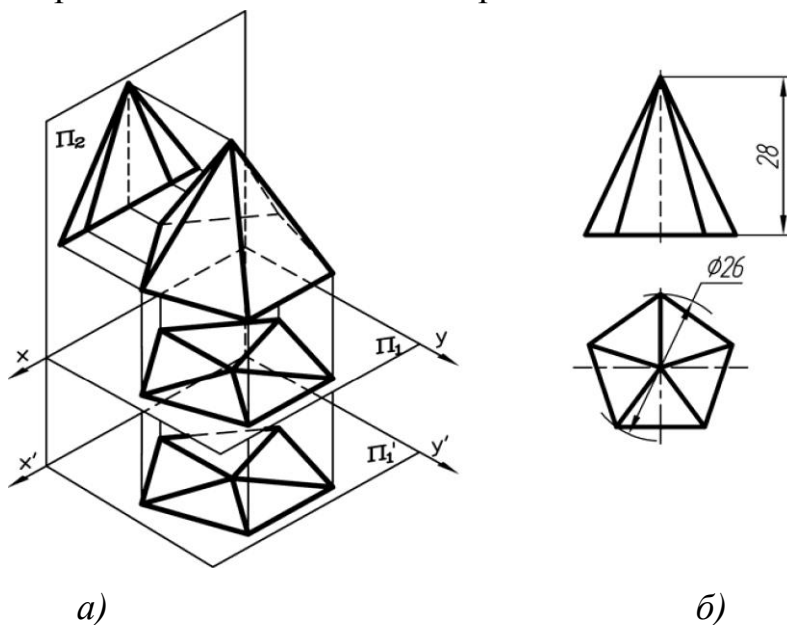


Рисунок 60

Форма фронтальной проекции пирамиды также не изменится, если переместить параллельно плоскость Π_2 . Поэтому на чертежах обычно не проводят оси проекций. Если же они потребуются, например, при

использовании способа замены плоскости проекций, то ось x можно провести в любом месте чертежа.

Чтобы определить форму и размеры тела, необязательно строить три проекции. Часто достаточно двух, а иногда и одной. Количество проекций зависит от сложности формы детали и возможности применения некоторых условностей технического чертежа. Например, чтобы определить форму и размеры геометрического тела по чертежу на рисунке 60 б), достаточно двух проекций. По горизонтальной проекции можно заключить, что это чертёж прямой правильной пятиугольной пирамиды, а также определить размеры её основания.

По фронтальной проекции определяем высоту пирамиды. Расстояние между проекциями обычно выбирают таким, чтобы было достаточно места для нанесения размеров.

Чтобы определить форму и размеры призмы, также достаточно начертить две проекции (рисунок 61). Высоту призмы определяем по фронтальной проекции, форму и размеры основания – по горизонтальной.

Тела вращения обычно изображают одной проекцией, применяя условности технического чертежа: осевая линия и знак диаметра « \varnothing » указывают, что изображено тело вращения. На рисунке 62 дан чертёж прямого кругового цилиндра, на рисунке 63 – прямого кругового конуса.

Сфера также может быть изображена одной проекцией с применением условностей технического чертежа: осевых линий, знака диаметра « \varnothing » и надписи «сфера» (рисунок 64).

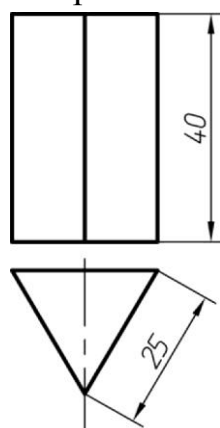


Рисунок 61

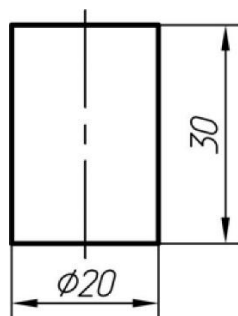


Рисунок 62

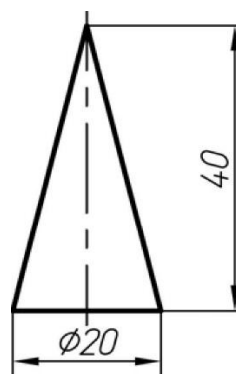


Рисунок 63

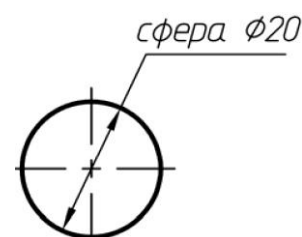


Рисунок 64

Послетекстовые задания.

- 3) Посмотрите на рисунок 61–64 и назовите геометрические тела, которые на них изображены.

- 4) Укажите стрелками правильные ответы.
- | | | |
|----|---------------------------|-------------|
| 1. | Достаточно одной проекции | a) пирамида |
| | | b) конус |
| | | c) цилиндр |
| 2. | Достаточно двух проекций | d) сфера |
| | | e) призма |
- 5) Ответьте на вопросы.
1. От чего зависит количество проекций?
 2. Как обычно изображают тела вращения?
 3. Как может быть изображена сфера?
 4. Что обозначает знак \emptyset ?

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Перечислить основные чертежные инструменты. Для чего они используются?
2. Перечислить названия линий, в зависимости от их формы и расположения.
3. Как называются основные элементы окружности? Центр, радиус и диаметр окружности. В чем разница между окружностью и кругом?
4. Перечислить виды углов и названия их элементов.
5. Перечислить названия и свойства треугольников и четырехугольников.
6. Что такое государственный стандарт (ГОСТ)? Перечислить известные стандарты ЕСКД - их обозначения и названия.
7. Что такое формат? Какие основные форматы (их обозначение и размеры) используют для выполнения чертежа? Какие необходимые элементы выполняют на формате, их размеры?
8. Что такое масштаб? Какие масштабы могут применяться при выполнении чертежей деталей: перечислить типы масштабов и их числовые значения.
9. Какие линии мы видим и чертим на чертеже? Перечислить названия основных линий на чертеже и для чего они используются.
10. Что такое чертежный шрифт? Что определяет номер шрифта? Как основные параметры букв (толщина линии, высота строчных букв, расстояния между буквами, словами и строками) зависят от выбранного номера шрифта?

11. Основные геометрические построения. Построение параллельных и перпендикулярных прямых. Построение касательных к окружности. Привести примеры.
12. Деление отрезка и окружности на заданное количество равных частей. Правильные многоугольники, вписанные и описанные около окружности. Деление отрезка в заданном отношении. Привести примеры.
13. Основы теории сопряжений: виды сопряжений и способы их построения. Привести примеры.
14. Основные методы проецирования. Ортогональные проекции точки на три плоскости проекций. Наглядные изображения - изометрия.
15. Координаты точки. Расположение точки в пространстве (в пространстве, на плоскости проекций, на координатной оси). Построение третьей проекции точки по двум известным проекциям. Привести примеры.
16. Проекция прямой линии. Положение прямой линии в пространстве (относительно плоскостей проекций) - прямые общего и частного положения. Взаимное расположение двух прямых.
17. Проекция плоскости. Способы задания плоскости в пространстве и на комплексном чертеже. Положение плоскости в пространстве (относительно плоскостей проекций) - плоскости общего и частного положения.
18. Принадлежность точки плоскости - условие. Определение недостающих проекций точек, лежащих в плоскости. Определение взаимного расположения точки и плоскости. Привести примеры.
19. Геометрические тела: многогранники. Виды многогранников, их изображение на комплексном чертеже и в изометрии. Привести примеры известных многогранников.
20. Криволинейные геометрические тела: конус, цилиндр, шар. Их изображение на комплексном чертеже и в изометрии. Расположение точки и геометрического тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазурова И.И., Казакова Т.Б. Черчение - М.: Высшая школа, 1978. - 224 с.
2. Михайленко В.Е., Пономарев А.М. Инженерная графика: Учебник. – К.: Выща школа, 1990. - 304 с.
3. Михайленко В.Е., Ванин В.В., Ковалев С.Н. Инженерная и компьютерная графика: Учебник для студ. высших учеб. заведений. /Под ред. В.Е. Михайленко. - К.: Каравелла, 2004. - 336 с.
4. ГОСТы. Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. М.: Изд-во стандартов, 1991.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ
КРЕСЛЕННЯ
Частина II
ОСНОВИ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ
Навально-методичний посібник
для практичних занять і самостійної роботи
слухачів підготовчого відділення для іноземців

Маслова Світлана Анатоліївна

Бойко Владислав Анатолійович

Патенко Юлія Едуардівна

Комп'ютерна верстка Маслова С.А., Бойко В.А., Ю.Е. Патенко

Редактори С.А. Маслова

Літературний редактор Н.В. Жигилій

Друк RISO

Обл.-вид. 12.1

Поліграфічний центр

Полтавського національного технічного університету

імені Юрія Кондратюка

36601, м. Полтава, просп. Першотравневий, 24

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного
реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції

Серія ДК, №3130 від 06.03.2008 р.

Віддруковано з оригінал-макета поліграф центру Полт НТУ