

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ПОЛТАВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

УСЕНКО ЮЛІЯ ОЛЕКСАНДРІВНА

УДК 624.012.45:624.072.2:624.046.2

ДИСЕРТАЦІЯ
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОСО ЗІГНУТИХ БАЛОК ТАВРОВОГО ПРОФІЛЮ
(НА ОСНОВІ ПОВНОЇ ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ)

192 Будівництво та цивільна інженерія

19 Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ / Ю.О. Усенко/

(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник

Павліков Андрій Миколайович, д.т.н., професор

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

ПОЛТАВА – 2022

АНОТАЦІЯ

Усенко Ю.О. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю (на основі повної діаграми деформування бетону). – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія (19 «Архітектура і будівництво»). – Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава, 2022.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню напружено-деформованого стану залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю на основі повної діаграми деформування бетону в залежності від рівня навантаження.

У розділі 1 «Аналіз впливу косоного згинання на роботу залізобетонних балок» проаналізовано питання щодо розповсюдження залізобетонних елементів таврового профілю, у яких виникає явище косоного деформування, причини виникнення косоного згинання в таких елементах та його вплив на конструкції. Проведений аналіз літературних та інших інформаційних джерел показав, що явище косоного згинання широко розповсюджене в елементах реальних існуючих будівель та споруд. Фактори, які його спричинюють, можуть мати як силовий, так і технологічний, конструктивний та експлуатаційний характер. Косе згинання спричинює зміни напружено-деформованого стану в залізобетонних елементах. Його вплив необхідно враховувати як при розрахунках за несучою здатністю, так і за придатністю до нормальної експлуатації. Бо навіть незначний вплив косоного згинання змінює характер деформування залізобетонного балкового елемента.

У розділі 2 «Засади моделювання напружено-деформованого стану в нормальних перерізах залізобетонних таврових балок при косому згинанні» викладено основні положення, необхідні для побудови моделей напружено-деформованого стану балкових елементів таврового профілю, що зазнають косоного згинання. Обґрунтовано вибір системи координат для теоретичних

досліджень. Для опису напружено-деформованого стану згинального елемента необхідно знати положення нейтральної лінії, яке характеризується певними параметрами. Проаналізовано процес формоутворення стиснутої зони перерізу із систематизацією за трьома групами. Виведено формули для визначення напружень у бетоні стиснутої зони.

У розділі 3 «Моделі напружено-деформованого стану в розрахунках балок таврового профілю, які зазнають косоного згинання» розроблено моделі напружено-деформованого стану залізобетонних балок таврового профілю з різними геометричними формами стиснутої зони бетону: трикутник (випадок 1.2), трапеція (випадок 1.1, 2.1, 3.1), трапеція (випадок 1.3, 2.3), п'ятикутник (випадок 1.4, 2.4, 3.4), п'ятикутник (випадок 2.2, 3.2), шестикутник (випадок 3.3). Для кожної моделі наведені вирази для обчислення рівнодійної стиснутої зони бетону та координат точки її прикладання. Представлено загальний підхід до визначення параметрів напружено-деформованого стану.

У розділі 4 «Методика експериментальних досліджень при косому згинанні залізобетонних таврових балок» описано хід підготовки та проведення досліджень зразків залізобетонних таврових балок для отримання експериментальних значень переміщень перерізу та характер утворення тріщин. Наведено креслення зразків, схеми розміщення приладів для вимірювання деформацій та методику проведення випробувань зразків таврових балок. Описано характер утворення тріщин у розтягнутій зоні перерізу та характер руйнування бетону стиснутої зони.

У розділі 5 «Практичне застосування та перевірка розробленої теорії описання напружено-деформованого стану на зразках таврових балок» наведені приклади розрахунку міцності таврових елементів з різними формами стиснутої зони та проаналізовано напружено-деформованого стан дослідних зразків таврових балок. Виконано порівняння параметрів, отриманих теоретичним та експериментальним шляхом.

Ключові слова: напружено-деформований стан, косе згинання, залізобетонні балки, повна діаграма деформування бетону, тавровий профіль.

ANNOTATION

Usenko Yu. O. Stress-strain state of biaxial bent reinforced concrete T-section beams (based on a complete diagram of concrete deformation). – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in specialty 192 Construction and Civil Engineering (19 Architecture and Construction). – National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». – Poltava, 2022.

The dissertation is devoted to the study of the stress-strain state of biaxial bended reinforced concrete T-section beams based on a complete diagram of concrete deformation depending on the load level.

In section 1 «Analysis of the biaxial bending impact on the work of reinforced concrete beams» the dissemination of reinforced concrete T-profile elements in which the phenomenon of biaxial deformation occurs, the causes of biaxial bending in such elements and its impact on structures are analyzed. As the literature and other information sources analysis shows, the phenomenon of biaxial bending is widespread among the elements of existing buildings and structures. The factors that cause it can be not only load but also technological, design and production nature. Biaxial bending causes changes of the stress-strain state in reinforced concrete elements. Its influence must be taken into account both in the calculations of the bearing capacity and suitability for normal work. Because even a small impact of biaxial bending changes the deformation nature of the reinforced concrete beam element.

In section 2 «Principles of the stress-strain state modeling in normal sections of reinforced concrete T-beams under biaxial bending» the basic principles which are necessary for the stress-strain modelling of reinforced concrete T-section beams under biaxial bending are given. The choice of coordinate system for theoretical research is substantiated. To describe the stress-strain state of the bending element, it is necessary to know the position of the neutral line, which is characterized by certain parameters. All possible cases of the neutral line position in the normal section of the

reinforced concrete T-section beam with systematization into three groups are analysed. Formulas for determining the stresses in the compressed zone concrete are given.

In Section 3 «Models of stress-strain state in the calculations of T-beams, under biaxial bending» the models of stress-strain state of biaxial bent reinforced concrete T-section beams with different geometric forms of the concrete compressed zone are shown: triangular (case 1.2), trapezoidal (case 1.1, 2.1, 3.1), trapezoidal (case 1.3, 2.3), pentagonal (case 1.4, 2.4, 3.4), pentagonal (case 2.2, 3.2), hexagonal (case 3.3). For each model the formulas of stress resultant N_c in the concrete compressed zone and its application coordinates x_{0,N_c} and y_{0,N_c} are given. A general approach to determining the parameters of the stress-strain state is presented.

In section 4 «Methods of experimental research of reinforced concrete T-beams under biaxial bending » the way of preparation and research of reinforced concrete T-beams samples is described to determine experimental values of cross-sectional displacements and crack formation features. The construction of experimental beams samples, placement schemes of devices for measuring deformations and methods of testing T-beams samples are given. The crack formation features in the stretched cross-sectional zone and the destruction features of the compressed concrete zone are described.

In section 5 «Practical implementation and verification of the developed theory of the stress-strain state description on the samples of T-beams» the stress-strain state of the T-beams samples is analyzed. Theoretical values of stress-strain state parameters are compared with the experimental data.

Key words: stress-strain state, biaxial bending, reinforced concrete beams, complete diagram of concrete deformation, T-profile.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА, У ЯКИХ НАВЕДЕНІ ОСНОВНІ НАУКОВІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ

Публікації у виданнях, що включені до міжнародних наукометричних баз

1. Pavlikov A. Highly constructed precast flat slab frame structural system of buildings and research of its slabs / A. Pavlikov, O. Harkava, Yu. Prykhodko B. Baryliak // Proceedings of the International fib Symposium on Conceptual Design of Structures, Madrid. – 2019. – Pp. 493 – 500.

https://www.dropbox.com/s/h8w923upln0wutl/CDS19_proceedings.pdf. (Indexed in Scopus)

Особистий внесок: Проаналізовано та викладено методику розрахунку міцності згинальних елементів сучасної конструктивної системи із використанням кінематичного способу методу граничної рівноваги для обґрунтування доцільності використання повної діаграми деформування бетону у складно завантажених конструкціях.

2. Prykhodko Yu. The change of stress-strain state in biaxial bended reinforced concrete T-section beams depending on the load / Yu. Prykhodko, A. Pavlikov // Proceedings of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, France. – 2020. – Pp. 230 – 236.

https://phdsymp2020.sciencesconf.org/data/pages/Proceedings_phdsymp_2021.pdf. (Indexed in Scopus)

Особистий внесок: Отримані з використанням нелінійної деформаційної моделі формули обчислення рівнодійної напружень у стиснутому бетоні та точки її прикладання. Для всіх форм стиснутої зони бетону кожної з трьох груп створено моделі напружено-деформованого стану, які дають змогу візуалізувати розподіл напружень у поперечному перерізі таврових балок та дозволяють з високою точністю визначити усі його параметри.

3. Pavlikov A. Determination of the crack formation moment in expanded clay concrete members during their complex deformation / A. Pavlikov, O. Harkava, N. Pinchuk, Yu. Usenko, B. Baryliak // Proceedings of the fib Symposium 2021 «Concrete Structures: New Trends for Eco-Efficiency and Performance». – Lisbon, Portugal. – 2021. – Pp. 2125 – 2134.

<https://www.fib-international.org/publications/fib-proceedings/i-fib-i-symposium-in-lisbon,-portugal-2021-proceedings-em-pdf-em-detail.html>. (Indexed in Scopus)

Особистий внесок: Проаналізовано причини виникнення косого згинання та його розповсюдження в залізобетонних елементах. Наведено методіку обчислення відносних деформацій арматури та бетону. Виконано порівняння теоретичних та експериментальних значень відносних деформацій.

Публікації у наукових фахових виданнях України

4. Павліков А. М. Розрахунок міцності на косо згинання залізобетонних елементів таврового профілю за спрощеною деформаційною моделлю / А. М. Павліков, О. В. Гарькава, Б. А. Бариляк, Ю. О. Приходько // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. пр. – Рівне: НУВГП, 2018. – Вип. 36. – С. 151 – 157.

<https://doi.org/10.31713/budres.v0i36.261>.

Особистий внесок: З метою обґрунтування доцільності використання повної діаграми деформування бетону описано та проаналізовано спрощену методіку розрахунку міцності залізобетонних елементів таврового профілю, яка відповідає чинним нормативним документам, але не відображає напружено-деформований стан таких елементів в умовах експлуатації.

5. Usenko Yu. Determination of the compressed zone shape of concrete in reinforced concrete T-section beams under biaxial bending / Yu. Usenko, A. Pavlikov // Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering. – 2021. – 2(57). – Pp. 20 – 25.

Особистий внесок: Викладено загальну методику та наведено аналітичні залежності для визначення випадку положення нейтральної лінії у перерізах залізобетонних таврових балок, що зазнають косоного згинання.

Публікації в періодичних наукових виданнях інших держав

6. Pavlikov A. M. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A. M. Pavlikov, O. V. Harkava, Yu. O. Prykhodko, B. A. Baryliak // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 145 – 151.

<https://dx.doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27230>.

Особистий внесок: Проаналізовано методику розрахунку залізобетонних елементів прямокутного профілю з різними формами стиснутої зони. Виконана оцінка ефективності використання даної методики шляхом порівняння експериментальних та теоретичних значень параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних балкових елементів, що зазнають косоного згинання.

Тези доповідей на наукових конференціях

7. Pavlikov A. M. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A. M. Pavlikov, O. V. Harkava, Yu. O. Prykhodko, B. A. Baryliak // Proceedings of I International Scientific and Practical Conference «Technology, engineering and Science». – 2018. – London: PoltNTU, 2018. – Pp. 13 – 15.

<https://dx.doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27230>.

Особистий внесок: Обґрунтовано доцільність використання нелінійної діаграми деформування бетону в дослідженні напружено-деформованого стану залізобетонних елементів, що зазнають складного деформування.

8. Павліков А. М. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів таврового профілю, що працюють в умовах косоного згинання / А. М. Павліков, О. В. Гарькава, Б. А. Барилляк, Ю. О. Приходько // Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація: зб. тез. – Полтава: ПолтНТУ, 2018. – Вип. 13. – С. 20 – 21.

Особистий внесок: Обґрунтовано доцільність дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок, що зазнають косоного згинання.

9. Павліков А. М. Модель напружено-деформованого стану в стадіях I та Ia / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // 71-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 23 квітня 2019. – С. 266 – 267.

<https://nupp.edu.ua/event/71-nk-profesoriv-vikladachiv-naukovikh-pratsivnikiv-aspirantiv-ta-studentiv-universitetu.html>.

Особистий внесок: Підтверджено доцільність дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок навіть при незначних рівнях їх завантаження.

10. Павліков А. М. Зміна напружено-деформованого стану в залізобетонних косозігнутих балках таврового профілю при зміні навантаження / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті: зб. тез. – Харків, Український державний університет залізничного транспорту, 2019. – С. 94 – 95.

Особистий внесок: Обґрунтовано необхідність дослідження параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок, що зазнають косоного згинання, навіть на початкових рівнях їх завантаження.

11. Павліков А. М. Модель напружено-деформованого стану в стадіях I та Ia / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // II Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 р. – м. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія

Кондратюка». – Рр. 163 – 165.

https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2019/230519/zbirnik_baku.pdf.

Особистий внесок: Представлено моделі напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок, що зазнають косоного згинання, до моменту утворення першої тріщини.

12. Павліков А. М. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю залежно від зміни навантаження / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // 72-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2020. – С. 374 – 375 .

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2020/72-conf/tezi-1.pdf>.

Особистий внесок: Представлено процес зміни напружено-деформованого стану моделюванням на основі нелінійної діаграми стану бетону.

13. Павліков А. М. Моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних косо зігнутих таврових балок / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // III Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2020», 25 – 26 травня 2020 р. – м. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Рр. 164 – 166. <https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2020/build-inov-2020/materials.pdf>.

Особистий внесок: Представлено моделі напружено-деформованого стану залізобетонної косо зігнутої таврової балки до та після утворення першої тріщини.

14. Усенко Ю. О. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю залежно від зміни навантаження / Ю. О. Усенко, А. М. Павліков // 73-я наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2021. – С. 128 – 129.

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2021/73-conf/zbirnik-vol1.pdf>.

Особистий внесок: Проаналізовано та описано процес зміни форм стиснутої зони залізобетонних таврових балок, що зазнають косого згинання.

15. Павліков А.М. Визначення форми стиснутої зони бетону залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю / А.М. Павліков, Ю.О. Усенко // 74-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2022. – С. 103.

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2022/74-conf/vol1.pdf>.

Особистий внесок: Описано методу визначення форми стиснутої зони в перерізах залізобетонних таврових балок, що зазнають косого згинання.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	15
1. АНАЛІЗ ВПЛИВУ КОСОГО ЗГИНАННЯ НА РОБОТУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК	21
1.1. Розповсюдження явища косоного згинання в умовах експлуатації залізобетонних таврових балок.....	21
1.2. Вплив косоного згинання на роботу залізобетонного таврового елемента.....	27
1.3. Параметри напружено-деформованого стану залізобетонних таврових елементів при косому згинанні.....	31
1.4. Сучасний стан методів розрахунку залізобетонних таврових елементів на складні види деформування.....	33
1.4.1. Особливості розрахунків згідно чинних нормативних документів.....	33
1.4.2. Аналіз наукових розробок та пропозицій щодо розрахунку косозігнутих таврових елементів.....	34
1.4.3. Застосування автоматизованих комп'ютерних комплексів у розрахунках складно деформованих елементів.....	36
1.5. Основи моделювання напружено-деформованого стану.....	38
1.5.1. Стадії напружено-деформованого стану елементів із тавровою формою поперечного перерізу та їх особливості.....	39
1.5.2. Моделювання роботи бетону в елементах під навантаженням.....	40
1.6. Висновки за розділом 1.....	45
2. ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗАХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТАВРОВИХ БАЛОК ПРИ КОСОМУ ЗГИНАННІ.....	46
2.1. Система координат для теоретичних досліджень.....	46
2.2. Процес формоутворення стиснутої зони бетону в перерізі балки при косому згинанні.....	50

2.2.1. Систематизація випадків стиснутої зони в групі.....	52
2.2.2. Розмежування випадків стиснутої зони перерізу.....	57
2.3. Визначення напружень у стиснутій зоні бетону.....	59
2.4. Висновки за розділом 2.....	60
3. МОДЕЛІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В РОЗРАХУНКАХ БАЛОК ТАВРОВОГО ПРОФІЛЮ, ЯКІ ЗАЗНАЮТЬ КОСОГО ЗГИНАННЯ.....	61
3.1. Моделювання напружено-деформованого стану для різних форм стиснутої зони бетону.....	61
3.1.1. Модель із трикутною формою стиснутої зони (форма 1.2).....	62
3.1.2. Модель із трапецієподібною формою стиснутої зони (форма 1.1, 2.1, 3.1).....	63
3.1.3. Модель з трапецієподібною формою стиснутої зони (форми 1.3, 2.3).....	66
3.1.4. Модель із п'ятикутною формою стиснутої зони (форма 1.4, 2.4, 3.4).....	68
3.1.5. Модель із п'ятикутною формою стиснутої зони (форма 2.2, 3.2)...	70
3.1.6. Модель із шестикутною формою стиснутої зони (форма 3.3).....	72
3.2. Визначення параметрів напружено-деформованого стану.....	74
3.3. Висновки за розділом 3.....	86
4. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРИ КОСОМУ ЗГИНАННІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТАВРОВИХ БАЛОК.....	87
4.1. Дослідні зразки та технологія їх виготовлення.....	87
4.2. Застосовані матеріали та їх фізико-механічні характеристики.....	94
4.3. Методика експериментального дослідження балок.....	96
4.3.1. Дослідна установка та її конструкція.....	96
4.3.2. Забезпечення наявності явища косоного згинання.....	98
4.3.3. Вимірювання деформацій бетону та арматури в перерізі балки.....	100
4.3.4. Опис процесу тріщиноутворення.....	102

4.4. Висновки за розділом 4.....	104
5. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТА ПЕРЕВІРКА РОЗРОБЛЕНОЇ ТЕОРІЇ ОПИСАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НА ЗРАЗКАХ ТАВРОВИХ БАЛОК	105
5.1. Розрахунки таврових балок за формулами розділу 3.....	105
5.1.1. Розрахунок балки з трикутною формою стиснутої зони.....	105
5.1.2. Розрахунок балки з трапецієподібною (випадок 2.1) формою стиснутої зони	110
5.1.3. Розрахунок балки з трапецієподібною (випадок 2.3) формою стиснутої зони	114
5.2. Оцінка ефективності застосування запропонованої методики розрахунку на основі результатів експерименту.....	118
5.3. Висновки за розділом 3.....	127
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	128
Список використаних джерел.....	130
Додаток А. Виведення формул рівнодійної напружень у бетоні стиснутої зони N_c та координат точки її прикладання x_{0,N_c} , y_{0,N_c}	147
Додаток Б. Упровадження результатів дисертаційного дослідження.....	208
Додаток В. Список публікацій здобувача за темою дисертації.....	210
Додаток Г. Відомості про апробацію результатів дисертації	214

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Найбільшого поширення серед будівельних матеріалів, які використовують для виготовлення несучих конструкцій промислових і цивільних будівель та інженерних споруд, набув залізобетон.

У сучасній будівельній галузі значна частина залізобетонних елементів експлуатується в умовах складного деформування, а саме: косоного стискання, косоного згинання та косоного згинання з крученням. При зведенні будівель та споруд найбільш розповсюджені такі згинальні елементи як балки, частка яких у несучих конструкціях будівель та споруд значна. Тому дослідженням таких елементів необхідно приділити особливу увагу.

Більшість учених наголошує на необхідності врахування дії косоного згинання в розрахунках усіх залізобетонних згинальних елементів. Сповільнення втілення в життя цієї ідеї спричинене відсутністю точних методик інженерних розрахунків косозігнутих балок за чинними нормами. Досліджень роботи таких елементів із використанням повних діаграм деформування матеріалів у сучасному суспільстві виконано недостатньо. У вже розроблених рекомендаціях щодо їх розрахунку за граничними станами першої та другої груп застосовуються певні спрощення, які не відображають дійсну роботу елементів конструкцій. Тому необхідні пропозиції щодо вдосконалення методики розрахунку залізобетонних балкових елементів на дію косоного згинання на основі напружено-деформованого стану косозігнутих балок з використанням нелінійної деформаційної моделі, екстремального критерію міцності та діаграм фізичного стану бетону й арматури.

Значні складнощі виникають при розрахунку згинальних елементів таврового профілю. Це пояснюється різноманітністю форм стиснутої зони бетону нормального перерізу при косому згинанні. Тому для створення методики розрахунку залізобетонних косозігнутих балок таврового профілю необхідно розглянути напружено-деформований стан таких елементів у

нормальному перерізі з використанням повної діаграми деформування бетону та вивести аналітичні залежності для кожної групи форм.

Отже, аналіз напружено-деформованого стану залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю на основі повної діаграми деформування бетону забезпечить одержання точної інформації для розрахунку елементів та дозволить раціонально використовувати матеріальні ресурси.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана на кафедрі будівельних конструкцій Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» відповідно до науково-дослідницької роботи за темою «Розрахунок тріщиностійкості і міцності косозігнутих залізобетонних таврових елементів» (№ державної реєстрації 0104U000319). Результати дисертаційної роботи вирішують актуальні задачі відповідно до тематики п. 6 пріоритетних напрямів – новітні технології та ресурсозберігаючі технології в енергетиці, промисловості та агропромисловому комплексі, будівництво та реконструкція Закону України «Про пріоритетні напрями розвитку науки і техніки». Тема дисертаційної роботи також відповідає актуальним напрямам науково-технічної політики в галузі оцінювання технічного стану будівель та споруд відповідно до постанови Кабінету Міністрів України від 5 травня 1997 року № 409 «Про забезпечення надійності й безпечної експлуатації будівель, споруд та інженерних мереж».

Мета роботи. Метою дослідження є створення моделі напружено-деформованого стану залізобетонних косозігнутих балок таврового профілю на основі повної діаграми деформування бетону для кожної групи форм стиснутої зони бетону нормального перерізу балок.

Завдання досліджень:

– виконати аналіз існуючих літературних джерел, у яких досліджується напружено-деформований стан залізобетонних таврових елементів при косому згинанні (розповсюдження таких елементів, причини виникнення косоного згинання в таких елементах, його вплив на конструкції);

– отримати аналітичні залежності для визначення параметрів положення нейтральної лінії в поперечному перерізі залізобетонного косо зігнутого елемента таврового профілю залежно від кута нахилу площини зовнішнього навантаження та рівня завантаження;

– проаналізувати процес зміни напружено-деформованого стану на основі нелінійної діаграми стану бетону та побудувати моделі напружено-деформованого стану косо зігнутих залізобетонних балок таврового профілю як при зміні кута нахилу зовнішнього навантаження, так і при зміні рівня завантаження, для різних форм стиснутої зони бетону;

– провести випробування залізобетонних таврових балок на косо згинання для порівняння запропонованої теоретичної моделі напружено-деформованого стану з експериментальними даними;

– отримати та впровадити методика розрахунку міцності залізобетонних елементів таврового профілю в практику проектування.

Об’єкт дослідження – косо згинання залізобетонної балки таврового профілю.

Предмет дослідження – напружено-деформований стан залізобетонної балки таврового профілю при косому згинанні на основі повної діаграми деформування бетону та оцінювання несучої здатності.

Методи дослідження. Аналітичний огляд літератури, моделювання напружено-деформованого стану в нормальному перерізі косо зігнутого залізобетонного елемента таврового профілю, експериментальні натурні випробування залізобетонних зразків таврового поперечного перерізу під дією навскісного завантаження .

Наукова новизна отриманих результатів:

– уперше отримано на основі повної діаграми деформування бетону аналітичні залежності для визначення параметрів напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного елемента таврового профілю залежно як від кута нахилу площини зовнішнього навантаження, так і від рівня завантаження, із урахуванням складного завантаження;

– представлено процес зміни напружено-деформованого стану моделюванням на основі нелінійної діаграми стану бетону, що дозволяє з високою точністю визначити усі його параметри з урахуванням косоного згинання залежно від зміни кута нахилу зовнішньої силової площини та рівня завантаження;

– розроблено методику оцінювання несучої здатності залізобетонних елементів таврового профілю залежно від рівня відносних деформацій найбільш стиснутої фібри бетону.

Практичне значення одержаних результатів роботи. Створено моделі напружено-деформованого стану залізобетонних елементів таврового профілю, що зазнають косоного згинання, на основі повної діаграми деформування бетону, що дає можливість визначати параметри напружено-деформованого стану перерізу елемента залежно від рівня відносних деформацій бетону в найбільш стиснутій фібри. Такий підхід дозволяє теоретично визначати деформації в арматурі та бетоні при різних рівнях завантаження елемента з різними формами стиснутої зони бетону. Результати наукових досліджень впроваджені під час виконання перевірочних розрахунків та оформленні технічного звіту при уточненні напружено-деформованого стану існуючих несиметрично завантажених косозігнутих залізобетонних ригелів перекриття серії ІІІ 23-1/70 промислової будівлі за адресою: вул. примакова, 46, м. Харків у січні-лютому 2021 року (довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи від ТОВ «ТРАНС СТРОЙ КОМПЛЕКС»).

Особистий внесок здобувача. Усі основні результати дисертаційної роботи автором отримані самостійно:

– розроблено методику оцінювання напружено-деформованого стану косозігнутих залізобетонних таврових балок з використанням моделей для різних форм стиснутої зони;

– виведено формули рівнодійних напружень у бетоні стиснутої зони та координат точки їх прикладання для різних форм стиснутої зони: трикутник (випадок 1.2), трапеція (випадок 1.1, 2.1, 3.1), трапеція (випадок 1.3, 2.3),

п'ятикутник (випадок 1.4, 2.4, 3.4), п'ятикутник (випадок 2.2, 3.2), шестикутник (випадок 3.3).

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на таких конференціях: XIII Міжнародна науково-технічна конференція «Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація», 24 – 25 жовтня, 2018 р., м. Полтава, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка; 71-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка, 22 квітня – 17 травня 2019 року; I Міжнародна науково-практична конференція «Technology, engineering and Science – 2018», 24 – 25 жовтня 2018 р., м. Лондон – м. Полтава; II Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 р., м. Полтава; VIII Міжнародна науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті», 20 – 22 листопада, 2019 р., м. Харків, Український державний університет залізничного транспорту; 72-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів НУПП, 30 квітня 2020 року; III Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2020», 25 – 26 травня 2020 р., м. Полтава; 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, 26 – 29 серпня 2020 р., м. Париж; 73-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів НУПП, 22 квітня 2021 року; 74-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів НУПП, 27 квітня 2021 р.

Публікації. Результати дисертаційної роботи викладені в 15 наукових працях. Серед них 6 статей та 9 тез доповідей на конференціях. 3 статті включено до міжнародної наукометричної бази даних Scopus, 2 у наукових

фахових виданнях України та 1 стаття в періодичному науковому виданні іншої держави.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота обсягом 215 сторінок складається зі вступу, 5 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків. Окрім основного тексту робота містить 60 рисунків та 7 таблиць. Список використаних джерел містить 149 найменувань.

1 АНАЛІЗ ВПЛИВУ КОСОГО ЗГИНАННЯ НА РОБОТУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК

1.1 Розповсюдження явища косоного згинання в умовах експлуатації залізобетонних таврових балок

Будівельну галузь у сучасному світі вважають однією з найбільш важливих та впливових. Вона безпосередньо пов'язана майже з усіма сферами економіки та соціального життя суспільства. Динамічність дослідження важливих питань розвитку будівельної галузі активує економіку країни та покращує загальний рівень життя громадян.

Невід'ємною частиною нормального життя кожної особистості є будівельні об'єкти. Тому всі люди кожного дня безпосередньо контактують з будівлями та спорудами, які, у свою чергу, складаються з елементів, кожен з котрих виконує свою певну функцію й відповідним чином пов'язаний з іншими. Елементи та частини таких будівель постійно знаходяться в процесі невидимого конфлікту, тобто протидії будівельних об'єктів зовнішнім впливам, які їх згинають, стискають, розтягують і крутять.

Як відомо з досвіду експлуатації будівель та споруд, усі їх елементи перебувають в умовах складного деформування – косоного згинання, косоного стискання та косоного згинання чи стискання з одночасним крученням. Складного деформування зазнають колони, пілони, простінки й стовпи промислових та цивільних будівель, окремі частини конструкцій естакад, шляхопроводів, мостів, водонапірних башт, силосів, бункерів, резервуарів, елеваторів, щогл, підпірних стінок, просторові системи тощо [1 – 4]. Цей вид деформування будівельних конструкцій спричинюється впливом силових, конструктивних, технологічних та експлуатаційних та інших факторів. Відмічені зовнішні впливи призводять до виникнення складного напружено-деформованого стану в перерізах та конструкціях у цілому будівель та споруд [5].

Косого згинання зазнають такі залізобетонні елементи будівель і споруд: підкранові та фундаментні балки, балки мостів, естакад та шляхопроводів, прогони покриття, стінові панелі, бортові елементи оболонок, сходові площадки тощо (рис. 1.1) [2 – 4]. Серед перерахованих вище залізобетонних елементів найбільш поширені балкові елементи з різними формами поперечного перерізу. Найбільш раціональні – ті, які мають форму тавра, що дозволяє доцільно використовувати матеріали, а саме: зменшувати кількість бетону в розтягнутій зоні та ефективно розташовувати арматуру.

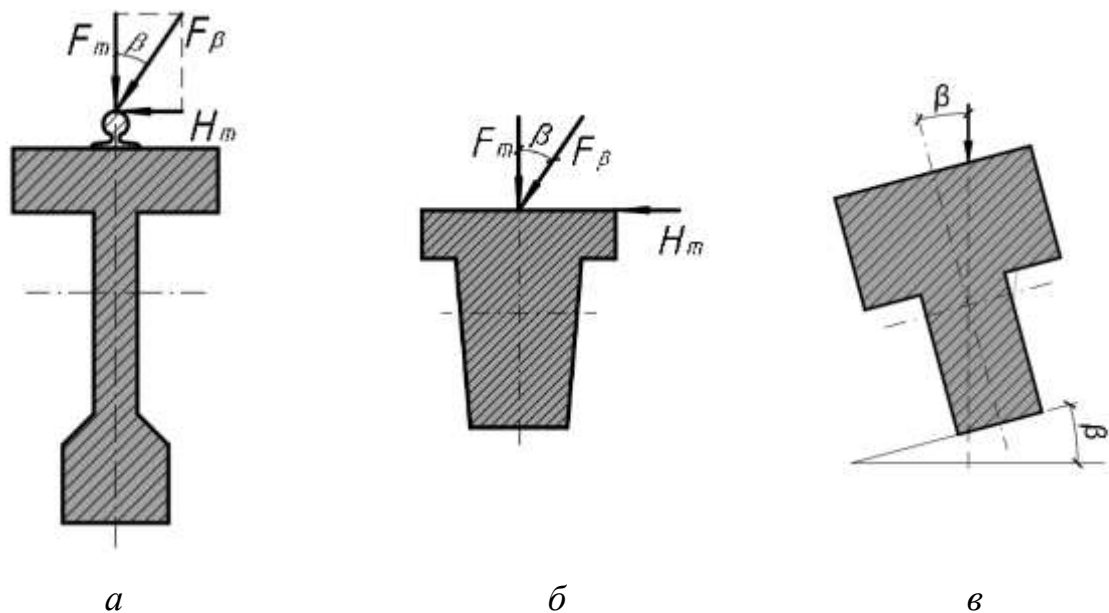


Рисунок 1.1 – Косе згинання балкових залізобетонних таврових елементів:

a – підкранової балки; *б* – фундаментної балки; *в* – прогону покриття; β – кут нахилу зовнішньої силової площини.

Спричинює косе згинання в підкранових балках сумісна дія вертикальних (зусилля від маси крана та маси вантажу F_m) й горизонтальних зусиль H_m , площина дії яких розташовується під кутом β до вертикальної вісі (рис. 1.1, *a*). Хоча і горизонтальна складова часто за значенням менша за вертикальну, нехтувати нею не слід, адже її вплив у кінцевому рахунку може бути значним. Найбільш поширеною та впливовою причиною виникнення горизонтального зусилля, яке діє на підкранову балку, є сила тертя від поперечного ковзання коліс крана через їх переки [6, 7].

Фундаментні балки зазвичай використовують для розташування на них стін промислових та цивільних будівель. При цьому, стіни передають навантаження від власної маси та тиску вітру на балки. Часто разом з дією цього навантаження виникає косо згинання у разі нерівномірного значного тиску ґрунту на бокові грані балки (рис. 1.1, б).

Прогони покриття також зазнають косого згинання через їх розташування по похилих верхніх поясах кроквяних залізобетонних ферм або балок (рис. 1.1, в). Розташовують їх у площині, похилій до вертикальної, з метою створення необхідних ухилів покрівель. Застосування таких прогонів покриття представлено на рисунку 1.2.



а



б



в



г

Рисунок 1.2 – Приклади застосування залізобетонних прогонів покриття, що зазнають косого згинання, при будівництві об'єктів [8]:

а – заводу «Skoda» концерну «Єврокар» у м. Чоп; б – логістичного центру «East gate logistic» у м. Бориспіль; в – торговельного центру «Metro С&С» у м. Дніпро; г – торговельного центру «Metro С&С» у м. Харків.

Косе згинання спостерігається в балкових елементах мостів через водойми (рис. 1.3, *а*), естакад розв'язок (рис. 1.3, *б*), шляхопроводів (рис. 1.3, *в*), пішохідних мостів (рис. 1.3, *г*) при: осіданні й переміщенні їх опор, динамічних впливах від руху транспорту й потоків води та сейсмічних діях у відповідних районах будівництва.

*а**б**в**г*

Рисунок 1.3 – Приклади застосування залізобетонних балок, що зазнають косоного згинання, при будівництві об'єктів [9]:

а – мосту через р. Сівка Івано-Франківської області; *б* – нової естакади під час реконструкції розв'язки на Поштовій площі в Києві; *в* – шляхопроводу на трасі «Київ – Харків» в районі с. Поділ Полтавської області; *г* – пішохідного мосту на трасі «Київ – Чоп» у с. Ситняки Київської області

У сейсмічних районах косоного згинання зазнають не лише окремі балкові елементи, а й цілі конструкції покриттів та перекриттів (рис. 1.4).

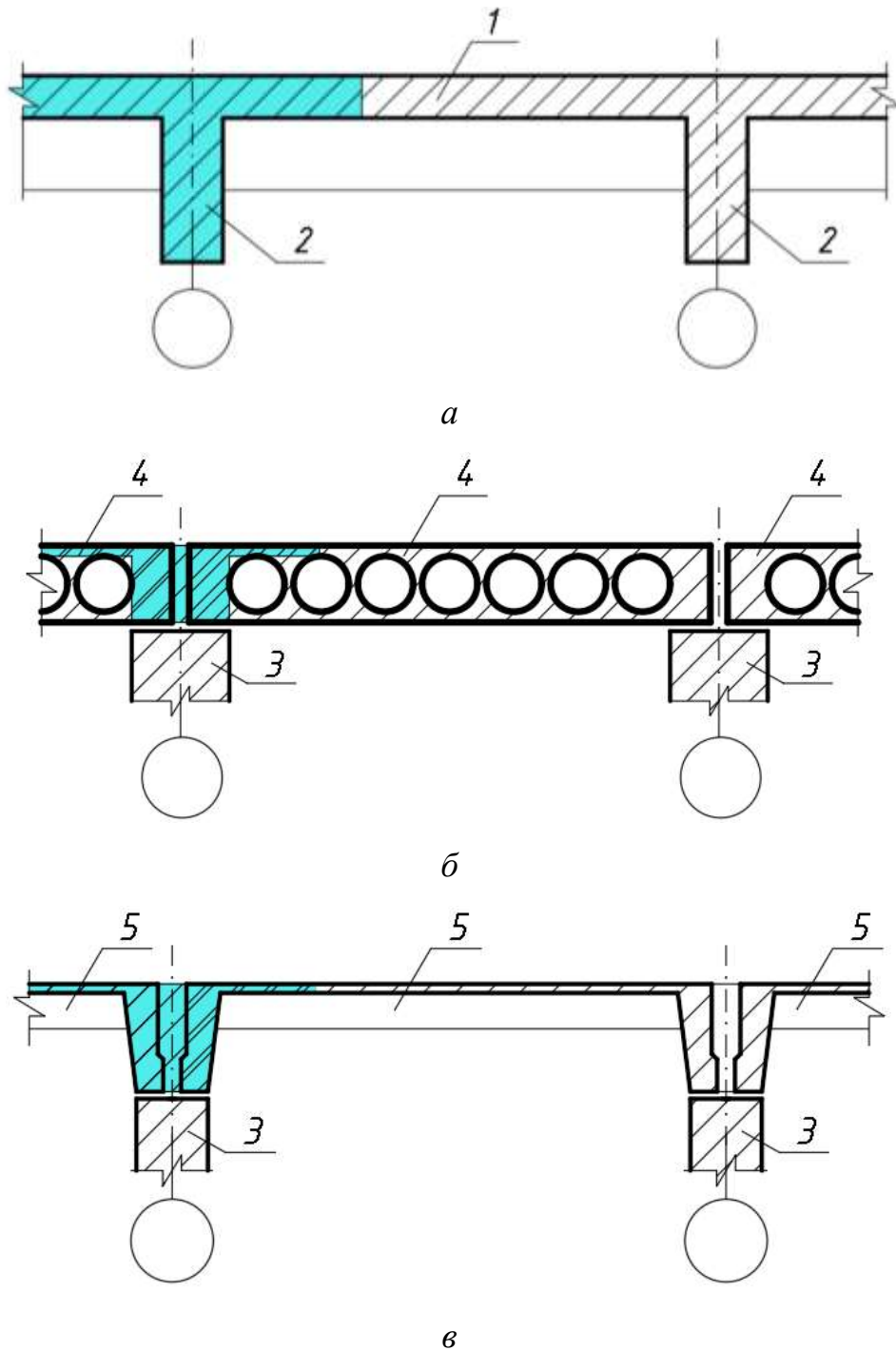


Рисунок 1.4 – Конструкції перекриттів, які зазнають косо́го згинання:
а – ребристого монолітного перекриття; *б* – балкового збірного перекриття з використанням багатопорожнистих плит; *в* – балкового збірного перекриття з використанням ребристих плит; 1 – монолітне перекриття; 2 – монолітна балка; 3 – стіна; 4 – збірна багатопорожниста плита перекриття; 5 – збірна ребриста плита покриття.

Причиною виникнення косо́го згинання в залізобетонних балкових елементах можуть бути не тільки силові впливи, а й неточності при їх виготовленні у разі зміщення арматурних стержнів від їх проектного

положення (рис. 1.5, *a*) й невідповідності геометричних розмірів проектним через дефекти опалубки (рис. 1.5, *б*) та установленні в проектне положення (рис. 1.5, *в*), нерівномірне нагрівання (рис. 1.5, *г*) та пошкодження в процесі транспортування та експлуатації (рис. 1.5, *д*) [10]. Такі впливи призводять до зміщення точок прикладання рівнодійних зусиль N_c стиснутого бетону та N_s розтягнутої арматури відносно головних центральних осей інерції нормального перерізу, що провокує косий згин.

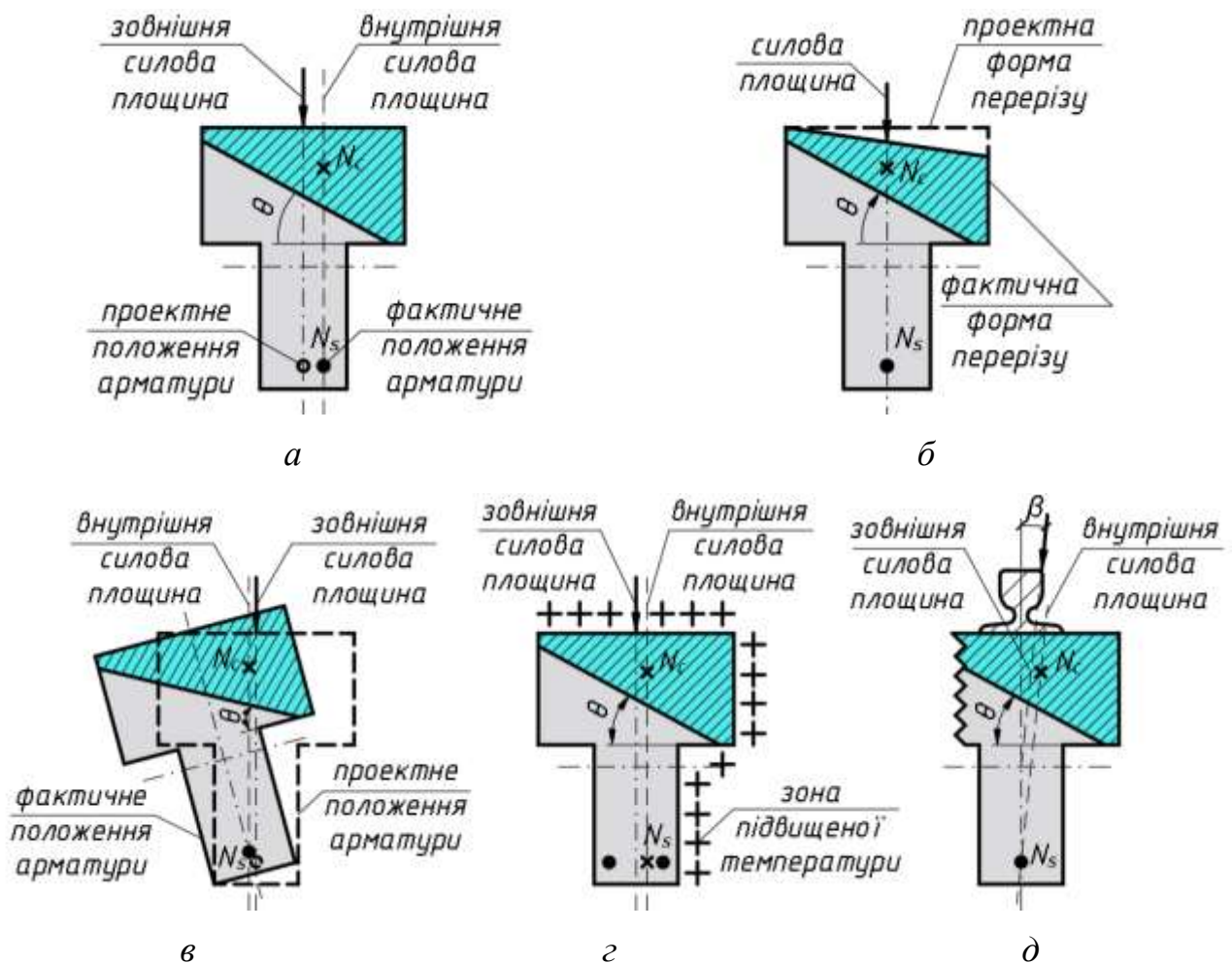


Рисунок 1.5 – Фактори, що спричиняють косе згинання:

a – зміщення положення арматури від проектного; *б* – відхилення геометричних розмірів від проектних; *в* – відхилення від монтажного положення; *г* – нерівномірні температурні впливи; *д* – локальне руйнування; β – кут нахилу зовнішньої силової площини; θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної вісі перерізу.

Різноманіття наведених факторів, що спричинюють косе згинання залізобетонного таврвого елемента викликає певні зміни в його роботі. Тому

залежно від інтенсивності та кількості факторів необхідно обов'язково враховувати вплив косоного згинання в розрахунках таких елементів.

1.2 Вплив косоного згинання на роботу залізобетонного таврового елемента

Як свідчать роботи [10 – 17], косоє згинання впливає на роботу залізобетонного балкового елемента, яка полягає в його здатності чинити опір дії зовнішнім впливам. Таку його властивість оцінюють напруженнями та деформаціями, що виникають у перерізах залізобетонних елементів від дії зовнішнього навантаження. У свою чергу напружено-деформований стан залізобетонного елемента при косому згинанні характеризується певними параметрами див. 1.3. Основний серед них – положення нейтральної лінії в його нормальному перерезі. На її розташування впливає багато факторів: кут нахилу зовнішнього навантаження та його інтенсивність, фізичні характеристики бетону й арматури, геометричні розміри перерізу, розташування арматури тощо.

Косоє згинання залізобетонного елемента спричинює зміни його напружено-деформованого стану, що впливають на розрахунки таких елементів за граничними станами як першої (за несучою здатністю), так другої (відповідність вимогам нормальної експлуатації) груп [10 – 17].

Оцінити вплив косоного згинання на несучу здатність залізобетонних згинальних елементів можна за допомогою моменту M_{Rd} внутрішньої пари сил. Такими силами у даному випадку є рівнодійна напружень в стиснутому бетоні N_c та розтягнутій арматурі N_s . Для визначення значення моменту M_{Rd} достатньо значення однієї з рівнодійних зусиль N_c чи N_s , які рівні між собою помножити на відстань z_c між ними, тобто

$$M_{Rd} = N_c z_c = N_s z_c. \quad (1.1)$$

Як свідчать дослідження багатьох авторів [11 – 15], від впливу косоного згинання точка прикладання рівнодійної зусиль стиснутої зони бетону N_c зміщується у бік повороту нейтральної лінії. Це призводить не тільки до виникнення косоного згинання, але й до зменшення цієї величини порівняно з плечем внутрішньої пари сил при плоскому згинанні (рис. 1.6). Таким чином

$$z_{c1} > z_{c2}. \quad (1.2)$$

де z_{c1} , z_{c2} – плече внутрішньої пари сил при плоскому та косому згинанні відповідно.

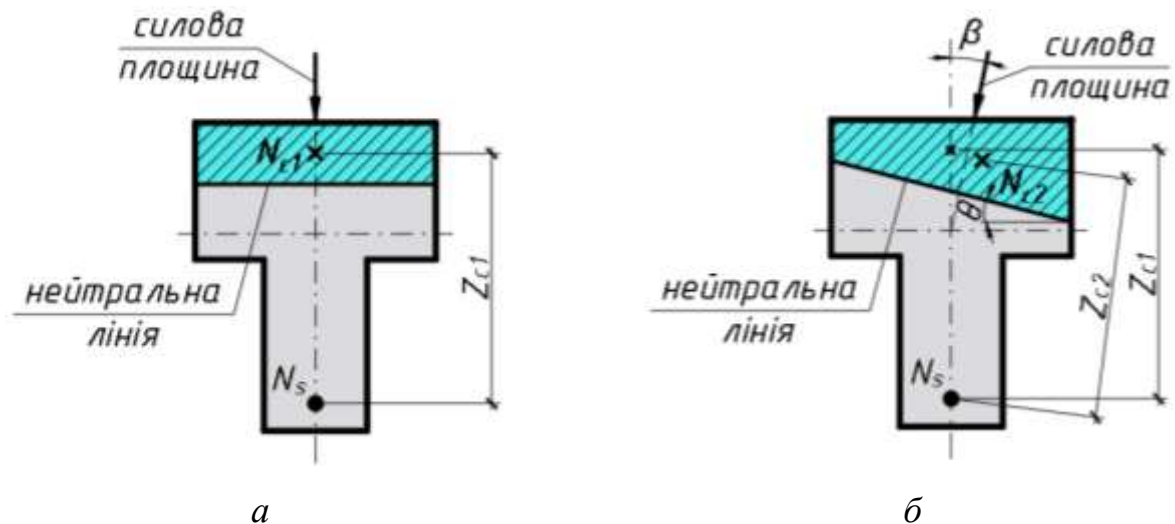


Рисунок 1.6 – Вплив косоного згинання на несучу здатність залізобетонних таврових елементів:

a – поперечний переріз таврового елемента при плоскому згинанні; *б* – поперечний переріз елемента при косому згинанні; β – кут нахилу зовнішньої силової площини; N_{c1} , N_{c2} – рівнодійні напружень стиснутої зони при плоскому та косому згинанні відповідно; z_{c1} , z_{c2} – відстані між рівнодійними напружень стиснутої N_{ci} й розтягнутої N_s зон при плоскому та косому згинанні відповідно; θ – кут нахилу нейтральної лінії (лінії розмежування стиснутої та розтягнутої зон) до горизонтальної вісі перерізу.

Якщо прийняти, що напруження в арматурі досягнуть межі текучості, то використовуючи (1.1) та (1.2), матимемо

$$M_{Rd1} > M_{Rd2}. \quad (1.3)$$

де M_{Rd1} , M_{Rd2} – згинальний момент від дії внутрішньої пари сил N_c й N_s у нормальному перерізі залізобетонного елемента при плоскому та косому згинанні відповідно.

Таким чином у (1.3) стверджується, що міцність балкового елемента при косому згинанні зменшується, що зайвий раз підкреслює необхідність його врахування у розрахунках за першою групою граничних станів.

Оцінити вплив косоного згинання на відповідність нормальній експлуатації можна за допомогою визначення прогинів, утворення та розкриття тріщин у залізобетонних балкових елементах.

Навіть незначний вплив косоного згинання змінює характер переміщення перерізу залізобетонного елемента, про що свідчать роботи [14 – 17]. Ці результати досліджень відображають реальний характер деформування, тобто показують, що балка при дії косоного згинання деформується у двох площинах координатних осей X та Y , або в одній з площин, яка проходить під кутом θ , майже перпендикулярного до нейтральної лінії (рис. 1.7, *a*). Так, при завантаженні балки, що зазнає косоного згинання, її прогин потрібно вимірювати не тільки уздовж вертикальної вісі симетрії Y , але й горизонтальної вісі X , і як сумарний прогин вимірювати перпендикулярно до положення нейтральної лінії. Звідси випливає що ми повинні знати, як розташовується нейтральна лінія в перерізі залізобетонного балкового елемента.

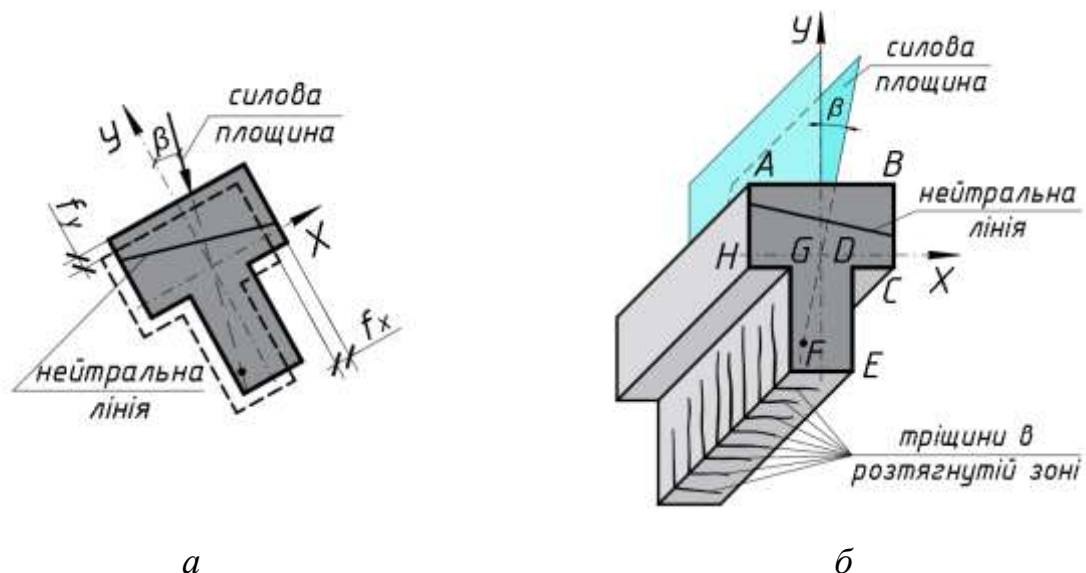


Рисунок 1.7 – Вплив косоного згинання на придатність до нормальній експлуатації залізобетонних таврових елементів:

a – прогини; *б* – утворення тріщин; β – кут нахилу зовнішньої силової площини; f_x, f_y – проекції прогину на осі інерції перерізу X та Y відповідно.

Косе згинання також впливає на характер утворення тріщин у розтягнутій зоні балкового елемента, що значною мірою відрізняється від плоского згинання [14 – 17]. На рисунку 1.7, б продемонстровано, що при наявності навіть незначних за значенням кутів нахилу β зовнішньої силової площини тріщини починають з'являтися у найбільш розтягнутому ребрі, що проходить через точку F , розповсюджуючись поступово на грані FG та FE у напрямку, майже перпендикулярному нейтральній лінії. Тому в розрахунках на утворення тріщин також необхідно знати, як розташовується нейтральна лінія в перерізі балкового елемента. У випадку неврахування косоного згинання вважається, що нейтральна лінія проходить паралельно нижній грані балки й тріщини з'являються по всій нижній грані FE балки, охоплюючи одразу 2 нижніх ребра F та E .

Експериментальні дані в роботах [6, 11, 12, 13, 15] також підтверджують вплив косоного згинання на характер руйнування стиснутої зони бетону. При наявності певного нахилу силової площини не вся верхня грань AB перерізу балкового елемента руйнується рівномірно. Руйнування починається з найбільш стиснутого ребра B у напрямку, майже перпендикулярному до нейтральної лінії, що знову акцентує увагу на необхідності визначення її положення в нормальному перерізі елемента. Зі збільшенням кута θ нахилу нейтральної лінії зменшується ураження верхньої грані AB , а бокової грані BC навпаки збільшується (рис. 1.7, б).

У сучасному будівництві при проектуванні залізобетонних елементів зазвичай виконують розрахунки на прості види деформацій. Причиною таких спрощень слугує громіздкість розрахунків залізобетонних елементів на складні види деформування через необхідність застосування методу ітерацій, які рекомендують сучасні норми проектування таких конструкцій [18, 19]. Такий підхід не відображає дійсного стану роботи елемента, що зазнає складного деформування. У результаті цього виникають значні запаси міцності при проектуванні, що спричинює перевитрати бетону й арматури, або ж навпаки, призводить до аварійних ситуацій. Таким чином актуальність детального

вивчення напружено-деформованого стану залізобетонних згинальних елементів та максимального наближення його моделювання до умов експлуатації очевидна.

1.3 Параметри напружено-деформованого стану залізобетонних таврових елементів при косому згинанні

Описати напружено-деформований стан перерізу елемента, що зазнає косоного згинання, досить складно. Для цього необхідно уявляти, яким чином проходить нейтральна лінія, що розмежовує стиснуту та розтягнуту зони цього перерізу. Положення нейтральної лінії в поперечному перерізі залежить від багатьох факторів та характеризується певними параметрами. При плоскому згинанні таким параметром слугує висота стиснутої зони X (рис. 1.8, *a*). При косому згинанні кількість таких параметрів зростає, так як нейтральна лінія розташовується під певним кутом θ до горизонтальної вісі (рис. 1.8, *b - e*) [11 – 14, 20 – 25]. Однак складність визначення параметрів, які характеризують положення нейтральної лінії в косозігнутих елементах пов'язана з різноманітністю геометричних форм стиснутої зони перерізу. Спираючись на експериментально підтвержені дані [6, 11, 16] слід зазначити, що для залізобетонних косо зігнутих таврових балок, можливі такі форми стиснутої зони: прямокутник, трикутник, трапеція, п'ятикутник, шестикутник.

На рисунку 1.8 продемонстровано, що для різних форм стиснутої зони розташування нейтральної лінії різне. При косому згинанні воно характеризується двома параметрами: висотою X та кутом θ . Залежно від форми можна визначити межі, у яких перебуває значення величини X :

- для трапецієподібної (рис. 1.8, *b*): $b_{eff} \sin\theta < X \leq h_{eff} \cos\theta$;
- для трапецієподібної (рис. 1.8, *в*): $h_{eff} \cos\theta < X \leq b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta$;
- для трикутної (рис. 1.8, *г*): $h_{eff} \cos\theta \geq X \leq b_{eff} \sin\theta$;
- для п'ятикутної (рис. 1.8, *д*): $b_{eff} \sin\theta < X \leq b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta$;
- для п'ятикутної (рис. 1.8, *е*): $b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta < X \leq b_{eff} \sin\theta$;

– для шестикутної (рис. 1.8, е): $b_{eff} \sin\theta < X < h \cos\theta$.

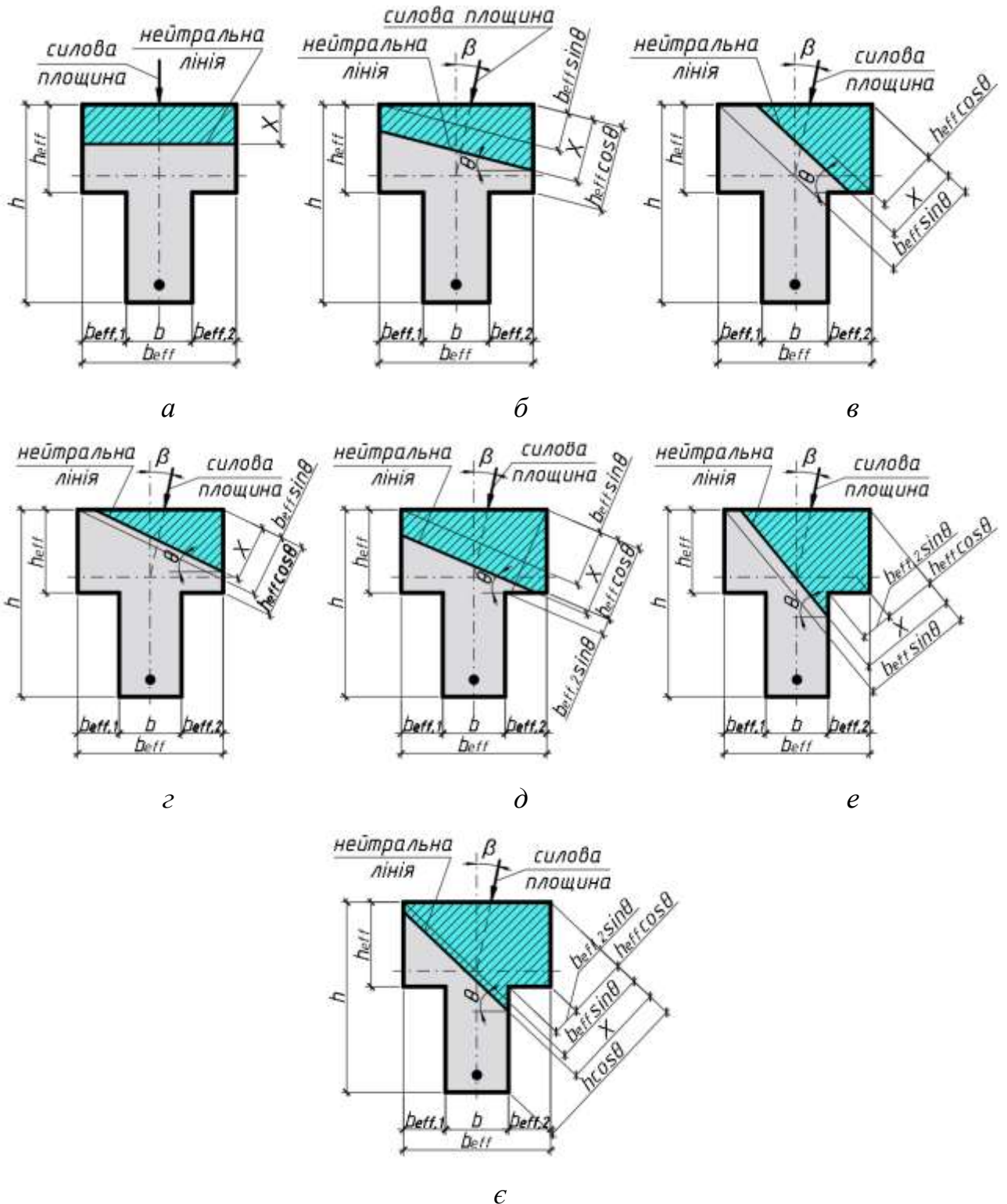


Рисунок 1.8 – Параметри напружено-деформованого стану:
 а – при плоскому згинанні; б – е – при косому згинанні: X – висота стиснутої зони бетону; θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу.

Збільшення кількості параметрів, які характеризують положення нейтральної лінії в поперечному перерізі, робить аналіз напружено-деформованого стану косозігнутих таврових балок більш складним. Такий підхід наближає до реального відтворення процесів, що відбуваються у конструкціях під дією складного їх завантаження. У свою чергу параметри напружено-деформованого стану та процес переходу від однієї форми до іншої залежить від того, під яким кутом β прикладається зовнішнє навантаження та яка його інтенсивність. Тому й виникає необхідність аналізу напружено-деформованого стану елемента залежно від кута нахилу зовнішньої силової площини та рівня завантаження.

1.4 Сучасний стан методів розрахунку залізобетонних таврових елементів на складні види деформування

Із розвитком суспільства виникає потреба в удосконаленні світу навколо себе. Будівельна галузь не є винятком, тому пошук нових ідей щодо покращення якості матеріалів та технології виготовлення та монтажу несучих і огорожуючих елементів будівель і споруд відбувається постійно. Не менш важливим є питання щодо методів розрахунку за граничними станами будівельних конструкцій з метою наближення до відображення їх реальної роботи. Такий безперервний процес розвитку дає можливість зменшити витрати матеріалів та урізноманітнити конструктивні рішення будівель та споруд.

1.4.1 Особливості розрахунків згідно чинних нормативних документів

Так як усі залізобетонні елементи перебувають у складному напружено-деформованому стані, то й розрахунки таких елементів необхідно виконувати з урахуванням впливу косоного деформування. Сучасні чинні в Україні норми [18, 19] наводять лише загальний алгоритм щодо розрахунку таких елементів,

які не дають змогу чітко й швидко їх розраховувати. Необхідно зазначити також значний недолік, який полягає у відсутності рекомендацій щодо розмежування випадків положення нейтральної лінії для косозігнутих елементів з тавровим поперечним перерізом.

В основу розрахунків відповідно до зазначених вище норм покладена «деформаційна модель». Єврокод 2 [19] пропонує виконувати розрахунки на основі нелінійних діаграм деформування матеріалів (бетону та арматури), а національні норми [18] дозволяють користуватися як повною, так і спрощеною діаграмою деформування бетону [26, 27].

Отже, конкретні та зрозумілі вказівки щодо розрахунків залізобетонних таврових елементів з урахуванням впливу косоного згинання у чинних нормах не зазначені. Тому необхідно розробляти методики, що дозволять виконувати розрахунки складно завантажених таврових балок без спотворення реальної роботи конструкції та будуть зручними в користуванні.

1.4.2 Аналіз наукових розробок та пропозицій щодо розрахунку косозігнутих таврових елементів

У Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» досить потужна експериментальна та теоретична база досліджень елементів на складні види деформування. Початок створення теоретичних основ методів розрахунку косо зігнутих залізобетонних елементів, які дозволили не тільки розраховувати їх за несучою здатністю, а й підбирати значення геометричних характеристик їх перерізів, належить М.С. Торянику [28 – 33]. Однак у запропонованому методі він використовував рівномірний розподіл напружень у бетоні стиснутої зони [30].

Дослідженням залізобетонних елементів, що перебувають у складному напружено-деформованому стані, займалися В. І. Бабич, Є. М. Бабич, П. Ф. Вахненко, О. В. Горик, М. М. Губій, В. І. Клименко, Є. В. Клименко, В. М. Кондель, А. М. Павліков, О. В. Редкін, С. І. Роговий, М. Є. Рогоза,

Ю. М. Руденко, Л. І. Сердюк, Л. В. Фалєєв, О. Г. Шаповал, О. А. Шкурупій, М. Л. Яровий, О. В. Зернюк, О. В. Бойко, Д. Ф. Федоров, О. Г. Хохлов, М. О. Харченко та інші.

Зернюк О. В. у своїй роботі [16] досліджувала вплив навантаження на двотаврові балки, але неприривний процес зміни напружено-деформованого стану не розглядался.

Бойко О. В. в своїй роботі [12] досліджувала міцність косозігнутих балок прямокутного профілю. Однак, в основу запропонованої нею методики покладена дволінійна діаграма стану бетону, яка хоч і зручна у використанні, але не відображає роботу бетону в закритичній стадії, що віддаляє від реального характеру деформування залізобетонних елементів.

Федоров Д. Ф. у своїй роботі [17] досліджував деформативність та тріщиностійкість елементів прямокутного поперечного перерізу.

Павліков А. М. у своїй роботі [15] розробив модель напружено-деформованого стану елемента з використанням повної діаграми деформування бетону. Така модель дозволяє визначати параметри напружено-деформованого стану на різних стадіях роботи елемента. Однак дана методика запропонована для косозігнутих елементів прямокутного поперечного перерізу. Різноманітність форм стиснутої зони для таврових балок більша, тому дана методика потребує розширення та адаптації для повноцінного розрахунку.

У своїй роботі [6] Хохлов О. Г. запропонував методику розрахунку залізобетонних косозігнутих таврових елементів на основі прямокутної епюри розподілу напружень у бетоні стиснутої зони. Такий підхід не відображає реальний напружено-деформований стан елемента, так як не враховує нелінійність деформування бетону, спричиняючи перевитрати матеріалів. Методика О. Г. Хохлова передбачає поділ усіх форм стиснутої зони таврового перерізу на групи.

Покращена методика розрахунку залізобетонних таврових балок запропонована в роботі Харченко М. О. [11]. Однак нелінійність бетону була

врахована лише дволінійними діаграмами стану матеріалів, що наближає, але всеодно не відображає реальну роботу косозігнутих балок.

1.4.3 Застосування автоматизованих комп'ютерних комплексів у розрахунках складно деформованих елементів

Із поглибленням знань щодо розрахунків залізобетонних елементів виникають складнощі їх реалізації вручну. Саме тому дедалі частіше виникає потреба у використанні комп'ютерної техніки.

Поява комп'ютерних технологій надала нові можливості для аналізу роботи, методів та точності розрахунків залізобетонних конструкцій. Сьогодні більшість інженерних розрахунків виконується з використанням комп'ютерної техніки, яка здійснює обчислення за граничними станами на основі заданих алгоритмів.

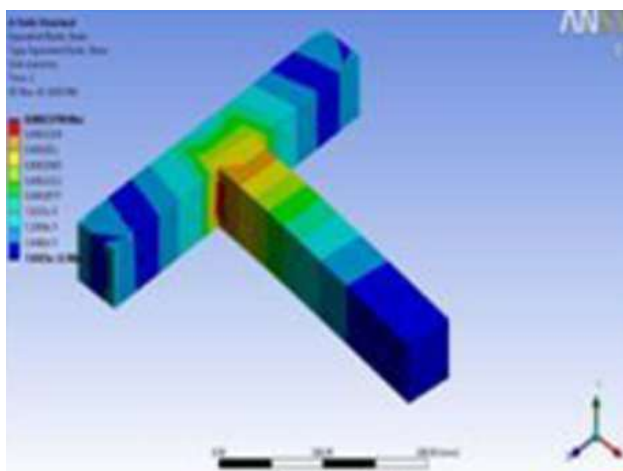
Проектування залізобетонних конструкцій пов'язане зі значною кількістю різноманітних підрахунків, які вимагають великих затрат часу. Інженер, використовуючи сучасну комп'ютерну техніку, має змогу пришвидшувати процес розрахунків та зменшувати можливість допущення механічних помилок.

Незважаючи на те, що комп'ютери збільшили продуктивність процесу проектування, вони, без сумніву, зменшили «відчуття» роботи конструкцій інженером. Тим самим постала проблема браку досвіду серед молодих спеціалістів, яким необхідно уважно аналізувати результати розрахунків, які надають такі спеціально створені програмні комплекси. Із цього випливає, що якою б складною не була конструктивна система будівлі, яким би досконалим не був алгоритм розрахунку, яким би потужним не був комп'ютер, за допомогою якого інженер виконує розрахунки за цим алгоритмом, саме інженер аналізує отримані кінцеві результати та робить остаточні висновки.

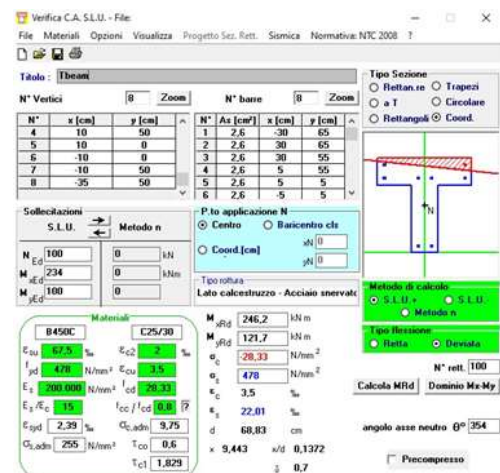
У розрахунках залізобетонних балок можна використовувати табличний редактор MS Excel з його надбудовами для отримання рішень поставлених

математичних задач за допомогою як аналітичних, так і чисельних методів [34, 35]. Також використовується програмний комплекс MathCAD, який є чудовим середовищем для програмування. У роботі [15] наведено алгоритм створення програми для побудови моделі напружено-деформованого стану косозігнутих залізобетонних елементів прямокутного перерізу з трапецієподібною та трикутною формою стиснутої зони бетону. Використання системи автоматизованого проектування AutoCAD дає можливість анімувати результати проведених обчислень параметрів напружено-деформованого стану для кращого розуміння процесу та узагальнення отриманої інформації в одній об'ємній моделі. Окрім функцій графічного редактора, AutoCAD можна використовувати як потужне середовище для програмування [36].

Наведені вище програми зручні, але вимагають значного втручання людини в процес реалізації розрахунків залізобетонних елементів. Тому в наш час існують більш зручні автоматизовані комплекси, які поєднують у собі аналітичну та графічну складові. Серед них можна зазначити такі: ANSYS, NASTRAN, SCAD, Cosmos, ASKA, ЛІРА, MOHOMAX, Revit, WeStatiX (рис. 1.9).



a



b

Рисунок 1.9 – Приклади використання у розрахунках залізобетонних таврових балок програмних комплексів:

a – ANSYS; *b* – WeStatiX.

Програмний комплекс ANSYS демонструє чудову відповідність експериментальних та розрахункових значень несучої здатності елементів (рис. 1.9, а) [37 – 38]. Однак врахування особливостей косого згинання за допомогою зазначеної програми ще потребує вдосконалення.

Програма WeStatiX дозволяє перевірити міцність таврових балок із залізобетону під впливом косого деформування (рис. 1.9, б) .

Розрахунок залізобетонних елементів з використанням спеціальних програмних комплексів є невід’ємною складовою в процесі підготовки до проведення експерименту, так як допомагає виявити місця, на які треба звернути особливу увагу під час експериментальних досліджень, уникнувши зайвих витрат коштів при проведенні натурного експерименту, замінивши його на чисельний.

Програмні комплекси створює людина, закладаючи певний алгоритм розрахунків елементів з урахуванням особливостей роботи матеріалів. Тому існування зручних комп’ютерних програм, призначених для дослідження напружено-деформованого стану, які дозволяють моделювати майже реальну роботу залізобетонних елементів, залежить від створених науковцями методик розрахунку будівельних конструкцій та їх окремих частин.

1.5 Основи моделювання напружено-деформованого стану

Обов’язковий етап створення будь-якої методики розрахунку залізобетонних елементів – створення розрахункової моделі напружено-деформованого стану такого елемента у відповідних перерізах на різних етапах його роботи. Створення загальної моделі відбувається шляхом поєднання двох менших, що характеризують роботу матеріалів, які входять до складу залізобетонного елемента. Таким чином для моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок необхідно проаналізувати особливості роботи бетону та арматури [14, 15].

1.5.1 Стадії напружено-деформованого стану елементів із тавровою формою поперечного перерізу

Для моделювання напружено-деформованого стану залізобетонного елемента необхідно уявляти, яким чином змінюється розподіл напружень та деформацій зі збільшенням зовнішнього навантаження. Такі зміни можна поділити на певні стадії, які характеризують роботу елемента від початку прикладання навантаження до моменту його руйнування (рис. 1.10) [39].

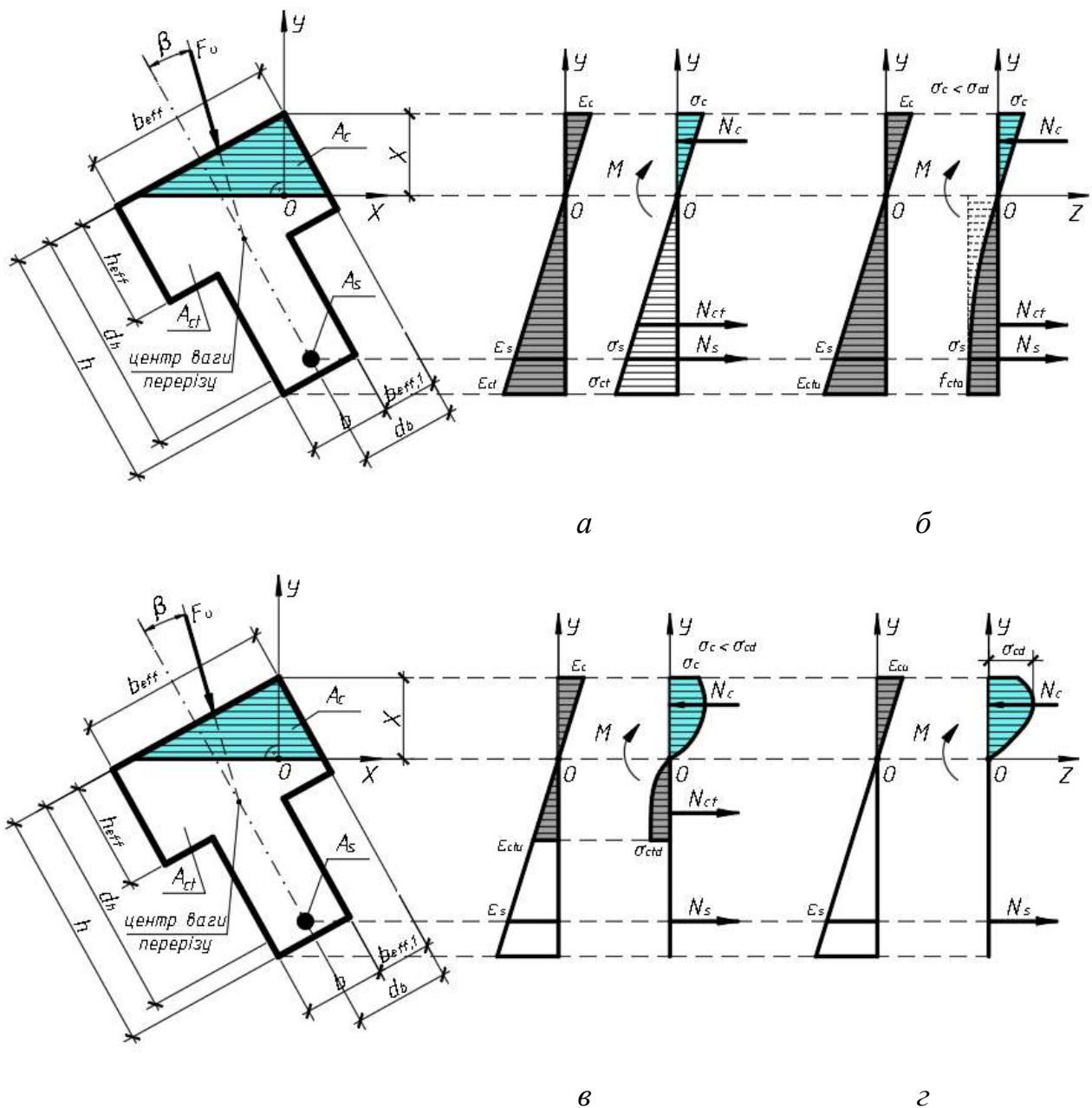


Рисунок 1.10 – Стадії напружено-деформованого стану:
а – I; б – Ia; в – II; г – III.

На стадії 1 (рис. 1.10, *a*) відносні деформації стиснутого та розтягнутого бетону в крайових фібрах залізобетонного елемента не досягають своїх граничних значень ε_{cu} , ε_{ctu} . Тому тріщини у нижній зоні відсутні, а зусилля розтягу сприймаються бетоном та арматурою сумісно.

На стадії 1*a* (рис. 1.10, *b*) відносні деформації бетону в крайній фібрі розтягнутої зони досягають граничних значень ε_{ctu} . Тому у нижній зоні балкового елемента з'являється перша тріщина.

На стадії 2 (рис. 1.10, *в*) залізобетонний елемент починає працювати з тріщинами. Зруйнована частина бетону розтягнутої зони виключається з роботи. Зусилля розтягу сприймаються арматурою в нижній зоні нормального перерізу та розтягнутим бетоном над тріщиною.

На стадії 3 (рис. 1.10, *г*) залізобетонний елемент знаходиться в граничному напружено-деформованому стані, який відповідає повному його руйнуванню. При цьому відносні деформації стиснутого бетону в крайових фібрах перерізу залізобетонного елемента досягають своїх граничних значень ε_{cu} , а значення міцності розтягнутої арматури досягає межі її текучості f_y .

Досить зручно володіти інформацією щодо параметрів напружено-деформованого стану на будь-якій з вищезазначених стадій, так як залежно від стадії їх можна використовувати в розрахунках за обома групами граничних станів.

1.5.2 Моделювання роботи бетону в елементах під навантаженням

Найбільш поширеною проблемою при моделюванні залізобетонних елементів вважають нелінійне деформування бетону під дією різних зовнішніх впливів.

Отримані дані експериментів [41 – 44] підтверджують псевдопластичність бетону. Тому після досягнення бетонним елементом граничного стану відбувається перерозподіл напружень у найбільш віддаленій фібрі таким

чином, що елемент продовжує деформуватися, а напруження у ньому зменшуються.

З метою розрахуну залізобетонних елементів за граничними станами першої та другої груп необхідно володіти інформацією щодо характеру деформування елемента під дією прикладеного до нього навантаження. Питання щодо трансформації діаграми, яка описує залежність між напруженнями та деформаціями, у діаграму, що описує зв'язок між зусиллями, які діють на елемент, та деформаціями елемента від цих зусиль, розглянуто в [15, 40]. Для опису зв'язку між силовими та деформаційними параметрами використовують різноманітні діаграми стану елемента. Такі діаграми умовно можна поділити на чотири групи (рис. 1.11) [40].

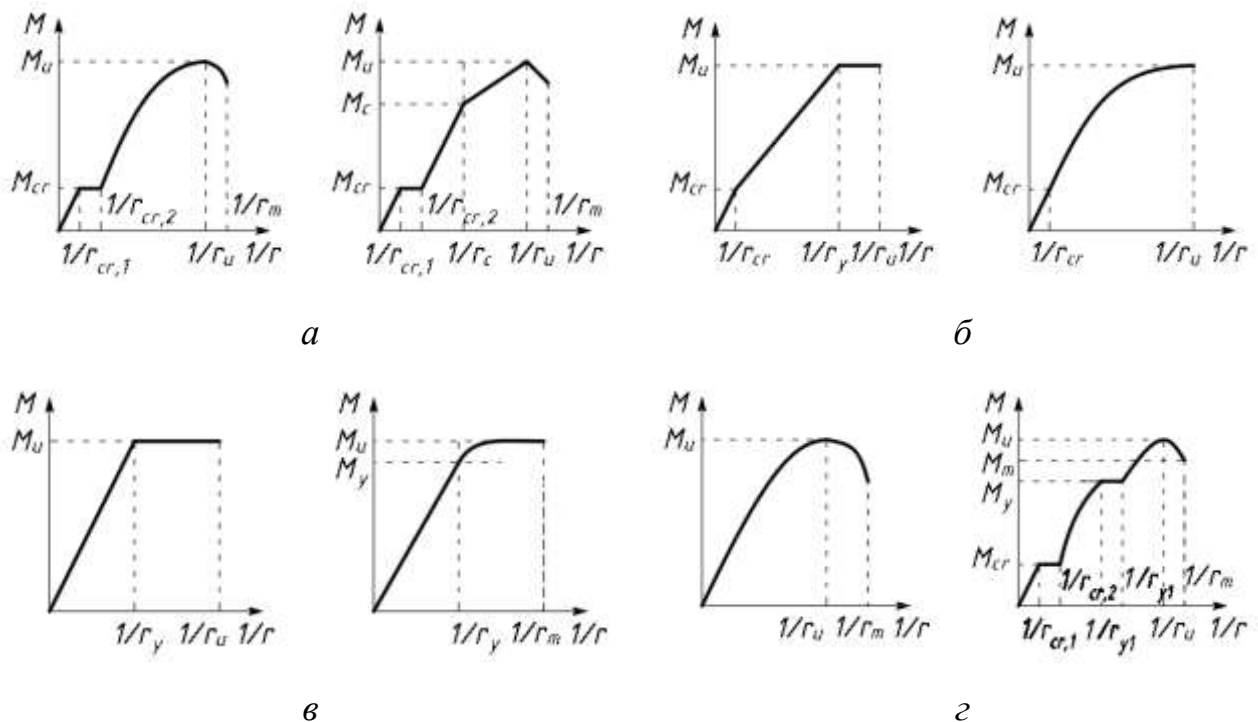


Рисунок 1.11 – Діаграми стану залізобетонних елементів:
a – першої групи; *б* – другої групи; *в* – третьої групи; *з* – четвертої групи.

Дослідженням діаграм стану бетону займалися такі вчені, як А. Я. Барашиков, Є. М. Бабич, В. І. Бабич, О. Я. Берг, О. О. Гвоздєв, В. Г. Назаренко, М. В. Савицький, Л. І. Стороженко, В. С. Шмуклер, С. І. Роговий, А. М. Павліков, В. П. Митрофанов та багато інших.

Велика кількість питань виникає при описуванні низхідної гілки діаграми, адже процес руйнування бетону в закритичній стадії має певні особливості, що викликає розбіжності в поглядах науковців на процес деформування бетону [45 – 51].

Під час проведення дослідів не завжди можна отримати спадну гілку діаграми фізичного стану бетону, адже потрібно виконання певних умов. До них належать відповідна жорсткість пресу, яка повинна бути більшою, ніж жорсткість елемента, що досліджується, та незмінна швидкість збільшення деформацій у часі.

Для побудови близьких до реальної роботи моделей необхідно використовувати реальні діаграми деформування матеріалів [14, 15, 39].

На рисунку 1.12 представлено повну діаграму деформування бетону, яка узагальнює результати отриманих на основі експериментальних даних реальних діаграм деформування. Особливість такої діаграми полягає в тому, що низхідна її гілка асимптотично наближається до вісі деформацій. Закінчується вона в точці С (ε_r ; f_r), яка відповідає повному руйнуванню елемента з вичерпанням його несучої здатності. У точці А значення напружень максимальні.

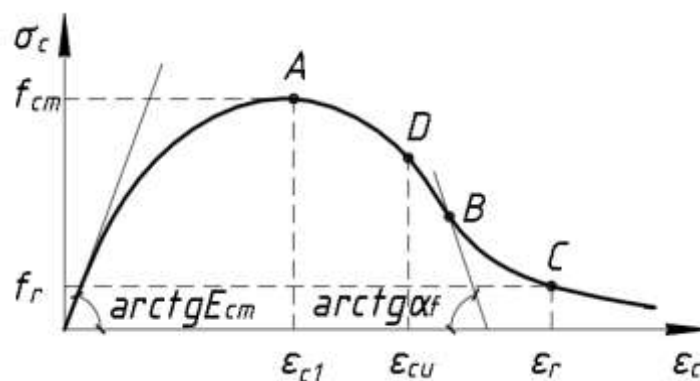


Рисунок 1.12 – Модель повної діаграми деформування бетону при стиску з її характерними точками:

А – максимальних значень напружень f_c при критичних відносних деформаціях стиску ε_{c1} ; В – перегину спадної гілки діаграми; С – залишкових напружень f_r при залишкових деформаціях ε_r ; D – граничних деформацій ε_{cu} .

До параметрів, які характеризують висхідну гілку діаграми фізичного стану бетону, належать: E_{cm} – початковий модуль пружності бетону, f_{cm} – середнє значення міцності бетону на стиск, ε_{c1} – значення критичних відносних деформацій стиску бетону при максимальних напруженнях f_{cm} , tga – тангенс кута нахилу дотичної до кривої $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$.

До параметрів, які характеризують нисхідну гілку діаграми фізичного стану бетону, належать: tga_f – модуль спаду деформацій, f_r – залишкова міцність бетону, ε_r – залишкові деформації.

Використання дволінійних діаграм не дозволить змодельовати напружено-деформований стан залізобетонних згинальних елементів таврового профілю та виконати аналіз роботи таких елементів.

Аналіз літературних джерел показав, що для опису зв'язку між напруженнями та деформаціями стиснутого бетону використовують різноманітні залежності: степеневі та поліноміальні функції, сплайн-функції, показникові залежності, тригонометричні залежності, дробові залежності [1 – 69]. Такі залежності досить близько відображають реальну діаграму деформування бетону.

Степеневі функції виключають – існування низхідної гілки діаграми деформування. Поліноми нижчих порядків значно завищують значення величини деформацій бетонів, міцність яких ≤ 40 МПа, при експлуатаційних навантаженнях. Поліноми вищих порядків (5-го) мають декілька точок перегину на низхідній гілці діаграми, що не відповідає дійсному характеру деформування [70 – 77]. Сплайн-функції використовуються лише для опису окремих ділянок між характерними точками діаграми, тому сприяють втраті цілісності відображення всього процесу деформування [65, 78 – 87]. У випадку застосування однієї групи показникових залежностей значення величини відносних граничних деформацій бетону при напруженнях, що відповідають розрахунковим значенням міцності бетону на стиск, досягають нескінченності [88 – 92]. Друга група показникових залежностей створює певні перешкоди при обчисленні значення величини деформацій та відображенні змін НДС

залізобетонного елемента у разі збільшення рівня навантажень [66, 93 – 97]. Симетричність висхідної та низхідної гілок тригонометричних залежностей дає змогу використовувати їх лише для бетонів з $K = E_{c0} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{ck} = 2$ [98 – 100]. У лінійно-дробових залежностях відсутня низхідна гілка діаграми на відміну від дробово-раціональних, у яких вона майже безмежна при теоретичних дослідженнях та цілком обмежена при експериментальних [76, 101 – 122]. Неправильна дробово-раціональна функція характеризується своєю розривністю за межами можливого деформування бетону ($\sigma_{cu} < 0$) [19, 84, 123 – 124].

Сучасні норми пропонують описувати криву залежності напружень та деформацій за допомогою дробово-раціональної функції (1.4) або полінома 5-го ступеня (1.5) [18, 19]:

$$\sigma_c = \frac{f_c(K\eta - \eta^2)}{(1 + (K - 2)\eta)}, \quad (1.4)$$

де σ_c – напруження стиску в бетоні;

f_c – значення міцності бетону на стиск;

$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$ – рівень відносних деформацій;

ε_c – значення відносних деформацій стиску бетону.

ε_{c1} – значення відносних деформацій стиску бетону при максимальному значенні міцності бетону на стиск f_c [18, табл. 3.1];

$K = 1,05 (E_c \varepsilon_{c1} / f_c)$ – коефіцієнт, який враховує пружно-пластичні властивості бетону;

E_c – значення модуля пружності бетону;

$$\sigma_c = f_c \sum_{k=1}^5 a_k \eta^k, \quad (1.5)$$

де a_k – коефіцієнт полінома, який визначається за табл. 3.1 [125].

З діаграми залежності напружень, що виникають у бетоні при дії зовнішнього навантаження, від деформацій видно, що залежність між величинами криволінійна. Тому й у розрахунках необхідно використовувати

нелінійну залежність, хоча у працях [11, 12] запропоновані методики розрахунку з використанням спрощених діаграм стану матеріалів. У нормах [18] дозволяється проводити розрахунки залізобетонних елементів як з використанням криволінійних, так і дволінійних діаграм.

1.6 Висновки за розділом 1

1. Незважаючи на широке використання залізобетонних балок у будівництві, методики розрахунку таких елементів за граничними станами першої та другої груп з урахуванням косоного деформування розроблені недостатньо. Розрахунок таврових балок на косо згинання виконується спрощено.

2. Для опису характеру деформування бетону під дією навантаження використовуються різноманітні діаграми, серед яких найбільш вдалою є криволінійна діаграма з низхідною гілкою. Процес зміни напружено-деформованого стану від початку завантаження до моменту руйнування можна поділити на три характерні стадії.

3. Наявність великої кількості функцій для опису закону розподілення напружень не дає можливість отримати точні аналітичні залежності для визначення параметрів НДС косо зігнутих залізобетонних елементів.

4. Для дослідження процесу зміни напружено-деформованого стану залізобетонних балкових елементів таврового профілю на основі нелінійної діаграми деформування бетону та їх розрахунку необхідно створити модель цього стану з урахуванням положення нейтральної лінії в перерізі.

5. Використання комп'ютерних технологій у розрахунках залізобетонних елементів дозволяє підвищити продуктивність праці інженерів та науковців, зменшити затрати часу на розрахунок та проектування конструкцій, оптимізувати витрати бетону та арматури в перерізах елементів, повторно використовувати методи розрахунку конструкцій та окремих вузлів, автоматизувати процес побудови моделі НДС елементів.

2 ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗАХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТАВРОВИХ БАЛОК ПРИ КОСОМУ ЗГИНАННІ

2.1 Система координат для теоретичних досліджень

Моделювання напружено-деформованого стану залізобетонного балкового елемента обов'язково передбачає вибір системи координат [126]. Вона дає змогу досліджувати та кількісно оцінювати процес деформування об'єкта при дії на нього навантаження або іншого зовнішнього впливу.

Як зазначено в працях [14, 127 – 131], граничні деформації у найбільш стиснутій фібрі бетону можна оцінювати залежно від зовнішнього силового впливу. Згинальний момент чи поздовжня сила досягають свого максимального значення при фібрових деформаціях, менших свого граничного значення.

Закон розподілення напружень у системі координат $Y_c O_c Z_c$ (1.4) не відображає характер зміни напружень залежно від координати y (рис. 2.1).

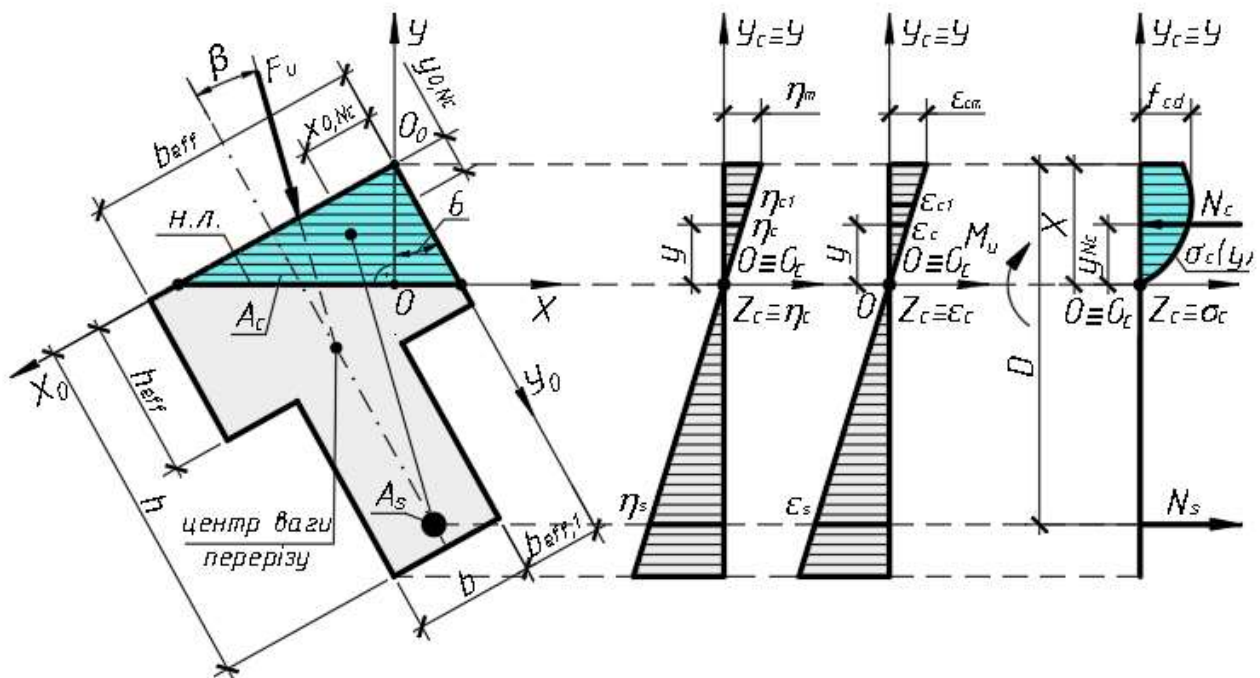


Рисунок 2.1 – До закону розподілення напружень у бетоні стиснутої зони при косому згинанні

Розглянемо приріст деформацій у найбільш стиснутій фібрі бетону в точці, де рівень відносних деформацій максимальний

$$\eta_m = \varepsilon_{cm} / \varepsilon_{c1}, \quad (2.1)$$

де ε_{cm} – поточне значення відносних деформацій бетону в найбільш стиснутій фібрі бетону;

ε_{c1} – значення відносних деформацій бетону, при яких напруження досягають своїх максимальних значень.

Запишемо необхідну залежність

$$\sigma_c(y) = \varepsilon_c(y) E'_{cd}(y), \quad (2.2)$$

де $E'_{cd}(y)$, $\varepsilon_c(y)$ – січний модуль пружності та відносні деформації стиснутого бетону в точці, у якій визначається напруження $\sigma_c(y)$, на відстані y від нейтральної лінії. Так як $E'_{cd}(y) = \sigma_c(\eta) / \varepsilon_c(y)$, то $\sigma_c(y) = \sigma_c(\eta)$.

Із подібності трикутників (рис. 2.1) маємо співвідношення $\eta / \eta_m = y / X$, звідки $\eta = y \eta_m / X$. Після відповідних перетворень отримаємо необхідний закон розподілення напружень у системі координат, початок якої (точка O_c) лежить на нейтральній лінії й співпадає з початком координат O системи XOY . Таким чином функція напружень залежно від значення величини y набуває вигляду:

$$\sigma(y) = \frac{f_{cd} \eta_m y (KX - \eta_m y)}{X[X + (K - 2)\eta_m y]}. \quad (2.3)$$

Трапляються випадки, коли від вибору початку координат системи для теоретичних досліджень залежить зручність розрахунків, які необхідно проводити для визначення певних параметрів, що змінюють своє значення при дії зовнішніх впливів на балковий елемент. Такий вибір має на меті зменшити кількість невідомих, полегшити процес розрахунків та отримати зручні в користуванні аналітичні вирази.

У нашому випадку приймемо систему координат $X_0O_0Y_0$ (рис. 2.2). Її початок співпадає з точкою, найбільш віддаленою від нейтральної лінії, яка розмежовує стиснуту й розтягнуту зону бетону поперечного перерізу залізобетонного балкового елемента. Закон розподілення напружень $\sigma(x_0; y_0)$

у системі координат $X_0O_0Y_0$ дозволить визначити напруження в будь-якій точці стиснутої зони перерізу залізобетонної підкранової балки.

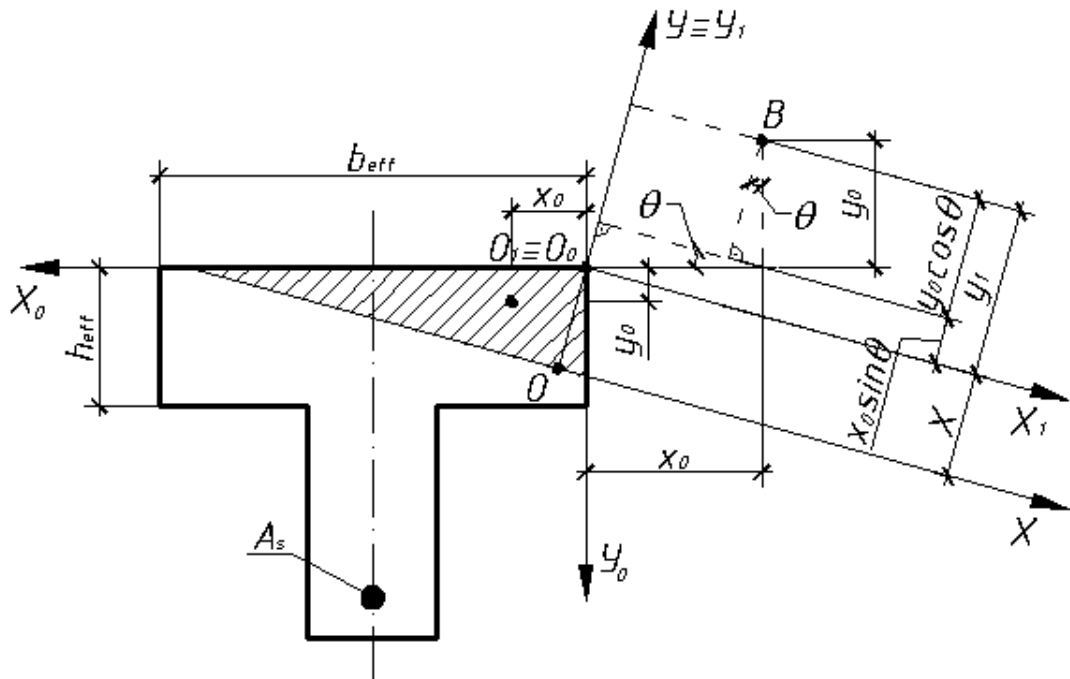


Рисунок 2.2 – Зміна системи координат

Залежність 2.3 записана для системи координат XOY . Із метою отримання функції $\sigma(x_0; y_0)$ замість функції $\sigma(y)$ необхідно здійснити перехід від системи координат XOY до $X_0O_0Y_0$ шляхом паралельного переносу й повороту однієї системи координат відносно іншої. Співвідношення координат точки в різних системах можна записати у вигляді зазначених нижче виразів, використовуючи рисунок 2.2.

Спочатку здійснюємо паралельний перенос системи координат XOY в $X_1O_1Y_1$ по осі Y на відстань X , виражаючи y через y_1 . Маємо співвідношення:

$$y = X + y_1. \quad (2.4)$$

Після цього повертаємо систему координат $X_1O_1Y_1$ на кут $(\pi + \theta)$ проти годинникової стрілки. Врахувавши знаки в співвідношенні координат $y_1 = x_0 \sin(\pi + \theta) + y_0 \cos(\pi + \theta)$, маємо:

$$y_1 = -x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta. \quad (2.5)$$

Підставивши (2.5) в (2.4), отримаємо:

$$y = X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta. \quad (2.6)$$

Закон розподілення напружень у системі координат $X_0O_0Y_0$ після підстановки (2.6) у (2.2) матиме вигляд:

$$\sigma_c(x_0; y_0) = \frac{f_{cd} \eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) \cdot [KX - \eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)]}{X [X + (K - 2) \eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)]}. \quad (2.7)$$

Щоб представити закон розподілення напружень (2.7) у зручному для розрахунку несучої здатності вигляді, виконаємо певні математичні перетворення. Спочатку розкриваємо дужки у чисельнику та виносимо за дужки X у знаменнику дробу (2.7):

$$\sigma_c(x_0; y_0) = f_{cd} \cdot \frac{K \eta_m X (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \eta_m^2 (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{X \cdot X \cdot [1 + (K - 2) \eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) / X]}. \quad (2.8)$$

Потім кожен доданок чисельника ділимо на X^2 знаменника дробу (2.8):

$$\sigma_c(x_0; y_0) = f_{cd} \cdot \frac{\frac{K \eta_m X}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{1 + (K - 2) \eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) / X};$$

$$\sigma_c(x_0; y_0) = f_{cd} \cdot \frac{\frac{K \eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{1 + (K - 2) \eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) / X}. \quad (2.9)$$

З метою спрощення розрахунків задаємо конкретне значення параметра K , який характеризує фізико-механічні характеристики бетону. Для більшості класів бетону $K = 2$ [14, 15]. Якщо прийняти, що $K = 2$, то функція (2.9) набуде вигляду:

$$\sigma_c(x_0; y_0) = f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right]. \quad (2.10)$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

x_0 та y_0 – координати точки, що розглядається;

θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної вісі.

2.2 Процес формоутворення стиснутої зони бетону в перерізі балки при косому згинанні

Необхідно розрізняти плоске (рис. 2.3) й косе (рис. 2.4) згинання балкового елемента. При плоскому згинанні можливі два випадки розташування нейтральної лінії, які визначаються висотою стиснутої зони X : у поличці (рис. 2.3, а) або в ребрі (рис. 2.3, б). При косому згинанні кількість форм стиснутої зони бетону значна.

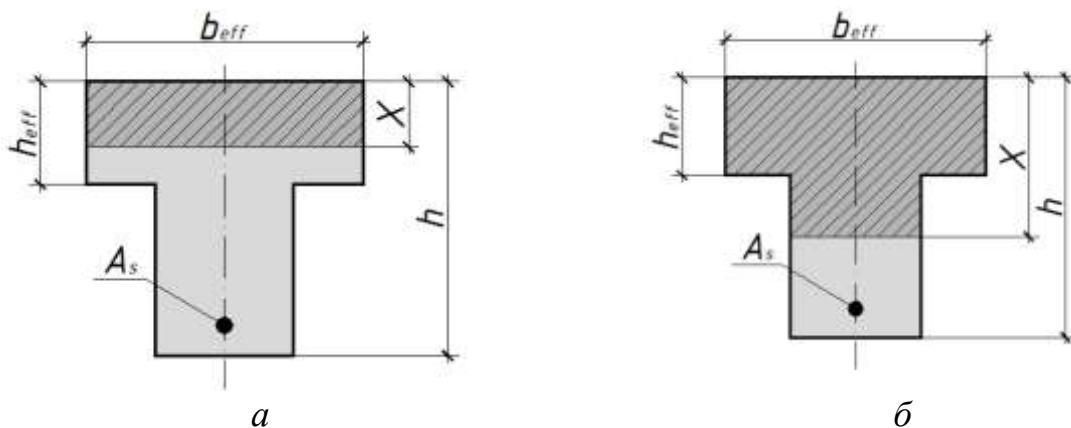


Рисунок 2.3 – Види форм стиснутої зони поперечного перерізу залізобетонних елементів таврового профілю при плоскому згинанні:
а – прямокутник (при $X \leq h_{eff}$); б – восьмикутник (при $X > h_{eff}$)

У дійсності більшість залізобетонних елементів через вплив чинників силового, конструктивного, технологічного та експлуатаційного характеру зазнають косоного згинання .

Стиснута зона залізобетонного балкового елемента таврового профілю, яка зазнає згину, може набувати різних геометричних форм. Вони визначаються положенням нейтральної лінії в поперечному перерізі. Науковцями у роботах [6, 11, 16] експериментально встановлено, що можливі такі форми стиснутої зони: прямокутник (рис. 2.3, а), трикутник (рис. 2.4, а), трапеція (рис. 2.4, б – в), п'ятикутник (рис. 2.4, г – д), шестикутник (рис. 2.4, е) та восьмикутник (рис. 2.4, є) [6, 11].

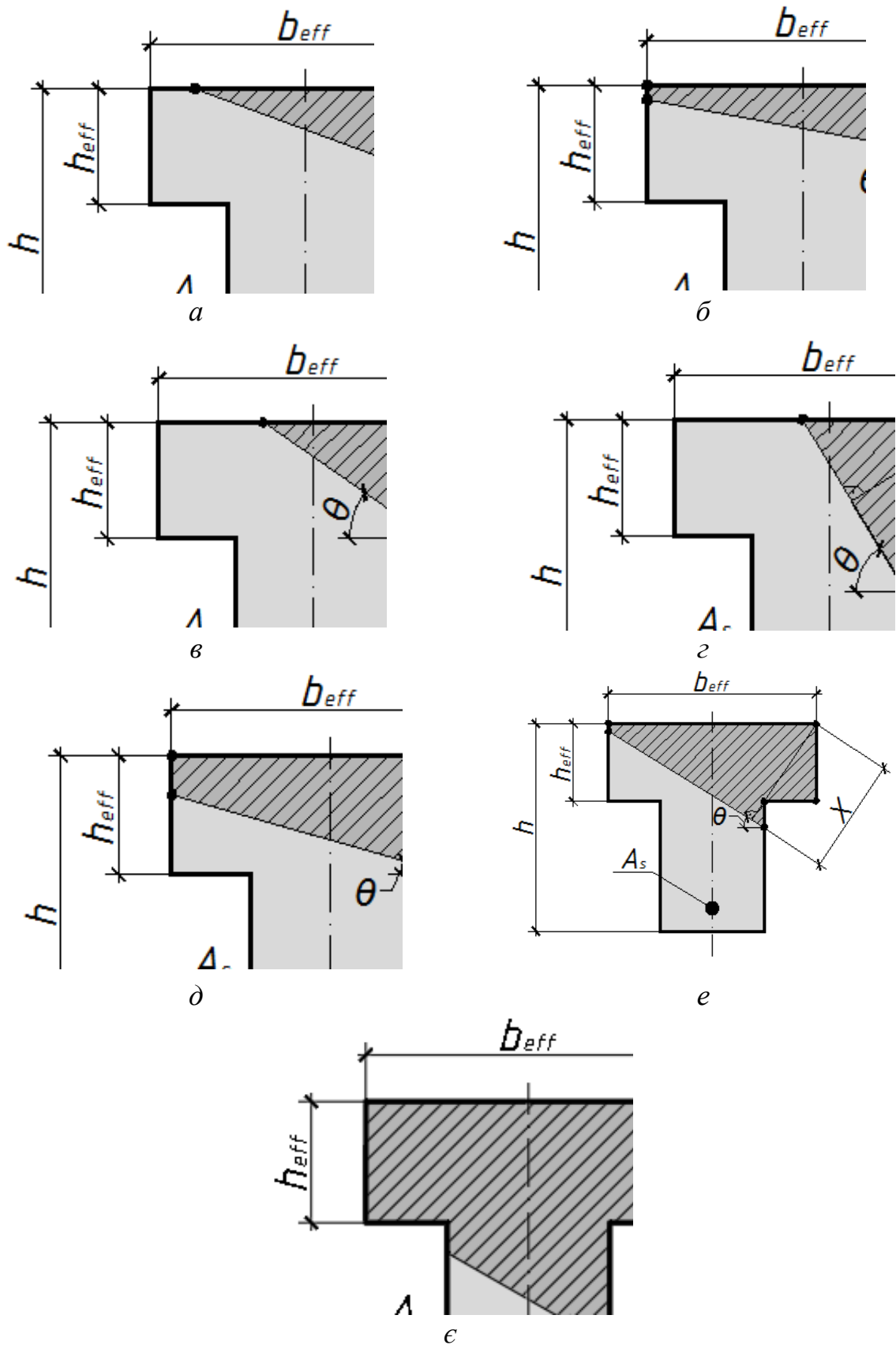


Рисунок 2.4 – Види форм стиснутої зони поперечного перерізу залізобетонних елементів таврового профілю при косому згинанні:
 а – трикутник; б, в – трапеція; г, д – п'ятикутник; е – шестикутник; ф – восьмикутник

При косому згинанні кількість форм стиснутої зони поперечного перерізу залізобетонного балкового елемента таврового профілю значно перевищує (рисунок 2.4), ніж при плоскому. Кількість параметрів, які визначають положення нейтральної лінії, також збільшується [132]. Для задання межі стиснутої зони необхідно, крім висоти стиснутої зони X , вказати кут нахилу θ . На рисунку 2.5 зображені можливі геометричні форми, яких може набувати стиснута зона бетону. Далі в роботі розглядаються лише форми $a - e$ (рис. 2.4).

У роботах [6, 11] виділяють 12 випадків положення нейтральної лінії в перерізі балкового елемента, які визначають форму стиснутої зони бетону.

2.2.1 Систематизація випадків стиснутої зони в групі

Усі випадки положення нейтральної лінії можна систематизувати в 3 групи залежно від її початкового розташування в полиці таврового елемента. Кожна група складається з чотирьох форм, які при зміні кута β переходять одна в одну.

Група форм визначається параметром x_0 (висотою стиснутої зони при плоскому згинанні), значення величини якого можна обчислити за нижче наведеною формулою:

$$x_0 = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} b_{eff} \omega(\theta; \eta_m)}, \quad (2.11)$$

де f_{yd} – розрахункове значення опору арматури розтягу;

f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

A_s – площа поперечного перерізу арматури;

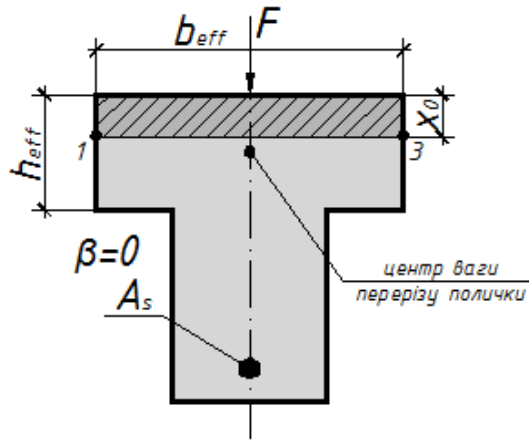
$\omega(\theta; \eta_m)$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони.

Для першої групи форм необхідне виконання умови $0 < x_0 \leq 0,5 h_{eff}$ при плоскому згинанні (рис. 2.5, *a*). Під час процесу формоутворення спочатку утворюється стиснута зона у вигляді трапеції (рис. 2.5, *б*). При повороті нейтральної лінії навколо центра ваги поперечного перерізу полицки точка $1a$

досягає точку 2, а точка 3а переходить у точку 3б. Таким чином отримуємо трикутну форму стиснутої зони (рис. 2.5, в). Після досягнення точкою 3в точки 4 трикутна форма змінюється на трапецієподібну (рис. 2.5, г). При збільшенні кута β точка 4а досягає точки 5. Після цього форма стиснутої зони змінюється на п'ятикутну (рис. 2.5, д). Особливостями процесу формоутворення цієї групи є те, що точка 1 швидше досягає точку 2, ніж точка 3 точку 4.

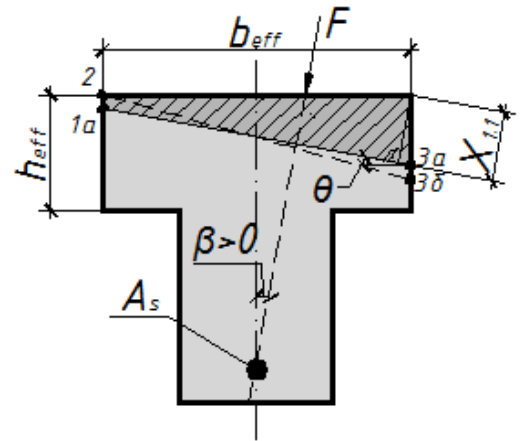
Для другої групи форм необхідно, щоб виконувалася умова $0,5 < x_0 \leq 0,5 h_{eff} (1 + b_{eff,1} / b_{eff})$ при плоскому згинанні (рис. 2.6, а). Під час процесу формоутворення спочатку утворюється стиснута зона у вигляді трапеції (рис. 2.6, б). При повороті нейтральної лінії навколо центра ваги поперечного перерізу полочки точка 3а досягає точку 4, а точка 1а переходить у точку 1б. Після цього отримуємо п'ятикутну форму стиснутої зони (рис. 2.6, в). Після досягнення точкою 1в точки 2 п'ятикутна форма змінюється на трапецієподібну (рис. 2.6, г). При збільшенні кута β точка 4в досягає точки 5. Після цього форма стиснутої зони змінюється на п'ятикутну (рис. 2.6, д). Особливостями процесу формоутворення цієї групи є те, що точка 3 швидше досягає точку 4, ніж точка 1 точку 2.

Для третьої групи форм необхідно, щоб виконувалася умова $0,5 h_{eff} (1 + b_{eff,1} / b_{eff}) < x_0 \leq h_{eff}$ при плоскому згинанні (рис. 2.7, а). Під час процесу формоутворення спочатку утворюється стиснута зона у вигляді трапеції (рис. 2.7, б), яка після досягнення точкою 3а точки 4 змінюється на п'ятикутник (рис. 2.7, в). Після досягнення точкою 4а точки 5 п'ятикутна форма змінюється на шестикутну (рис. 2.7, г). При збільшенні кута β точка 1д досягає точки 2. Після цього форма стиснутої зони змінюється на п'ятикутну (рис. 2.7, д). Особливостями процесу формоутворення цієї групи є те, що точка 3 швидше досягає точку 5, ніж точка 1 точку 2.



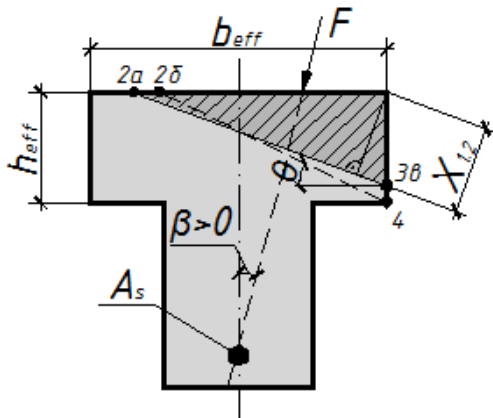
$$0 < x_0 \leq 0,5 h_{eff}$$

a



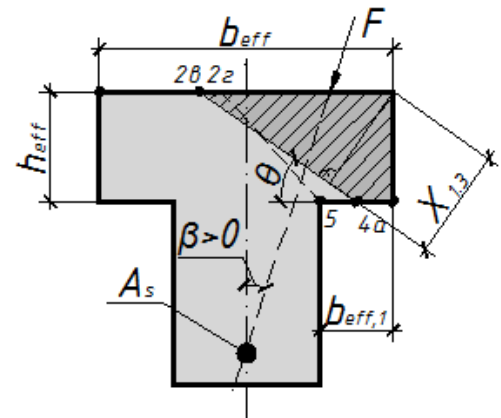
$$b_{eff} \sin \theta \leq X_{1,1} < h_{eff} \cos \theta$$

б



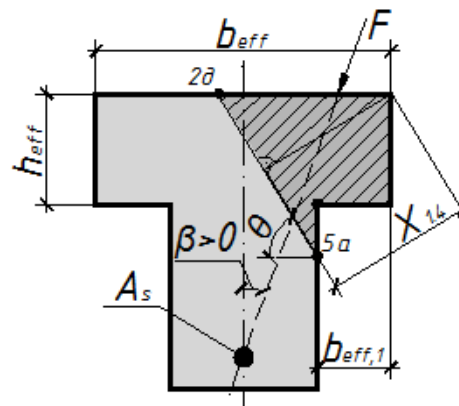
$$b_{eff} \sin \theta > X_{1,2} \leq h_{eff} \cos \theta$$

в



$$h_{eff} \cos \theta < X_{1,3} \leq b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta$$

г

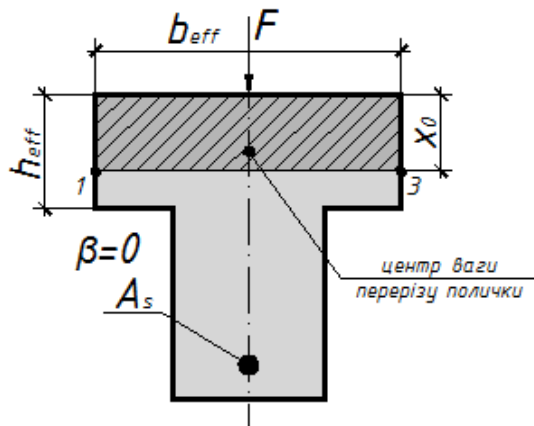


$$b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta < X_{1,4} < b_{eff} \sin \theta$$

д

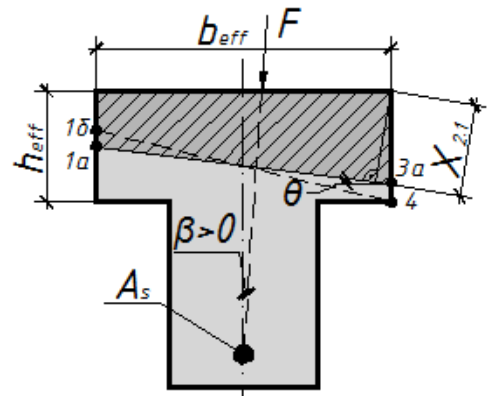
Рисунок 2.5 – Перша група форм стиснутої зони бетону:

a – прямокутник (при плоскому згинанні); б, г – трапеція; в – трикутник; д – п'ятикутник



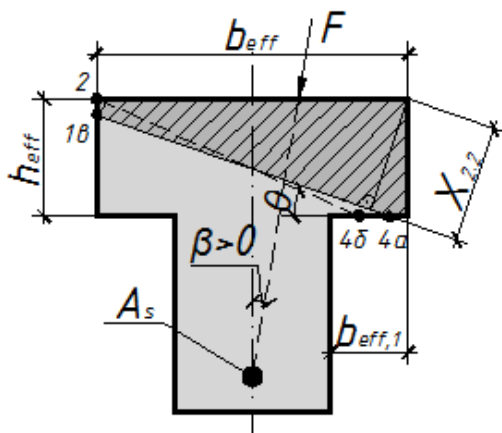
$$0,5 < x_0 \leq 0,5 h_{eff} (1 + b_{eff,1} / b_{eff})$$

a



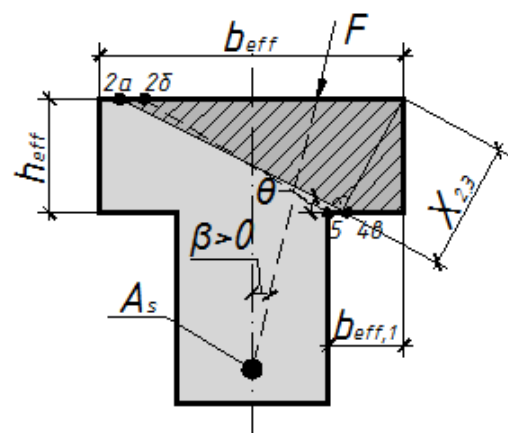
$$b_{eff} \sin \theta < X_{2,1} \leq h_{eff} \cos \theta$$

б



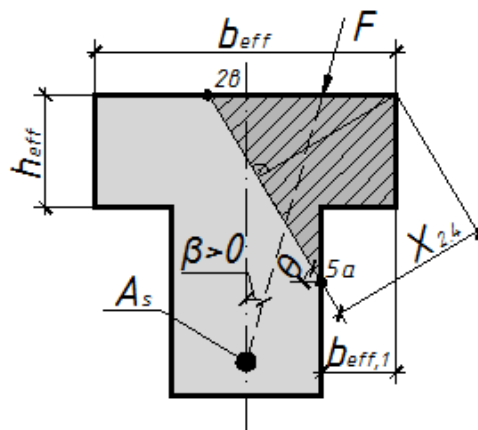
$$b_{eff} \sin \theta \leq X_{2,2} < b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta$$

в



$$h_{eff} \cos \theta < X_{2,3} \leq b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta$$

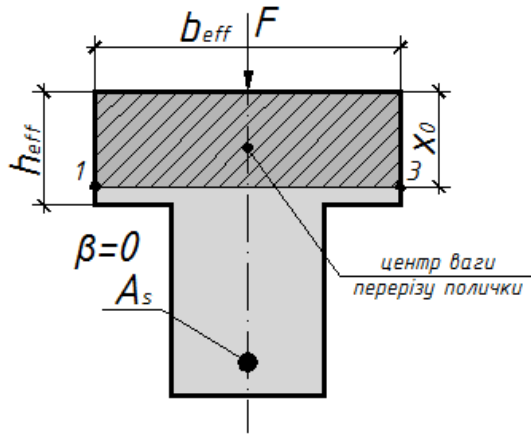
г



$$b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta < X_{2,4} < b_{eff} \sin \theta$$

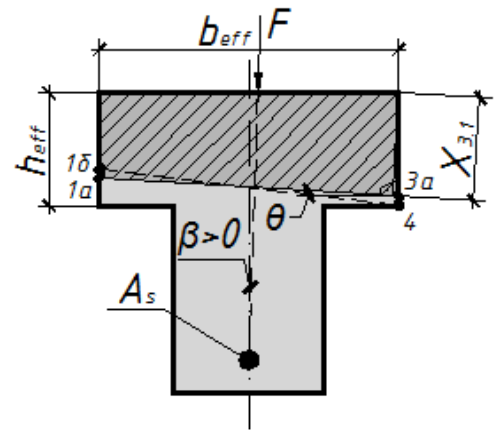
д

Рисунок 2.6 – Друга група форм стиснутої зони бетону:
 а – прямокутник (при плоскому згинанні); б, г – трапеція; в, д – п'ятикутник



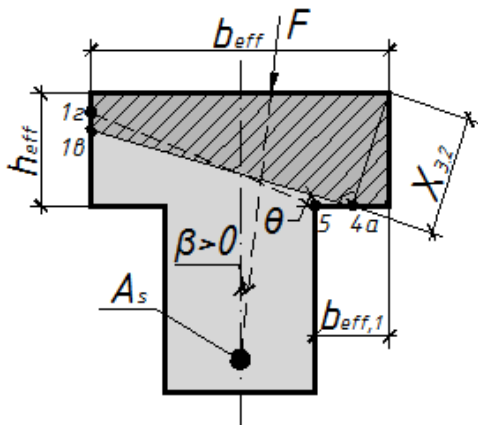
$$0,5 h_{eff} (1 + b_{eff,1} / b_{eff}) < x_0 \leq h_{eff}$$

a



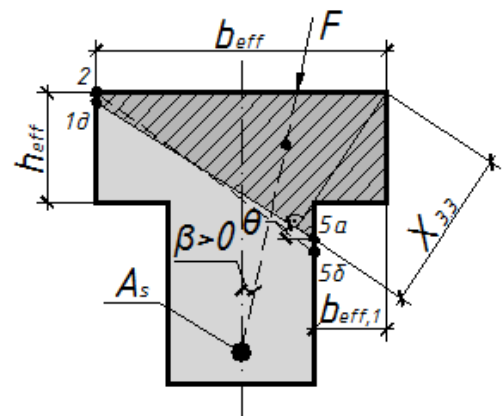
$$b_{eff} \sin\theta < X_{3,1} \leq h_{eff} \cos\theta$$

б



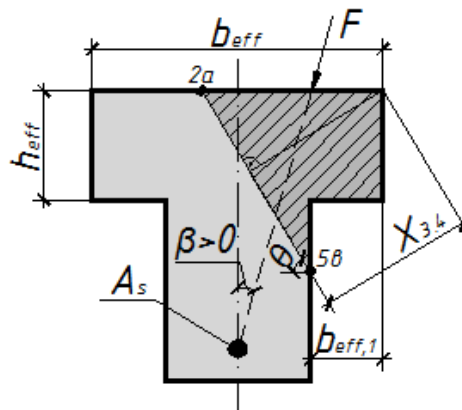
$$b_{eff} \sin\theta < X_{3,2} \leq b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta$$

в



$$b_{eff} \sin\theta \leq X_{3,3} < h \cos\theta$$

г



$$b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta < X_{3,4} < b_{eff} \sin\theta$$

д

Рисунок 2.7 – Третя група форм стиснутої зони бетону:

a – прямокутник (при плоскому згинанні); б – трапеція; в, д – п'ятикутник; г – шестикутник

2.2.2 Розмежування випадків стиснутої зони перерізу

Кожна з трьох груп містить у собі по чотири форми стиснутої зони бетону, які послідовно змінюють одна одну зі збільшенням кута β між вертикаллю й площиною дії зовнішнього моменту. Між представленими в групах формами існують граничні випадки, які розмежовують форми (рис. 2.8). Їх особливість у тому, що утворюється стиснута зона у вигляді такої геометричної фігури, при знаходженні площі котрої лише одна сторона невідома. Для описання випадків розмежування достатньо знайти лише кут β_i нахилу силової площини внутрішньої пари сил до вертикалі та геометричні характеристики поперечного перерізу елемента та порівняти його з кутом β нахилу площини дії зовнішнього моменту. Для таких випадків положення нейтральної лінії можна знайти певні аналітичні залежності, які дозволять легко знайти кут β_i .

Для кожної групи форм існує 3 граничні випадки (рисунок 2.8).

Особливість першої групи (рис. 2.8, а) полягає в тому, що два граничні випадки мають трикутну форму (випадок 1.1 – 1.2, 1.2 – 1.3), а третій трапецієподібну (випадок 1.3 – 1.4). Завдяки простоті геометричних фігур спрощується процес визначення форми стиснутої зони.

Граничні випадки другої групи (рисунок 2.8, б) набувають тільки форми трапеції (випадок 2.1 – 2.2, 2.2 – 2.3, 2.3 – 2.4).

Найбільш складних форм набувають граничні випадки третьої групи (рисунок 2.8, в), бо серед них можна зазначити 2 трапеції (випадок 3.1 – 3.2, 3.2 – 3.3) та п'ятикутник (випадок 3.3 – 3.4).

Граничні випадки утворюються при досягненні точками 2, 4 та 5 (рис. 2.8) однієї з вершин таврового перерізу, що дає змогу чітко визначити координати цих точок і спростити розрахунки.

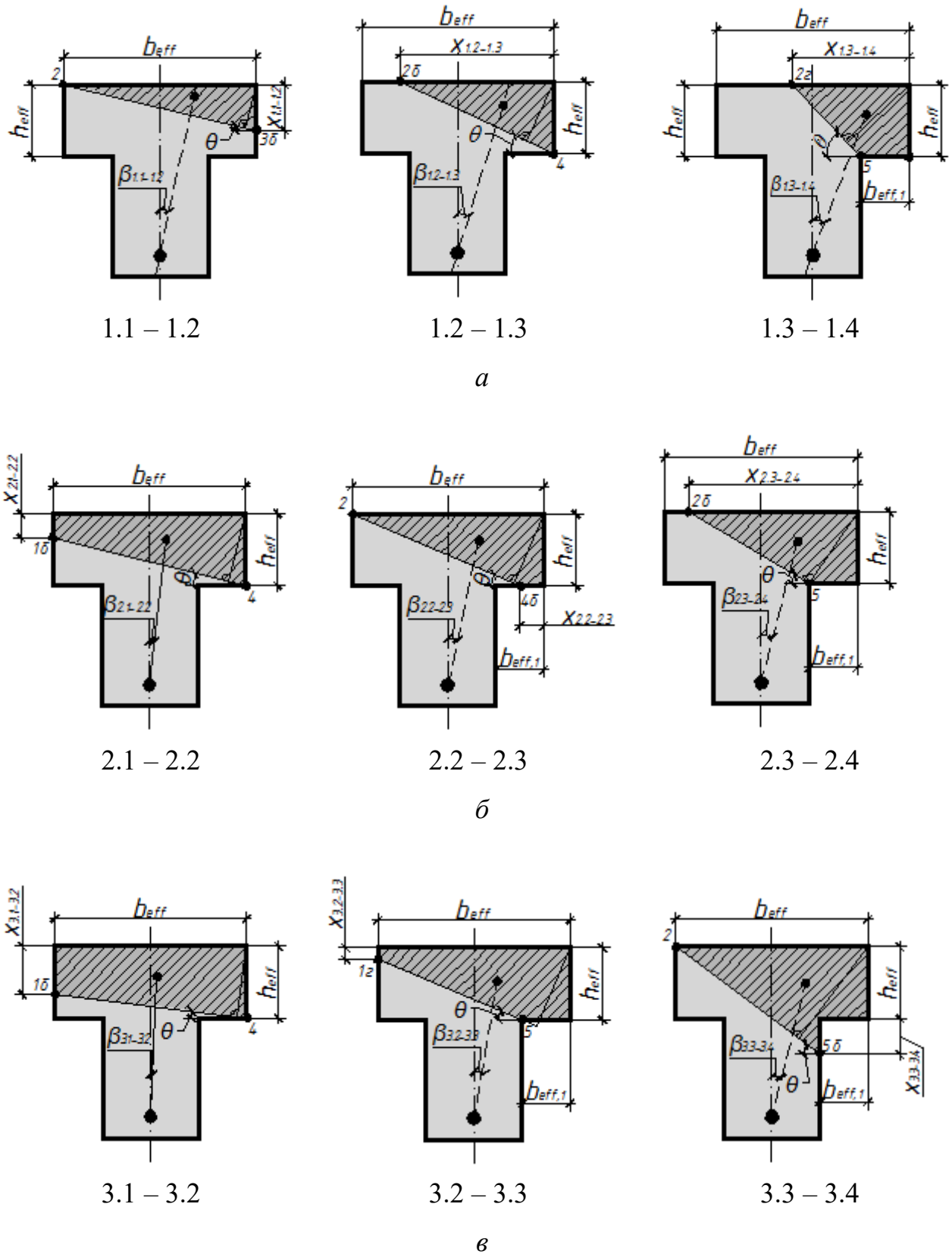


Рисунок 2.8 – Граничні випадки положення нейтральної лінії:
a – першої групи форм; *б* – другої групи форм; *в* – третьої групи форм

2.3 Визначення напружень у стиснутій зоні бетону

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони – це об’єм тіла, обмеженого з одного боку циліндричною поверхнею, що задається законом $z_0 = f(x_0; y_0)$ у системі координат $X_0Z_0Y_0$, а з іншого – геометричною фігурою (п. 2.2) з площею A_c у площині $X_0O_0Y_0$. Циліндрична поверхня утворюється шляхом паралельного переміщення твірної – нейтральної лінії – уздовж кривої лінії, яка виражає розподіл напружень у бетоні стиснутої зони $\sigma_c(x_0; y_0)$ й описується функцією 2.10.

Вираз для визначення N_c можна отримати, використовуючи подвійний інтеграл:

$$N_c = \iint_{A_c} \sigma_c(x_0; y_0) dx_0 dy_0 \quad (2.12)$$

де $\sigma_c(x_0; y_0)$ – закон розподілення напружень у стиснутому бетоні (функція 2.10);

$dx_0 dy_0$ – площа елементарної ділянки області A_c .

Для визначення параметрів напружено-деформованого стану потрібно отримати координати точки прикладання рівнодійної напружень. Вирази для знаходження їх значень у системі координат $X_0O_0Y_0$ мають вигляд:

$$x_{0,N_c} = S_{c,y_0} / N_c; \quad (2.13)$$

$$y_{0,N_c} = S_{c,x_0} / N_c. \quad (2.14)$$

де S_{c,x_0} , S_{c,y_0} – статичні моменти об’ємів фігур розподілу напружень у бетоні стиснутої зони відносно осей Y_0 та X_0 відповідно;

N_c – рівнодійна напружень у бетоні стиснутої зони.

У формулах (2.13) та (2.14)

$$S_{c,x_0} = \iint_{A_c} \sigma_c(x_0; y_0) y_0 dx_0 dy_0; \quad (2.15)$$

$$S_{c,y_0} = \iint_{A_c} \sigma_c(x_0; y_0) x_0 dx_0 dy_0; \quad (2.16)$$

Для кожної форми, якої може набувати стиснута зона бетону (п. 2.2), шляхом інтегрування виразів 2.12, 2.15, 2.16 [133] виведено аналітичні залежності для N_c та S_{c,x_0} , S_{c,y_0} (Додаток А, 139).

2.4 Висновки за розділом 2

1. Проведений аналіз роботи балки при її косому деформуванні дозволив згрупувати всі випадки формоутворення стиснутої зони у 3 групи залежно від початкового розташування нейтральної лінії.

2. Для визначення параметрів напружено-деформованого стану балкового елемента необхідно розробити аналітичні залежності з визначення форми її стиснутої зони.

3. З метою розроблення формул для розрахунку несучої здатності балки необхідно проаналізувати її напружено-деформований стан при косому згинанні.

4. Для оцінювання несучої здатності залізобетонної таврової балки необхідно розробити моделі напружено-деформованого стану для різних форм, яких може набувати стиснута зона бетону.

5. Наявність граничних випадків у процесі формоутворення дозволить визначити випадок розрахунку.

3 МОДЕЛІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В РОЗРАХУНКАХ БАЛОК ТАВРОВОГО ПРОФІЛЮ, ЯКІ ЗАЗНАЮТЬ КОСОГО ЗГИНАННЯ

3.1 Моделювання напружено-деформованого стану при різних формах стиснутої зони бетону

Кожним розрахункам залізобетонних елементів, що зазнають косоного згинання, за міцністю та деформативністю передують складання розрахункових моделей та схем для візуалізації процесів, що відбуваються в них. Такий підхід дозволяє врахувати всі необхідні для виконання розрахунків впливи на балковий елемент та обчислити параметри напружено-деформованого стану

Для кожного випадку положення нейтральної лінії необхідно створити модель напружено-деформованого стану шляхом переміщення твірної, яка співпадає з нейтральною лінією, уздовж кривої лінії, яка описується залежністю (2.10). У результаті отримуємо криволінійну циліндричну поверхню (рис. 3.1 – 3.6).

Моделі кожної з трьох груп для усіх форм стиснутої зони бетону, представлених у 2.2.1 можна об'єднати за геометричною формою, яка утворюється в основі циліндричної поверхні при повороті нейтральної лінії в площині $X_0O_0Y_0$. Використовуючи рисунок 2.4, необхідно створити моделі напружено-деформованого стану з такими формами стиснутої зони: трикутник (форма 1.2), трапеція (форма 1.1, 2.1, 3.1), трапеція (форма 1.3, 2.3), п'ятикутник (форма 1.4, 2.4, 3.4), п'ятикутник (форма 2.2, 3.2), шестикутник (форма 3.3) [134 – 138].

Модель з трикутною стиснутою зоною відповідає формі 1.2, з трапецієподібною – формі 1.3 та 2.3, з трапецієподібною – формі 1.1, 2.1 та 3.1, з п'ятикутною – 1.4, 2.4 та 3.4, з п'ятикутною – 2.2 та 3.2, з шестикутною – 3.3.

Для кожної моделі запишемо вираз для визначення рівнодійної стиснутої зони бетону N_c та координат точки її прикладання x_{0,N_c} та y_{0,N_c} [139]. Виведення формул наведено в Додатку А.

3.1.1 Модель із трикутною формою стиснутої зони (форма 1.2)

На рисунку 3.1 зображено модель напружено-деформованого стану у нормальному перерізі балкового Т-подібного елемента, що зазнає косої згинання, з трикутною формою стиснутої зони.

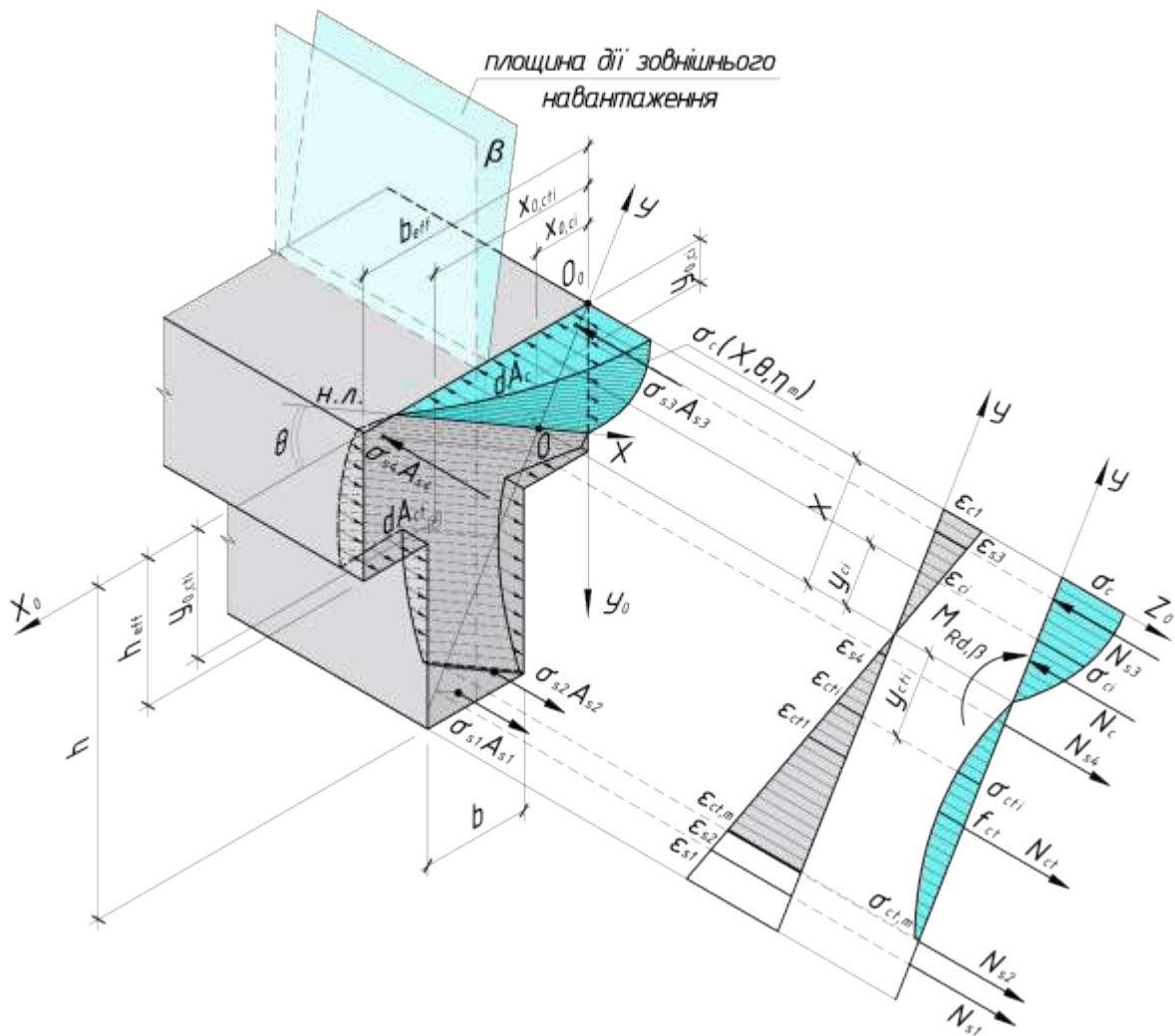


Рисунок 3.1 – Модель напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного таврового елемента з трикутною формою стиснутої зони бетону при косому згинанні (випадок 1.2)

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони для цього випадку
Додаток А, А2:

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_1, \quad (3.1)$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної вісі;

$\omega_1 = \eta_m \cdot (4 - \eta_m) / 6$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони трикутної форми при косому згинанні (табл. А.1).

Координати прикладання рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони

$$x_{0,Nc} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\varphi_{y1}}{\omega_1}; \quad (3.2)$$

$$y_{0,Nc} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\varphi_{x1}}{\omega_1}. \quad (3.3)$$

де X , θ , ω_1 – див. формулу (3.1);

$\varphi_{x1} = \eta_m (5 - \eta_m) / 30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трикутної форми при косому згинанні (табл. А.1);

$\varphi_{y1} = \eta_m (5 - \eta_m) / 30$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трикутної форми при косому згинанні (табл. А.1);

η_m – поточне значення рівня відносних деформацій бетону в найбільш стиснутій фібрі.

3.1.2 Модель із трапецієподібною формою стиснутої зони (форми 1.1, 2.1, 3.1)

На рисунку 3.2 зображено модель напружено-деформованого стану у нормальному перерізі балкового Т-подібного елемента, що зазнає косо

згинання, з трапецієподібною формою стиснутої зони (нейтральна лінія перетинає вертикальні грані перерізу елемента).

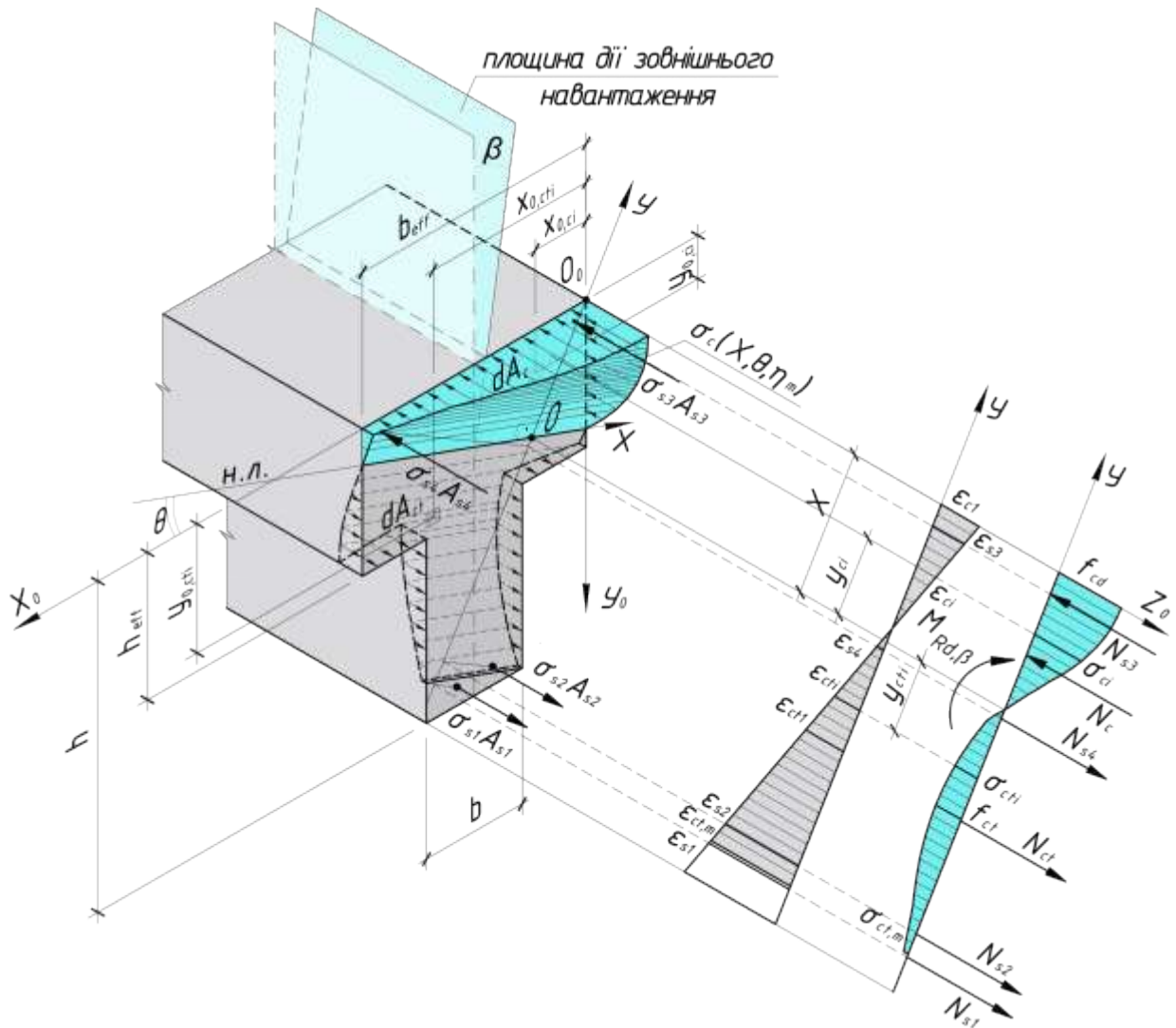


Рисунок 3.2 – Модель напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного таврового елемента з трапецієподібною (випадок 1.1, 2.1, 3.1) формою стиснутої зони бетону при косому згинанні

Наведена модель демонструє напружено-деформований стан балкового елемента в перерізі, де утворилася тріщина, що відповідає стадії 2, описаній у 1.5.1.

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони для цього випадку Додаток А, А4:

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_2, \quad (3.4)$$

де $\omega_2 = \omega_1 \cdot \omega_2'$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.1, 2.1, 3.1) при косому згинанні (табл. А.1);

ω_1 – див. формулу (3.1);

$$\omega_2' = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \cdot (1 + \eta_m \cdot \gamma_1 / (4 - \eta_m));$$

$$\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X.$$

Координати прикладання рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони

$$x_{0,Nc} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\varphi_{y2}}{\omega_2}; \quad (3.5)$$

$$y_{0,Nc} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\varphi_{x2}}{\omega_2}. \quad (3.6)$$

де X, θ, ω_2 – див. формулу (3.4);

$\varphi_{x2} = \varphi_{x1} \cdot \varphi_{x2}'$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.1, 2.1, 3.1) при косому згинанні (табл. А.1);

$\varphi_{y2} = \varphi_{y1} \cdot \varphi_{y2}'$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.1, 2.1, 3.1) при косому згинанні (табл. А.1);

φ_{y1} – див. формулу (3.2);

φ_{x1} – див. формулу (3.3);

$$\varphi_{x2}' = 1 - (1 - \gamma_1)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{5 - \eta_m} \right), \quad (3.7)$$

$$\varphi_{y2}' = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \left(1 + 3\gamma_1 + \frac{4\eta_m \gamma_1^2}{5 - \eta_m} \right), \quad (3.8)$$

γ_1, η_m – див. формулу (3.4).

3.1.3 Модель із трапецієподібною формою стиснутої зони (форми 1.3, 2.3)

На рисунку 3.3 зображено модель напружено-деформованого стану у нормальному перерізі балкового Т-подібного елемента, що зазнає косоного згинання, з трапецієподібною формою стиснутої зони (нейтральна лінія перетинає горизонтальні грані перерізу елемента).

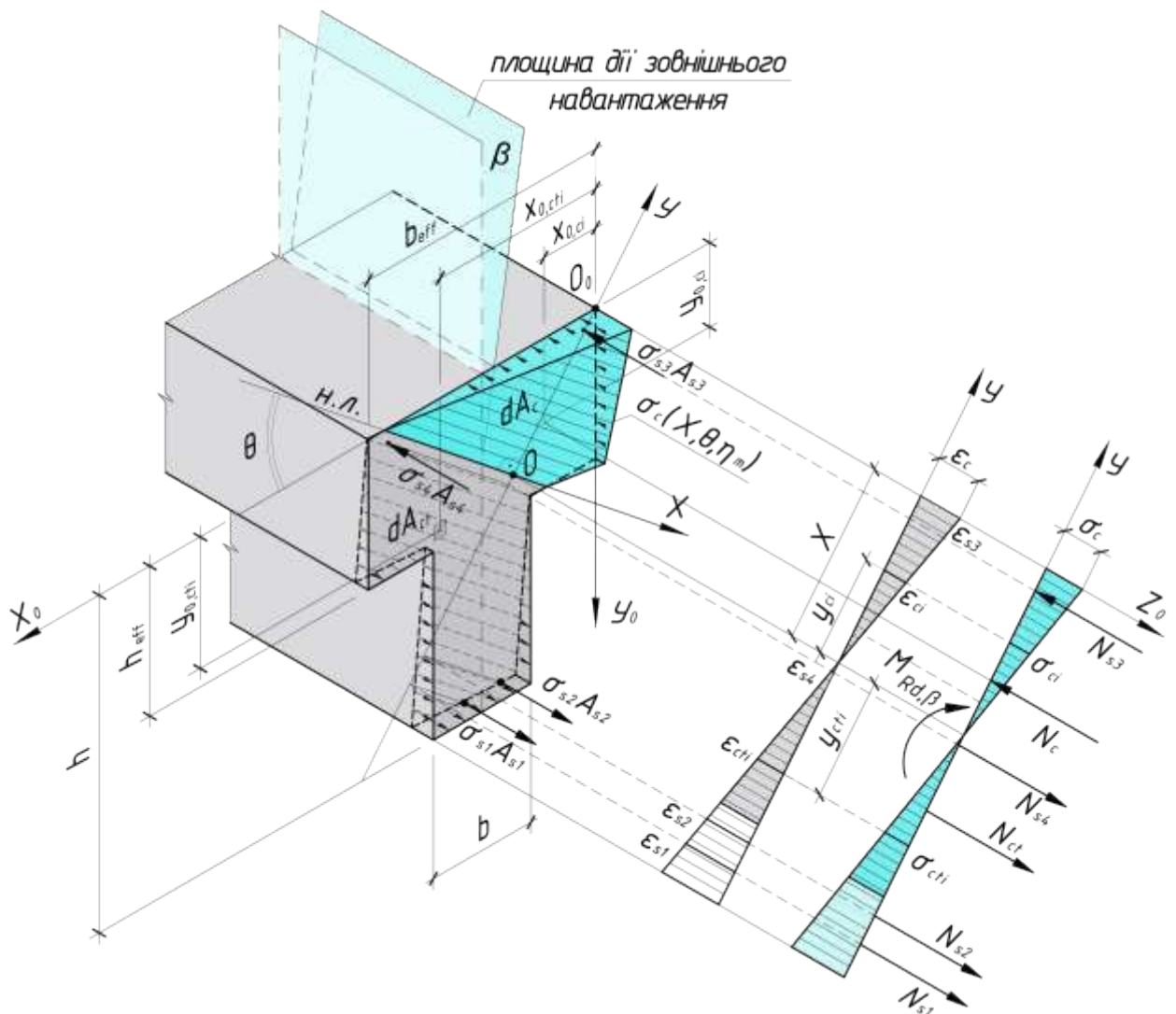


Рисунок 3.3 – Модель напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного таврового елемента з трапецієподібною (випадок 1.3, 2.3) формою стиснутої зони бетону при косому згинанні

При створенні цієї моделі було використано, для прикладу, незначний рівень навантаження ($\eta_m < 0,5$) балкового елемента, що відображає майже лінійний характер розподілу напружень на початковій стадії прикладання зовнішньої сили. Зі збільшенням навантаження епюра буде викривлятися.

Наведена модель демонструє напружено-деформований стан балкового елемента в перерізі без тріщини, що відповідає стадії 1, описаній в 1.5.1.

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони для цього випадку
Додаток А, А3:

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_3, \quad (3.9)$$

де $\omega_3 = \omega_1 \cdot \omega_3'$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.3, 2.3) при косому згинанні (табл. А.1);

ω_1 – див. формулу (3.1);

$\omega_3' = 1 - (1 - \gamma_2)^3 (1 + \eta_m \gamma_2 / (4 - \eta_m))$;

$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X$;

η_m – поточне значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

Координати прикладання рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони

$$x_{0,Nc} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\varphi_{y3}}{\omega_3}; \quad (3.10)$$

$$y_{0,Nc} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\varphi_{x3}}{\omega_3}. \quad (3.11)$$

де X, θ, ω_3 – див. формулу (3.9);

$\varphi_{x3} = \varphi_{x1} \cdot \varphi_{x3}'$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.3, 2.3) при косому згинанні (табл. А.1);

$\varphi_{y3} = \varphi_{y1} \cdot \varphi_{y3}'$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.3, 2.3) при косому згинанні (табл. А.1);

φ_{y1} – див. формулу (3.2);

φ_{x1} – див. формулу (3.3);

$$\varphi_{x3}' = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m \gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right), \quad (3.12)$$

$$\varphi_{y3}' = 1 - (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right), \quad (3.13)$$

γ_2, η_m – те саме, що й у (3.9).

3.1.4 Модель із п'ятикутною формою стиснутої зони (форми 1.4, 2.4, 3.4)

На рисунку 3.4 зображено модель напружено-деформованого стану у нормальному перерізі балкового елемента, що зазнає косоного згинання, з п'ятикутною формою стиснутої зони (нейтральна лінія перетинає грані як полички, так і ребра елемента).

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони для цього випадку Додаток А, А4:

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_4, \quad (3.14)$$

де $\omega_4 = \omega_1 \cdot (\omega_3' + \omega_4')$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1);

ω_1 – див. формулу (3.1),

ω_3' – див. формулу (3.9);

$\omega_4' = \omega_4' = (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 \cdot (1 + \eta_m \cdot (\gamma_3 + \gamma_2) / (4 - \eta_m))$;

$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X$;

$\gamma_3 = b_{eff,2} \sin \theta / X$.

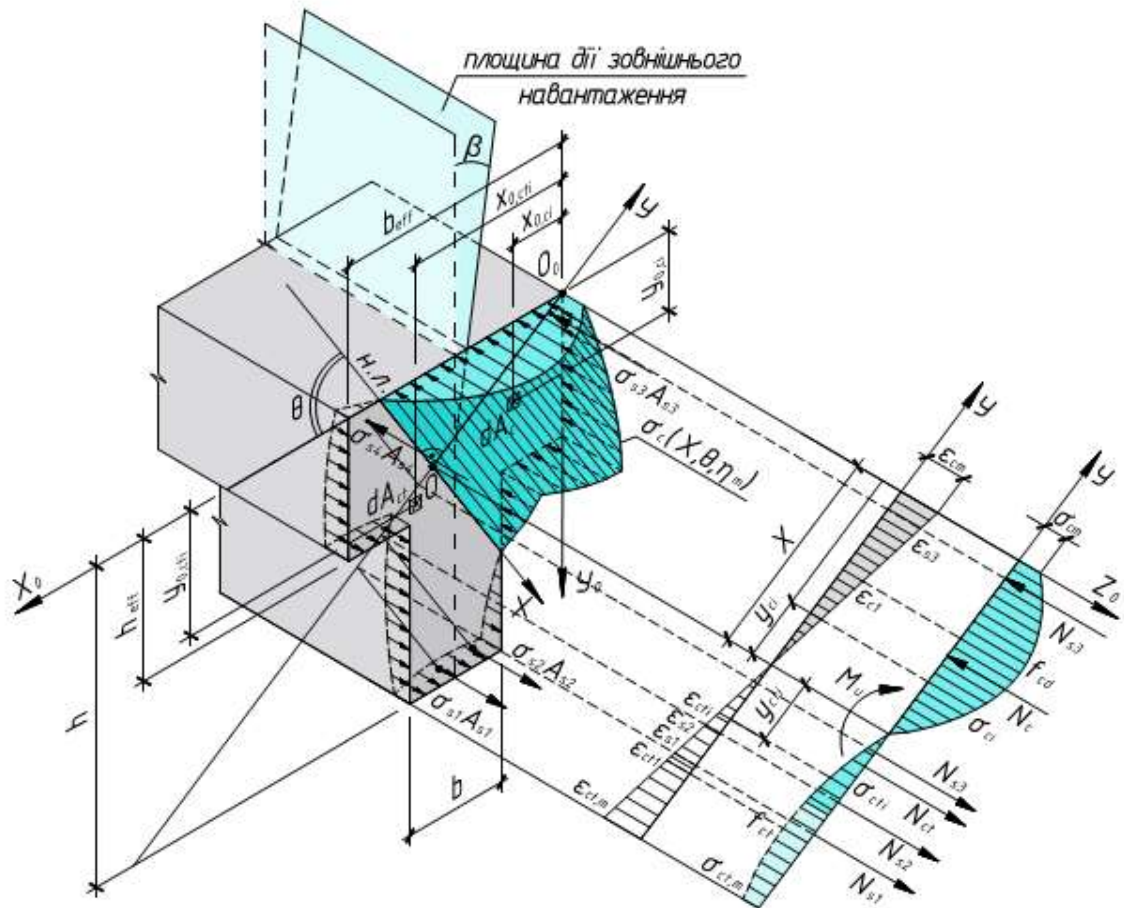


Рисунок 3.4 – Модель напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного таврового елемента з п'ятикутною (випадок 1.4, 2.4, 3.4) формою стиснутої зони бетону при косому згинанні

Координати прикладання рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони

$$x_{0,N_c} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\varphi_{y4}}{\omega_4}; \quad (3.15)$$

$$y_{0,N_c} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\varphi_{x4}}{\omega_4}. \quad (3.16)$$

де X , θ , ω_4 – див. формулу (3.14);

$\varphi_{x4} = \varphi_{x1} \cdot \varphi_{x4}'$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1);

φ_{x1} – див. формулу (3.3);

$$\varphi_{x4}' = 1 + (1 - \gamma_2)^3 (5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2) - 20 - 4\eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^2) / (5 - \eta_m) + (1 - \gamma_2 - \gamma_3) \times \\ \times (4\eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^2 - 15 \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3) + 20 \cdot (1 - \gamma_3) - 5\eta_m \cdot (1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)) / (5 - \eta_m);$$

$\varphi_{y4} = \varphi_{y1} \cdot \varphi_{y4}'$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1);

φ_{y1} – див. формулу (3.2);

$$\varphi_{y4}' = 1 - (1 - \gamma_2)^4 (1 + \eta_m \gamma_2 / (5 - \eta_m)) + (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 (4\eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3) - 15) / (5 - \eta_m) + \\ + 5(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 (4 - \eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)) / (5 - \eta_m);$$

$\gamma_2, \gamma_3, \eta_m$ – див. формулу (3.14).

3.1.5 Модель із п'ятикутною формою стиснутої зони (форми 2.2, 3.2)

На рисунку 3.5 зображено модель напружено-деформованого стану у нормальному перерізі балкового Т-подібного елемента, що зазнає косоного згинання, з п'ятикутною формою стиснутої зони (нейтральна лінія перетинає тільки грані полочки елемента).

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони для цього випадку Додаток А, А5:

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_5, \quad (3.19)$$

де $\omega_5 = \omega_1 \cdot (\omega_2' + \omega_3' - 1)$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 2.2, 3.2) при косому згинанні (табл. А.1);

ω_1 – див. формулу (3.1);

ω_2' – див. формулу (3.4);

ω_3' – див. формулу (3.9).

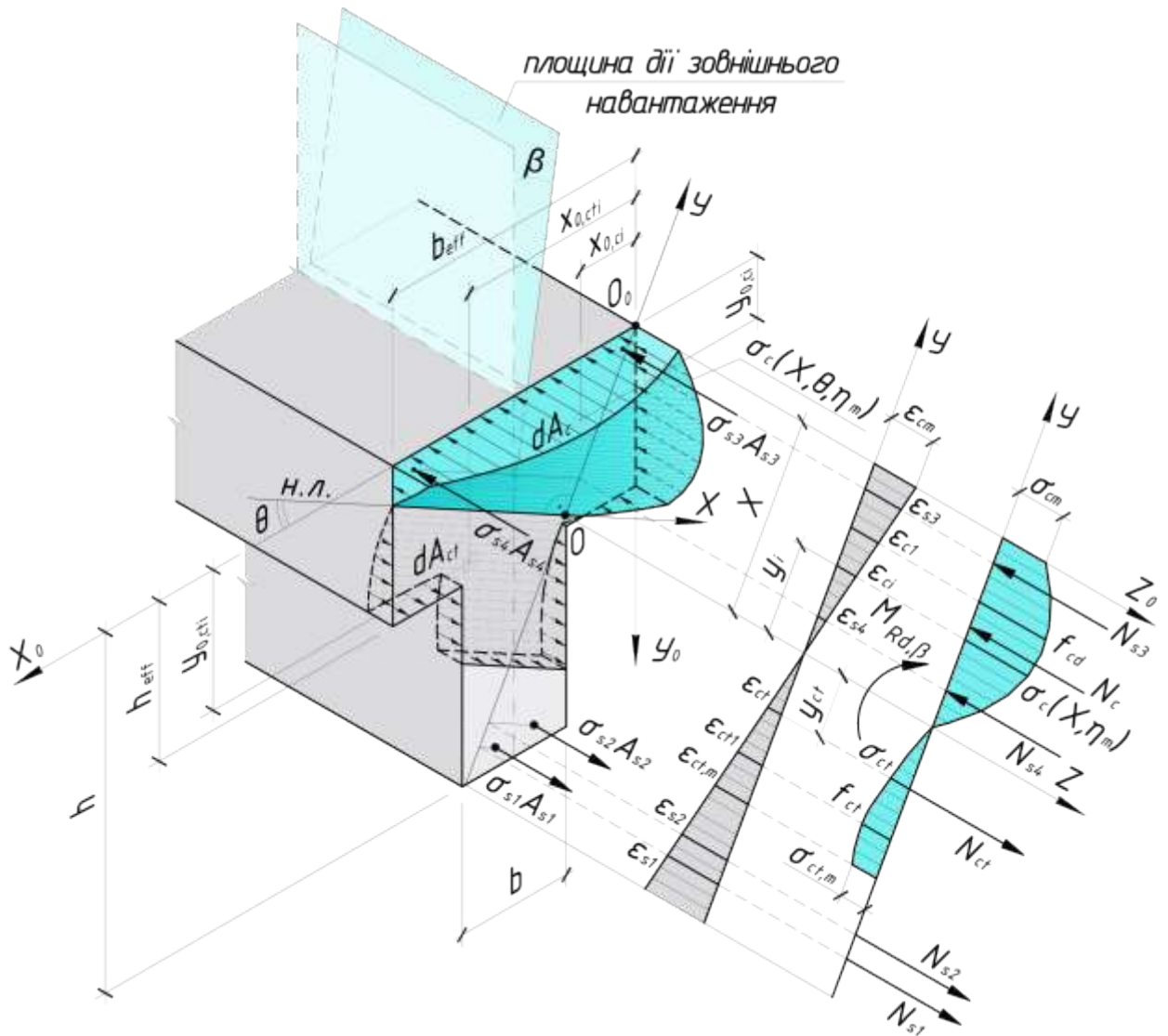


Рисунок 3.5 – Модель напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного таврового елемента з п'ятикутною (випадок 2.2, 3.2) формою стиснутої зони бетону при косому згинанні

Координати прикладання рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони

$$x_{0,N_c} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\varphi_{y5}}{\omega_5}; \quad (3.20)$$

$$y_{0,N_c} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\varphi_{x5}}{\omega_5}. \quad (3.21)$$

де X, θ, ω_5 – див. формулу (3.19);

$\varphi_{y5} = \varphi_{y1} \cdot (\varphi_{y2}' + \varphi_{y3}' - 1)$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 2.2, 3.2) при косому згинанні (табл. А.1);

φ_{y1} – див. формулу (3.2);

φ_{y2}' – див. формулу (3.8);

φ_{y3}' – див. формулу (3.13);

$\varphi_{x5} = \varphi_{x1} \cdot (\varphi_{x2}' + \varphi_{x3}' - 1)$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 2.2, 3.2) при косому згинанні (табл. А.1);

φ_{x1} – див. формулу (3.3);

φ_{x2}' – див. формулу (3.7);

φ_{x3}' – див. формулу (3.12).

3.1.6 Модель із шестикутною формою стиснутої зони (форма 3.3)

На рисунку 3.6 зображено модель напружено-деформованого стану у нормальному перерізі балкового Т-подібного елемента, що зазнає косоного згинання, з шестикутною формою стиснутої зони.

Рівнодійна напружень N_c у бетоні стиснутої зони для цього випадку Додаток А, А5:

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_6, \quad (3.22)$$

де $\omega_6 = \omega_1 \cdot (\omega_2' + \omega_3' + \omega_4' - 1)$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони шестикутної форми при косому згинанні (табл. А.1);

ω_1 – див. формулу (3.1),

ω_2' – див. формулу (3.4);

ω_3' – див. формулу (3.9);

ω_4' – див. формулу (3.14).

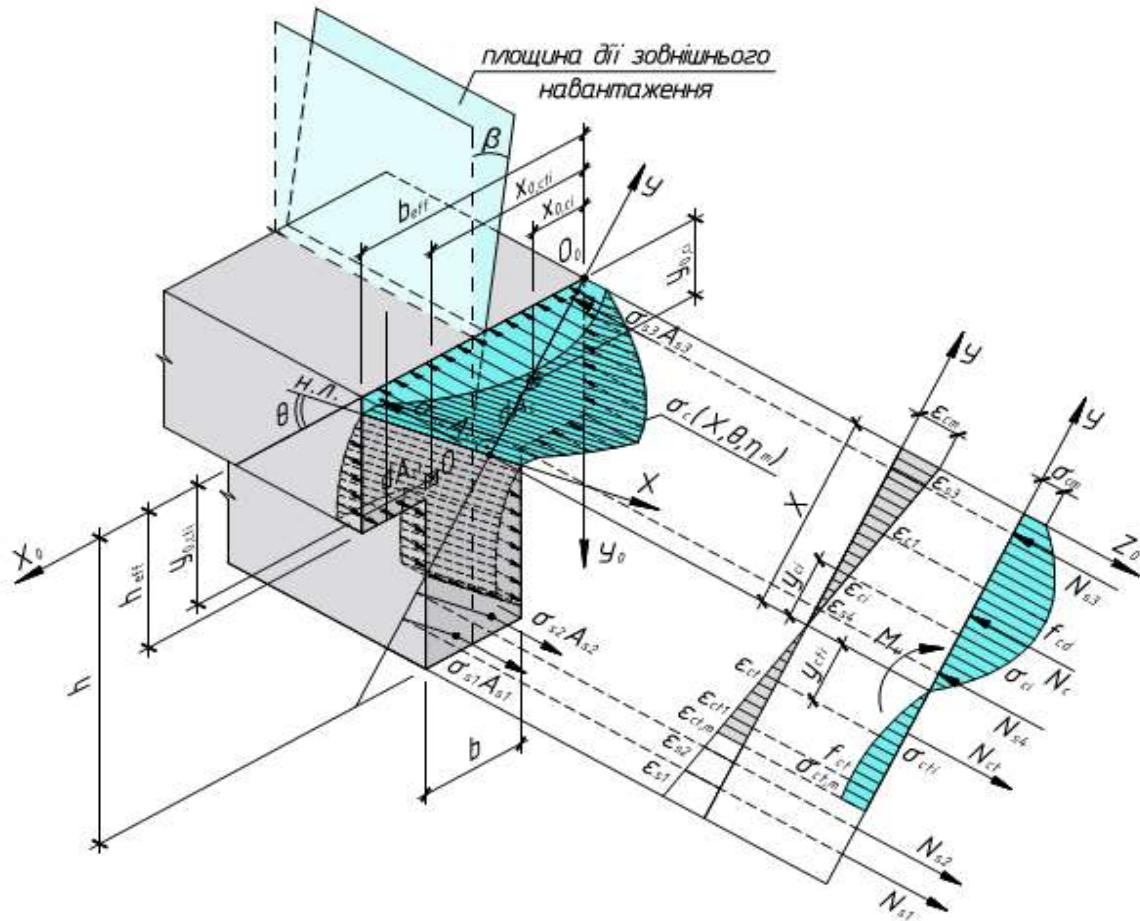


Рисунок 3.6 – Модель напружено-деформованого стану в нормальному перерізі залізобетонного таврового елемента з шестикутною (випадок 3.3) формою стиснутої зони бетону при косому згинанні

Координати прикладання рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони

$$x_{0,N_c} = \frac{X}{\sin \theta} \cdot \frac{\varphi_{y6}}{\omega_6}; \quad (3.23)$$

$$y_{0,N_c} = \frac{X}{\cos \theta} \cdot \frac{\varphi_{x6}}{\omega_6}. \quad (3.24)$$

де X , θ , ω_6 – див. формулу (3.22);

$\varphi_{x6} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5 - 20(1 - \gamma_2)^3 + 5(3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5 - 15(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 4\eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 + 20(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m \cdot (1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних

епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1);

$$\varphi_{y6} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_2)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5 - 20 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + 5(3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_1)^4 - 4\eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5 - 15 \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 4 \cdot \eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 + 20 \cdot (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m \cdot (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$$
 – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1);

3.2 Процес визначення параметрів напружено-деформованого стану залежно від зміни навантаження

У розрахунках міцності балкових елементів, що зазнають дії косоного згинання, використовують умову паралельності площин дії зовнішнього та внутрішнього моментів (рис. 3.7) [14, 15, 33].

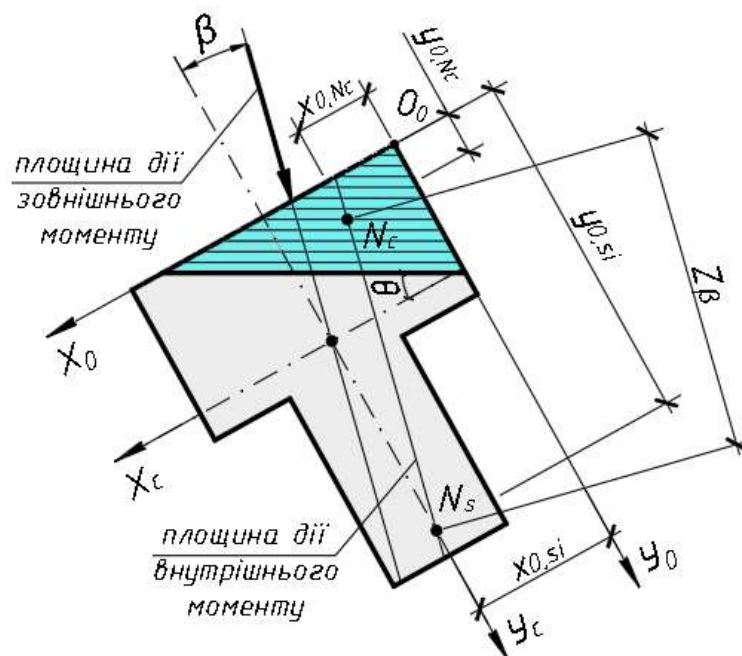


Рисунок 3.7 – Розрахункова схема визначення зовнішнього та внутрішнього моментів у поперечному перерізі балкового елемента, що зазнає косоного згинання:

N_c, N_s – рівнодійні напружень у бетоні стиснутої та в арматурі розтягнутої зон перерізу відповідно; $x_{0, N_c}, y_{0, N_c}, x_{0, S_1}, y_{0, S_1}$ – координати точок прикладання рівнодійних зусиль стиснутої та розтягнутої зон перерізу; Z_β – плече внутрішньої пари сил.

На балковий елемент зовні діє згинальний $M_{Ed,\beta}$ та крутний T моменти (рис. 3.8). Згинальний момент $M_{Ed,\beta}$, що спричиняє косо згинання, можна розкласти на дві складові: момент $M_{Ed,\beta X_c}$ відносно осі X_c ; момент $M_{Ed,\beta Y_c}$ відносно Y_c . Впливом крутного моменту зазвичай нехтують через мале значення його величини.

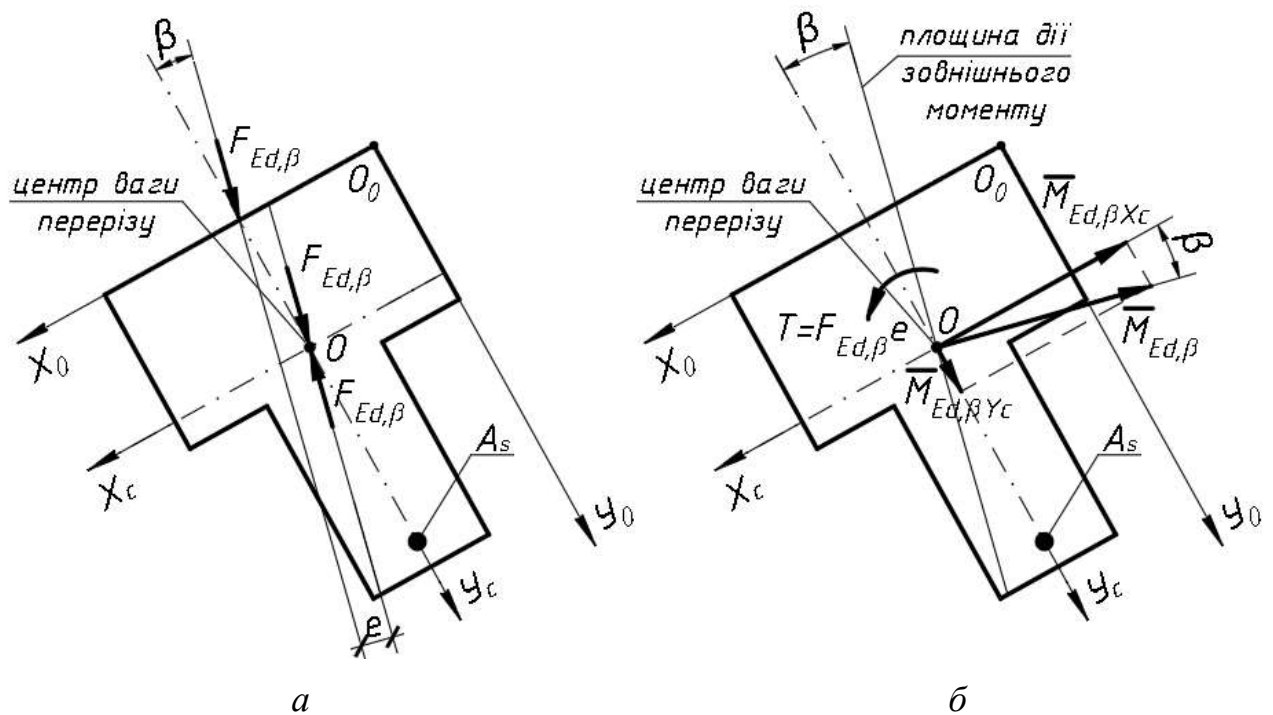


Рисунок 3.8 – Дія зовнішнього моменту у поперечному перерізі балкового елемента, що зазнає косо згинання:

а – схема прикладання зусиль; б – схема дії моментів:

O – центр ваги перерізу балкового елемента; $F_{Ed,\beta}$ – зовнішнє зусилля; T – крутний момент; e – плече дії сили, що спричинює крутний момент; β – кут нахилу зовнішньої площини до вертикальної центральної вісі інерції перерізу.

Площина дії зовнішнього моменту утворює кут β з площиною, що проходить через вісь Y_c . Із рисунка 3.8, б випливає

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{M_{Ed,\beta Y_c}}{M_{Ed,\beta X_c}}. \quad (3.25)$$

Вплив зовнішніх зусиль викликає протидію внутрішніх силових факторів, що прагнуть повернути балковий елемент у початкове недеформоване положення. Внутрішні та зовнішні зусилля повинні перебувати в рівновазі

$$M_{Ed,\beta X_c} = M_{Rd,\beta X_0}, \quad (3.26)$$

$$M_{Ed,\beta Y_c} = M_{Rd,\beta Y_0}, \quad (3.27)$$

де $M_{Ed,\beta X_c}$, $M_{Ed,\beta Y_c}$ – зовнішні моменти відносно осей X_c та Y_c відповідно.

$M_{Rd,\beta X_0}$, $M_{Rd,\beta Y_0}$ – внутрішні моменти відносно осей X_0 та Y_0 відповідно.

Кожним розрахунком залізобетонних елементів, що зазнають косоного згинання, за міцністю та деформативністю передуює складання розрахункових моделей та схем для візуалізації процесів, що відбуваються в них. Такий підхід дозволяє врахувати всі необхідні для виконання розрахунків впливи на балковий елемент та обчислити параметри напружено-деформованого стану.

Для кожної моделі напружено-деформованого стану можна записати систему рівнянь рівноваги в загальному вигляді

$$\begin{cases} \sum N_{Z_0} = N_c - N_{ct} - k \sum_{i=1}^n N_{si}; \\ \sum M_{X_0} = N_c \cdot y_{0,N_c} - N_{ct} \cdot y_{0,N_{ct}} - k \sum_{i=1}^n N_{si} \cdot y_{0,si} - M_{Ed,X_0} = 0; \\ \sum M_{Y_0} = N_c \cdot x_{0,N_c} - N_{ct} \cdot x_{0,N_{ct}} - k \sum_{i=1}^n N_{si} \cdot x_{0,si} - M_{Ed,Y_0} = 0. \end{cases} \quad (3.28)$$

де N_c , N_{ct} – рівнодійні напружень у бетоні стиснутої та розтягнутої зони відповідно;

$\sum N_{si}$ – рівнодійна напружень в i -му стержні;

$k = (D_{0,si} - X) / |D_{0,si} - X|$ – оператор розпізнавання знака зусилля N_{si} ;

x_{0,N_c} , y_{0,N_c} – координати точки прикладання рівнодійної напружень у бетоні стиснутої зони N_c ;

$x_{0,N_{ct}}$, $y_{0,N_{ct}}$ – координати точки прикладання рівнодійної напружень у бетоні розтягнутої зони N_{ct} ;

$x_{0,si}$, $y_{0,si}$ – координати центра ваги i -го арматурного стержня;

M_{Ed,X_0} , M_{Ed,Y_0} – зовнішні моменти відносно вісей X_0 та Y_0 відповідно.

Значення N_c та координат її прикладання x_{0,N_c} й y_{0,N_c} можна отримати за формулами 2.12 – 2.16. Вираз для знаходження N_c у загальному випадку матиме вигляд

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_i, \quad (3.29)$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної вісі;

ω_i – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони (табл. А1).

Координати точки прикладання рівнодійної N_c у загальному вигляді матимуть вигляд

$$x_{0,Nc} = \psi_{yi} \sqrt{2A_c \operatorname{ctg}\theta}; \quad (3.30)$$

$$y_{0,Nc} = \psi_{xi} \sqrt{2A_c \operatorname{tg}\theta}; \quad (3.31)$$

де $A_c = f_{yd} \Sigma A_s / f_{cd}$.

У (3.30) та (3.31) коефіцієнти ψ_{xi} та ψ_{yi} можна обчислити за формулами

$$\psi_{xi} = \frac{\varphi_{xi}}{\omega_i \sqrt{\omega_i}}; \quad (3.32)$$

$$\psi_{yi} = \frac{\varphi_{yi}}{\omega_i \sqrt{\omega_i}}; \quad (3.33)$$

де φ_{xi} , φ_{yi} , ω_i – коефіцієнти повноти епюри у бетоні стиснутої зони при косому згинанні для i -ї моделі напружено-деформованого стану (таблиця А1 та А2).

Невідомі параметри γ_1 , γ_2 , γ_3 у таблицях А1 та А2 необхідно визначати з використанням функції пошуку рішень у табличному редакторі MS Excel.

Значення N_{ct} та координат її прикладання $x_{0,Nct}$ й $y_{0,Nct}$ можна отримати, використовуючи формули 2.12 – 2.16, але закон розподілення напружень у бетоні стиснутої зони $\sigma_c(x_0; y_0)$ замінити на закон розподілення напружень у розтягнутому бетоні $\sigma_{ct}(x_0; y_0)$.

Значення N_{si} можна обчислити за формулою

$$\sum_{i=1}^n N_{si} = f_{yd} \sum_{i=1}^n A_{si}; \quad (3.34)$$

де A_{si} – площа поперечного перерізу i -го арматурного стержня;

f_{yd} – розрахункове значення опору арматури розтягу.

Якщо не враховувати вплив розтягнутого бетону, то система (3.4) матиме вигляд

$$\begin{cases} \sum N_{Z_0} = N_c + k \sum_{i=1}^n N_{si} = 0; \\ \sum M_{X_0} = N_c \cdot y_{0,N_c} - k \sum_{i=1}^n N_{si} \cdot y_{0,si} - M_{Ed,X_0} = 0; \\ \sum M_{Y_0} = N_c \cdot x_{0,N_c} - k \sum_{i=1}^n N_{si} \cdot x_{0,si} - M_{Ed,Y_0} = 0. \end{cases} \quad (3.35)$$

Використовуючи перше рівняння системи (3.35), отримаємо рівність

$$N_c = \sum_{i=1}^n N_{si} \quad (3.36)$$

Враховуючи (3.29) та (3.34), (3.36) набуває вигляду

$$\frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_i = f_{yd} \sum_{i=1}^n A_{si} \quad (3.37)$$

Використовуючи (3.37), можна записати вираз для знаходження висоти стиснутої зони

$$X = \sqrt{\frac{A_c \sin 2\theta}{\omega_i}}, \quad (3.38)$$

де $A_c = f_{yd} \sum A_{si} / f_{cd}$.

Використовуючи рисунок 3.7, вираз (3.25) можна записати у вигляді

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_{0,si} - x_{0,N_c}}{y_{0,si} - y_{0,N_c}}, \quad (3.39)$$

де $x_{0,si} - x_{0,N_c}$ – плече внутрішнього моменту M_{Rd,Y_0} ,

$y_{0,si} - y_{0,N_c}$ – плече внутрішнього моменту M_{Rd,X_0} .

Якщо прийняти, що рівнодійна розтягнутої зони розташована на центральній вісі інерції Y_c перерізу балкового елемента, то (3.39) набуде вигляду

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d_b - x_{0,Nc}}{d_h - y_{0,Nc}}, \quad (3.40)$$

де d_b, d_h – проекції відстані від найбільш стиснутої фібри бетону до точки прикладання рівнодійної напружень розтягнутої арматури на вісі X_0 та Y_0 відповідно.

Кут нахилу нейтральної лінії θ до горизонтальної вісі інерції X_c можна визначити, підставивши (3.30) та (3.31) у (3.40)

$$\theta = \operatorname{arctg} \left(\frac{(\sqrt{a^2 + 8A_c \psi_{xi} \psi_{yi} \operatorname{tg} \beta} - a)^2}{8A_c \psi_{xi}^2 \operatorname{tg}^2 \beta} \right) \quad (3.41)$$

де $a = d_h \operatorname{tg} \beta - d_b$;

$A_c = f_{yd} \Sigma A_{si} / f_{cd}$.

Значення моменту внутрішньої пари сил $M_{Rd,\beta}$ без урахування бетону розтягнутої зони можна визначити з виразу

$$M_{Rd,\beta} = N_c Z_\beta = N_s Z_\beta, \quad (3.42)$$

де N_c, N_s – рівнодійні напружень стиснутої та розтягнутої зон;

Z_β – плече внутрішньої пари сил, що з рисунку 3.7 визначається за формулою

$$Z_\beta = \sqrt{(d_b - x_{0,Nc})^2 + (d_h - y_{0,Nc})^2}. \quad (3.43)$$

Система (3.35) має 4 невідомі параметри: $M_{Rd,\beta}$, X , θ , η_m . Кількість зазначених параметрів перевищує кількість рівнянь цієї системи. Тому необхідно записати четверте рівняння, за допомогою якого можна визначити значення рівня деформацій η_m , при якому величина внутрішнього моменту досягає максимального значення 1.5.2 [15]. Для цього використаємо критерій міцності залізобетонного елемента

$$\max M(\eta_m) = M(\eta_u). \quad (3.44)$$

При розрахунку за міцністю залізобетонних балкових елементів, що зазнають косоного згинання, граничне значення моменту, що діє в площині YOZ можна обчислити за виразом

$$M_{Rd,Y} = \sum N_{si} (D - X + y_{Nc}); \quad (3.45)$$

де $D = d_b \sin \theta + d_h \cos \theta$ – робоча висота перерізу в площині YOZ ;

X – висота стиснутої зони бетону;

$y_{Nc} = S_{c,X} / N_c$ – відстань від нейтральної лінії до точки прикляння рівнодійної напружень стиску в бетоні.

Залізобетонний балковий елемент, що зазнає косоного згинання, у нормальному перерізі може сприймати згинальний момент у площині, що розташована під кутом β (площина дії зовнішнього моменту)

$$M_{Rd,\beta} = \frac{M_{Rd,Y}}{\cos(\theta - \beta)}. \quad (3.46)$$

де $M_{Rd,Y}$ – величина, що обчислюється за (3.45).

Із системи (3.35) запишемо

$$\begin{cases} N_c = k \sum_{i=1}^n N_{si}; \\ M_{Ed,X_0} = N_c \cdot y_{0,Nc} + k \sum_{i=1}^n N_{si} \cdot y_{0,si}; \\ M_{Ed,Y_0} = N_c \cdot x_{0,Nc} + k \sum_{i=1}^n N_{si} \cdot x_{0,si}. \end{cases} \quad (3.47)$$

Після підстановки (3.30), (3.31) та (3.37) у систему (3.47) маємо

$$\begin{cases} \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_i = k \sum_{i=1}^n A_{si} f_{yd}; \\ M_{Ed,X_0} = f_{yd} \cdot k \sum_{i=1}^n A_{si} \left(\psi_{xi} \sqrt{2A_c \operatorname{tg} \theta} + k \sum_{i=1}^n y_{0,si} \right); \\ M_{Ed,Y_0} = f_{yd} \cdot k \sum_{i=1}^n A_{si} \left(\psi_{yi} \frac{\sqrt{2A_c}}{\sqrt{\operatorname{tg} \theta}} + k \sum_{i=1}^n x_{0,si} \right). \end{cases} \quad (3.48)$$

де $A_c = f_{yd} \Sigma A_{si} / f_{cd}$

f_{yd} – розрахункове значення опору арматури розтягу;

де A_{si} – площа поперечного перерізу i -го арматурного стержня;

f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

$k = (D_{0,si} - X) / |D_{0,si} - X|$ – коефіцієнт знака зусилля N_{si} ;

$x_{0,si}; y_{0,si}$ – координати центра ваги i -го арматурного стержня;

ψ_x та ψ_y – коефіцієнти, що обчислюються за формулою (3.25), (3.26);

$\text{tg}\theta$ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної вісі, що обчислюється за виразом

$$\text{tg}\theta = \frac{(\sqrt{a^2 + 8A_c\psi_{xi}\psi_{yi}\text{tg}\beta} - a)^2}{8A_c\psi_{xi}^2\text{tg}^2\beta}, \quad (3.49)$$

де $a = d_h \text{tg}\beta - d_b$;

d_b, d_h – проекції відстані від найбільш стиснутої фібри бетону до точки прикладання рівнодійної напружень розтягнутої арматури на вісі X_0 та Y_0 відповідно.

Для визначення форми стиснутої зони використовується систематизація форм, описана в розділі 2.

Приналежність до однієї з груп визначається аналітичними залежностями, наведеними в п. 2.2 з використанням формули (2.11).

Визначення випадку положення нейтральної лінії у групі полягає в порівнянні фактичного кута нахилу зовнішньої силової площини до вертикальної вісі з умовним кутом для граничних випадків. Використовуючи умову паралельності площин дії зовнішнього та внутрішнього моментів, умовний кут β' можна визначити за формулою:

$$\beta' = \text{arctg} \left(\frac{d_b - x_{0,Nc}}{d_h - y_{0,Nc}} \right), \quad (3.50)$$

де d_b, d_h – проекції відстані від найбільш стиснутої фібри бетону до точки прикладання рівнодійної напружень розтягнутої арматури на вісі X_0 та Y_0 відповідно;

x_{0,N_c} , y_{0,N_c} – координати точки прикладання рівнодійної напружень у бетоні стиснутої зони N_c (таблиця 3.1 – 3.2).

Якщо фактичний кут нахилу більший за умовний кут першого граничного випадку одніє з трьох груп, то необхідно переходити до порівняння з умовним кутом другого граничного випадку. Якщо він знову виявиться більшим, то далі порівнювати з третім граничним випадком, а якщо меншим, то фактична форма стиснутої зони знаходиться між першим та другим граничними випадками.

Таблиця 3.1 – До визначення форми стиснутої зони в першій групі форм

Перша група форм					
Форми стиснутої зони	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
	$0 < X \leq 0,5 h_{eff}$	$b_{eff} \sin \theta \leq X < h_{eff} \cos \theta$	$b_{eff} \sin \theta > X \leq h_{eff} \cos \theta$	$h_{eff} \cos \theta < X \leq b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta$	$b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta < X \leq h \cos \theta$
Розмежування форм	1.1–1.2			1.2–1.3	
	$A_c = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd}}$ $\omega_1 = \frac{\eta_m (4 - \eta_m)}{6}$ $\omega_3 = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{(4 - \eta_m)} \right)$ $\varphi_{x1} = \varphi_{y1} = \frac{\eta_m (5 - \eta_m)}{30}$ $\varphi_{x3} = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m \gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{y3} = 1 - (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right)$			$x_{0,Nc} = \frac{b_{eff} \varphi_{y1}}{\omega_1}$ $y_{0,Nc} = \frac{b_{eff} \operatorname{tg} \theta \varphi_{x1}}{\omega_1}$	
				1.3–1.4	
				$x_{0,Nc} = \left(\frac{h_{eff}}{\operatorname{tg} \theta} + b_{eff,2} \right) \cdot \frac{\varphi_{y3}}{\omega_3}$ $y_{0,Nc} = \left(h_{eff} + b_{eff,2} \operatorname{tg} \theta \right) \cdot \frac{\varphi_{x3}}{\omega_3}$ $\gamma_2 = \frac{h_{eff}}{h_{eff} + b_{eff,2} \operatorname{tg} \theta}$	

Таблиця 3.2 – До визначення форми стиснутої зони другої групи форм

Друга група форм					
Форми стиснутої зони	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4
	$0,5h_{eff} < X \leq 0,5h_{eff}(1 + b_{eff,1} / b_{eff})$	$b_{eff} \sin\theta < X \leq h_{eff} \cos\theta$	$b_{eff} \sin\theta \leq X < b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta$	$h_{eff} \cos\theta < X \leq b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta$	$b_{eff,2} \sin\theta + h_{eff} \cos\theta < X \leq h \cos\theta$
Розмежування форм	$A_c = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd}}; \quad \omega_1 = \frac{\eta_m(4 - \eta_m)}{6}$ $\omega'_3 = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{4 - \eta_m} \right)$ $\omega'_2 = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{4 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{x1} = \varphi_{y1} = \frac{\eta_m(5 - \eta_m)}{30}$ $\varphi_{x3} = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m \gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{y3} = 1 - (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{x2} = 1 - (1 - \gamma_1)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{y2} = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \left(1 + 3\gamma_1 + \frac{4\eta_m \gamma_1^2}{5 - \eta_m} \right)$		2.1–2.2	2.2–2.3	2.3–2.4
			$x_{0,Nc} = \frac{h_{eff} \varphi_{y2}}{tg\theta \omega_2}$	$x_{0,Nc} = \frac{b_{eff} \varphi_{y3}}{\omega_3}$	$x_{0,Nc} = \left(\frac{h_{eff}}{tg\theta} + b_{eff,2} \right) \cdot \frac{\varphi_{y3}}{\omega_3}$
			$y_{0,Nc} = \frac{h_{eff} \varphi_{x2}}{\omega_2}$	$y_{0,Nc} = \frac{b_{eff} tg\theta \varphi_{x3}}{\omega_3}$	$y_{0,Nc} = \left(h_{eff} + b_{eff,2} tg\theta \right) \cdot \frac{\varphi_{x3}}{\omega_3}$
			$\gamma_1 = \frac{b_{eff} tg\theta}{h_{eff}}$	$\gamma_2 = \frac{h_{eff}}{b_{eff} tg\theta}$	$\gamma_2 = \frac{h_{eff}}{h_{eff} + b_{eff,2} tg\theta}$

Таблиця 3.3 – До визначення форми стиснутої зони третьої групи форм

Третя група форм						
Форми стиснутої зони	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	
	$0,5 h_{eff} (1 + b_{eff,1} / b_{eff}) < X \leq h_{eff}$	$b_{eff} \sin \theta < X \leq h_{eff} \cos \theta$	$b_{eff} \sin \theta < X \leq b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta$	$b_{eff} \sin \theta \leq X < h \cos \theta$	$b_{eff,2} \sin \theta + h_{eff} \cos \theta < X \leq h \cos \theta$	
Розмежування форм	3.1–3.2		3.2–3.3		3.3–3.4	
	$A_c = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd}}; \quad \omega_1 = \frac{\eta_m (4 - \eta_m)}{6}$ $\omega'_3 = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{4 - \eta_m} \right)$ $\omega'_2 = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{4 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{x1} = \varphi_{y1} = \frac{\eta_m (5 - \eta_m)}{30}$ $\varphi_{x3} = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m \gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{y3} = 1 - (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{x2} = 1 - (1 - \gamma_1)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{5 - \eta_m} \right)$ $\varphi_{y2} = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \left(1 + 3\gamma_1 + \frac{4\eta_m \gamma_1^2}{5 - \eta_m} \right)$		$x_{0,Nc} = \frac{h_{eff} \varphi_{y2}}{\text{tg} \theta \omega_2}$ $y_{0,Nc} = \frac{h_{eff} \varphi_{x2}}{\omega_2}$ $\gamma_1 = \frac{b_{eff} \text{tg} \theta}{h_{eff}}$		$x_{0,Nc} = \left(\frac{h_{eff}}{\text{tg} \theta} + b_{eff,2} \right) \frac{\varphi_{y5}}{\omega_5}$ $y_{0,Nc} = \left(h_{eff} + b_{eff,2} \text{tg} \theta \right) \frac{\varphi_{x5}}{\omega_5}$ $\gamma_1 = \frac{b_{eff} \text{tg} \theta}{h_{eff} + b_{eff,2} \text{tg} \theta}; \quad \gamma_2 = \frac{h_{eff}}{h_{eff} + b_{eff,2} \text{tg} \theta}$	$x_{0,Nc} = \frac{b_{eff} \varphi_{y4}}{\omega_4}$ $y_{0,Nc} = \frac{b_{eff} \text{tg} \theta \varphi_{x4}}{\omega_4}$ $\gamma_2 = \frac{h_{eff}}{b_{eff} \text{tg} \theta}; \quad \gamma_3 = \frac{b_{eff,2}}{b_{eff}}$

3.3 Висновки за розділом 3

1. Отримані формули розрахунку несучої здатності з використанням нелінійної деформаційної моделі дозволяють оцінити напруження в найбільш стиснутій фібрі.

2. Щоб отримати аналітичні залежності для визначення параметрів НДС, необхідно врахувати форму стиснутої зони бетону поперечного перерізу балки, що зазнає косоного деформування.

3. Побудовані моделі напружено-деформованого стану дають змогу візуалізувати процеси, що відбуваються в перерізі при завантаженні, та виконати детальний аналіз розподілу напружень у поперечному перерізі.

4. Аналітичні залежності визначення кута нахилу силової площини для граничних випадків записані залежно від рівня відносних деформацій стиснутої зони бетону, що дозволяє визначати, як розташована нейтральна лінія при різних рівнях навантаження.

5. Представлена методика визначення випадку положення нейтральної лінії дозволяє виконувати розрахунки залізобетонних таврових балок за граничними станами першої та другої груп.

4 МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРИ КОСОМУ ЗГІНАННІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТАВРОВИХ БАЛОК

4.1 Дослідні зразки та технологія їх виготовлення

Для проведення експерименту в лабораторії кафедри будівельних конструкцій Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» виготовлено 10 зразків залізобетонних таврових балок довжиною 1,5 м. Опалубкове креслення цих балок із зазначеними розмірами поперечного перерізу наведено на рис. 4.1. На опорах балка має прямокутний переріз, посередині – тавровий (на ділянці довжиною 1/3 прольоту).

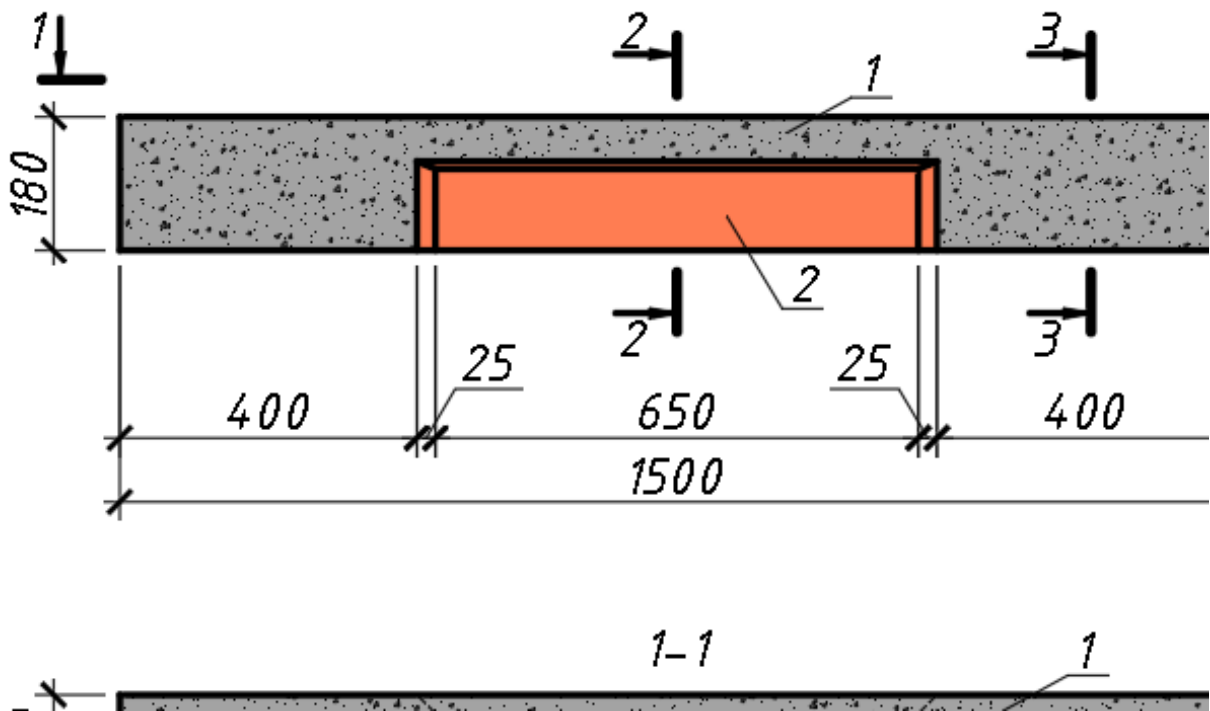


Рисунок 4.1 – Опалубкове креслення таврових балок:
1 – таврова балка; 2 – дерев'яний вкладиш.

Виконані в лабораторних умовах залізобетонні таврові балки армовані поздовжньою робочою арматурою класу А400С та поперечною арматурою класу А240С. Стержні поздовжньої робочої арматури розташовано в нижній частині балки горизонтально вздовж прольоту балки (рис. 4.2, поз. 1). Стержні

поперечної арматури розташовано вертикально з кроком 85 мм на приопорних ділянках елемента на відстані 1/3 прольоту від торця балки (рис. 4.2, поз. 2). Для дослідження роботи бетону без арматури в стиснутій зоні на ділянці з тавровим перерізом арматуру, окрім поздовжньої робочої, не вкладали в каркас. Фіксування поздовжньої робочої арматури в проектному положенні забезпечується привареними хомутами-фіксаторами (рис. 4.2, поз. 5). Загальна схема армування зразків представлена на рис. 4.2. Каркас виготовлено з плоских сіток, з'єднаних горизонтальними стрижнями (поз. 4). У свою чергу сітки складаються з вертикальних (поз. 2) та горизонтальних стрижнів (поз. 3)

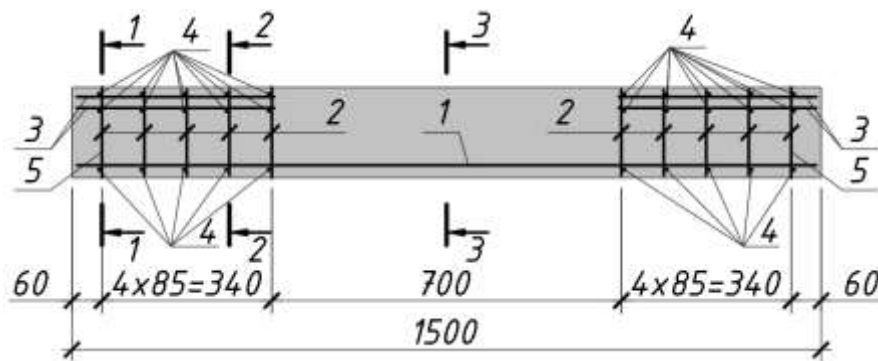


Рисунок 4.2 – Схема армування таврових балок:

1 – робоча поздовжня арматура; 2 – вертикальні стрижні сіток; 3 – горизонтальні стрижні сіток; 4 – поперечні стержні; 5 – хомути-фіксатори, 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 – характерні перерізи балок (рис. 4.3).

Кожному з 10 зразків присвоєно свій шифр БТ-*i-n*, де БТ – балка таврова, *i* – цифра, яка характеризує групу армування зразків: 1 – армовані двома стержнями діаметром 12 мм, розташованих симетрично відносно вертикальної центральної вісі симетрії перерізу (рис. 4.3, а), 2 – робоча поздовжня арматура у вигляді трьох стержнів діаметром 10 мм розташована таким чином, що два стержні знаходяться з одного боку вісі симетрії, а третій – з іншого, але на різних відстанях від вісі по горизонталі (рис. 4.3, б), 3 – несиметричне армування у вигляді одного стержня діаметром 18 мм (рис. 4.3, в), *n* – цифра, яка характеризує кут нахилу силової площини: 0 – 0°, 1 – 5°, 2 – 15°, 3 – 25°.

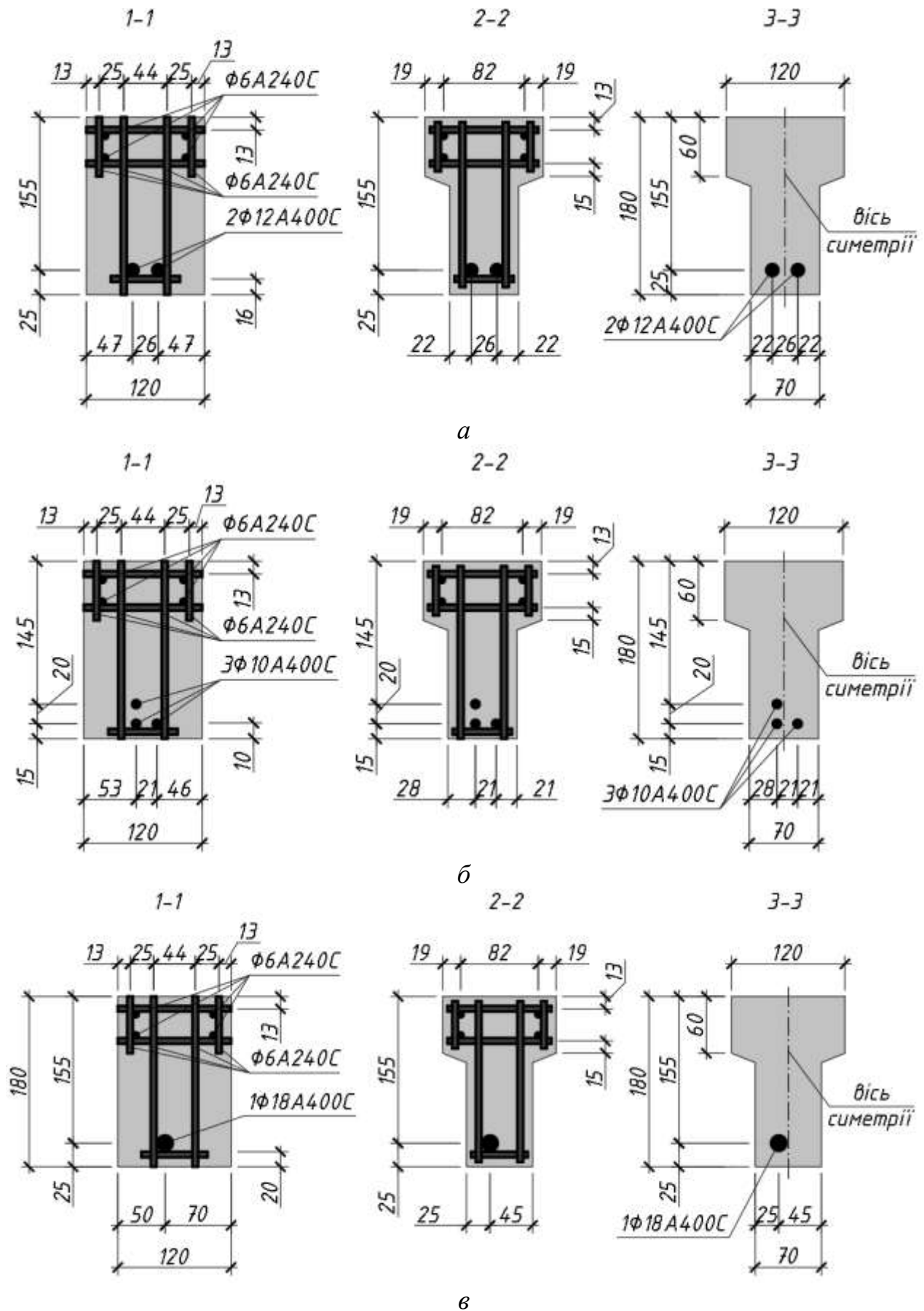


Рисунок 4.3 – Конструкція поперечного перерізу таврових балок:
 а – групи БТ-1; б – групи БТ-2; в – групи БТ-3; 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 – характерні перерізи балок (рис. 4.2).

До балки БТ-1-0 навантаження прикладалося під кутом 0° , до всіх інших – під кутом 5° , 15° та 25° .

У балках груп БТ-1, БТ-2 прийнято однакові координати центра ваги арматури в розтягнутій зоні перерізу 3 – 3 (рис. 4.4, а, б). У балках групи БТ-3 центр ваги поперечного перерізу робочої поздовжньої арматури зміщено вбік відносно вертикальної центральної вісі інерції перерізу всієї балки (рис. 4.4, в). Завдяки цьому можна дослідити залежність характеру деформування таврової балки під навантаженням від кількості та розташування стержнів арматури.

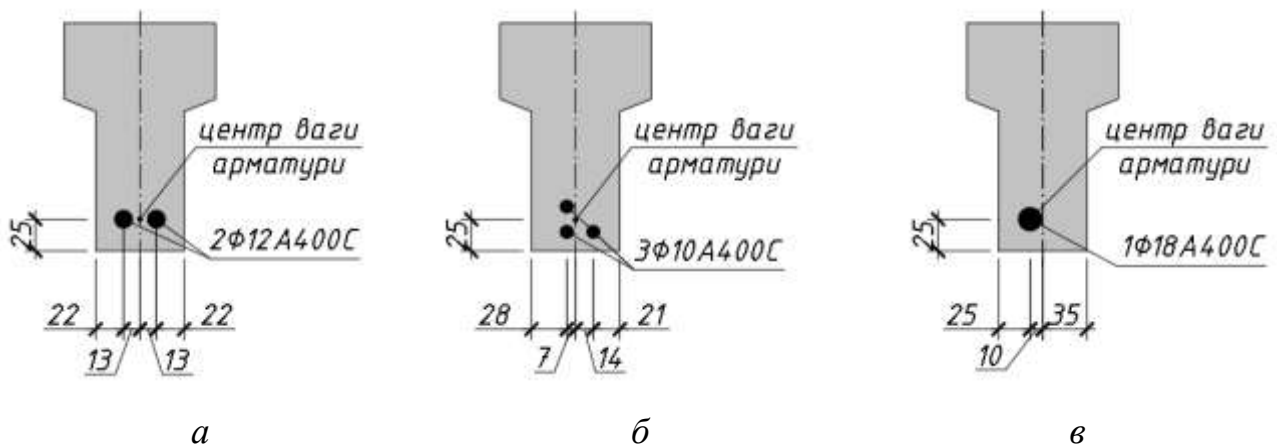


Рисунок 4.4 – Розташування центра ваги робочої поздовжньої арматури розтягнутої зони перерізу 3 – 3:
а – групи БТ-1; б – групи БТ-2; в – групи БТ-3

Для вимірювання деформацій в арматурі посередині прольоту таврової частини балки на кожному стержні робочої арматури було розташовано по два електротензодатчики опору з базою 20 мм [140] перпендикулярно до нейтральної лінії знизу стержня (рис. 4.5). Їх зафіксували на попередньо обробленій поверхні арматурних стрижнів за допомогою клею БФ-2 відповідно до рекомендацій [141]. Підготування місць розташування датчиків полягало в зачищенні поверхні наждачним папером з подальшим її знежиренням розчинником 647 та нанесенням шару клею для фіксації датчиків. Місця контакту датчиків з проводами покривалися епоксидною смолою [142] для забезпечення гідроізоляції та електроізоляції. Поверхню епоксидної смоли робили рифленою, щоб забезпечити її адгезію з бетоном.



Рисунок 4.5 – Розташування електротензодатчика на стержні арматури

Від кожного стержня арматури відрізали зразки довжиною 600 мм для визначення фізико-механічних характеристик арматури таврових балок.

У сталеву опалубку, вкладалася бетонна суміш, виготовлена в лабораторних умовах з портландцементу марки М500 (в'язуча речовина) та гранітного відсіву (дрібний та великий заповнювач). Співвідношення складових суміші приймалося для отримання бетону класу міцності С20/25. З метою кращого розпалубування зразків після тужавіння бетонної суміші місця контакту опалубки з сумішшю обробили технічною оливою. Вкладена в опалубку суміш ущільнювалася глибинним вібратором.

Сталева опалубка має прямокутний поперечний переріз. Частина балки над опорами виконано прямокутного профілю для зручності розташування обладнання при випробовуванні балки. Для виготовлення балки, яка в своїй середній частині має тавровий профіль, потрібно було до вкладання бетонної суміші розташувати в опалубці 2 дерев'яні вкладиші (рис. 4.6), як показано на рис. 4.1. Для уникнення прямого контакту дерева з бетонною сумішшю та кращого розпалубування готового виробу з опалубки ці вкладиші було оброблено скотчем.

Із частини бетонної суміші, яку приготували для бетонування залізобетонних таврових зразків балок, виготовили бетонні кубики розміром 150x150x150 мм та призми розміром 150x150x600 мм для визначення фізико-механічних характеристик бетону таврових зразків.

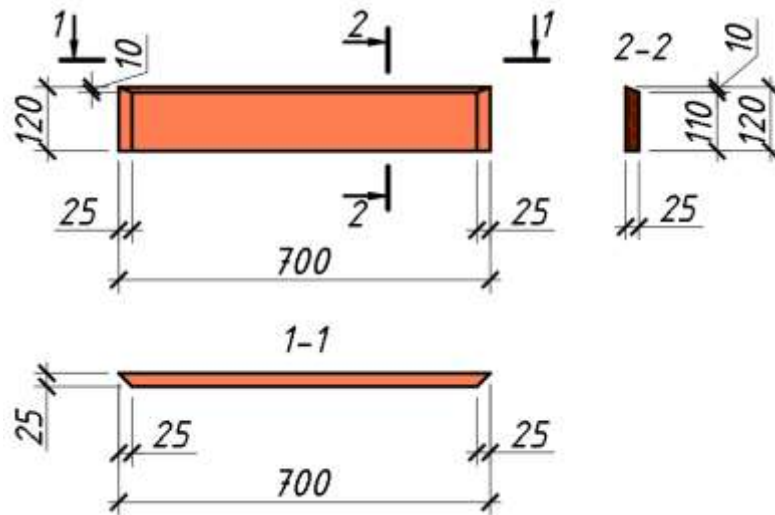


Рисунок 4.6 – Креслення дерев'яного вкладиша

Виготовлені зразки зберігалися при температурі $t = 18 \pm 2^\circ\text{C}$ та вологості $W = 70 - 80\%$. Протягом 7 днів з моменту бетонування поверхню, що мала контакт з навколишнім середовищем накривали вологою тканиною та поліетиленовою плівкою для уникнення значної втрати вологи. На 16 добу після виготовлення зразки виймалися з опалубки та продовжували набирати міцність. На 30 добу зразки підготовували до випробування на лабораторній установці. Фактичні розміри поперечного перерізу зразків зазначені в табл. 4.1.

Підготовка зразків полягала в розташуванні тензодатчиків [140] базою 50 мм на поверхні бетону по периметру перерізу, розташованого посередині прольоту таврової балки (рис. 4.7). Датчики наклеювалися за допомогою клею БФ-2 згідно з [141] на попередньо зачищену наждачним папером поверхню з подальшим її знежиренням розчинником 647.



Рисунок 4.7 – Розташування тензодатчиків на поверхні бетону

Таблиця 4.1 – Експериментальні зразки балок таврового профілю та їх геометричні характеристики

Шифр зразка	Схема поперечного перерізу	Кут нахилу силової площини β°	Геометричні характеристики поперечного перерізу						
			b_{eff} , мм	b , мм	$b_{eff,2}$, мм	h_{eff} , мм	h , мм	d_b , мм	d_h , мм
БТ-1-0		0	122	72	25	66	179	60	159
БТ-1-1		5	119	68	27	64	179	61	154
БТ-1-2		15	122	72	25	66	179	60	159
БТ-1-3		25	118	71	25	66	180	60	159
БТ-2-1		5	122	72	25	66	180	60	155
БТ-2-2		15	122	72	25	66	179	60	159
БТ-2-3		25	120	70	25	65	178	61	154
БТ-3-1		5	119	72	24	68	179	58	159
БТ-3-2		15	118	69	24	64	179	57	158
БТ-3-3		25	120	70	24	65	180	59	159

4.2 Застосовані матеріали та їх фізико-механічні характеристики

Для визначення характеристик бетону зразків залізобетонних таврових балок необхідно було випробувати виготовлені одночасно зі зразками еталонні кубики 150x150x150 мм [143] та призми 150x150x600 мм [144] на стиск. Випробовування кубиків та призм проводилося на гідравлічному пресі 2ПГ-125 зі шкалою 1250 кН. Для отримання достовірних даних дослідження еталонних зразків виконувалося незадовго до випробовування балок. Схема завантаження та геометричні характеристики еталонних зразків представлена на рис. 4.8.

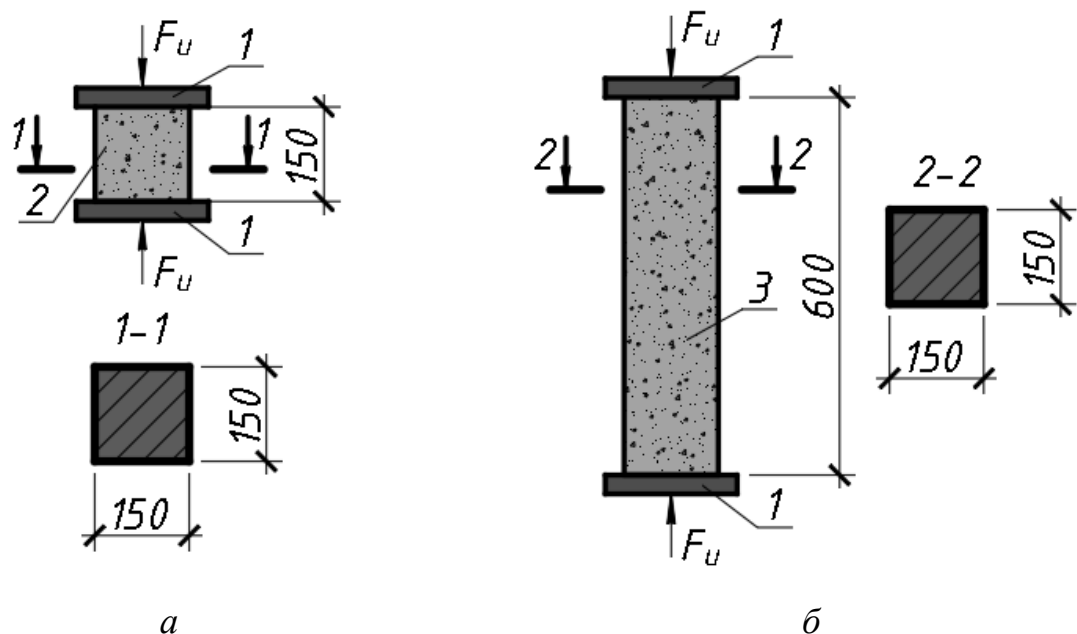


Рисунок 4.8 – Схеми випробування бетонних еталонних зразків:

а – кубиків; *б* – призм:

1 – плита преса; 2 – еталонний кубик 150x150x150 мм;

3 – еталонна призма 150x150x600 мм.

Еталонні зразки навантажувалися ступенево, починаючи з 5 % від прогнозованого руйнівного навантаження F_u (рис. 4.8). Завантаження було постійним протягом усього випробування. Тривалість кожного ступеня складала близько 5 хв, що складало $0,1 F_u$.

Деформації бетонних еталонних призм в поздовжньому та поперечному напрямі фіксувалися приладом ЦТМ-5 (центральним тензOMETричним мостом) з

використанням електротензодатчиків опору з базою 50 мм, розташованими по периметру середнього перерізу призми, та індикатором годинникового типу ПГ-10 з подовжувачем базою 300 мм. Точність вимірювань становила 0,01 мм.

Дослідження еталонних бетонних призм дозволило визначити такі характеристики бетону: ε_c – відносні деформації бетону, E_c – модуль пружності бетону, f_c – призову міцність. У таблиці 4.2 наведено значення характеристик міцності бетону дослідних зразків.

Характеристики арматури визначалися шляхом випробування відібраних зразків поздовжньої робочої арматури, яка використовувалася в залізобетонних балках, зразків довжиною 600 мм на розтяг [145]. Дослідження кожного зразка виконували на пресі УИМ-50 з використанням електротензодатчиків опору базою 10 мм [140]. Завантажувалися зразки ступенево від 0 до 500 кН.

Дослідження арматурних зразків дозволило визначити такі характеристики арматури: f_y – межу текучості, E_s – модуль пружності арматури, ΔL – абсолютне подовження. У таблиці 4.2 наведено середні значення характеристик міцності арматурної сталі дослідних зразків.

Таблиця 4.2 – Фактичні характеристики бетону та арматури зразків балок таврового профілю

Шифр зразка	Кут нахилу силової площини β°	Характеристики бетону		Характеристики поздовжньої робочої арматури			
		f_c , МПа	E_c , МПа	Діаметр, клас	Площа A_s , мм ²	f_y , МПа	E_s , МПа
1	2	3	4	5	6	7	8
БТ-1-0	0	27,0	24734	2Ø12 А400С	226	400	20000
БТ-1-1	5	27,0	24734	2Ø12 А400С	226	385	20000
БТ-1-2	15	28,0	24734	2Ø12 А400С	226	385	20000

Продовження таблиці 4.2

1	2	3	4	5	6	7	8
БТ-1-3	25	27,5	24734	2Ø12 А400С	226	390	20000
БТ-2-1	5	27,0	24734	3Ø10 А400С	236	385	20000
БТ-2-2	15	28,0	24734	3Ø10 А400С	236	385	20000
БТ-2-3	25	27,3	24734	3Ø10 А400С	236	375	20000
БТ-3-1	5	27,0	24734	1Ø18 А400С	254,5	385	20000
БТ-3-2	15	28,0	24734	1Ø18 А400С	254,5	385	20000
БТ-3-3	25	27,4	24734	1Ø18 А400С	254,5	420	20000

4.3 Методика експериментального дослідження балок

4.3.1 Дослідна установка та її конструкція

Для дослідження таврових зразків було обрано таку схему завантаження балки, відповідно до якої на верхню грань однопролітної балки, що вільно спирається на опори, діють симетрично дві зосереджені сили F на відстані $1/3$ прольоту від краю балки (рис. 4.9). Така схема обпирання та прикладання зусиль забезпечує утворення зони чистого згинання. Так як зовнішня силова площина діє під кутом β до вертикальної вісі симетрії балки, то на ділянці між силами F спостерігається зона чистого косого згинання, де діє лише сталий згинальний момент та виконується гіпотеза плоских перерізів. На цій ділянці зручно вимірювати деформації перерізу балки у вертикальному напрямку.

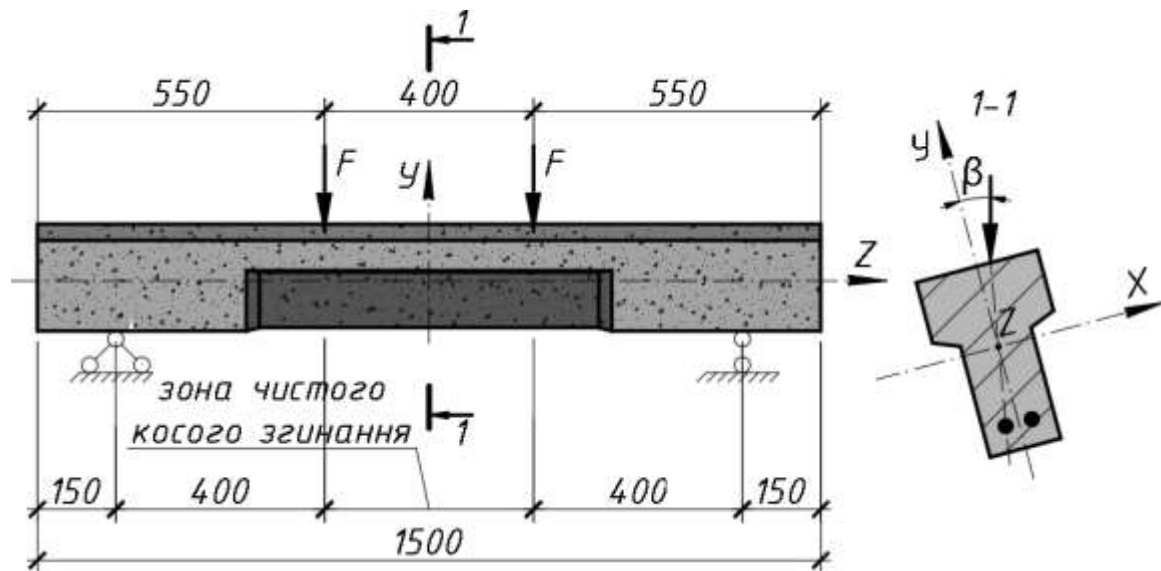


Рисунок 4.9 – Схема завантаження зразка таврової балки

Дослідження зразків таврових балок виконували з використанням установки для випробувань з домкратом, представленого на рис. 4.10. Така установка дала змогу відтворити зазначену на рис. 4.9, розрахункову схему таврової балки.



Рисунок 4.10 – Установка для випробування зразків таврових балок

Дослідження балок проводилося відповідно до норм [141]. Завантажували зразки ступенями $M_i = 0,05 - 0,1M_{Ed}$ з інтервалом 10 хв до появи перших тріщин. Потім навантаження прикладалося зі сталою швидкістю.

4.3.2 Забезпечення наявності явища косоного згинання

Установка, представлена на рисунку 4.11, дозволяє завантажувати балку двома зосередженими силами, прикладеними до її верхньої грані. З метою створення явища косоного згинання використовувалися спеціальні пристрої опор (5, 6, рис. 4.11), які дають змогу повернути балку під кутом $\beta = 5^\circ - 25^\circ$ до вертикалі [146]. Так площина дії зовнішнього навантаження також розташовується під кутом β , як представлено на рисунку 4.9. Такий підхід дозволив експериментально отримати значення параметрів напружено-деформованого стану з урахуванням різноманіття форм стиснутої зони бетону.

Спочатку дослідний залізобетонний тавровий зразок установлювався та закріплювався таким чином, щоб вертикальна головна вісь інерції зразка співпадала з віссю бази установки для випробувань. Кут нахилу встановленої балки контролювався оптичним квадрантом КО-60, який розташували на бічній грані таврового зразка на ділянці чистого косоного згинання. Ціна поділки такого приладу становила 1'.

Завантажувались дослідні зразки (1) домкратом (3), обпертим на жорстку базу (2) таким чином, що зусилля через трверсу (4) передавалося на балку за допомогою шарнірів (6) (рис. 4.11).

Контроль рівня прикладеного до балки навантаження здійснювався манометром (рис. 4.11). Тарування манометра здійснювалося пружинним динамометром ДПУ-5, ціна поділки якого складала 0,5 кН.

Наведена на рис. 4.11 установка дає змогу досліджувати деформування бетону в поздовжньому та поперечному напрямках без використання важкого навантажувального обладнання. Таким чином можна отримати більш точні експериментальні дані.

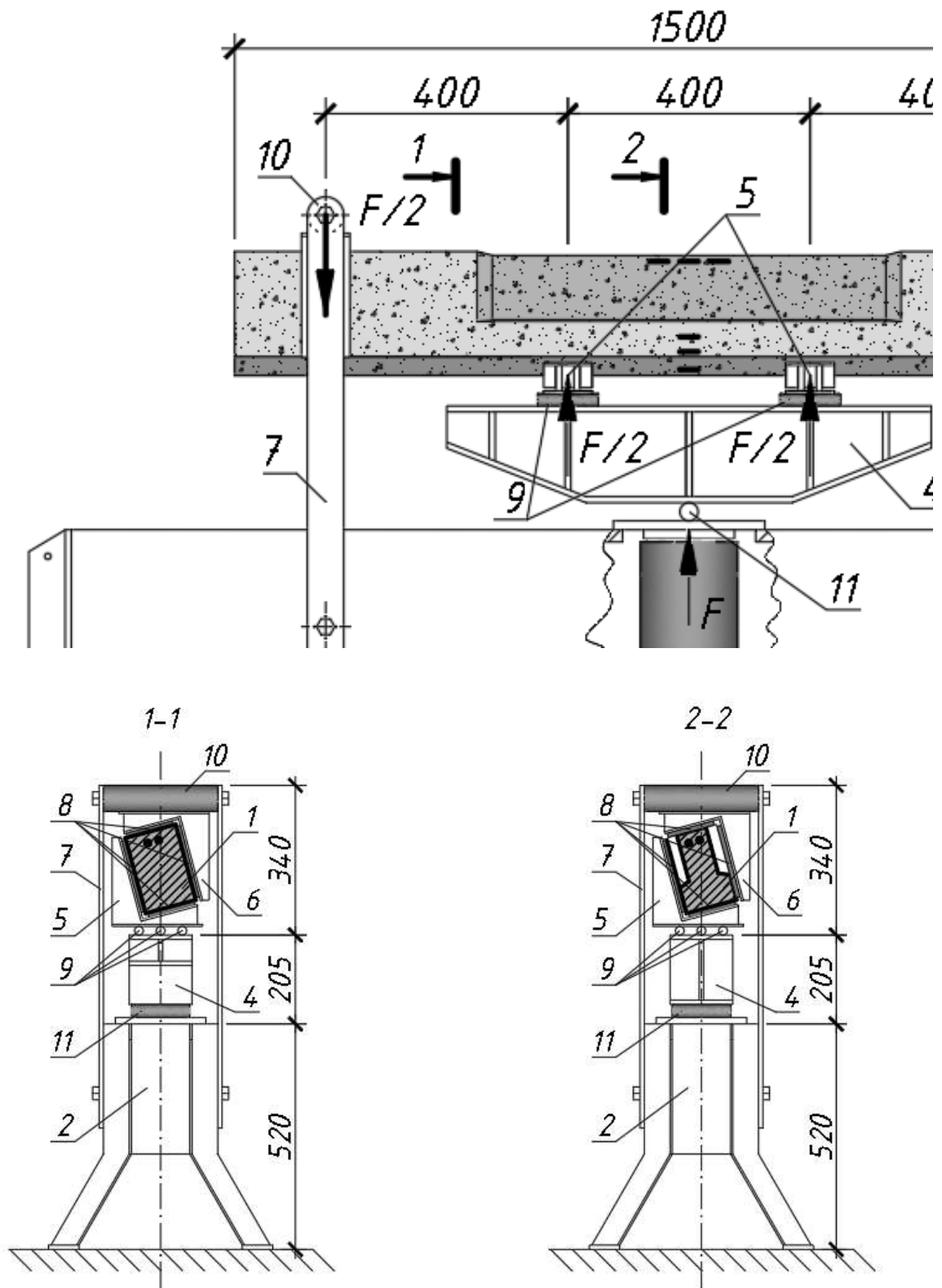


Рисунок 4.11 – Схема установки для дослідження таврових балок на косе згинання:

- 1 – зразок таврової балки для експерименту; 2 – жорстка база; 3 – гідравлічний прес ПГ-50; 4 – траверса для розподілу прикладеної до зразка сили; 5 – сталевая завантажувальна накладка; 6 – сталевая опорна накладка; 7 – тяж; 8 – підкладка; 9 – опора у вигляді циліндричного шарніра; 10 – опорний шарнір; 11 – шарнір траверси.

4.3.3 Вимірювання деформацій бетону та арматури в перерізі балки

Відповідно до вимог [140, 141] для вимірювання деформацій виготовлених раніше залізобетонних зразків таврових балок використовували електротензодатчики, прогиноміри та індикатори годинникового типу (рис. 4.12). Деякі прилади були встановлені ще на етапі виготовлення балок, що зазначено в 4.1.

Поздовжні деформації у перерізі 1 – 1 (рис. 4.9) вимірювалися автоматичним вимірювачем деформацій АИД-4 за допомогою електротензодатчиків, попередньо наклеєних на поверхню бетону та арматури. Для визначення фібрових деформацій датчики на бетоні розміщувались на суміжних гранях найбільш стиснутого ребра таврового зразка в зоні чистого косого згинання. Схема розташування датчиків для різних груп таврових балок БТ наведена на рис. 4.12. Положення датчиків по периметру перерізу кожної з груп балок визначалося очікуваним характером руйнування зразків.

Прогини таврових балок в горизонтальному f_x та вертикальному f_y напрямках вимірювались шістьма прогиномірами П1 – П6 типу 6-ПАО посередині прольоту та в місцях прикладання зосереджених сил (рис. 4.12). Ціна поділки приладів складала 0,01 мм.

Переміщення шарнірно-рухомої та шарнірно-нерухомої опор таврових балок контролювалися двома індикаторами годинникового типу П1 та П2 (рис. 4.12). Ціна поділки приладів складала 0,01 мм.

Після кожного ступеня завантаження таврові зразки ретельно оглядалися на наявність тріщин для того, щоб зафіксувати момент появи першої тріщини [147]. Також знімалися покази з усіх зазначених вище приладів для вимірювання деформацій в арматурі та бетоні. Зняті з приладів відліки записувались у журнал випробувань для подальшої обробки та аналізу.

На випробування кожного з 10 залізобетонних таврових зразків було витрачено близько 2 годин.

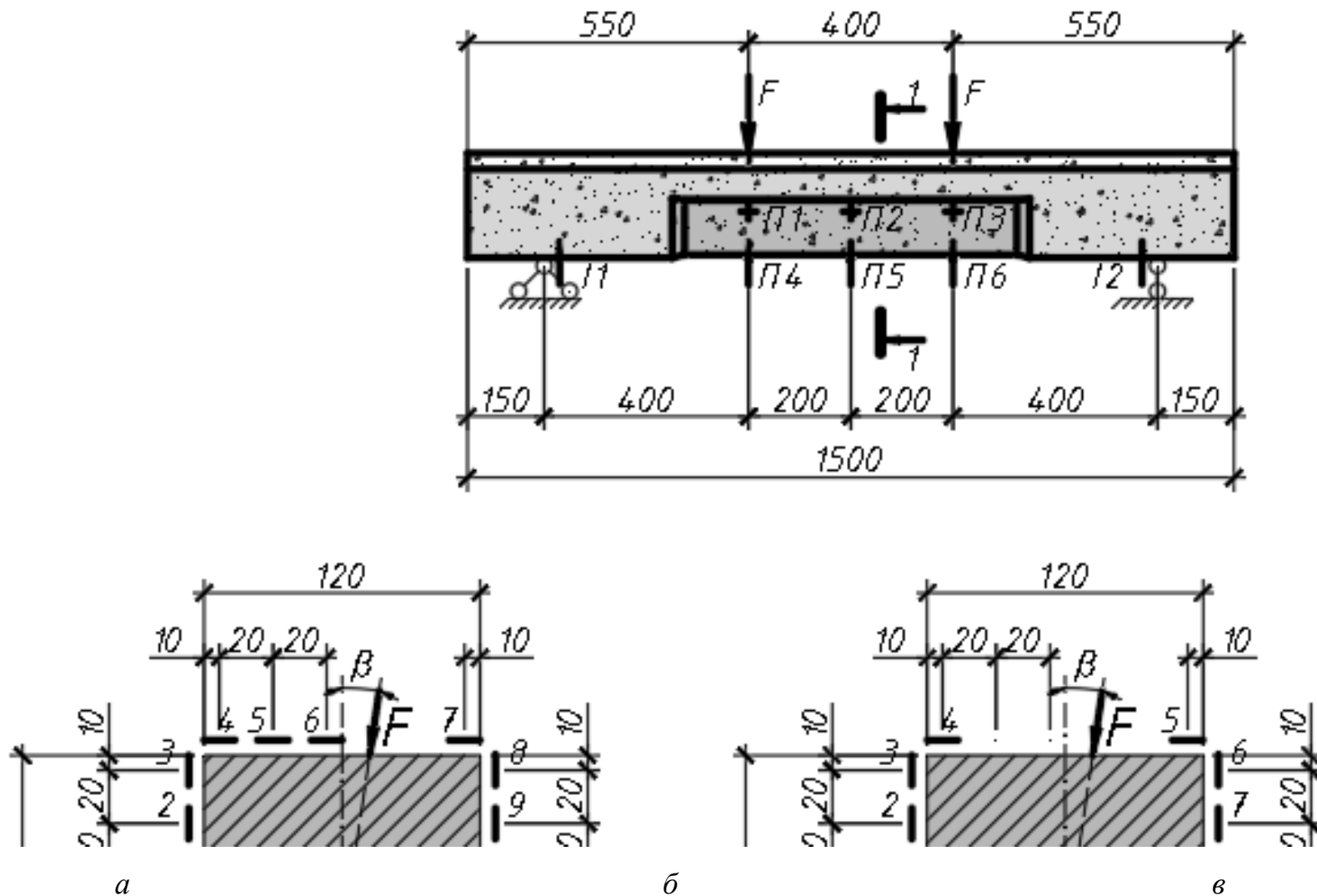


Рисунок 4.12 – Схема розташування датчиків та приладів для вимірювання деформацій в експериментальних таврових балках:

a – групи БТ-1; *б* – групи БТ-2; *в* – групи БТ-3:

П1 – П6 – прогиноміри; I1, I2 – індикатори годинникового типу; f_x, f_y – переміщення вздовж осей *X* та *Y* відповідно.

4.3.4 Опис процесу тріщиноутворення

Кожен зразок таврової балки завантажували ступенево до моменту його руйнування. Після кожного ступеня завантаження ретельно оглядалися поверхня бетону таврових зразків на наявність тріщин та записувались покази усіх приладів для вимірювання деформацій.

Балка БТ-1-0 завантажувалася при $\beta = 0^\circ$. На початкових ступенях завантаження при $\eta = 0 - 0,2$ у розтягнутій частині перерізу на ділянці чистого згинання нормальні тріщини були відсутні. При таких малих рівнях завантаження зразки працювали в стадії I, описаної в 1.5.1, так, що деформування таврових балок було майже пружне, а залежність деформацій та напружень мала лінійний характер. На ступенях, більших ніж $\eta = 0,2$, з'являлися перші тріщини, що відповідає стадії Ia, описаної в 1.5.1.

У балках БТ-1-2, БТ-2-2, БТ-3-2 перші тріщини з'явилися при рівнях завантаження $\eta = 0,1$. Це свідчить про те, що перші тріщини в розтягнутому бетоні при впливі косоного згинання виникають при менших рівнях завантаження таврової балки.

У всіх зразках таврових балок після руйнування спостерігалось збільшення деформацій стиску бетону в найбільш віддаленій точці перерізу. При цьому значення руйнівного зусилля зменшувалося.

Особливості руйнування бетону в стиснутій зоні перерізу зразків таврових балок були пов'язані з величиною кута β нахилу силової площини до вертикальної центральної вісі інерції балок та розташуванням арматурних стержнів у перерізі. У зразка БТ-1-0 при $\beta = 0^\circ$ та симетричному армуванні відбулося руйнування всієї верхньої грані перерізу. У всіх інших зразках верхня грань була зруйнована частково, але в зразках груп БТ-2 та БТ-3 при значних кутах нахилу силової площини руйнування стиснутої зони досягало ребра балок.

При незначних кутах нахилу силової площини при $\beta = 5^\circ$ у зразках БТ-1-1 та БТ-2-1 руйнування стиснутої зони охоплювало дві суміжні грані перерізу

(рис. 4.13, *a*). При збільшенні кута нахилу β до 15° та симетричному армуванні в зразку БТ-1-2 руйнування розповсюдилось на дві суміжні грані, а при несиметричному в зразку БТ-2-2 – на три грані (рис. 4.13, *б*). При значних кутах нахилу $\beta = 25^\circ$ та симетричному армуванні в зразку БТ-1-3 руйнування бетону спостерігалось на трьох гранях перерізу, а в зразку БТ-3-3 – на чотирьох гранях, причому дві з них були зруйновані повністю (рис. 4.13, *в*).

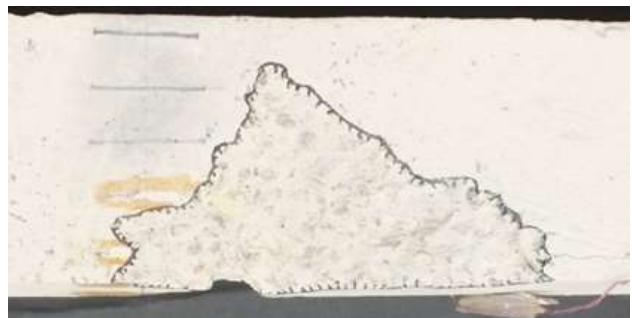
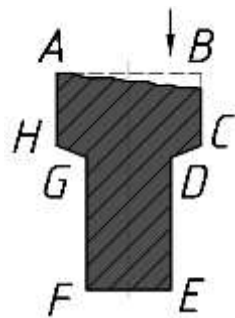
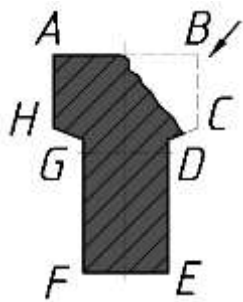
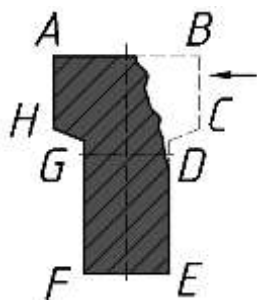
*a**б**в*

Рисунок 4.13 – Руйнування стиснутої зони дослідних зразків таврових балок:
a – БТ-1-1; *б* – БТ-2-2; *в* – БТ-3-3

У балках з несиметричним армуванням та зміщеним центром ваги арматури руйнування стиснутого бетону при $\beta = 5^\circ$ у зразку БТ-3-1 охопило 2

грані. При збільшенні кута β у зразках БТ-3-2 та БТ-3-3 спостерігалось руйнування на чотирьох гранях, причому в балці БТ-3-3 зруйнована ділянка грані ребра була більшою (рис.4.14, в), ніж у БТ-3-2.

4.4 Висновки за розділом 4

1. Розроблена методика експериментальних досліджень залізобетонних таврових балок дозволила створити явище косоного згинання в лабораторних умовах та отримати значення відносних деформацій бетону для подальшого визначення форми стиснутої зони бетону від початку завантаження до моменту руйнування.

2. Завантаження з постійною швидкістю зразків дала змогу зафіксувати приріст деформацій при зниженні навантаження, що дає змогу експериментально зафіксувати спадну гілку.

3. Характер руйнування стиснутої зони бетону таврових зразків змінювався зі зміною кута β . Зі збільшенням кута β збільшувалася кількість граней, на які розповсюджувалося руйнування. При малих кутах нахилу зовнішньої силової площини $\beta = 5^\circ$ руйнування стиснутої зони охоплювало лише 2 грані полицки, а при значних $\beta = 25^\circ$ – розповсюджувалося на 3 грані полицки та 1 грань ребра балки.

4. Утворення перших нормальних тріщин у розтягнутій зоні таврової балки фіксувалось при рівні навантаження $(0,05 - 0,15) M_{Ed}$. Тріщини починали утворюватися від найбільш розтягнутого ребра зразків таврових балок.

5. Прогини зразків від початку навантаження до моменту руйнування фіксувалися відносно двох осей X та Y .

5 ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТА ПЕРЕВІРКА РОЗРОБЛЕНОЇ ТЕОРІЇ ОПИСАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НА ЗРАЗКАХ ТАВРОВИХ БАЛОК

5.1 Розрахунки таврових балок за формулами розділу 3

5.1.1 Розрахунок балки з трикутною формою стиснутої зони

Використовуючи методику, описану в розділі 3, виконаємо розрахунки за першою групою граничних станів балки таврового профілю. Розміри поперечного перерізу: $b_{eff} = 120$ мм, $h_{eff} = 65$ мм, $h = 180$ мм, $b = 70$ мм, $b_{eff,1} = 25$ мм. Для балки використаний важкий бетон $f_{cd} = 25$ МПа. У розтягнутій зоні розташована арматура 1Ø12A400C, $f_{yd} = 364$ МПа, $A_s = 113,1$ мм². Кут нахилу зовнішньої силової площини β становить 15°. Розрахункова схема представлена на рисунку 5.1.

Перш за все, необхідно визначити, до якої групи форм належить випадок розрахунку. Для цього обчислюємо значення висоти стиснутої зони за формулою (2.11)

$$X = \frac{364 \cdot 113,1}{25 \cdot 120 \cdot 0,732} = 18,41 \text{ мм}$$

Потім отримане значення порівнюємо з виразами, наведеними в таблицях 3.1 – 3.3.

$$X = 18,41 \text{ мм} < 0,5h_{eff} = 32,5 \text{ мм.}$$

Маємо першу групу форм.

У першій групі форм необхідно визначити, який саме випадок положення нейтральної лінії будемо використовувати в розрахунках. Для цього порівнюємо кут нахилу зовнішньої силової площини з умовними кутами нахилу для граничних випадків, використовуючи таблицю 3.1.

Перевіряємо випадок 1.1 – 1.2. Для цього обчислюємо координати точки прикладання рівнодійної зусиль для зазначеного граничного випадку, використовуючи формули таблиці 3.1 та функцію «пошук рішення» для знаходження значення η_m та $tg\theta$, при яких значення моменту $M_{Ed,\beta}$ буде максимальним. При $\eta_m = 1,62$ $tg\theta = 0,356$ маємо

$$x_{0,Nc} = \frac{120 \cdot 0,182}{0,642} = 34,07 \text{ мм};$$

$$y_{0,Nc} = \frac{120 \cdot 0,356 \cdot 0,182}{0,642} = 12,13 \text{ мм};$$

де

$$\omega_1 = \frac{1,62 \cdot (4 - 1,62)}{6} = 0,642$$

$$\varphi_{x1} = \varphi_{y1} = \frac{1,62 \cdot (5 - 1,62)}{30} = 0,182.$$

Для граничного випадку 1.1 – 1.2

$$\beta = 15^\circ > \beta' = \arctg\left(\frac{65 - 34,07}{155 - 12,13}\right) = 12,22^\circ.$$

Переходимо до перевірки граничного випадку 1.2 – 1.3

При $\eta_m = 1,35$ $tg\theta = 0,765$ маємо

$$x_{0,Nc} = \frac{65 \cdot 0,164}{0,765 \cdot 0,596} = 23,41 \text{ мм};$$

$$y_{0,Nc} = \frac{65 \cdot 0,164}{0,596} = 17,9 \text{ мм};$$

де

$$\omega_1 = \frac{1,35 \cdot (4 - 1,35)}{6} = 0,596$$

$$\varphi_{x1} = \varphi_{y1} = \frac{1,35 \cdot (5 - 1,35)}{30} = 0,164.$$

Для граничного випадку 1.2 – 1.3

$$\beta = 15^\circ < \beta' = \arctg\left(\frac{65 - 23,41}{155 - 17,9}\right) = 16,87^\circ.$$

Маємо випадок розрахунку 1.2 – трикутник. Розрахункова схема для цього випадку представлена на рисунку 5.1.

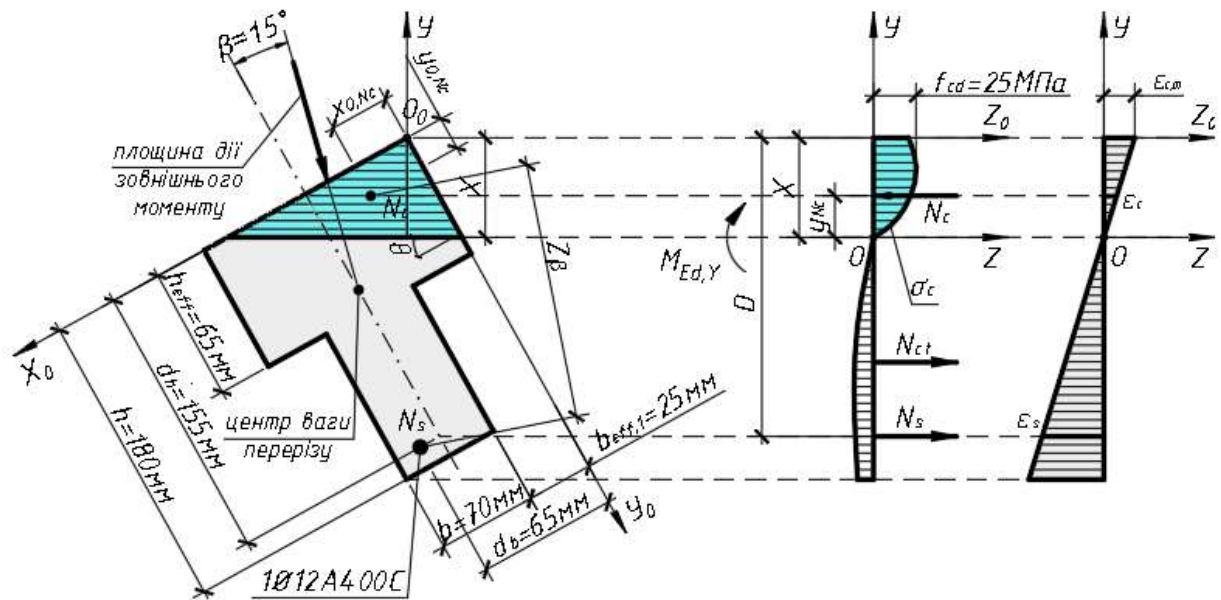


Рисунок 5.1 – Розрахункова схема залізобетонної таврової балки з трикутною формою стиснутої зони

Для розрахунку використовуємо формули, наведені в розділі 3 та програмні комплекси MS Excel.

Використовуючи функцію “пошук рішення” у MS Excel відповідно до (3.38) визначаємо, що при значенні $\eta_m = 1,73$ значення моменту $M_{Ed,\beta}$ буде максимальним.

Підставивши $\eta_m = 1,55$ у формули розділу 3, отримаємо значення двох інших параметрів напружено-деформованого стану.

$$\theta = \arctg \left(\frac{(\sqrt{23,47^2 + 8 \cdot 1646,7 \cdot 0,354 \cdot 0,354 \cdot 0,268} - 23,47)^2}{8 \cdot 1646,7 \cdot 0,354^2 \cdot 0,268^2} \right) = 28,64^\circ$$

де

$$a = d_b - d_h \cdot \operatorname{tg} \beta = 65 - 155 \cdot 0,268 = 23,47 \text{ мм}$$

$$A_c = \frac{364 \cdot 113,1}{25} = 1646,7 \text{ мм}^2;$$

$$\psi_{xi} = \psi_{yi} = \frac{0,178}{0,633\sqrt{0,633}} = 0,354;$$

$$\omega_1 = \frac{1,55(4-1,55)}{6} = 0,633$$

$$\varphi_{x1} = \varphi_{y1} = \frac{1,55(5-1,55)}{30} = 0,178$$

$$X = \sqrt{\frac{1646,7 \cdot 0,841}{0,633}} = 46,78 \text{ мм}$$

Визначаємо координати точки прикладання рівнодійної напружень стиснутої зони бетону

$$x_{0,Nc} = \frac{46,78 \cdot 0,178}{0,479 \cdot 0,633} = 27,49 \text{ мм};$$

$$y_{0,Nc} = \frac{46,78 \cdot 0,178}{0,878 \cdot 0,633} = 15,01 \text{ мм};$$

Обчислюємо граничне значення моменту, що діє в площині VOZ

$$M_{Rd,y} = 113,1 \cdot 364 \left(65 \cdot \sin 28,64^\circ + 155 \cdot \cos 28,64^\circ - \frac{46,78(0,178 + 0,178)}{0,633} \right) = 5,97 \text{ кНм.}$$

У площині, розташованій під кутом β залізобетонна таврова балка може сприймати момент

$$M_{Rd,\beta} = \frac{5,97}{\cos(28,64 - 15)} = 6,14 \text{ кНм.}$$

На рисунку 5.2 представлено графік розподілу напружень у найбільш стиснутій фібрі бетону залежно від координати y при рівні відносних деформацій $\eta_m = 1,55$. Для розтягнутої зони бетону прийнято $f_{ctd} = 3,2$ МПа.

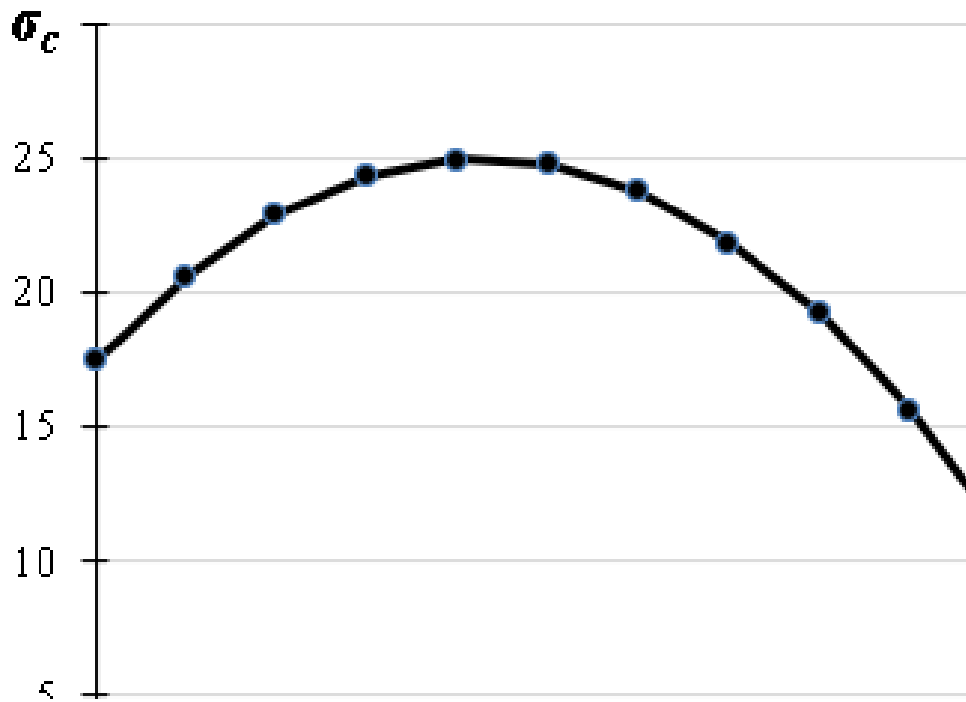


Рисунок 5.2 – Розподіл напружень у найбільш стиснутій фібрі бетону залежно від координати у при дії граничного значення моменту $M_{Rd,Y}$

Задаючи різний рівень відносних деформацій можна визначити, як буде змінюватися значення моменту в процесі деформування балки (рис. 5.3)

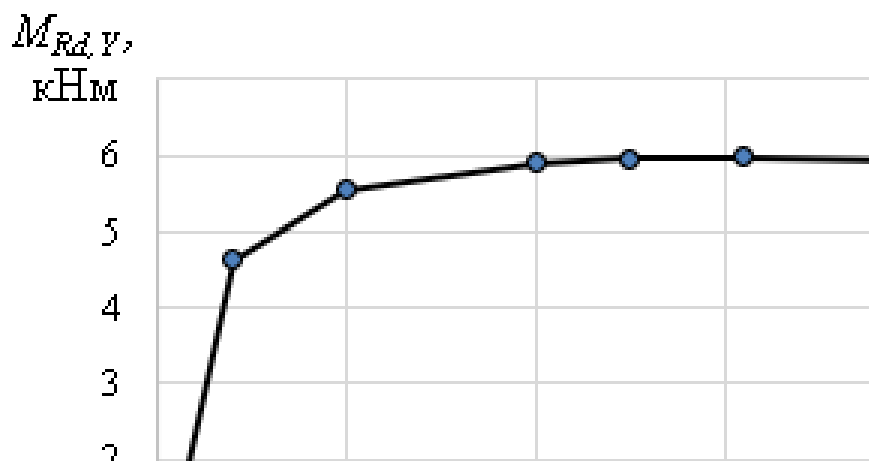


Рисунок 5.3 – Графік залежності значення моменту $M_{Rd,Y}$ від рівня відносних деформацій η_m

Також можна теоретично визначити, як змінюються параметри X та θ напружено-деформованого стану залежно від рівня відносних деформацій (рис. 5.4 – 5.5) [148, 149].

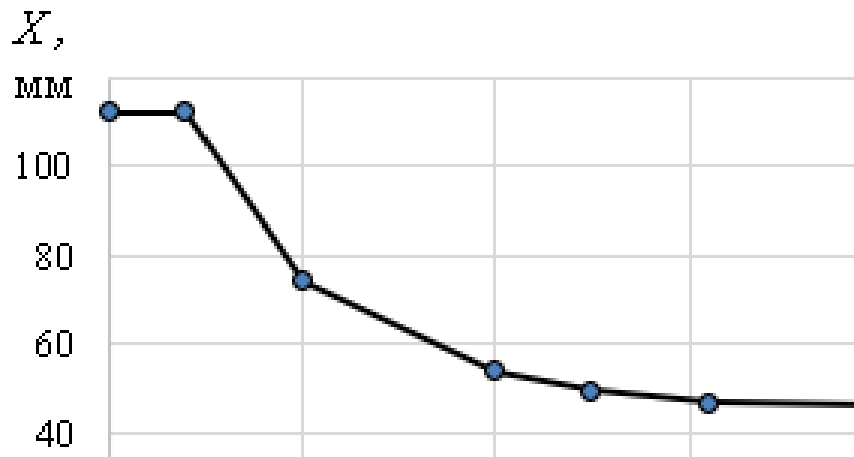


Рисунок 5.4 – Графік залежності висоти стиснутої зони X від рівня відносних деформацій η_m

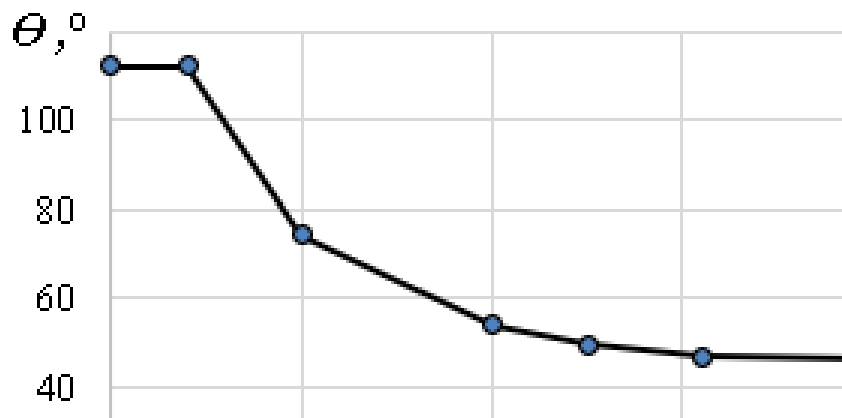


Рисунок 5.5 – Графік залежності кута θ нахилу нейтральної лінії від рівня відносних деформацій η_m

5.1.2 Розрахунок балки з трапецієподібною формою (випадок 2.1) стиснутої зони

Використовуючи методику, описану в розділі 3, виконаємо розрахунки за першою групою граничних станів балки таврового профілю. Розміри поперечного перерізу: $b_{eff} = 120$ мм, $h_{eff} = 65$ мм, $h = 180$ мм, $b = 70$ мм, $b_{eff,1} = 25$ мм. Для балки використаний важкий бетон $f_{cd} = 25$ МПа. У розтягнутій зоні розташована арматура $3\text{Ø}10\text{A}400\text{C}$, $f_{yd} = 364$ МПа, $A_s = 236$ мм². Кут нахилу зовнішньої силової площини β становить 5° .

Спочатку визначаємо групу форм, порівнюючи обчислене за (2.11) значення висоти стиснутої зони при $\beta = 0^\circ$ з виразами таблиць 3.1 – 3.3.

$$X = \frac{364 \cdot 236}{25 \cdot 120 \cdot 0,732} = 39,1 \text{ мм}$$

$$0,5h_{eff} = 32,5 \text{ мм} < x_0 = 39,1 \text{ мм} \leq 0,5h_{eff}(1 + b_{eff,1}/b_{eff}) = 39,27 \text{ мм.}$$

Маємо другу групу форм.

У другій групі форм визначаємо випадок розрахунку, використовуючи таблицю 3.2.

У другій групі форм необхідно визначити, який саме випадок положення нейтральної лінії будемо використовувати в розрахунках. Для цього порівнюємо кут нахилу зовнішньої силової площини з умовними кутами нахилу для граничних випадків, використовуючи таблицю 3.2.

Перевіряємо випадок 2.1 – 2.2. Для цього обчислюємо координати точки прикладання рівнодійної зусиль для зазначеного граничного випадку, використовуючи формули таблиці 3.2 та функцію «пошук рішення» для знаходження значення η_m та $tg\theta$, при яких значення моменту $M_{Ed,\beta}$ буде максимальним. При $\eta_m = 1,4$ $tg\theta = 0,351$ маємо

$$x_{0,Nc} = \frac{65 \cdot 0,141}{0,351 \cdot 0,570} = 45,95 \text{ мм;}$$

$$y_{0,Nc} = \frac{65 \cdot 0,165}{0,570} = 18,76 \text{ мм;}$$

де

$$\gamma_1 = \frac{120 \cdot 0,351}{65} = 0,647$$

$$\omega_1 \cdot \omega_3 = \frac{1,4(4-1,4)}{6} \cdot \left(1 - (1-0,647)^3 \left(1 + \frac{1,4 \cdot 0,647}{4-1,4} \right) \right) = 0,570$$

$$\varphi_{x1} \cdot \varphi_{x3} = \frac{1,4(5-1,4)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,647)^4 \left(1 + \frac{1,4 \cdot 0,647}{5-1,4} \right) \right) = 0,165$$

$$\varphi_{y1} \cdot \varphi_{y3} = \frac{1,4(5-1,4)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,647)^3 \left(1 + 3 \cdot 0,647 + \frac{4 \cdot 1,4 \cdot 0,647^2}{5-1,4} \right) \right) = 0,141$$

Для граничного випадку 2.1 – 2.2

$$\beta = 5^\circ < \beta' = \arctg\left(\frac{65 - 45,95}{155 - 18,76}\right) = 5,89^\circ.$$

Маємо випадок розрахунку 2.1 – трапеція. Розрахункова схема для цього випадку представлена на рисунку 5.6.

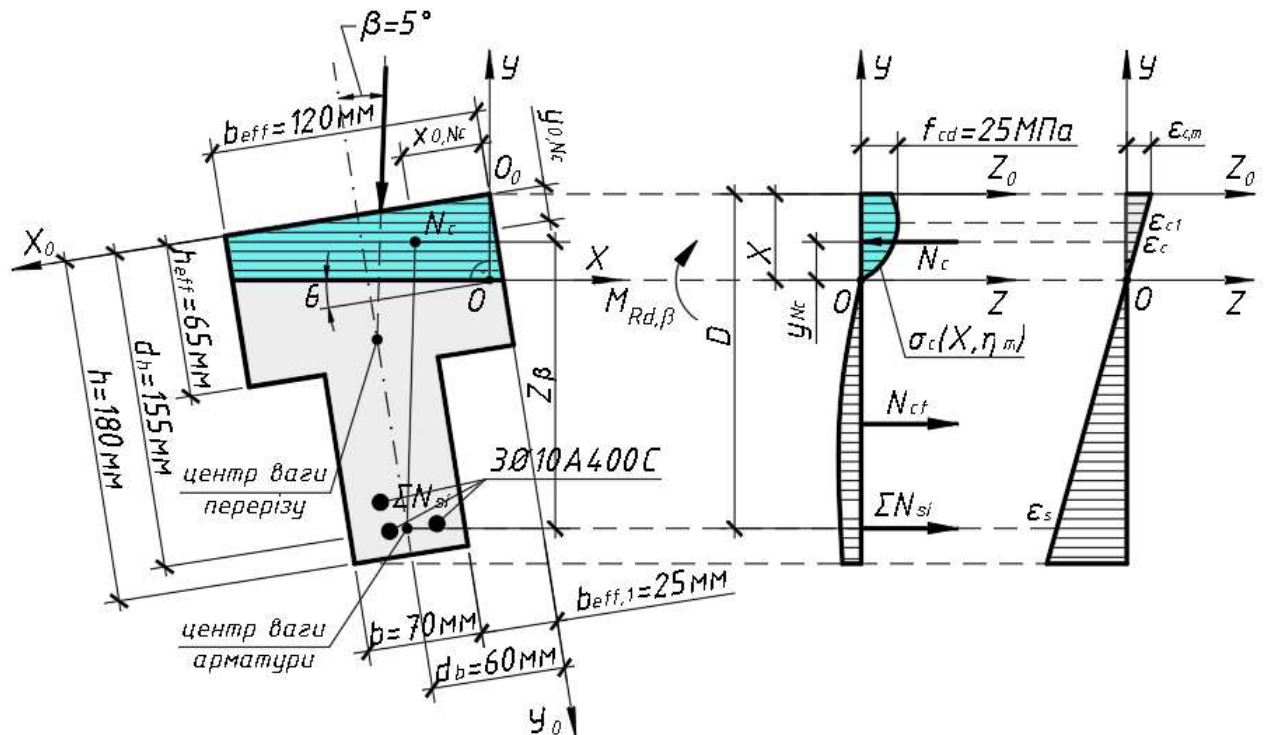


Рисунок 5.6 – До розрахунку залізобетонної таврової балки з трапецієподібною (випадок 2.1) формою стиснутої зони

Для розрахунку використовуємо формули, наведені в розділі 3 та програмні комплекси MS Excel та AutoCAD.

Використовуючи функцію «пошук рішення» у MS Excel відповідно до (3.38) визначаємо, що при значенні $\eta_m = 1,73$ та $\gamma_1 = 0,633$ значення моменту $M_{Ed,\beta}$ буде максимальним.

Підставивши $\eta_m = 1,73$ та $\gamma_1 = 0,633$ у формули розділу 3, отримаємо значення двох інших параметрів напружено-деформованого стану.

$$\theta = \arctg\left(\frac{(\sqrt{46,44^2 + 8 \cdot 3436,2 \cdot 0,39 \cdot 0,325 \cdot 0,087} - 46,44)^2}{8 \cdot 3436,2 \cdot 0,39^2 \cdot 0,087^2}\right) = 17,5^\circ$$

де

$$a = d_b - d_h \operatorname{tg} \beta = 60 - 155 \cdot 0,087 = 46,44 \text{ мм}$$

$$A_c = \frac{364 \cdot 236}{25} = 3436,2 \text{ мм}^2;$$

$$\psi_{xi} = \frac{0,184}{0,607 \sqrt{0,607}} = 0,39;$$

$$\psi_{yi} = \frac{0,154}{0,607 \sqrt{0,607}} = 0,325;$$

$$\omega_1 \cdot \omega_3 = \frac{1,73(4-1,73)}{6} \cdot \left(1 - (1-0,633)^3 \left(1 + \frac{1,73 \cdot 0,633}{4-1,73} \right) \right) = 0,607$$

$$\varphi_{x1} \cdot \varphi_{x3} = \frac{1,73(5-1,73)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,633)^4 \left(1 + \frac{1,73 \cdot 0,633}{5-1,73} \right) \right) = 0,184$$

$$\varphi_{y1} \cdot \varphi_{y3} = \frac{1,73(5-1,73)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,633)^3 \left(1 + 3 \cdot 0,6 + \frac{4 \cdot 1,73 \cdot 0,633^2}{5-1,73} \right) \right) = 0,154$$

$$X = \sqrt{\frac{3436,2 \cdot 0,574}{0,607}} = 57 \text{ мм}$$

Визначаємо координати точки прикладання рівнодійної напружень стиснутої зони бетону

$$x_{0,Nc} = \frac{57 \cdot 0,154}{\sin 17,5^\circ \cdot 0,607} = 48,03 \text{ мм};$$

$$y_{0,Nc} = \frac{57 \cdot 0,184}{\cos 17,5^\circ \cdot 0,607} = 18,13 \text{ мм};$$

Обчислюємо граничне значення моменту, що діє в площині YOZ

$$M_{Rd,y} = 236 \cdot 364 \left(60 \cdot \sin 17,5^\circ + 155 \cdot \cos 17,5^\circ - \frac{57(0,154 + 0,184)}{0,607} \right) = 11,8 \text{ кНм.}$$

У площині, розташованій під кутом β залізобетонна таврова балка може сприймати момент

$$M_{Rd,\beta} = \frac{11,8}{\cos(17,5 - 5)} = 12,09 \text{ кНм.}$$

На рисунку 5.7 представлено графік розподілу напружень у найбільш стиснутій фібрі бетону залежно від координати y при рівні відносних деформацій $\eta_m = 1,73$. Для розтягнутої зони бетону прийнято $f_{ctd} = 3,2$ МПа.

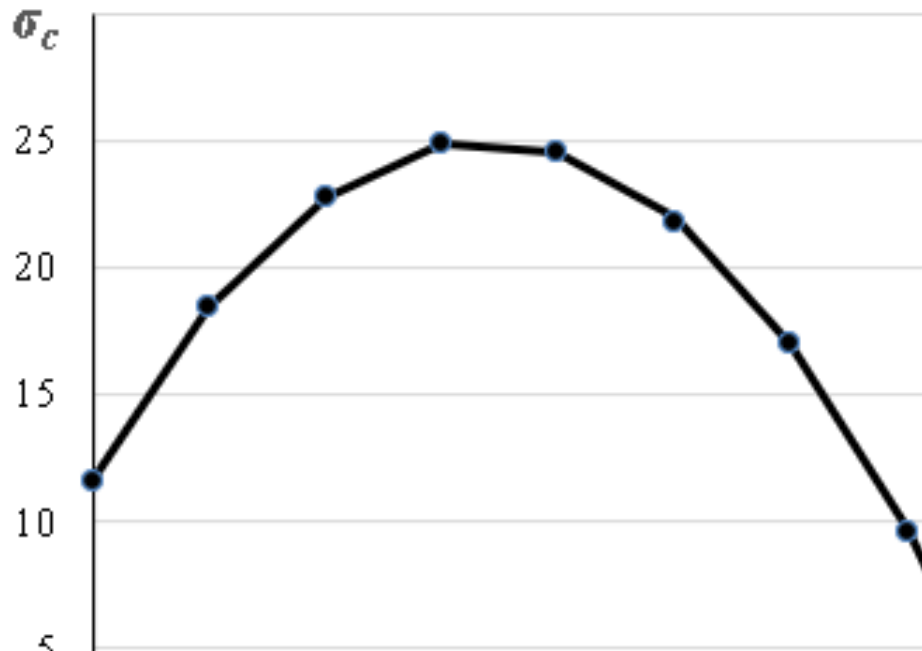


Рисунок 5.7 – Розподіл напружень у найбільш стиснутій фібрі бетону залежно від координати y при дії граничного значення моменту $M_{Rd,Y}$

5.1.3 Розрахунок балки з трапецієподібною формою (випадок 2.3) стиснутої зони

Використовуючи методику, описану в розділі 3, виконаємо розрахунки за першою групою граничних станів балки таврового профілю. Розміри поперечного перерізу: $b_{eff} = 120$ мм, $h_{eff} = 65$ мм, $h = 180$ мм, $b = 70$ мм, $b_{eff,1} = 25$ мм. Для балки використаний важкий бетон $f_{cd} = 25$ МПа. У розтягнутій зоні розташована арматура 3Ø10A400C, $f_{yd} = 364$ МПа, $A_s = 236$ мм². Кут нахилу зовнішньої силової площини β становить 15° .

Група форм визначається аналогічно п. 5.1.1, звідки маємо другу групу форм. Починаємо перевірку з граничного випадку 2.2 – 2.3. При $\eta_m = 1,62$ та $tg\theta = 0,773$ маємо

$$x_{0,Nc} = \frac{120 \cdot 0,181}{0,617} = 35,11 \text{ мм};$$

$$y_{0,Nc} = \frac{120 \cdot 0,773 \cdot 0,163}{0,617} = 24,47 \text{ мм};$$

де

$$\gamma_2 = \frac{65}{120 \cdot 0,773} = 0,7$$

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1,62(4-1,62)}{6} \cdot \left(1 - (1-0,7)^3 \left(1 + \frac{1,62 \cdot 0,7}{4-1,62} \right) \right) = 0,617$$

$$\varphi_{x1} \cdot \varphi_{x2} = \frac{1,62(5-1,62)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,7)^3 \left(1 + 3 \cdot 0,7 + \frac{4 \cdot 1,62 \cdot 0,7^2}{5-1,62} \right) \right) = 0,163$$

$$\varphi_{y1} \cdot \varphi_{y2} = \frac{1,62(5-1,62)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,7)^4 \left(1 + \frac{1,62 \cdot 0,7}{5-1,62} \right) \right) = 0,181$$

Для граничного випадку 2.2 – 2.3

$$\beta = 15^\circ > \beta' = \arctg \left(\frac{65 - 35,11}{155 - 24,47} \right) = 10,79^\circ.$$

Перевіряємо випадок 2.3 – 2.4. При $\eta_m = 0,7$ та $\text{tg}\theta = 19,32$ маємо

$$x_{0,Nc} = \left(\frac{65}{19,32} + 25 \right) \cdot \frac{0,039}{0,442} = 2,48 \text{ мм};$$

$$y_{0,Nc} = \frac{(65 + 25 \cdot 19,32) \cdot 0,007}{0,442} = 8,14 \text{ мм};$$

де

$$\gamma_2 = \frac{65}{65 + 25 \cdot 19,32} = 0,119;$$

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{0,7(4-0,7)}{6} \cdot \left(1 - (1-0,119)^3 \left(1 + \frac{0,7 \cdot 0,119}{4-0,7} \right) \right) = 0,442;$$

$$\varphi_{x1} \cdot \varphi_{x2} = \frac{0,7(5-0,7)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,119)^3 \left(1 + 3 \cdot 0,119 + \frac{4 \cdot 0,7 \cdot 0,119^2}{5-0,7} \right) \right) = 0,007;$$

$$\varphi_{y1} \cdot \varphi_{y2} = \frac{0,7(5-0,7)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,119)^4 \left(1 + \frac{0,7 \cdot 0,119}{5-0,7} \right) \right) = 0,039.$$

Для граничного випадку 2.3 – 2.4

$$\beta = 15^\circ < \beta' = \arctg\left(\frac{65 - 2,48}{155 - 8,14}\right) = 21,39^\circ.$$

Маємо випадок розрахунку 2.3 – трапеція. Розрахункова схема для цього випадку представлена на рисунку 5.8.

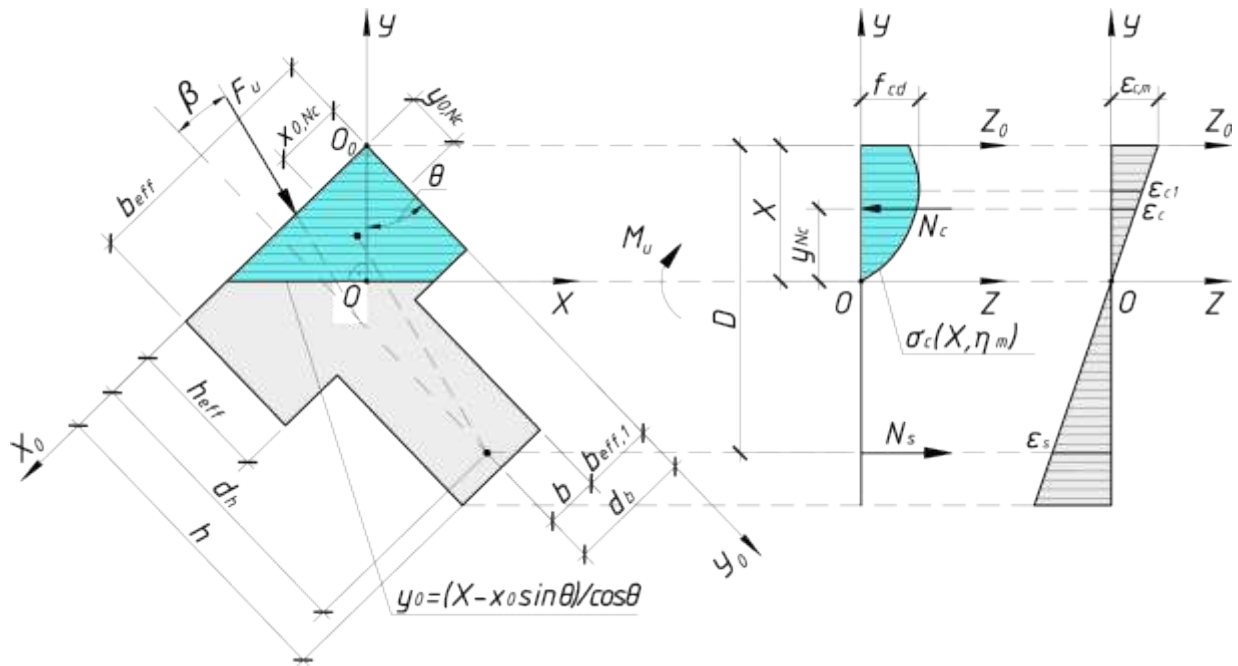


Рисунок 5.8 – До розрахунку залізобетонної таврової балки з трапецієподібною (випадок 2.3) формою стиснутої зони

Використовуючи функцію «пошук рішення» у MS Excel відповідно до (3.38) визначаємо, що при значенні $\eta_m = 1,52$ та $\gamma_1 = 0,643$ значення моменту $M_{Ed,\beta}$ буде максимальним.

Підставивши $\eta_m = 1,52$ та $\gamma_1 = 0,643$ у формули розділу 3, отримаємо значення двох інших параметрів напружено-деформованого стану.

$$\theta = \arctg\left(\frac{(\sqrt{18,47^2 + 8 \cdot 3436,2 \cdot 0,383 \cdot 0,326 \cdot 0,268} - 18,47)^2}{8 \cdot 3436,2 \cdot 0,326^2 \cdot 0,268^2}\right) = 54,11^\circ$$

де

$$a = d_b - d_h \cdot \operatorname{tg} \beta = 60 - 155 \cdot 0,268 = 18,47 \text{ мм}$$

$$A_c = \frac{364 \cdot 236}{25} = 3436,2 \text{ мм}^2;$$

$$\psi_{xi} = \frac{0,147}{0,589\sqrt{0,589}} = 0,326;$$

$$\psi_{yi} = \frac{0,173}{0,589\sqrt{0,589}} = 0,383;$$

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1,52(4-1,52)}{6} \cdot \left(1 - (1-0,643)^3 \left(1 + \frac{1,52 \cdot 0,643}{4-1,52} \right) \right) = 0,589;$$

$$\varphi_{x1} \cdot \varphi_{x2} = \frac{1,52(5-1,52)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,643)^3 \left(1 + 3 \cdot 0,6 + \frac{4 \cdot 1,52 \cdot 0,643^2}{5-1,52} \right) \right) = 0,147;$$

$$\varphi_{y1} \cdot \varphi_{y2} = \frac{1,52(5-1,52)}{30} \cdot \left(1 - (1-0,643)^4 \left(1 + \frac{1,52 \cdot 0,643}{5-1,52} \right) \right) = 0,173;$$

$$X = \sqrt{\frac{3436,2 \cdot 0,950}{0,589}} = 74,43 \text{ мм.}$$

Визначаємо координати точки прикладання рівнодійної напружень стиснутої зони бетону

$$x_{0,Nc} = \frac{74,43 \cdot 0,173}{\sin 54,11^\circ \cdot 0,589} = 26,97 \text{ мм;}$$

$$y_{0,Nc} = \frac{74,43 \cdot 0,147}{\cos 54,11^\circ \cdot 0,589} = 31,74 \text{ мм;}$$

Обчислюємо граничне значення моменту, що діє в площині YOZ

$$M_{Rd,Y} = 236 \cdot 364 \left(65 \cdot \sin 54,11^\circ + 155 \cdot \cos 54,11^\circ - \frac{74,43(0,173 + 0,147)}{0,589} \right) = 10,96 \text{ кНм.}$$

У площині, розташованій під кутом β залізобетонна таврова балка може сприймати момент

$$M_{Rd,\beta} = \frac{10,96}{\cos(54,11-15)} = 14,13 \text{ кНм.}$$

На рисунку 5.9 представлено графік розподілу напружень у найбільш стиснутій фібрі бетону залежно від координати y при рівні відносних деформацій $\eta_m = 1,52$. Для розтягнутої зони бетону прийнято $f_{ctd} = 3,2$ МПа.

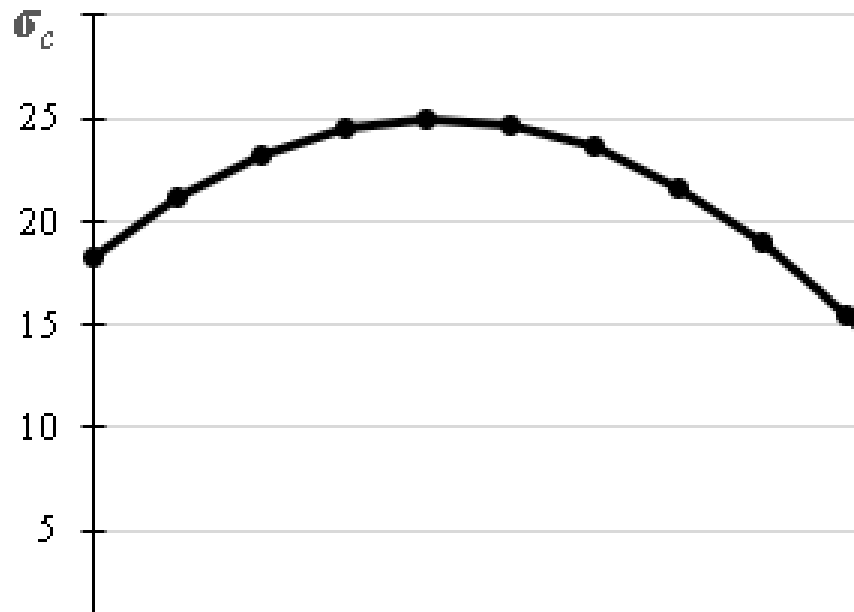


Рисунок 5.9 – Розподіл напружень у найбільш стиснутій фібрі бетону залежно від координати у при дії граничного значення моменту $M_{Rd,Y}$

5.2 Оцінка ефективності застосування запропонованої методики розрахунку на основі результатів експерименту

Використовуючи методику розділу 3, виконано розрахунки за міцністю нормального перерізу дослідних зразків залізобетонних таврових балок (розділ 4), які зазнають косоного згинання. Результати теоретичних розрахунків та їх порівняння з експериментальними значеннями представлені в таблиці 5.1. Для кожного зразка також зазначена форма стиснутої зони бетону, яка утворюється при дії руйнівного значення зовнішнього зусилля.

Для чисельного оцінювання ефективності запропонованої методики визначалися статистичні характеристики для кожного з параметрів напружено-деформованого стану та граничного значення моменту в площині дії зовнішнього зусилля:

відносні похибки

$$\Delta M_{\beta} = \frac{M_{\beta(\text{експ.})} - M_{\beta(\text{теор.})}}{M_{\beta(\text{експ.})}}; \quad (5.1)$$

$$\Delta X = \frac{X_{\text{експ.}} - X_{\text{теор.}}}{X_{\text{експ.}}}; \quad (5.2)$$

$$\Delta \theta = \frac{\theta_{\text{експ.}} - \theta_{\text{теор.}}}{\theta_{\text{експ.}}}; \quad (5.3)$$

середні арифметичні значення

$$\bar{M}_\beta = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{M_{\beta(\text{теор.})}}{M_{\beta(\text{експ.})}}}{n}; \quad (5.4)$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{X_{\text{теор.}}}{X_{\text{експ.}}}}{n}; \quad (5.5)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\theta_{\text{теор.}}}{\theta_{\text{експ.}}}}{n}; \quad (5.6)$$

середні квадратичні відхилення

$$\sigma_{M_\beta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{M_{\beta(\text{теор.})}}{M_{\beta(\text{експ.})}} - \bar{M}_\beta \right)^2}{n}}; \quad (5.7)$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_{\text{теор.}}}{X_{\text{експ.}}} - \bar{X} \right)^2}{n}}; \quad (5.8)$$

$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\theta_{\text{теор.}}}{\theta_{\text{експ.}}} - \bar{\theta} \right)^2}{n}}; \quad (5.9)$$

коефіцієнти варіації

$$V_{M_\beta} = \frac{\sigma_{M_\beta}}{\bar{M}_\beta}; \quad (5.10)$$

$$V_X = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}; \quad (5.11)$$

$$V_{\theta} = \frac{\sigma_{\theta}}{\theta}; \quad (5.12)$$

де $M_{\beta(\text{експ.})}$, $X_{\text{експ.}}$, $\theta_{\text{експ.}}$ – значення величин, отримані при проведенні експерименту;

$M_{\beta(\text{теор.})}$, $X_{\text{теор.}}$, $\theta_{\text{теор.}}$ – значення величин, отримані теоретичним шляхом.

Представлений у таблиці 5.1 порівняльний аналіз значень параметрів напружено-деформованого стану, отриманих експериментально та теоретично, підтверджує ефективність застосування запропонованої методики в практиці будівництва. Значення коефіцієнта варіації для кута нахилу нейтральної лінії $V_{\theta} = 5,9 \%$, для висоти стиснутої зони $V_X = 4,5 \%$, для граничного моменту $V_{M_{\beta}} = 4,3 \%$. У таблиці 5.1 також наведені значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі, що відповідають граничному значенню моменту M_{β} , та форма, якої набуває стиснута зона бетону.

Із метою оцінки ефективності використання методики, наведеної в п. 3.2, на основі моделей, представлених у п. 3.1., також виконано порівняння значень висоти стиснутої зони X , кута нахилу нейтральної лінії θ та несучої здатності балки в площині, нахиленій під кутом β до головної вертикальної вісі інерції таврового перерізу, за запропонованою методикою із експериментальними значеннями, отриманими Харченко М. О. у роботі [11]. Результати порівняння подано у таблиці 5.2.

Використовуючи методику п. 3.2 можна більш точно шляхом теоретичних досліджень визначити значення параметрів напружено-деформованого стану. Середні арифметичні значення за запропонованою методикою складають для кута нахилу θ нейтральної лінії $8,8 \%$ (за методикою [11] – $20,1 \%$), для висоти стиснутої зони X – $6,5 \%$ (за методикою [11] – $7,0 \%$), для граничного моменту M_{β} – $0,6 \%$ (за методикою [11] – $0,5 \%$).

Таблиця 5.1 – Порівняння значень параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок за методикою п. 3.2 з експериментальними даними

Шифр зразка	Експериментальні значення параметрів				Теоретичні значення параметрів за методикою п. 3.2				Форма стиснутої зони
	$\beta, ^\circ$	$\theta, ^\circ$	$X, \text{мм}$	$M_\beta, \text{кНм}$	$\frac{\theta, ^\circ}{\Delta\theta, \%}$	$\frac{X, \text{мм}}{\Delta X, \%}$	$\frac{M_\beta, \text{кНм}}{\Delta M_\beta, \%}$	η_m	
БТ-1-0	0	0	35	12,2	$\frac{0}{0}$	$\frac{37,28}{-6,5}$	$\frac{12,05}{1,2}$	1,83	2.0
БТ-1-1	5	11	44	12,07	$\frac{15,11}{-37,4}$	$\frac{47,82}{-8,7}$	$\frac{11,95}{1}$	1,72	2.1
БТ-1-2	15	47	68	10,7	$\frac{49,62}{-5,6}$	$\frac{69,49}{-2,2}$	$\frac{10,64}{0,6}$	1,54	2.3
БТ-1-3	25	72	76	9,9	$\frac{77,17}{-7,2}$	$\frac{74,61}{1,8}$	$\frac{10,01}{-1,1}$	1,43	2.4
БТ-2-1	5	15	54	11,95	$\frac{17,5}{-16,7}$	$\frac{57}{-5,6}$	$\frac{11,8}{1,3}$	1,73	2.1
БТ-2-2	15	46	67	11,05	$\frac{54,11}{-17,6}$	$\frac{74,43}{-11,1}$	$\frac{10,96}{0,8}$	1,52	2.3
БТ-2-3	25	69	76	9,3	$\frac{75,68}{-9,7}$	$\frac{81,75}{-7,6}$	$\frac{9,18}{1,3}$	1,44	2.4
БТ-3-1	5	7	62	15,4	$\frac{5,3}{24,3}$	$\frac{62,91}{-1,5}$	$\frac{15,31}{0,6}$	1,69	3.1
БТ-3-2	15	48	87	14,25	$\frac{46,17}{3,8}$	$\frac{76,03}{12,6}$	$\frac{14,11}{1}$	1,53	3.3
БТ-3-3	25	71	75	13,6	$\frac{68,67}{3,3}$	$\frac{68,21}{9,1}$	$\frac{13,53}{0,5}$	1,47	3.4
середнє арифметичне значення					1,070	1,015	0,994		
середнє квадратичне відхилення					0,161	0,076	0,007		
коефіцієнт варіації					0,059	0,045	0,043		

Таблиця 5.2 – Порівняння теоретичних значень параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок за методикою п. 3.2 з експериментальними даними Харченко М.О. у роботі [11]

Шифр зразка	Експериментальні значення параметрів у роботі [11]				Теоретичні значення параметрів					
					за методикою [11]			за методикою п. 3.2		
	$\beta, ^\circ$	$\theta, ^\circ$	$X, \text{мм}$	$M_\beta, \text{кНм}$	$\theta, ^\circ$	$X, ^\circ$	$M_\beta, \text{кНм}$	$\theta, ^\circ$	$X, \text{мм}$	$M_\beta, \text{кНм}$
БТ-2-1	5	9	41	12,2	15	35	11,7	14,11	49,28	12,12
БТ-2-2	15	43	64	10,84	45	68	10,7	46,19	72,84	10,78
БТ-2-3	25	68	73	10,2	76	71	10,1	74,17	75,61	10,11
БТ-3-1	5	11	50	12,2	15	47	11,9	15,23	52,9	12,08
БТ-3-2	15	40	59	11,25	38	57	10,9	37,86	66,7	11,16
БТ-3-3	25	64	71	10,98	60	68	10,8	66,89	69,7	10,92
БТ-4-1	5	5	58	17,7	10	53	17,5	3,28	54,44	17,64
БТ-4-2	15	46	85	15,1	45	80	16,8	46,17	79,64	15,03
БТ-4-3	25	67	70	16,7	70	75	16,5	68,67	81,54	16,65
середнє арифметичне значення					1,201	0,930	0,995	1,088	1,065	0,994
середнє квадратичне відхилення					0,074	0,045	0,047	0,068	0,042	0,047
коефіцієнт варіації					0,061	0,048	0,047	0,054	0,046	0,048

Запропонована методика розрахунку дозволяє визначати деформації в найбільш стиснутій фібрі від початку завантаження до моменту руйнування. Після розрахунку зразків таврових балок за міцністю були теоретично обчислені відносні деформації при різних рівнях завантаження. Результати обчислень подані у вигляді графіків (рис. 5.11 – 5.20). На графіках також представлені експериментальні значення відносних деформацій бетону зразків, характеристики яких наведені в розділі 4.

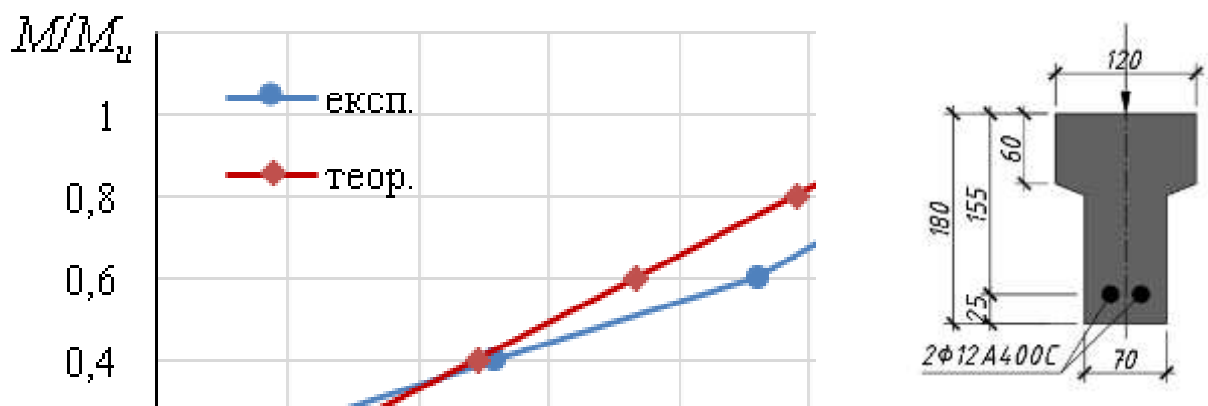


Рисунок 5.11 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-1-0 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, а)

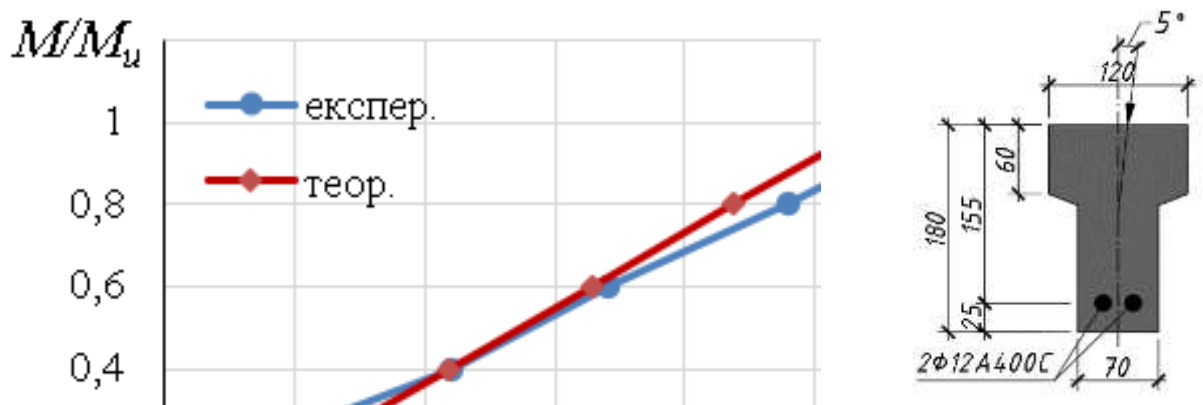


Рисунок 5.12 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-1-1 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, а)

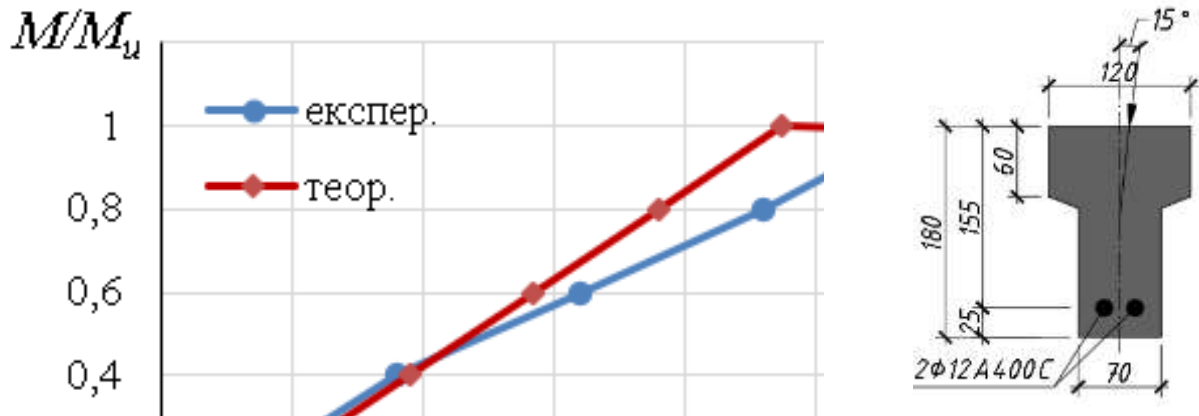


Рисунок 5.13 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-1-2 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, а)

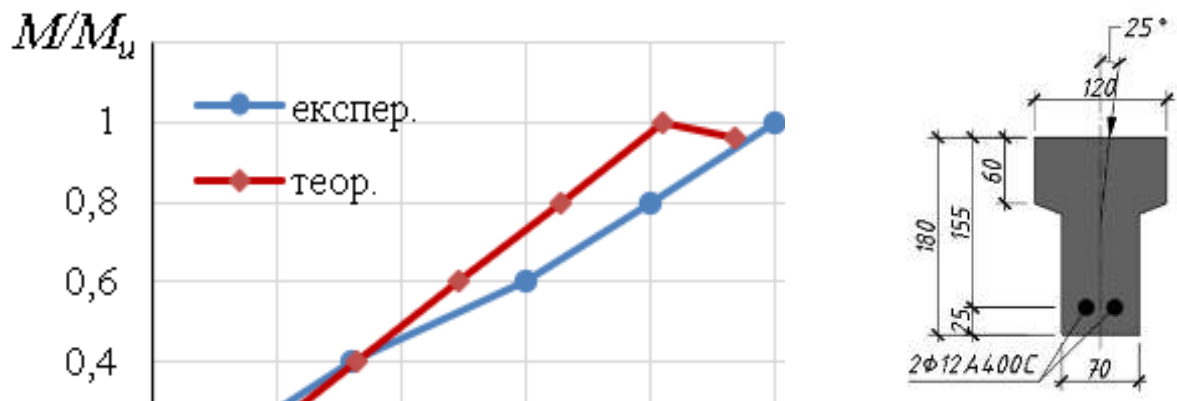


Рисунок 5.14 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-1-3 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, а)

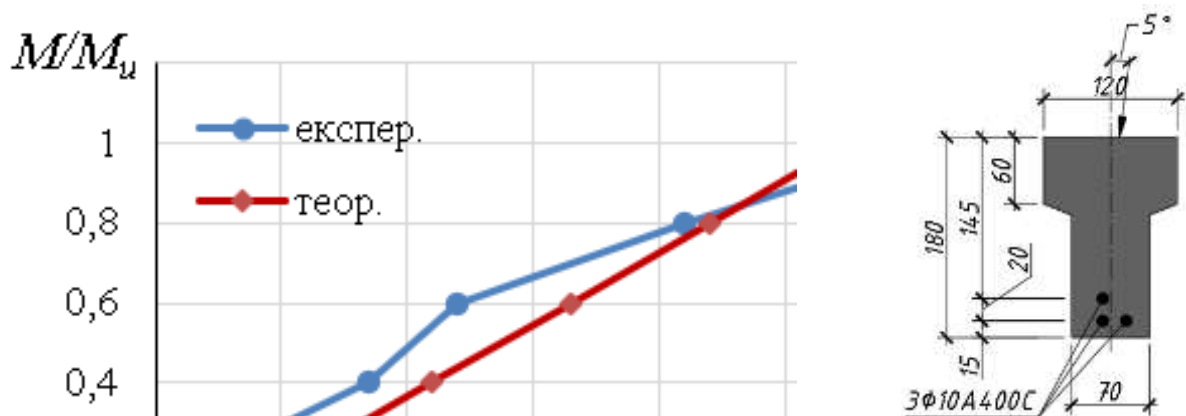


Рисунок 5.15 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-2-1 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, б)

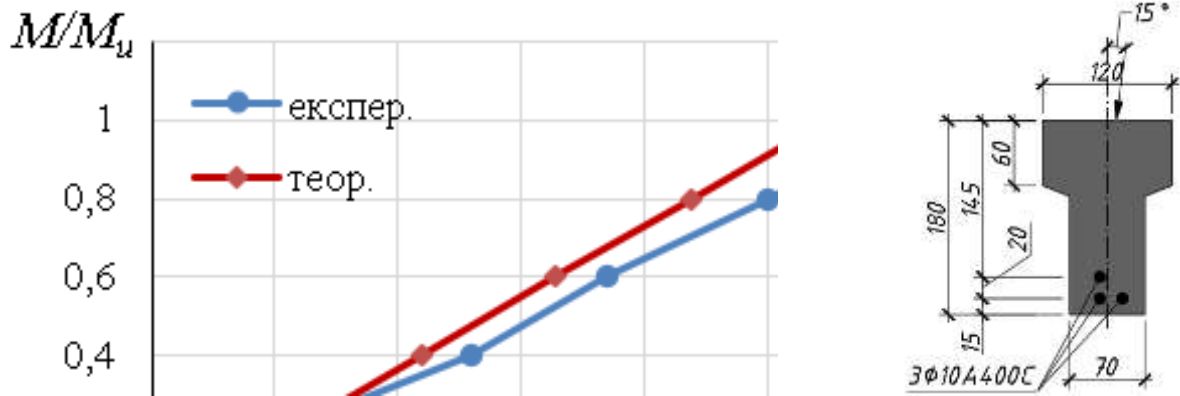


Рисунок 5.16 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-2-2 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, б)

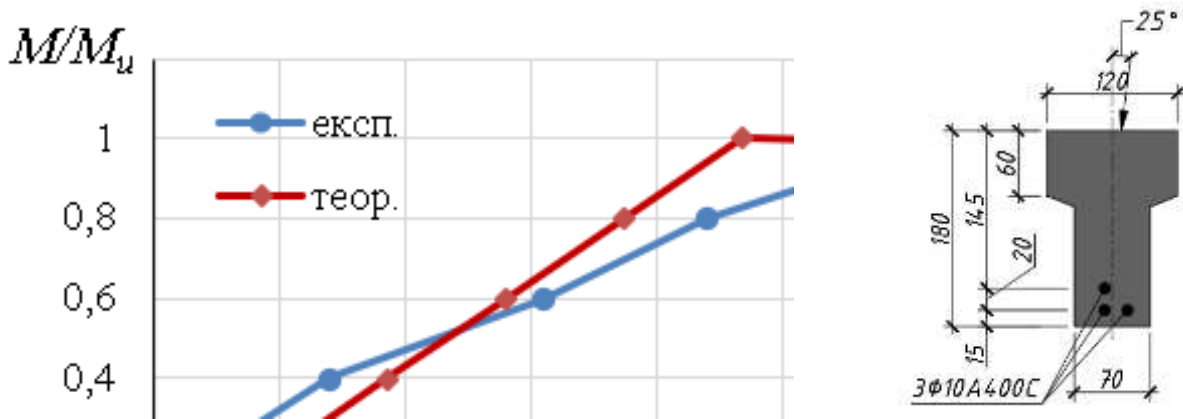


Рисунок 5.17 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-2-3 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, б)

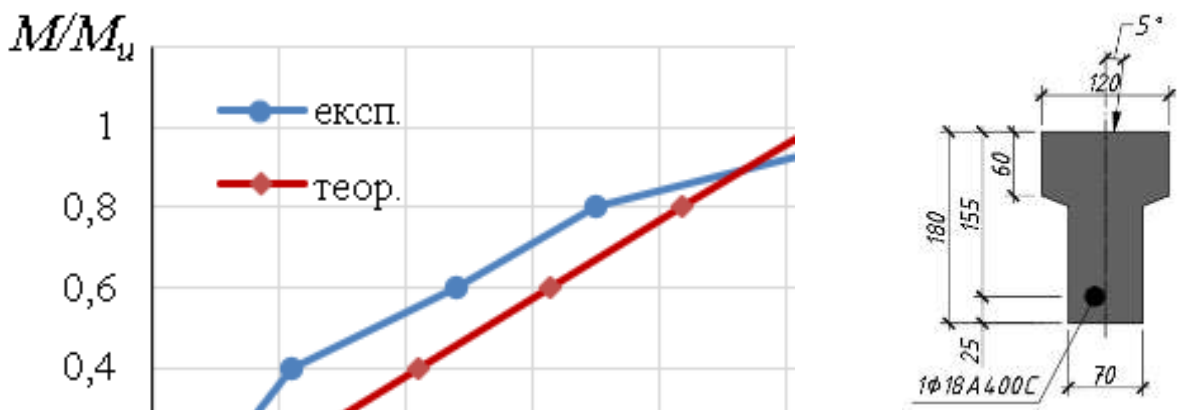


Рисунок 5.18 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-3-1 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, в)



Рисунок 5.19 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-3-2 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, в)

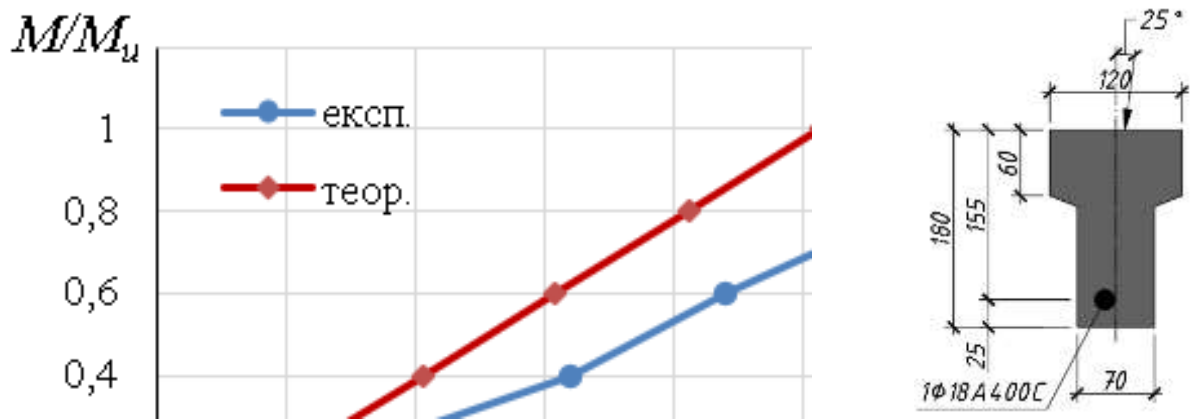


Рисунок 5.20 – Графіки збільшення відносних деформацій найбільш стиснутої фібри зразка балки БТ-3-3 залежно від рівня навантаження за даними експериментальних та теоретичних досліджень (табл. 4.1, рис. 4.12, в)

Представлені графіки демонструють достатньо високу збіжність теоретичних та експериментальних даних, що підкреслює доцільність використання запропонованої методики розрахунку міцності залізобетонних косо зігнутих балок.

5.3 Висновки за розділом 5

1. Представлена методика розрахунку несучої здатності залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю з використанням повної діаграми деформування бетону дозволяє теоретично отримати графіки розподілу напружень у найбільш стиснутій фібри бетону при дії граничного значення моменту для різних форм стиснутої зони.

2. Методика оцінювання напружено-деформованого стану дає змогу визначати характер зміни значень його параметрів залежно від рівня навантаження та кута нахилу зовнішньої силової площини.

3. Проведений аналіз експериментально отриманих значень відносних деформацій бетону найбільш стиснутої фібри зразків балок та порівняння їх значень з теоретичними підтверджує доцільність використання представленої методики розрахунку міцності залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю.

4. Шляхом порівняння експериментальних та теоретичних значень параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних таврових балок, що зазнають косоного згинання, було встановлено незначне їх відхилення: $V_{\theta} = 5,9 \%$, $V_X = 4,5 \%$, $V_{M\beta} = 4,3 \%$.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Аналіз літературних джерел показав, що в залізобетонних балках з тавровим поперечним перерізом під впливом зовнішнього навантаження майже завжди виникає явище косоного згинання, причинами виникнення якого можуть бути не тільки силові, а й конструктивні, експлуатаційні та технологічні фактори. Зовнішні впливи спричинюють зміни напружено-деформованого стану балкового елемента, для опису якого необхідно знати, як у поперечному перерізі розташовується нейтральна лінія. Її положення характеризується такими параметрами: висотою стиснутої зони X , кутом нахилу θ нейтральної лінії до горизонтальної вісі та рівнем відносних деформацій бетону в найбільш стиснутій фібрі η_m .

2. Складність визначення параметрів полягає у різноманітності форм, яких може набувати стиснута зона бетону: трикутна, трапецієподібна, п'ятикутна та шестикутна. Для зручності всі форми стиснутої зони бетону систематизовано в три групи залежно від початкового положення нейтральної лінії в перерізі. У кожній групі виділяють граничні випадки, які дозволяють визначити, яку форму має стиснута зона бетону залізобетонної таврової балки, що зазнає косоного згинання. Отримані з використанням нелінійної деформаційної моделі формули обчислення рівнодійної напружень у стиснотому бетоні та точки її прикладання дозволяють з достатньою точністю визначити несучу здатність косо зігнутих залізобетонних елементів.

3. Для всіх форм стиснутої зони бетону кожної з трьох груп створено моделі напружено-деформованого стану, які дають змогу візуалізувати розподіл напружень у поперечному перерізі таврових балок та дозволяють з високою точністю визначити усі його параметри.

4. У лабораторних умовах шляхом експериментальних досліджень зразків балок, які зазнавали явища косоного згинання, отримано значення відносних деформацій бетону від початку завантаження до моменту руйнування. Чим більше був кут β , тим на більшу кількість граней

розповсюджувалося руйнування. При $\beta = 5^\circ$ стиснутий бетон руйнувався по двох гранях, а при $\beta = 25^\circ$ – по 3 гранях полицки та 1 грані ребра балки.

5. Розроблена теорія описання напружено-деформованого стану перевірена на зразках балок таврового перерізу. Середнє арифметичне відхилення значень параметрів, отриманих теоретично, від значень параметрів, отриманих експериментальним шляхом, складає для $\theta - 7,0 \%$, $X = 1,5 \%$, $M_\beta = 0,6 \%$. Результати порівняння даних теоретичних та експериментальних досліджень підтверджують доцільність використання запропонованої методики оцінювання напружено-деформованого стану косо зігнутих залізобетонних балок таврового профілю.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Сборный железобетонный унифицированный каркас: Опыт московского строительства. Проектирование, исследование, изготовление, монтаж, перспективы развития / Ю.А. Дыховичный, В.А. Максименко.– М.: Стройиздат, 1985. – 296 с.
2. Проектирование и расчет многоэтажных гражданских зданий и их элементов: (Учеб. пособие для вузов) / П. Ф. Дроздов, М. И. Додонов, Л. Л. Панышин, Р. Л. Саруханян ; Под ред. П. Ф. Дроздова.– М.: Стройиздат, 1986.– 351 с.: ил.
3. Залізобетонні конструкції: (Підручник) / А. Я. Барашиков, Л. М. Будникова, Л. В. Кузнецов та ін.; За ред. А. Я. Барашикова. – К.: Вища шк., 1995 с.; іл.
4. Торяник М.С. Состояние и дальнейшее направление исследований железобетонных элементов, находящихся в сложном напряженном состоянии / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко // Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций, и их внедрение в сельскохозяйственное строительство: Республиканская конференция, Полтава. – 1982. – С. 6 – 9.
5. Pavlikov A. Highly constructed precast flat slab frame structural system of buildings and research of its slabs / Andrii Pavlikov, Olha Harkava, Yuliia Prykhodko and Bohdan Baryliak // Proceedings of the International fib Symposium on Conceptual Design of Structures, Madrid. – 2019. – Pp. 493 – 500.
6. Хохлов О.Г. Влияние точности монтажа крановых рельсов на несущую способность подкрановых железобетонных балок: дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук: 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Олексій Геннадійович Хохлов. – Полтава, 2000. – 172 с.
7. Пічугін С.Ф. Розрахунок надійності будівельних конструкцій: монографія / С. Ф. Пічугін. – Полтава: ТОВ АСМІ. –2016. – 520 с.
8. [Електронний ресурс]. – Режим доступу:<http://3betony.com.ua/>

9. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://oberbeton.ua/ru/>
10. Павліков А.М. Залізобетонні конструкції в умовах складного деформування та їх розрахунок: навчальний посібник / А.М. Павліков, О.В. Гарькава. – Полтава : ПолтНТУ, 2018. – 130 с.
11. Харченко М. О. Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних балок таврового профілю з урахуванням нелінійного деформування бетону та арматури: дис. кан. тех. наук: спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Марина Олександрівна Харченко. – Полтава, 2013. – 164 с.
12. Бойко О. В. Оцінка міцності навскісно зігнутих балок на основі дволінійних розрахункових діаграм деформування бетону та арматури: дис. кан. тех. наук: спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Ольга Вікторівна Бойко. – Полтава, 2009. – 231 с.
13. Дяченко Є. В. Розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів з урахуванням повної діаграми фізичного стану бетону: дис. кан. тех. наук: спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Євген Володимирович Дяченко. – Полтава, 2006. – 159 с.
14. Павліков А. М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косо завантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії: монографія / А.М. Павліков. – Полтава: ПНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2007. – 259 с.
15. Павліков А. М. Напружено-деформований стан навскісно завантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії: дис. кан. тех. наук: спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Андрій Миколайович Павліков. – Полтава, 2007. – 358 с.
16. Зернюк О. В. Напряженно-деформированное состояние косоизгибаемых элементов таврового профиля при действии эксплуатационных уровней загрузки: дис. кан. тех. наук: спец. 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Олена Вячеславівна Зернюк. – Полтава, 1997.
17. Федоров Д. Ф. Деформативність і тріщиностійкість косозігнутих залізобетонних елементів прямокутного профілю з урахуванням нелінійних властивостей бетону: дис. кан. тех. наук: спец. 05.23.01 – будівельні

- конструкції, будівлі та споруди / Дмитро Федорович Федоров. – Полтава, 2012. – 200 с.
18. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. ДСТУ Б В.2.6 – 156:2010 / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с.
19. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings: EN 1992-1-1, (Final Draft, December, 2004). – Brussels: CEN. – 2004. – 225 p. – (Європейський стандарт).
20. Сердюк Л. И. Экспериментально-теоретические исследования прочности обычных и предварительно-напряженных железобетонных элементов прямоугольного, таврового и Г-образного сечения со стержневой арматурой при косом изгибе: дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук.: спец.05.23.01 Строительные конструкции, здания и сооружения / Л. И. Сердюк. – Полт. инж.-строит. инст. – Полтава, 1966. – 159 с.
21. Яровой М. Л. Экспериментально-теоретические исследования трещинообразования и деформативности косоизгибаемых предварительно напряженных элементов прямоугольного сечения: дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук.: спец.05.23.01 Строительные конструкции, здания и сооружения / М. Л. Яровой. – Полт. инж.-строит. инст. – Полтава, 1966. – 269 с.
22. Павліков А. М. Экспериментально-теоретические исследования прочности, деформативности, образования и раскрытия трещин по сечениям, нормальным к продольной оси косоизгибаемых керамзитобетонных элементов: дис. кандидата техн. наук.: 05.23.01 / Андрій Миколайович Павліков. – Полтава, 1979. – 226 с.
23. Торяник М. С. Об особенностях расчета ширины раскрытия трещин в косоизгибаемых железобетонных элементах / М. С. Торяник, А. Н. Павликов, А. Г. Горик // Строительные конструкции. – 1987. – №40. – С. 96 – 99.
24. Семко О. В. Образование и раскрытие трещин, нормальных к продольной оси косоизгибаемых железобетонных элементов таврового и Г-образного

сечения: дис. на соискание научн. степени канд. техн. наук: спец. 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения / Олександр Володимирович Семко. – Полтава, 1988. – 184 с.

25. Роговий С. І. Методологія оцінки міцності нормальних перерізів бетонних і залізобетонних конструкцій на основі деформаційної розрахункової моделі: автореферат дис. на здобуття наук. ступеня д-ра наук: спец. 05.23.01 – ПолтНТУ. – Полтава, 2005. – 36 с.

26. Павліков А. М. Розрахунок міцності на косе згинання залізобетонних елементів таврового профілю за спрощеною деформаційною моделлю / А. М. Павліков, О. В. Гарькава, Б. А. Бариляк, Ю. О. Приходько // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. пр. – Рівне: НУВГП, 2018. – Вип. 36. – С. 151 – 157.

27. Павліков А.М. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів таврового профілю, що працюють в умовах косоного згинання / А.М. Павліков, О.В. Гарькава, Б.А. Бариляк, Ю.О. Приходько // Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація: зб. тез. Вип. 13. – Полтава; ПолтНТУ, 2018 – С. 20 – 21.

28. Торяник М.С. Расчет железобетонных балок на косоной изгиб // Бетон и железобетон. – 1959. – №3. – С.40 – 43.

29. Торяник М.С. Расчет на косоной изгиб железобетонных подкрановых балок, прогонов покрытий и горизонтальных элементов каркаса наружных стен зданий с двойной и одиночной арматурой // Бетон и железобетон. – 1960. – №6. – С.28 – 29.

30. Торяник М.С. Косоное внецентренное сжатие и косоной изгиб в железобетоне / М.С. Торяник. – К.: Госстройиздат Украины, 1961.– 156 с.

31. Торяник М.С. Расчет на косоной изгиб по несущей способности предварительно-напряженных железобетонных элементов // Бетон и железобетон. – 1965. – №1. – С.34 – 40.

32. Торяник М.С. Расчет железобетонных элементов двутаврового сечения на косоное внецентренное сжатие с малыми эксцентриситетами / М.С. Торяник,

- П.Ф. Вахненко // Бетон и железобетон. – 1968. – №6. – С.44 – 48.
33. Торяник М.С. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко, Л.В.Фалеев, Л.И. Сердюк и др.; Под ред. М.С. Торяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 297 с.
34. Billo E. J. Excel for Scientists and Engineers Numerical Methods / John Wiley & Sons. – 2007.
35. Larsen Ronald W. Engineering with Excel / Montana State University – Fourth Edition.
36. John T. Katsikadelis. Boundary elements: Theory and Applications / Elsevier. – 2002.
37. Дорофеев В. С. К вопросу о моделировании напряженно-деформированного состояния железобетонных балок в ПК ANSYS MECHANICAL / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, А. С. Неутов, С. Ф. Неутов, В. П. Макарук // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2012. – Вип. 46. – С. 74 – 85.
38. Subramani T. Analytical Study Of T-Beam Using ANSYS / T.Subramani, A.Mohammed Ali, R.Karthikeyan, E.Panner Selvan, K.Periyasamy // International Journal of Emerging Trends & Technology in Computer Science (IJETTCS). – May – June 2017. – Volume 6. – Issue 3. – Pp. 259 –266.
39. Байков В. Н. Железобетонные конструкции. Общий курс. Учебник для вузов / В. Н. Байков, Э. Е. Сигалов. – М.: Стройиздат, 1991. – 5-е изд., перераб. и доп. – 767 с.: ил.
40. Ромашко В.М. Деякі особливості діаграми деформування бетону / В.М. Ромашко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць Національного університету водного господарства та природокористування. – Рівне, 2006. – Вип.14. – С. 294 – 301.
41. Баклашов І.В. Деформирование и разрушение породных массивов. – М.: Недра, 1988. – 271 с.
42. Николаевский В.Н. Механические свойства горных пород / В.Н. Николаевский, Л.Д. Лившиц, П.А. Сизов // Деформации и разрушение.

- Итоги науки и техники: Механика деформируемого твердого тела. – 1987. – Т. 11. – С. 123 – 250.
43. Гудман Р. Механика скальных пород / Пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1987. – 232 с.
44. Гольшев А.Б. О природе деформирования бетона при осевом сжатии и адекватных моделях // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Зб. наук. пр. Держ. НДІ буд. конструкцій Держбуду України. – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Кн. 1. – С. 93 – 98.
45. Роговой С. И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчет прочности нормальных сечений. – Полтава, 2002. – 183 с.
46. Узун И.А. Расчетные модели железобетонных элементов. – Одесса: ИМК Город мастеров, 2000. – 248 с.
47. Рюш Г. Исследование работы изгибаемых элементов с учетом упругопластических деформаций // Международное совещание по расчету строительных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1961. – С. 183 – 189.
48. Бамбура А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния и несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов / А.Н. Бамбура // Научно-практические проблемы современного железобетона: Первая Всеукр. научн.-техн. конф. – К., 1996. – С. 36 – 39.
49. Роговой С.И. Пути совершенствования деформационной модели расчета железобетонных конструкций // Бетон и железобетон в Украине. – 2004. – №1. – С. 8 – 12.
50. Everard M. Ultimate strength design service – ability a unified method fun reinforced concrete bridge design / M.A. Everard // CI Jornal. Pub. SP – 23, April, 1967. – P. 10 – 19.
51. Митрофанов В.П. Про граничну деформацію стиснутої грані бетону в нормальному перерізі залізобетонних елементів / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков, Б.П. Митрофанов, О.А. Шкурупій // Галузеве машинобудування, будівництво: Зб. наук. праць Полт. нац. техн. ун-ту ім. Юрія

Кондратюка. – Полтава: ПолтНТУ, 2004. – Вып. 14. – С.95-102.

52. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону : дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук : 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди / Василь Миколайович Ромашко ; Міністерство освіти і науки України, Національний університет «Львівська політехніка». – Львів, 2018. – 533 с.

53. Бабич Е.М. Новые аппроксимации зависимости «напряжения-деформации», учитывающие нелинейность деформирования бетона / Е.М. Бабич, Ю.А. Крусь, Ю.В. Гарницкий // Изв. вузов: стр-во и арх-ра. –1996. – №2. – С. 39 – 44.

54. Бабич Є. М. Методологія розрахунку залізобетонних елементів за деформаційно-силовою моделлю / Є. М. Бабич, В. М. Ромашко // Наука та будівництво. –2017. –№ 3(13). –С. 16-21.

55. Байков В.Н. Напряженно-деформированное состояние железобетонных элементов на базе обобщенных экспериментальных зависимостей физико-механических характеристик бетона и арматуры / В.Н. Байков // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона: сб. науч. трудов. – Ростов-на-Дону: РИСИ, 1980. – С.3 – 11.

56. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: дис. докт. техн. наук: 05.23.01 / Бамбура Андрій Миколайович. – Київ, 2005. –379 с.

57. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.23.01 Будівельні конструкції, будівлі та споруди / А.М. Бамбура // ХДТУБА. – Х., 2006. – 39 с.

58. Барашиков А.Я. Диаграмма деформирования бетона при одно-и двухосном сжатии / А.Я. Барашиков, В.Н. Барабаш, А.Д. Журавский // Строительные конструкции: респ. межведомст. науч.-техн. сб. НИИСК Госстроя СССР. –К.: Будівельник, 1990. – Вып. 43. – С. 85 – 99.

59. Беккиев М.Ю. Расчет изгибаемых железобетонных элементов различной

- формы поперечного сечения с учетом нисходящей ветви деформирования: методические разработки / М.Ю.Беккиев, Л.Р. Маилян. – Нальчик: Кабардино-Балкарский агроомелиоративный институт, 1985. –132 с.
60. Бліхарський З.Я. Розрахунок і конструювання нормальних та похилих перерізів залізобетонних елементів / З.Я. Бліхарський, І.І. Курхут, Р.Ф. Струк. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. –144 с.
61. Бліхарський З. Я. Розрахунок міцності нормальних перерізів залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження з урахуванням вимог нових норм проектування / З. Я. Бліхарський, Р. Є. Хміль, Д. І. Дубіжанський, І. В. Васільєв // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. –2013. – Вип. 78(1). – С. 307 – 314.
62. Дорофеев В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: монография / В.С.Дорофеев, В.Ю. Барданов. – Одесса: ОГАСА, 2003. –210 с.
63. Лейтес Е.С. К построению теории деформирования бетона, учитывающей нисходящую ветвь деформирования материала / Е.С. Лейтес // Новые исследования элементов железобетонных конструкций: сб. науч. трудов. – М.: НИИЖБ, 1982. – С. 24 – 32.
64. Маилян Л.Р. Об использовании в расчетах железобетонных элементов диаграммы « ϵ - σ » бетонных призм / Л.Р. Маилян, Г.К. Рубен // Совершенствование конструкций сельскохозяйственного строительства на Северном Кавказе: сб. науч. трудов. – Ростов-на-Дону, 1984. – С. 134 – 138.
65. Митрофанов В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов. –2004. –Вып. 60. – С. 29 – 48.
66. Назаренко В.Г. Диаграмма деформирования бетона с учетом ниспадающей ветви / В.Г. Назаренко, А.В. Боровских // Бетон и железобетон. – 1999. – № 2. – С.18 – 22.
67. Узун И.А. Трансформирование диаграммы деформирования бетона при сжатии / И.А.Узун // Изв. вузов: стр-во и арх-ра. – 1991. – №11. – С.7 – 12.

68. Шмуклер В.С. Учет полной диаграммы сses–в алгоритме расчета железобетонных элементов / В.С. Шмуклер, И.Я. Лучковский // Будівельні конструкції: зб. наук, праць. – К.: НДІБК, 2003. – Вип.59. – С.143 – 150.
69. Яременко А.Ф. О применении диаграмм деформирования материалов к расчету строительных конструкций / А.Ф. Яременко, Е.А. Яременко // Бетон и железобетон в Украине. – 2004. – No 2.– С. 8 – 12.
70. Байков В.Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров // Изв. вузов: Стр–во и арх-ра. –1977. – No 6. – С.15 – 18
71. Бамбура А.Н. Диаграмма «напряжения -деформация» для бетона при центральном сжатии/ А.М. Бамбура // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона: сб. науч. трудов. – Ростов-на-Дону: РИСИ, 1980. – С.19 – 22.
72. Беглов А.Д. Теория расчета железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и евростандарты: монография / А.Д. Беглов, Р.С. Санжаровский. – Санкт-Петербург – М.: Изд-во АСВ, 2004. – 221 с.
73. Гомон С. С. Розрахунок стиснутих залізобетонних елементів за малоциклових навантажень з використанням деформаційної моделі / С. С. Гомон, В. М. Ромашко, Д. В. Кочкар'юв С. С. Гомон // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне, 2006. – Вип.14. – С. 151 – 158.
74. Гуца Ю.П. Расчет деформаций конструкций на всех стадиях при кратковременном и длительном нагружениях / Ю.П. Гуца, Л.Л. Лемыш // Бетон и железобетон. –1985. –No 11. – С.13 – 16.
75. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування/ Мінрегіонбуд України: ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. – [Чинний від 01.06.11].– К.: МінрегіонбудУкраїни, 2011. – 123 с. – (Національний стандарт України).
76. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики / П.А. Лукаш. –

М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.

77. Kabaila A. Discussion of Equation for the Stress–Strain Curve by P. Desayi and S. Krishnan / A. Kabaila // ACI Journal. – 1964. – 61 (3). – Pp. 1227 – 1239.
78. Вахненко П.Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П.Ф. Вахненко, В.М. Кондель // Проблеми теорії і практики залізобетону: зб. наук праць. – Полтава: ПДТУ, 1997. – С.77 – 80.
79. Дорофеев В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: монография / В.С.Дорофеев, В.Ю. Барданов. – Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.
80. Михайлов В.В. Некоторые предложения по описанию диаграммы деформаций бетона при загрузении/ В.В. Михайлов, М.П. Емельянов, Л.С. Додулаев, В.М. Митасов// Изв. вузов: стр-во и арх-ра. –1984. – No2. – С.23 – 27.
81. Роговой С.И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчет прочности нормальных сечений: монография / С.И. Роговой. – Полтава: ПНТУ, 2002. – 183 с.
82. ACI 318-11. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. – ACI, Farmington Hills, Michigan, 2011. – 497 p. – (Стандарт США).
83. BS-8110-1:1997. British Standard. Structural use of Concrete. Part 1: Code of Practice for design and Construction. – London: British Standard Institution, 2005. – 159 p. – (Британський стандарт).
84. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. – Comité Euro-International du Béton, Lausanne, Swizerland, 1993. – 437 p.
85. Chan, W.W. L. The Ultimate Strength and Deformation of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Frameworks / W.W. L. Chan // Magazine of Concrete Research. – London, 1955. – 7 (41). – P. 121 – 132.
86. DIN 1045-1: 2008-08. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion: – Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2008. – 178 s. – (Німецький стандарт).

87. Hognestad, E. Concrete stress distribution in ultimate strength design / E. Hognestad, N.W. Hanson, D. McHenry // *Proceeding of the ACI*. – 1955. – 52 (6). – Pp. 455 – 480.
88. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О.Я. Берг. – М.: Госстройиздат, 1962. – 96 с.
89. Онищик Л.И. Прочность и устойчивость каменных конструкций. Ч.1. Работа элементов каменных конструкций/ Л.И.Онищик. – М.-Л.: ОНТИ: НКТП, 1937. – 291 с.
90. Фомица Л.Н. Измерение напряжений в железобетонных конструкциях / Л.Н. Фомица, Р.А. Сумбатов. – К.: Будівельник, 1994. – 168 с.
91. Baes, L. Compressionsimple etflambement despiliers en béton armé / L. Baes, L. Vandcperre // *Congrès International pour l'essai des matériaux*, (Amsterdam, 12–17 Septembre, 1927). – La Haye Martinus Nijhoff, 1928. – P.18 – 31.
92. Ritter, W. Die Bauweise Hennebique / W. Ritter. –*Schweizerische Bauzeitung*, 1899. – 33 (7). – P. 59 – 61.
93. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона / В.М. Бондаренко. – Харьков: Вища школа, изд-во при Харьковском университете, 1968. – 322с.
94. Маилян Л.Р. Об использовании в расчетах железобетонных элементов диаграммы « ϵ – σ » бетонных призм / Л.Р. Маилян, Г.К. Рубен // *Совершенствование конструкций сельскохозяйственного строительства на Северном Кавказе: сб. науч. трудов*. – Ростов-на-Дону, 1984. – С.134 – 138.
95. Sarja A. Two methods for analyzing the stability of slender concrete columns and frames / A. Sarja // *Nordisk Betong*. – 1974. – №5. – P. 9.
96. Shah, S. P. Inelastic Behaviour and Fracture of Concrete / S. P. Shah, G. Winter // *ACI Journal*. – 1966. – 63 (9). – P. 451 – 466.
97. Smith, G. M. Ultimate Flexural Analysis Based on Stress–Strain Curves of Cylinders / G. M. Smith, L. E. Young // *ACI Journal*. – 1955. – 53 (6). – P. 597– 609.
98. Остапенко А.Ф. Универсальная зависимость для диаграмм деформирования бетона, арматуры и железобетонных конструкций /

- А.Ф. Остапенко // Бетон и железобетон. – 1992. – No 7. – С. 23 – 24.
99. Яшин А.В. О некоторых деформативных особенностях бетона при сжатии / А.В. Яшин // Теория железобетона: сб. науч. трудов. – М.: Стройиздат, 1972. – С.131 – 137.
100. Everard N.J. UltimateStrength Design Service –ability. A Unified Method on Reinforced Concrete Bridge Design: Monograph / N.J. Everard // Proceedings International Symposium on Bridge Design (Toronto, Ontario, Canada). – ACI Special Publication, 1969. – Pp. 385 – 405.
101. Бабич В.І. Залежність між напругами та деформаціями у бетоні бетонних і залізобетонних стержнів за осьового стиску / В.І. Бабич, Д.В. Кочкар'юв // Бетон и железобетон в Украине. – 2006. – No 6. – С.10 – 13.
102. Давыдов Н.Ф. Экспериментально-теоретическое исследование сопротивления бетона при внецентренном и местном сжатии / Н.Ф. Давыдов, О.М. Донченко // Железобетонные конструкции. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1964. – 1(30). – С.18 – 20.
103. Макаренко Л.П. Практический способ определения модуля упругости и упругопластических характеристик бетона при сжатии / Л.П. Макаренко, Г.А. Фенко // Изв. вузов: стр-во и арх-ра. – 1970. – No10. – С. 141 – 147.
104. Frank E. Der Einfluss veränderlichen Querschnitts auf die Biegemomente kontinuierlicher Träger, unter besonderer Berücksichtigung von Betoneisenkonstruktionen / E. Frank // Beton und Eisen. – 1906. – 5 (12). – P. 315–318.
105. Зак М.Л. Аналитическое представление диаграммы сжатия бетона / М.Л.Зак, Ю.П. Гуца // Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций: сб. науч. трудов НИИЖБ Госстроя СССР. – М.: НИИЖБ, 1987. – С. 103 – 107.
106. Крусь Ю.О. Моделювання зв'язку між напруженнями і деформаціями центрально стисненого бетону при різних режимах його навантажування/ Ю.О. Крусь, О.Ю. Крусь // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: сб. наук. праць. – Рівне, 2012. – Вип. 23. – С. 285 – 292.

107. Ahmad S.H. Stress-strain curves of concrete confined by spiral Reinforcement / S.H. Ahmad, S.P. Shah // ACI Journal, Proceedings. – 1982. – 79 (6). – P. 484 – 490.
108. Attard M.M. Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete / M.M. Attard, S. Setunge // ACI Materials Journal. – 1996. – 93 (5). – P. 432 – 442.
109. Carreira, D.J. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression / D.J. Carreira, K.H. Chu // ACI Journal, Proceedings. – 1985. – 82. – P. 797 – 804.
110. Desayi, P. Equation of the stress–strain curves of Concrete / P. Desayi, S. Krishnan // ACI Journal. – 1964. – 61 (3). – P. 345 – 350.
111. Hsu, L.S. Complete stress-strain behaviour of high-strength of concrete in compression / L.S. Hsu, C.-T.T. Hsu // Magazine of Concrete Research. – 1994. – 46 (169). – P.301 – 312.
112. Jo B.W. A Proposal of Stress-Strain Relations Model for Recycled-PET Polymer Concrete under Uniaxial Stress / B.W. Jo, R.G. Moon, S.K. Park // Journal of the Korea Concrete Institute. – 2004. – 16 (6). – P. 767 – 776.
113. Mander J.B. Theoretical stress-strain model for confined concrete / J.B. Mander, M.J.N. Priestley, R. Park // Journal Structural Engineering. – ASCE, 1988. – 114. – P. 1804 – 1825.
114. Popovics S.A. Preview of Stress-Strain Relationship for Concrete / S.A. Popovics // ACI Journal, Proceedings. – 1970. – 67 (3). – P. 243 – 248.
115. Ruiz M. F. Relationship between Nonlinear Creep and Cracking of Concrete under Uniaxial Compression / M. F. Ruiz, A. Muttoni, P. G. Gambarova // Journal of Advanced Concrete Technology. – 2007. – 5 (3). – P. 1 – 11.
116. Saenz's L. P. Discussion of Equation for the stress-strain curve of concrete' by P. Desayi and S. Krishnan / L. P. Saenz's // ACI Journal. – 1964. – 61 (9). – P. 1229 – 1235.
117. Sinha B. P. Stress-Strain Relations for Concrete under Cyclic Loading / B. P. Sinha, K. H. Gerstle, L. G. Tulin // ACI Journal. – 1964. – 61 (2). – P. 195 – 212.
118. Tomaszewicz A. Betongens Arbeitsdiagram: SINTEF Report No STF 65A84065 / A. Tomaszewicz. – Trondheim-NTH, 1984. – 21 p.
119. Wang P. -T. Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in

compression / P. -T. Wang, S. P. Shah, A. E. Naaman // *ACI Journal*. – 1978. – 75. – P. 603 – 611.

120. Wee T. H. Stress-strain relationship of high-strength concrete in compression / T. H. Wee, M. S. Chin, M. A. Mansur // *Journal of Materials in Civil Engineering*. – 1996. – 8 (2). – P. 70 – 76.

121. Торяник М.С. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / М.С. Торяник и др.; под ред. М.С. Торяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 295 с.

122. Бабич В.И. Экспериментально–теоретические исследования работы гибких железобетонных элементов прямоугольного сечения на косое внецентренное сжатие: дисс. канд. техн. наук: 05.23.01 / Бабич Василий Иванович. – Львов, 1972. –191 с.

123. Беглов А.Д. К вопросу о моделях евростандартов и СНиП по железобетону / А.Д. Беглов, Р.С. Санжаровский, В.М. Бондаренко // *Бетон и железобетон*. – 2004. – No 3. – С.30 – 31.

124. Sargin, M. Stress–strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections / M. Sargin. – Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1971. –167 p.

125. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В.2.6 – 98:2009 / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.

126. Pavlikov A. M. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A. M. Pavlikov, O. V. Harkava, Yu. O. Prykhodko, B. A. Baryliak // *International Journal of Engineering & Technology*. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 145 – 151.

127. Рюш Г. Исследование работы изгибаемых элементов с учетом упругопластических деформаций / Г. Рюш // *Международное совещание по расчету строительных конструкций*. – М.: Госстройиздат, 1961. – С. 183 – 189.

128. Рубен Г.К. Приближенный метод расчета прочности нормальных сечений симметричной произвольной формы на основе обобщенных аналитических

- диаграмм деформирования материалов / Г.К. Рубен, Л.Р. Маилян, М.Ю. Беккиев // Автоматизация проектных работ в сельском строительстве. – Ростов-на-Дону, 1985. – С. 52 – 55.
129. Бачинский В.Я. О потере устойчивости деформирования изгибаемого бруса / В.Я. Бачинский //Строительные конструкции: Респ. межведомст. науч.-техн. сб. НИИСК Госстроя СССР. – К.: Будівельник, 1982. – Вып. 35. – С. 55 – 58.
130. Митрофанов В.П. Экстремальный критерий прочности железобетонных элементов у деформационной модели / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – Київ : НДІБК, 2005. – Вип. 62.– Т.1. – С. 205 – 212.
131. Павліков А.М. Розрахунок граничних значень деформацій бетону стиснутої зони нормального перерізу косозігнутих залізобетонних елементів / А.М. Павліков // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – Полтава : ПолтНТУ, 2005. – Вип. 15. – С.36 – 42.
132. A. M. Pavlikov, O. V. Harkava, Yu. O. Prykhodko, Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending, I International Scientific and Practical Conference «Technology, engineering and Science – 2018», 24 – 25 October, 2018. – London: PoltNTU, 2018. – Pp. 13 – 15.
133. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 13-е издание, исправленное. – 544 с.
134. Павліков А.М. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю залежно від зміни навантаження / А.М. Павліков, Ю.О. Приходько // 71-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 23 квітня 2019. – С. 266 – 267.
135. Павліков А.М. Модель напружено-деформованого стану в стадіях I та Ia / А.М. Павліков, Ю.О. Приходько // II Міжнародна українсько-азербайджанська

конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 р. – м. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Рр. 163 – 165.

136. Павліков А.М. Зміна напружено-деформованого стану в залізобетонних косозігнутих балках таврового профілю при зміні навантаження / А.М. Павліков, Ю.О. Приходько // Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті: зб. тез. – Харків, Український державний університет залізничного транспорту, 2019. – С. 94 – 95.

137. Павліков А.М. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю залежно від зміни навантаження / А.М. Павліков, Ю.О. Приходько // 72-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2020. – С. 374 – 375.

138. Павліков А. М. Моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних косо зігнутих таврових балок / А.М. Павліков, Ю.О. Приходько // III Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2020», 25 – 26 травня 2020 р. – м. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2020. – Рр. 164 – 166.

139. Prykhodko Yu. The change of stress-strain state in biaxial bended reinforced concrete T-section beams depending on the load / Yu. Prykhodko, A. Pavlikov // 13th edition of the fib International PhD Symposium in Civil Engineering, France. – 2020. – Рр. 230 – 236.

140. Тензорезисторы. Общие технические условия. ГОСТ 21616-91. – М.: Издательство стандартов. – 1991. – 12 с.

141. Конструкції будинків і споруд. Вироби будівельні бетонні та залізобетонні збірні. Методи випробувань навантажуванням. Правила оцінки міцності, жорсткості та тріщиностійкості. ДСТУ Б.В.2.6-7-95. – К.: Державний комітет України у справах містобудування і архітектури. – 1997. – 45 с.

142. Клей епоксидний універсальний: ТУ У 24.2331414750-001:2009. – К.:2009. – 4 с.
143. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. ГОСТ 10180-90. – М.:НИИЖБ Госстроя СССР. – 1991. – 31 с.
144. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. ГОСТ 24452-80. – М.:НИИЖБ Госстроя СССР. – 1980. – 14 с.
145. Сталь арматурная. Методы испытания на растяжение. ГОСТ 12004-81. – М.: Издательство стандартов. – 1983. – 10 с.
146. Патент на корисну модель Україна МПК (2012.01) G01M 9/00. Установка для випробування балок на косо згинання / А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров. Власник патенту – Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка. – №73722: опубл. 10.10.2012.
147. Pavlikov A. Determination of the crack formation moment in expanded clay concrete members during their complex deformation / A. Pavlikov, O. Harkava, N. Pinchuk, Yu. Usenko, V. Baryliak // Proceedings of the fib Symposium 2021 «Concrete Structures: New Trends for Eco-Efficiency and Performance». – Lisbon, Portugal, 2021. – Pp. 2125 – 2134.
148. Павліков А.М. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю / А.М. Павліков, Ю.О. Усенко // 73-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2021. – С. 128 – 129.
149. Павліков А.М. Визначення форми стиснутої зони бетону залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю / А.М. Павліков, Ю.О. Усенко // 74-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2022. – С. 103.

Додаток А

Виведення формул рівнодійної напружень у бетоні стиснутої зони N_c

Для виведення формул рівнодійної напружень у бетоні стиснутої зони N_c необхідно встановити форму стиснутої зони, яка залежить від положення нейтральної лінії. Таке положення можна задати рівнянням, яке описує цю лінію. Залежно від того, як проходить нейтральна лінія в перерізі, виділяють трикутну, трапецієподібну, п'ятикутну та шестикутну форми стиснутої зони (п. 2.2).

А.1 Прямокутна форма стиснутої зони

Розглянемо випадок, коли форма стиснутої зони – прямокутник. Такий випадок можливий при плоскому згинанні, коли $\beta=0$.

Вираз для визначення N_c можна отримати, використовуючи подвійний інтеграл:

$$N_c = \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^X f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 \quad (A.1)$$

Урахуємо, що у випадку плоского згинання кут нахилу нейтральної лінії θ також рівний нулю. Звідси $\sin \theta = 0$, $\cos \theta = 1$. Таким чином після спрощень вираз А.1.1 набуває вигляду:

$$N_c = \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^X f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - y_0) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - y_0)^2 \right] dy_0 \quad (A.2)$$

Використовуючи (А.2) та [133], виведемо формулу для знаходження N_c

$$\begin{aligned} N_c &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^X \left[2(X - y_0) - \frac{\eta_m}{X} (X - y_0)^2 \right] dy_0 = \\ &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[\frac{2(X - y_0)^2}{-2} - \frac{\eta_m}{X} \frac{(X - y_0)^3}{-3} \right] \Bigg|_0^X = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[-(X-y_0)^2 + \frac{\eta_m}{3X}(X-y_0)^3 \right] \Big|_0^X = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} \left[X^2 - \frac{\eta_m}{3X} X^3 \right] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{X} \left(1 - \frac{\eta_m}{3} \right) \int_0^{b_{eff}} dx_0 = \\
&= f_{cd}\eta_m X \left(1 - \frac{\eta_m}{3} \right) x_0 \Big|_0^{b_{eff}} = f_{cd}\eta_m X \left(1 - \frac{\eta_m}{3} \right) b_{eff}.
\end{aligned}$$

Остаточно вираз рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони прямокутної форми має вигляд:

$$N_c = f_{cd} b_{eff} X \eta_m \left(1 - \frac{\eta_m}{3} \right) = f_{cd} X b_{eff} \omega_0, \quad (\text{A.3})$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібри (у ребрі полочки).

$\omega_0 = \eta_m (3 - \eta_m)/3$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони при плоскому згинанні (табл. А.1).

Для отримання координат x_{0Nc} та y_{0Nc} точки прикладання рівнодійної напружень у бетоні стиснутої зони необхідно визначити значення величин статичних моментів $S_{c,X0}$ та $S_{c,Y0}$ об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осей X_0 і Y_0 відповідно.

Статичний момент $S_{c,X0}$ об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} &= \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^X f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X}(X-y_0) - \frac{\eta_m^2}{X^2}(X-y_0)^2 \right] y_0 dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[\frac{2(X-y_0)^3}{3} - \frac{2X(X-y_0)^2}{2} - \frac{\eta_m(X-y_0)^4}{4X} + \frac{\eta_m X(X-y_0)^3}{3X} \right] \Big|_0^X = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{12X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[8(X-y_0)^3 - 12X(X-y_0)^2 - \frac{3\eta_m}{X}(X-y_0)^4 + 4\eta_m(X-y_0)^3 \right] \Big|_0^X =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{12X} \int_0^{b_{eff}} \left[-8(X)^3 + 12(X)^3 + 3\eta_m(X)^3 - 4\eta_m(X)^3 \right] dx_0 = \\
&= \frac{f_{cd}X^3\eta_m}{12X} (4 - \eta_m) \int_0^{b_{eff}} dx_0 = f_{cd}X^2 \frac{\eta_m}{12} (4 - \eta_m) x_0 \Big|_0^{b_{eff}} = f_{cd}b_{eff}X^2 \frac{\eta_m}{12} (4 - \eta_m). \quad (A.4)
\end{aligned}$$

Остаточно вираз для знаходження статичного моменту $S_{c,x0}$ прямокутної форми має вигляд:

$$S_{c,Nx} = f_{cd}b_{eff}X^2 \frac{\eta_m}{12} (4 - \eta_m) = f_{cd}b_{eff}X^2 \varphi_{x0}, \quad (A.5)$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

$\varphi_{x0} = \eta_m(4 - \eta_m)/12$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони при плоскому згинанні (табл. А.1).

Статичний момент $S_{c,y0}$ об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c,Ny} &= \int_0^{b_{eff}} x_0 dx_0 \int_0^X f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X}(X - y_0) - \frac{\eta_m^2}{X^2}(X - y_0)^2 \right] dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} x_0 dx_0 \left[-(X - y_0)^2 + \frac{\eta_m}{3X}(X - y_0)^3 \right] \Big|_0^X = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} \left[(X)^2 - \frac{\eta_m}{3}(X)^2 \right] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{X} \left(1 - \frac{\eta_m}{3} \right) \int_0^{b_{eff}} x_0 dx_0 = \\
&= f_{cd}X \frac{\eta_m}{6} (3 - \eta_m) x_0^2 \Big|_0^{b_{eff}} = f_{cd}b_{eff}^2 X \frac{\eta_m}{6} (3 - \eta_m). \quad (A.6)
\end{aligned}$$

Остаточно вираз для знаходження статичного моменту $S_{c,y0}$ прямокутної форми має вигляд:

$$S_{c,Ny} = f_{cd}b_{eff}^2 X \frac{\eta_m}{6} (3 - \eta_m) = f_{cd}b_{eff}^2 X \varphi_{y0}, \quad (A.7)$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

$\varphi_{y0} = \eta_m (3 - \eta_m)/6$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони при плоскому згинанні (табл. А.1).

А.2 Трикутна форма стиснутої зони

Розглянемо випадок, коли форма стиснутої зони – трикутник (рис. А.1). Запишемо координати точок 2 та 3, що лежать на нейтральній лінії та є точками перетину нейтральної лінії з осями X_0 і Y_0 системи координат $X_0O_0Y_0$. Їх координати 2 ($X/\sin\theta$; 0) та 3 (0; $X/\cos\theta$).

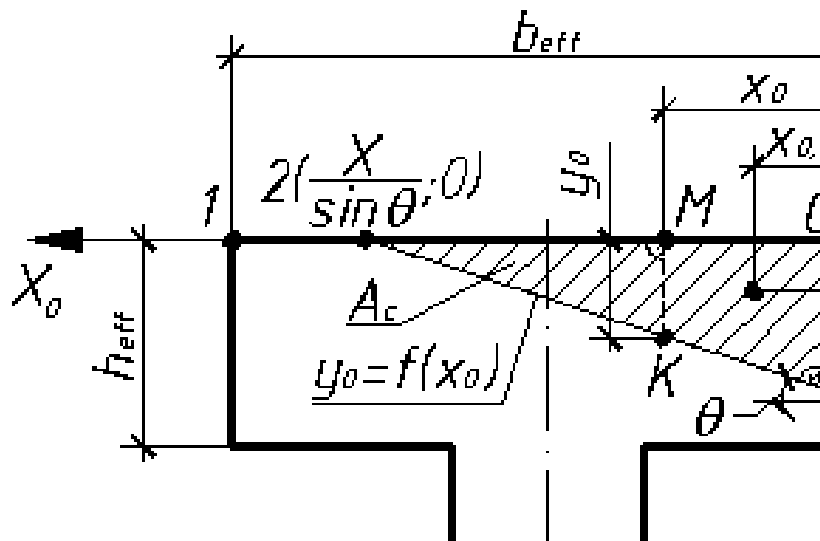


Рисунок А.1 – До розрахунку залізобетонного елемента таврового профілю у випадку трикутної форми стиснутої зони

Щоб записати рівняння нейтральної лінії, яка проходить через задані дві точки 2 та 3, приймаємо деяку довільну точку $K(x_0; y_0)$. Використовуючи подібність трикутників $2MK$ та $2O_03$, маємо:

$$\frac{y_0}{X / \cos \theta} = \frac{X / \sin \theta - x_0}{X / \sin \theta}. \quad (\text{A.8})$$

Із залежності (А.8) рівняння нейтральної лінії для випадку, коли формою стиснутої зони є трикутник, матиме вигляд:

$$y_0 = (X - x_0 \sin \theta) / \cos \theta. \quad (\text{A.9})$$

Вираз для визначення N_c можна отримати, використовуючи подвійний інтеграл:

$$\begin{aligned} N_c = & \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \times \\ & \times \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0. \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

Використовуючи (А.10) та [133], виведемо формулу для знаходження N_c

$$\begin{aligned} N_c = & \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{-2 \cos \theta} - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \cos \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{(X - x_0 \sin \theta)}{\cos \theta}} = \\ = & \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{(X - x_0 \sin \theta)}{\cos \theta}} = \\ = & \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} \left[(X - x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] dx_0 = \\ = & \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left[\frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{-4 \sin \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X}{\sin \theta}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left[-\frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{3 \sin \theta} + \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{\sin \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X}{\sin \theta}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left(\frac{X^3}{3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{X^4}{\sin \theta} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left(\frac{X^3}{3 \sin \theta} - \frac{\eta_m X^3}{12 \sin \theta} \right) = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \frac{X^3}{12 \sin \theta} \cdot (4 - \eta_m) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m X^3}{12X \cos \theta \sin \theta} \cdot (4 - \eta_m) = \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot (4 - \eta_m).
\end{aligned}$$

Остаточню вираз рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони трикутної форми має вигляд:

$$N_c = \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot (4 - \eta_m), \quad (\text{A.11})$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі (у ребрі полички).

$$N_c = \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot (4 - \eta_m) = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot (4 - \eta_m) = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \omega_1, \quad (\text{A.12})$$

де $\omega_1 = \eta_m \cdot (4 - \eta_m) / 6$ – коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони трикутної форми при косому згинанні (табл. А.1).

Статичний момент S_{c, X_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони трикутної форми відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c, X_0} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&- \left. \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \left[\frac{2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{3 \cos^2 \theta} - \right. \\
&- \left. \frac{2(X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{2 \cos^2 \theta} - \frac{\eta_m (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4}{4X \cos^2 \theta} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\eta_m (X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{3X \cos^2 \theta} \Bigg|_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \times \\
& \times \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \left[8(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 - 12(X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 - \right. \\
& \left. - \frac{3\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \frac{4\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} \left[-8(X - x_0 \sin \theta)^3 + 12(X - x_0 \sin \theta)^3 + \frac{3\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 - \right. \\
& \left. - \frac{4\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 \right] dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_0^{\frac{X}{\sin \theta}} \left[4(X - x_0 \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 \right] dx_0 = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \left[\frac{4(X - x_0 \sin \theta)^4}{-4 \sin \theta} - \frac{\eta_m (X - x_0 \sin \theta)^5}{-5X \sin \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X}{\sin \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \times \\
& \times \left[-5(X - x_0 \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^5 \right] \Bigg|_0^{\frac{X}{\sin \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \times \\
& \times \left[5(X)^4 - \frac{\eta_m}{X}(X)^5 \right] = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \left[5(X)^4 - \eta_m (X)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^4 \eta_m (5 - \eta_m)}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} = \\
& = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} (5 - \eta_m). \tag{A.13}
\end{aligned}$$

Остаточно вираз для знаходження статичного моменту S_{c,x_0} трикутної форми має вигляд:

$$S_{c,Nx} = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} (5 - \eta_m) = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \varphi_{x1}, \tag{A.14}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

$\varphi_{x1} = \eta_m (5 - \eta_m)/30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трикутної форми при косому згинанні (табл. А.1).

Статичний момент $S_{c,y0}$ об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
 S_{c,Ny} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{\frac{X}{\sin\theta}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} [2(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \\
 &- \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2] dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \int_0^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \left[-(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 + \right. \\
 &+ \left. \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{(X-x_0 \sin\theta)}{\cos\theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \times \\
 &\times \int_0^{\frac{X}{\sin\theta}} \left[(X - x_0 \sin\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin\theta)^3 \right] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \times \\
 &\times \left[\frac{(X - x_0 \sin\theta)^4}{4 \sin^2 \theta} - \frac{X (X - x_0 \sin\theta)^3}{3 \sin^2 \theta} - \frac{\eta_m (X - x_0 \sin\theta)^5}{15 X \sin^2 \theta} + \frac{\eta_m X (X - x_0 \sin\theta)^4}{12 X \sin^2 \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X}{\sin\theta}} = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{60 X \cos\theta \sin^2 \theta} \cdot \left[15 (X - x_0 \sin\theta)^4 - 20 X (X - x_0 \sin\theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta)^5 + \right. \\
 &+ \left. 5\eta_m (X - x_0 \sin\theta)^4 \right] \Bigg|_0^{\frac{X}{\sin\theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60 X \cos\theta \sin^2 \theta} \cdot \left[-15 (X)^4 + 20 (X)^4 + 4\eta_m (X)^4 - \right. \\
 &- \left. 5\eta_m (X)^4 \right] = \frac{f_{cd}\eta_m}{60 X \cos\theta \sin^2 \theta} \cdot \left[5 (X)^4 - 5 (X)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^4 \eta_m}{60 X \cos\theta \sin^2 \theta} (5 - \eta_m) = \\
 &= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin\theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} (5 - \eta_m) = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin\theta} \cdot \varphi_{y1}. \tag{A.15}
 \end{aligned}$$

Остаточно вираз для знаходження статичного моменту $S_{c,y0}$ трикутної форми має вигляд:

$$S_{c,Ny} = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m (5 - \eta_m)}{30} = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \varphi_{y1}, \quad (\text{A.16})$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

$\varphi_{y1} = \varphi_{x1} = \eta_m (5 - \eta_m) / 30$ – відносне значення відповідно ординати та абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трикутної форми при косому згинанні (табл. А.1).

А.3 Трапецієподібна форма стиснутої зони (випадок 1.3, 2.3)

Розглянемо випадок, коли форма стиснутої зони – трапеція (рис.А.2).

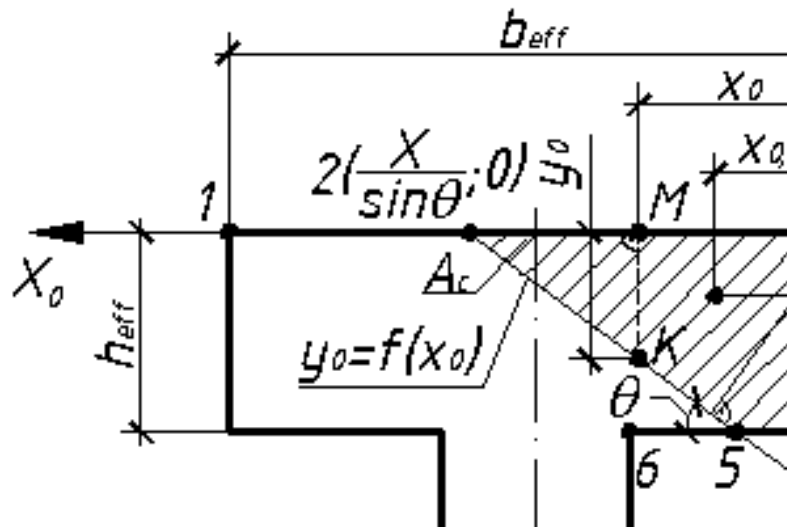


Рисунок А.2 – До розрахунку залізобетонного елемента таврового профілю у випадку трапецієподібної форми стиснутої зони (випадок 1.1, 2.1, 3.1)

Рівняння нейтральної лінії запишемо, використовуючи (А.8). Необхідний запис матиме вигляд:

$$x_0 = (X - y_0 \cos \theta) / \sin \theta. \quad (\text{A.17})$$

Запишемо вираз для визначення рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони:

$$\begin{aligned}
N_c &= \int_0^{h_{eff}} dy_0 \int_0^{\frac{X-y_0 \cos \theta}{\sin \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} dy_0 \int_0^{\frac{X-y_0 \cos \theta}{\sin \theta}} \left[2 \cdot (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} dy_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{-2 \sin \theta} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \sin \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{(X-y_0 \cos \theta)}{\sin \theta}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} dy_0 \left[-\frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{\sin \theta} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{\sin \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{(X-y_0 \cos \theta)}{\sin \theta}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} \left[\frac{(X - y_0 \cos \theta)^2}{\sin \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - y_0 \cos \theta)^3}{\sin \theta} \right] dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} \left[(X - y_0 \cos \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - y_0 \cos \theta)^3 \right] dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \cdot \left[\frac{(X - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \cos \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - y_0 \cos \theta)^4}{-4 \cos \theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \cdot \left[-\frac{(X - y_0 \cos \theta)^3}{3 \cos \theta} + \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{(X - y_0 \cos \theta)^4}{\cos \theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \cdot \left(-\frac{(X - h_{eff} \cos \theta)^3}{3 \cos \theta} + \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{(X - h_{eff} \cos \theta)^4}{\cos \theta} + \frac{X^3}{3 \cos \theta} - \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{X^4}{\cos \theta} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \cdot \left(-\frac{(X - h_{eff} \cos \theta)^3}{3 \cos \theta} + \frac{\eta_m(X - h_{eff} \cos \theta)^4}{12X \cos \theta} + \frac{X^3}{3 \cos \theta} - \frac{\eta_m X^3}{12 \cos \theta} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \sin \theta \cos \theta} \cdot \left(-4(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m(X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + 4X^3 - \eta_m X^3 \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{6X \sin 2\theta} \cdot \left(X^3(4 - \eta_m) - 4(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m(X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} \right).
\end{aligned}$$

Таким чином вираз рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми матиме вигляд:

$$N_c = \frac{f_{cd}\eta_m}{6X \sin 2\theta} \cdot \left(X^3(4 - \eta_m) - 4(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m(X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} \right). \quad (\text{A.18})$$

Винесемо X^3 за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned}
N_c &= \frac{f_{cd}X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot \frac{(X - h_{eff} \cos \theta)^3}{X^3} + \eta_m \cdot \frac{(X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X^4} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + \eta_m \cdot \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 \right). \quad (\text{A.19})
\end{aligned}$$

Для спрощення запису (A.19) введемо додаткові позначення. Нехай $h_{eff} \cos \theta / X = \gamma_2$, тоді, виконавши заміну в A.19, матимемо

$$N_c = \frac{f_{cd}X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^4 \right). \quad (\text{A.20})$$

Винесемо $4 - \eta_m$ за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned}
N_c &= \frac{f_{cd}X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \cdot (4 - \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)) \right) = \\
N_c &= \frac{f_{cd}X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_2) \right) =
\end{aligned}$$

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot (4 - \eta_m) \cdot \left(1 - (1 - \gamma_2)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_2}{4 - \eta_m} \right) \right). \quad (\text{A.21})$$

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_1 \cdot \omega_3', \quad (\text{A.22})$$

де $\omega_1 = \eta_m \cdot (4 - \eta_m) / 6$,

$\omega_3' = 1 - (1 - \gamma_2)^3 \cdot (1 + \eta_m \cdot \gamma_2 / (4 - \eta_m))$.

Статичний момент S_{c, X_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (рис. А.2) відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} S_{c, N_x} &= \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \int_0^{\frac{X - y_0 \cos \theta}{\sin \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ &\left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\ &\left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X - y_0 \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} \left[(X - y_0 \cos \theta)^2 - \right. \\ &\left. - \frac{\eta_m}{3X} (X - y_0 \cos \theta)^3 \right] y_0 dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \sin \theta} \cdot \left[\frac{(X - y_0 \cos \theta)^4}{4 \cos^2 \theta} - \frac{X(X - y_0 \cos \theta)^3}{3 \cos^2 \theta} - \right. \\ &\left. - \frac{\eta_m (X - y_0 \cos \theta)^5}{15X \cos^2 \theta} + \frac{\eta_m X (X - y_0 \cos \theta)^4}{12X \cos^2 \theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \times \\ &\times \left[15(X - y_0 \cos \theta)^4 - 20X(X - y_0 \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^5 + \right. \\ &\left. + 5\eta_m (X - y_0 \cos \theta)^4 \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{30X \sin 2\theta \cos \theta} \cdot \left[15(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \right. \\ &\left. - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 + 5\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4 - 15(X)^4 + \right. \\ &\left. + 20(X)^4 + 4\eta_m (X)^4 - 5\eta_m (X)^4 \right] = \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - \right. \\ &\left. - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 20 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + 5(3 + \eta_m) \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 - \right. \\
&- 4\eta_m \left. \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 20(1 - \gamma_2)^3 + 5(3 + \eta_m) \times \right. \\
&\times (1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m (1 - \gamma_2)^5 \left. \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \varphi_{x3}, \tag{A.23}
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$\varphi_{x3} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 20(1 - \gamma_2)^3 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5] / 30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.3, 2.3) при косому згинанні (табл. А.1);

$$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X.$$

Винесемо $5 - \eta_m$ за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned}
\varphi_{x3} &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(20 - 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2) + 4\eta_m(1 - \gamma_2)^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(20 - 15 + 15\gamma_2 - 5\eta_m + 5\eta_m\gamma_2 + 4\eta_m - 8\eta_m\gamma_2 + 4\eta_m\gamma_2^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(5 - \eta_m - 3\eta_m\gamma_2 + 15\gamma_2 + 4\eta_m\gamma_2^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(5 - \eta_m + 3(5 - \eta_m)\gamma_2 + 4\eta_m\gamma_2^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(5 - \eta_m \right) \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m\gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot (5 - \eta_m) \cdot \left[1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m\gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right) \right] = \\
&= \varphi_{x1} \cdot \left[1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_2 + \frac{4\eta_m\gamma_2^2}{5 - \eta_m} \right) \right].
\end{aligned}$$

Статичний момент S_{c,y_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c,Ny} &= \int_0^{h_{eff}} dy_0 \int_0^{\frac{X-y_0 \cos \theta}{\sin \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&- \left. \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \sin^2 \theta} \times \int_0^{h_{eff}} dy_0 \left[8(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 - \right. \\
&- 12(X - y_0 \cos \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 - \frac{3\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \\
&+ \left. \frac{4\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-y_0 \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \sin^2 \theta} \times \\
&\times \int_0^{h_{eff}} \left[-8(X - y_0 \cos \theta)^3 + 12(X - y_0 \cos \theta)^3 + \frac{3\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^4 + \right. \\
&- \left. \frac{4\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^4 \right] dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \sin^2 \theta} \int_0^{h_{eff}} \left[4(X - y_0 \cos \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^4 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \sin^2 \theta \cos \theta} \cdot \left[-5(X - y_0 \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^5 \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \sin^2 \theta \cos \theta} \cdot \left[-5(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 + 5(X)^4 - \frac{\eta_m}{X} (X)^5 \right] = \\
&= \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 5(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 5 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + \eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m (1 - \gamma_2)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \varphi_{y3}, \quad (A.24)
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

$\varphi_{y3} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_2)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5] / 30$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.3, 2.3) при косому згинанні (табл. А1).

Винесемо $5 - \eta_m$ за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned} \varphi_{y3} &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^4 (5 - \eta_m (1 - \gamma_2)) \right] = \\ &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^4 (5 - \eta_m + \eta_m \gamma_2) \right] = \\ &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (5 - \eta_m) (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right) \right] = \\ &= \frac{\eta_m}{30} \cdot (5 - \eta_m) \cdot \left[1 - (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right) \right] = \varphi_{x1} \cdot \left[1 - (1 - \gamma_2)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_2}{5 - \eta_m} \right) \right]. \end{aligned}$$

А.4 Трапецієподібна форма стиснутої зони (випадок 1.1, 2.1, 3.1)

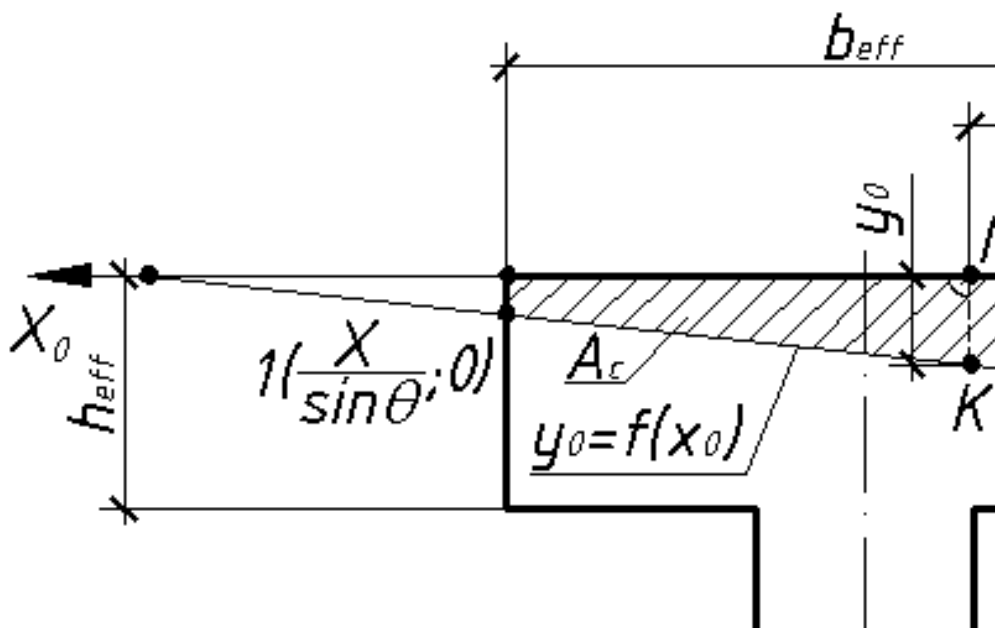


Рисунок А.3 – До розрахунку залізобетонного елемента таврового профілю у випадку трапецієподібної форми стиснутої зони (випадок 1.2, 2.1, 3.1)

Запишемо вираз для визначення рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони:

$$\begin{aligned}
 N_c &= \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2 \cdot (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \\
 &\quad - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \Big] dy_0 = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{-2 \cos \theta} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \cos \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{(X-x_0 \sin \theta)}{\cos \theta}} = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[- \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{\cos \theta} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{\cos \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{(X-x_0 \sin \theta)}{\cos \theta}} = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff}} \left[\frac{(X - x_0 \sin \theta)^2}{\cos \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{\cos \theta} \right] dx_0 = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{b_{eff}} \left[(X - x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] dx_0 = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left[\frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{-4 \sin \theta} \right] \Bigg|_0^{b_{eff}} = \\
 &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left[- \frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{3 \sin \theta} + \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{\sin \theta} \right] \Bigg|_0^{b_{eff}} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left(-\frac{(X - b_{eff} \sin \theta)^3}{3 \sin \theta} + \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{(X - b_{eff} \sin \theta)^4}{\sin \theta} + \frac{X^3}{3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{12X} \cdot \frac{X^4}{\sin \theta} \right) = \\
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(-4(X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m(X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} + 4X^3 - \eta_m X^3 \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{6X \sin 2\theta} \cdot \left(X^3(4 - \eta_m) - 4(X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m(X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot \left((4 - \eta_m) - \frac{4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3}{X^3} + \frac{\eta_m(X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X^4} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X}\right)^3 + \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X}\right)^4 \right). \tag{A.25}
\end{aligned}$$

Для спрощення запису (A.25) введемо додаткові позначення. Нехай $b_{eff} \sin \theta / X = \gamma_1$, тоді, виконавши заміну в A.25, матимемо

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^4 \right). \tag{A.26}$$

Винесемо $4 - \eta_m$ за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned}
N_c &= \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_1)^3 \cdot (4 - \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)) \right) = \\
N_c &= \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_1)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_1) \right) = \\
N_c &= \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot (4 - \eta_m) \cdot \left(1 - (1 - \gamma_1)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_1}{4 - \eta_m} \right) \right). \tag{A.27}
\end{aligned}$$

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2', \tag{A.28}$$

де $\omega_2' = 1 - (1 - \gamma_1)^3 \cdot (1 + \eta_m \cdot \gamma_1 / (4 - \eta_m))$.

Статичний момент S_{c, X_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (рисунок А.3) відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} &= \int_0^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&\left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[8(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 + \right. \\
&\left. - 12(X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 - \frac{3\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \right. \\
&\left. + \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \times \\
&\times \int_0^{b_{eff}} dx_0 \left[-8(X - x_0 \sin \theta)^3 + 12(X - x_0 \sin \theta)^3 + \frac{3\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^4 - \right. \\
&\left. - \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^4 \right] dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_0^{b_{eff}} \left[4(X - x_0 \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^4 \right] dx_0 = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \left[-5(X - x_0 \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^5 \right] \Bigg|_0^{b_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \left[-5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff} \sin \theta)^5 + 5(X)^4 - \eta_m (X)^4 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - 5 \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^4 + \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^5 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m (1 - \gamma_1)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \varphi_{x2}, \quad (A.29)
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$\varphi_{x2} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_1)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5] / 30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.1, 2.1, 3.1) при косому згинанні (табл. А.1) ;

$$\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X.$$

Винесемо $5 - \eta_m$ за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned} \varphi_{x2} &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - (1 - \gamma_1)^4 (5 - \eta_m (1 - \gamma_1)) \right] = \\ &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - (1 - \gamma_1)^4 (5 - \eta_m + \eta_m \gamma_1) \right] = \\ &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - (1 - \gamma_1)^4 (5 - \eta_m) \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{5 - \eta_m} \right) \right] = \\ &= \frac{\eta_m}{30} \cdot (5 - \eta_m) \cdot \left[1 - (1 - \gamma_1)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{5 - \eta_m} \right) \right] = \\ &= \varphi_{x1} \cdot \left[1 - (1 - \gamma_1)^4 \left(1 + \frac{\eta_m \gamma_1}{5 - \eta_m} \right) \right]. \end{aligned}$$

Статичний момент S_{c, Y_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} S_{c, Ny} &= \int_0^{b_{eff}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ &- \left. \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{b_{eff}} x_0 dx_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\ &+ \left. \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{b_{eff}} \left[(X - x_0 \sin \theta)^2 - \right. \\ &- \left. \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \cdot \left[\frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{4 \sin^2 \theta} - \frac{X (X - x_0 \sin \theta)^3}{3 \sin^2 \theta} - \right. \\ &- \left. \frac{\eta_m (X - x_0 \sin \theta)^5}{15 X \sin^2 \theta} + \frac{\eta_m X (X - x_0 \sin \theta)^4}{12 X \sin^2 \theta} \right] \Bigg|_0^{b_{eff}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60 X \sin^2 \theta \cos \theta} \times \\ &\times \left[15 (X - x_0 \sin \theta)^4 - 20 X (X - x_0 \sin \theta)^3 - \frac{4 \eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^5 + \right. \\ &+ \left. 5 \eta_m (X - x_0 \sin \theta)^4 \right] \Bigg|_0^{b_{eff}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60 X \sin^2 \theta \cos \theta} \cdot \left[15 (X - b_{eff} \sin \theta)^4 - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -20X(X - b_{eff} \sin \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X - b_{eff} \sin \theta)^5 + 5\eta_m(X - b_{eff} \sin \theta)^4 - \\
& -15(X)^4 + 20(X)^4 + 4\eta_m(X)^4 - 5\eta_m(X)^4 = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin^2 \theta \cos \theta} \times \left[(5 - \eta_m)X^4 - \right. \\
& \left. -20X(X - b_{eff} \sin \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - b_{eff} \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X}(X - b_{eff} \sin \theta)^5 \right] = \\
& = \frac{f_{cd}X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - 20\left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X}\right)^3 + 5(3 + \eta_m)\left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X}\right)^4 - \right. \\
& \left. -4\eta_m\left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X}\right)^5 \right] = \frac{f_{cd}X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[5 - \eta_m - 20(1 - \gamma_1)^3 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_1)^4 - \right. \\
& \left. -4\eta_m(1 - \gamma_1)^5 \right] = \frac{f_{cd}X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \varphi_{y2}, \tag{A.30}
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі.

$\varphi_{y2} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 20 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + 5(3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_1)^4 - 4\eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5] / 30$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони трапецієподібної форми (випадок 1.1, 2.1, 3.1) при косому згинанні (табл. А.1).

Винесемо $5 - \eta_m$ за дужки та отримаємо

$$\begin{aligned}
\varphi_{y2} &= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(20 - 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_1) + 4\eta_m(1 - \gamma_1)^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(20 - 15 + 15\gamma_1 - 5\eta_m + 5\eta_m\gamma_1 + 4\eta_m - 8\eta_m\gamma_1 + 4\eta_m\gamma_1^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \left(5 - \eta_m + 3(5 - \eta_m)\gamma_1 + 4\eta_m\gamma_1^2 \right) \right] = \\
&= \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 (5 - \eta_m) \left(1 + 3\gamma_1 + \frac{4\eta_m\gamma_1^2}{5 - \eta_m} \right) \right] =
\end{aligned}$$

$$= \frac{\eta_m}{30} \cdot (5 - \eta_m) \left[1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_1 + \frac{4\eta_m \gamma_1^2}{5 - \eta_m} \right) \right] = \varphi_{x1} \cdot \left[1 - (1 - \gamma_2)^3 \left(1 + 3\gamma_1 + \frac{4\eta_m \gamma_1^2}{5 - \eta_m} \right) \right].$$

А.5 П'ятикутна форма стиснутої зони (випадок 1.4, 2.4, 3.4)

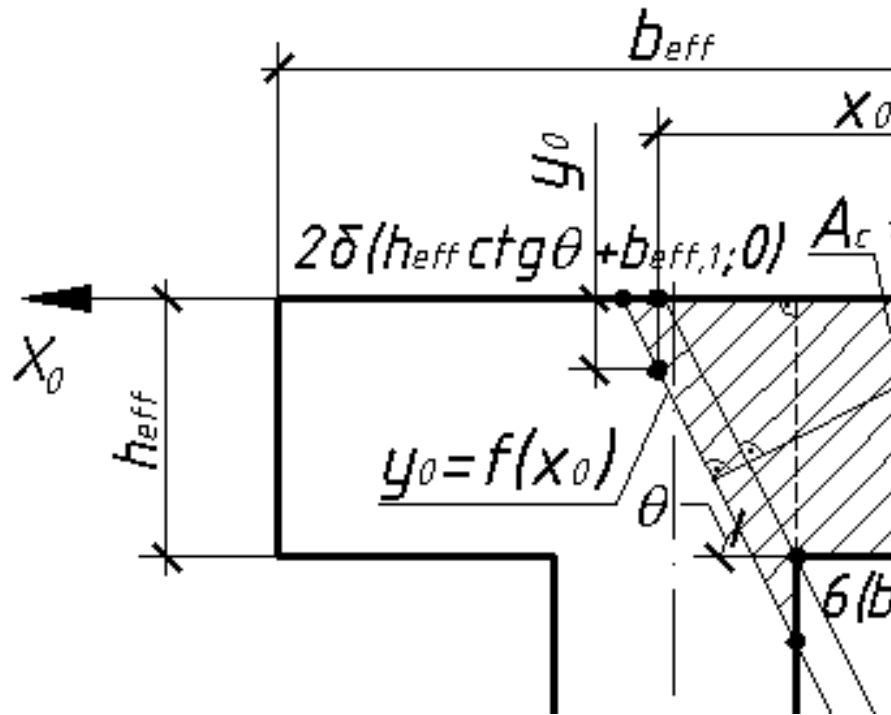


Рисунок А.4 – До розрахунку залізобетонного елемента таврового профілю у випадку п'ятикутної форми стиснутої зони (випадок 1.4, 2.4, 3.4)

Запишемо вираз для визначення рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони:

$$N_c = \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 +$$

$$+ \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right.$$

$$\left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0. \quad (A.31)$$

Інтеграл А.31 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned}
N_{c1} &= \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{-2 \cos \theta} - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \cos \theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^2 + \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \right. \\
&\quad \left. + (X - x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \left[-\frac{(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3}{-3 \sin \theta} + \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4}{-4 \sin \theta} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-4 \sin \theta} \right] \Bigg|_0^{b_{eff,1}} = \\
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} - \right. \\
&\quad - 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4}{X} - \\
&\quad \left. - 4 \cdot (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) \right). \tag{A.32}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned}
N_{c2} &= \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2}{-2\cos\theta} - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3}{-3\cos\theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \left[(X - x_0 \sin\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin\theta)^3 \right] = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \left[\frac{(X - x_0 \sin\theta)^3}{-3\sin\theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta)^4}{-4\cos\theta} \right] \Bigg|_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} = \\
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta} \cdot \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta)^3 - \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta)^4}{X} \right). \quad (A.33)
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.32 та А.33

$$\begin{aligned}
N_c = N_{c1} + N_{c2} &= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta} \times \\
&\times \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3 - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4}{X} - \right. \\
&- 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta)^3 + \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta)^4}{X} - \\
&- 4 \cdot (X - h_{eff} \cos\theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos\theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) + \\
&\left. + 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta)^3 - \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta)^4}{X} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{6X \sin 2\theta} \cdot \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3 - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4}{X} - \right. \\
&\left. - 4 \cdot (X - h_{eff} \cos\theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos\theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) \right) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + \eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + \right. \\
&+ 4 \cdot \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 - \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 \left. \right). \quad (A.34)
\end{aligned}$$

Для спрощення запису (A.34) введемо додаткові позначення. Нехай $h_{eff} \cos \theta / X = \gamma_2$, $b_{eff,1} \sin \theta / X = \gamma_3$, тоді, виконавши заміну в A.34, матимемо

$$\begin{aligned}
N_c &= \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^4 + \right. \\
&\quad \left. + 4 \cdot (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 - \eta_m \cdot (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 \right) = \\
&= \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_2)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_2) + \right. \\
&\quad \left. + (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 (4 - \eta_m + \eta_m \cdot (\gamma_3 + \gamma_2)) \right) = \\
&= \frac{f_{cd} X^2}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot (4 - \eta_m) \cdot \left(1 - (1 - \gamma_2)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_2}{4 - \eta_m} \right) + \right. \\
&\quad \left. + (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 \left(1 + \frac{\eta_m \cdot (\gamma_3 + \gamma_2)}{4 - \eta_m} \right) \right). \quad (A.35)
\end{aligned}$$

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \omega_1 \cdot (\omega_3' + \omega_4'), \quad (A.36)$$

де $\omega_4' = (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 \cdot (1 + \eta_m \cdot (\gamma_3 + \gamma_2) / (4 - \eta_m))$.

Статичний момент S_{c, X_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (рисунок А.4) відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c, X_0} &= \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] y_0 dy_0. \tag{A.37}
\end{aligned}$$

Інтеграл А.37 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx1} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \int_0^{b_{eff,1}} \left[2(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin\theta} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \left[-(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3 \right] \Bigg|_0^{b_{eff,1}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin\theta} \int_0^{h_{eff}} \left[-(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3 + (X - y_0 \cos\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} (X - y_0 \cos\theta)^3 \right] y_0 dy_0 = \\
& = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin\theta} \left[-\frac{(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^4}{4 \cos^2 \theta} + \frac{(X - b_{eff,1} \sin\theta)(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3}{3 \cos^2 \theta} + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^5}{15 X \cos^2 \theta} - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta)(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^4}{12 X \cos^2 \theta} + \right. \\
& \left. + \frac{(X - y_0 \cos\theta)^4}{4 \cos^2 \theta} - \frac{X(X - y_0 \cos\theta)^3}{3 \cos^2 \theta} - \frac{\eta_m (X - y_0 \cos\theta)^5}{15 X \cos^2 \theta} + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m X (X - y_0 \cos\theta)^4}{12 X \cos^2 \theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60 X \sin\theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^4 + \right. \\
& \left. + 20(X - b_{eff,1} \sin\theta)(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^5 - \right. \\
& \left. - \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta)(X - b_{eff,1} \sin\theta - y_0 \cos\theta)^4 + 15(X - y_0 \cos\theta)^4 - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -20X(X - y_0 \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X - y_0 \cos \theta)^5 + 5\eta_m(X - y_0 \cos \theta)^4 \Bigg]_0^{h_{eff}} = \\
& = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta) \times \right. \\
& \times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \\
& - \frac{5\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 15(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \\
& - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X - h_{eff} \cos \theta)^5 + 5\eta_m(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \\
& + 15(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - 20(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 + \\
& \left. + \frac{5\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 - 15(X)^4 + 20(X)^4 + 4\eta_m(X)^4 - 5\eta_m(X)^4 \right] = \\
& = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta) \times \right. \\
& \times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \\
& - \frac{5\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \\
& - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 5(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 + \\
& \left. + \frac{\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 + (5 - \eta_m)X^4 \right] = \tag{A.38}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx2} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0 =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} dx_0 \left[\frac{2(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3}{3\cos^2\theta} - \frac{2(X - x_0 \sin\theta)(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2}{2\cos^2\theta} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^4}{4\cos^2\theta} + \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta)}{3\cos^2\theta} \times \right. \\
&\quad \left. \times (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \cos^2\theta} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} \left[-8(X - x_0 \sin\theta)^3 + \right. \\
&\quad \left. + 12(X - x_0 \sin\theta)^3 + \frac{3\eta_m}{X} \cdot (X - x_0 \sin\theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} \cdot (X - x_0 \sin\theta)^4 \right] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \cos^2\theta} \times \\
&\quad \times \left[\frac{4(X - x_0 \sin\theta)^4}{-4\sin\theta} - \frac{\eta_m (X - x_0 \sin\theta)^5}{5X \sin\theta} \right] \Bigg|_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \cos^2\theta \sin\theta} \cdot \left[-5(X - x_0 \sin\theta)^4 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta)^5 \right] \Bigg|_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \cos^2\theta \sin\theta} \cdot \left[5(X - b_{eff,1} \sin\theta)^4 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta)^5 \right]. \tag{A.39}
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.38 та А.39

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} &= S_{c,Nx1} + S_{c,Nx2} = \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60X \sin\theta \cos^2\theta} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4 + \right. \\
&\quad + 20(X - b_{eff,1} \sin\theta)(X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^5 - \\
&\quad - \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta)(X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos\theta)^4 - \\
&\quad - 20X(X - h_{eff} \cos\theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos\theta)^5 - 5(X - b_{eff,1} \sin\theta)^4 + \\
&\quad \left. + \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta)^5 + (5 - \eta_m)X^4 + 5(X - b_{eff,1} \sin\theta)^4 - \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin\theta)^5 \right] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 20X (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + 5(3 + \eta_m) (X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \right. \\
&- \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{4\eta_m}{X} \times \\
&\times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta) (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 - \\
&- \left. \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta) (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \\
&\times \left[(5 - \eta_m) - 20 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + 5(3 + \eta_m) \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 - 4\eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - \right. \\
&- 15 \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + 4\eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 + \\
&+ 20 \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} \right) \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 - 5\eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} \right) \times \\
&\times \left. \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \left[(5 - \eta_m) - 20(1 - \gamma_2)^3 + \right. \\
&+ 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 - 15(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 + 4\eta_m(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^5 + \\
&+ 20(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 - 5\eta_m(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 \left. \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \varphi_{x4}, \quad (A.40)
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$\varphi_{x4} = \eta_m [(5 - \eta_m) + 5(3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_2)^4 - 20(1 - \gamma_2)^3 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 + 4\eta_m \times$
 $\times (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 - 15(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 20(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$ –
відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1);

$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X$;

$$\gamma_3 = b_{eff,1} \cdot \sin\theta / X.$$

Статичний момент S_{c,y_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} S_{c,Ny} &= \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] dy_0 + \\ &\quad + \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin\theta}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] dy_0. \end{aligned} \quad (A.41)$$

Інтеграл А.41 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned} S_{c,Ny1} &= \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} \left[2(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \left[-(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3 \right] \Big|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \int_0^{b_{eff,1}} \left[-(X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3 + (X - x_0 \sin\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin\theta)^3 \right] x_0 dx_0 = \\ &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \cdot \left[\frac{-(X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4}{4 \sin^2 \theta} + \frac{(X - h_{eff} \cos\theta)(X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3}{3 \sin^2 \theta} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\eta_m (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5}{15X \sin^2 \theta} - \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4}{12X \sin^2 \theta} + \\
& + \left. \frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{4 \sin^2 \theta} - \frac{X(X - x_0 \sin \theta)^3}{3 \sin^2 \theta} - \frac{\eta_m (X - x_0 \sin \theta)^5}{15X \sin^2 \theta} + \frac{\eta_m X (X - x_0 \sin \theta)^4}{12X \sin^2 \theta} \right]_0^{b_{eff,1}} = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \cdot \left[-15(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - h_{eff} \cos \theta) \times \right. \\
& \times (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta) \times \\
& \times (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 15(X - x_0 \sin \theta)^4 - 20X(X - x_0 \sin \theta)^3 - \\
& \left. - \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^5 + 5\eta_m (X - x_0 \sin \theta)^4 \right]_0^{b_{eff,1}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \times \\
& \times \left[-15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - h_{eff} \cos \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \right. \\
& + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + \\
& + 15(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - 20X(X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 + \\
& + 5\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 + 15(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - 20(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \\
& - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 + \frac{5\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 15(X)^4 + 20(X)^4 + 4\eta_m (X)^4 - \\
& \left. - 5\eta_m (X)^4 \right] = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \left[(5 - \eta_m) X^4 - 5(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - \right. \\
& - 20X(X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 - \\
& - 15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - h_{eff} \cos \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \\
& \left. + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 \Big]. \quad (\text{A.42})$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned} S_{c,Ny2} &= \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ &\left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} x_0 dx_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\ &\left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} \left[(X - x_0 \sin \theta)^2 - \right. \\ &\left. - \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \cdot \left[15(X - x_0 \sin \theta)^4 - \right. \\ &\left. - 20X(X - x_0 \sin \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta)^5 + 5\eta_m (X - x_0 \sin \theta)^4 \right] \Bigg|_{b_{eff,1}}^{\frac{X}{\sin \theta}} = \\ &= \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 + 20X(X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 + \right. \\ &\left. + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 - 5\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 \right] = \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \\ &\times \left[20X(X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 - 5(3 + \eta_m)(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 \right]. \quad (\text{A.43}) \end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.42 та А.5.43

$$\begin{aligned} S_{c,Ny} &= S_{c,Ny1} + S_{c,Ny2} = \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 5(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \right. \\ &\left. + \frac{\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 20X(X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - \right. \\ &\left. - \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 - 15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - h_{eff} \cos \theta) \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \\
& - \frac{5\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta) (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 - 5(3 + \eta_m) (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 + \\
& + 20X (X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 \Big] = \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \\
& \left[(5 - \eta_m) X^4 - 5(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - \right. \\
& - 15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - h_{eff} \cos \theta) (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \\
& + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta) \times \\
& \times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 \Big] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 5 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + \right. \\
& + \eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - 15 \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + 20 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right) \times \\
& \times \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + 4\eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - \\
& \left. - 5\eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right) \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \left[(5 - \eta_m) - \right. \\
& - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m (1 - \gamma_2)^5 - 15(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 + 20(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 + \\
& \left. + 4\eta_m (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^5 - 5\eta_m (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \varphi_{y4}, \tag{A.44}
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$$\varphi_{y4} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_2)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5 + 4 \cdot \eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 - 15 \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 +$$

$+20 \cdot (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m \cdot (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 1.4, 2.4, 3.4) при косому згинанні (табл. А.1).;

$$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X;$$

$$\gamma_3 = b_{eff,1} \sin \theta / X.$$

А.6 П'ятикутна форма стиснутої зони (випадок 2.2, 3.2)

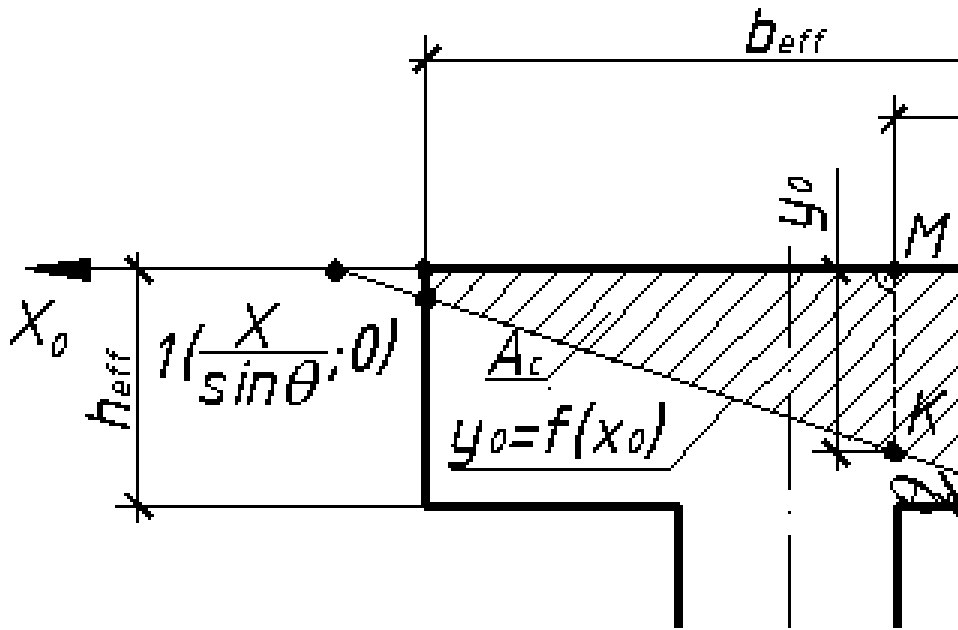


Рисунок А.5 – До розрахунку залізобетонного елемента таврового профілю у випадку п'ятикутної форми стиснутої зони (випадок 2.2, 3.2)

Запишемо вираз для визначення рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони:

$$N_c = \int_0^{\frac{X - h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 +$$

$$+ \int_{\frac{X - h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{\frac{b_{eff}}{\cos \theta}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 +$$

$$-\frac{\eta_m^2}{X^2}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \Big] dy_0. \quad (\text{A.45})$$

Інтеграл А.45 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned} N_{c1} &= \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2}(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \\ &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{-2 \cos \theta} - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \cos \theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \\ &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} dx_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^2 + \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \right. \\ &\quad \left. + (X - x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] = \\ &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \left[-\frac{(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3}{-3 \sin \theta} + \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4}{-4 \sin \theta} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-4 \sin \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} = \\ &= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(-4 \cdot (h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (h_{eff} \cos \theta)^4}{X} - \right. \\ &\quad \left. -4 \cdot (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) \right). \quad (\text{A.46}) \end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла А.46

$$\begin{aligned}
N_{c2} &= \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2}{-2 \cos \theta} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3}{-3 \cos \theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} dx_0 \left[(X - x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \left[\frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-3 \sin \theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin \theta)^4}{-4 \cos \theta} \right] \Bigg|_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(-4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} + \right. \\
&\quad \left. + 4 \cdot (h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta)^4 \right). \tag{A.47}
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.46 та А.47

$$\begin{aligned}
N_c = N_{c1} + N_{c2} &= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(-4 \cdot (h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (h_{eff} \cos \theta)^4}{X} - \right. \\
&\quad \left. - 4 \cdot (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) + \right. \\
&\quad \left. - 4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} + 4 \cdot (h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta)^4 \right) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(-4 \cdot (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) + \right. \\
&\quad \left. -4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} \right) = \\
&= \frac{f_{cd} \eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + \eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 - \right. \\
&\quad \left. -4 \cdot \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^3 + \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^4 \right). \tag{A.48}
\end{aligned}$$

Для спрощення запису (A.48) введемо додаткові позначення. Нехай $h_{eff} \cos \theta / X = \gamma_2$, $b_{eff} \sin \theta / X = \gamma_1$, тоді, виконавши заміну в A.48, матимемо

$$\begin{aligned}
N_c &= \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^4 - \right. \\
&\quad \left. -4 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^4 \right) = \\
&= \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_1)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_1) - \right. \\
&\quad \left. - (1 - \gamma_2)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_2) \right) = \\
&= \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot (4 - \eta_m) \cdot \left(1 - (1 - \gamma_1)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_1}{4 - \eta_m} \right) - \right. \\
&\quad \left. - (1 - \gamma_2)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_2}{4 - \eta_m} \right) \right). \tag{A.49}
\end{aligned}$$

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \omega_1 \cdot (\omega_2' + \omega_3' - 1), \tag{A.50}$$

Статичний момент S_{c, X_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (рисунок A.5) відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} = & \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 + \\
& + \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0. \tag{A.51}
\end{aligned}$$

Інтеграл А.51 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx1} = & \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} \left[-(h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{3X} (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^3 + (X - y_0 \cos \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} (X - y_0 \cos \theta)^3 \right] y_0 dy_0 = \\
& \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^4 + 20h_{eff} \cos \theta (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^3 + \right. \\
& \left. + \frac{4\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m h_{eff} \cos \theta}{X} (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \right. \\
& \left. + 15(X - y_0 \cos \theta)^4 - 20X(X - y_0 \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^5 + \right. \\
& \left. + 5\eta_m (X - y_0 \cos \theta)^4 \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +20h_{eff} \cos \theta (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^5 - \\
& - \frac{5\eta_m h_{eff} \cos \theta}{X} (h_{eff} \cos \theta - y_0 \cos \theta)^4 + 5(3 + \eta_m)(X - y_0 \cos \theta)^4 - \\
& - 20X(X - y_0 \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^5 \Bigg|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \times \\
& \times \left[5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 + \right. \\
& + 15(h_{eff} \cos \theta)^4 - 20(h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta)^5 + \frac{5\eta_m (h_{eff} \cos \theta)^5}{X} - \\
& \left. - 5(3 + \eta_m)X^4 + 20(X)^4 + 4\eta_m (X)^4 \right] = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[(5 - \eta_m)X^4 - \right. \\
& - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - \\
& \left. - 5(h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta)^5 \right] \tag{A.52}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx2} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} dx_0 \times \\
& \times \left[8(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 - 12(X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 - \right. \\
& \left. - \frac{3\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta) \times \right. \\
& \left. \times (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} \left[-8(X - x_0 \sin \theta)^3 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +12(X - x_0 \sin \theta)^3 + \frac{3\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 \Big] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \cos^2 \theta} \times \\
& \times \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} \left[4(X - x_0 \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 \right] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \times \\
& \times \left[-5(X - x_0 \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^5 \right] \Bigg|_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \cos^2 \theta \sin \theta} \times \\
& \times \left[-5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - b_{eff} \sin \theta)^5 + 5(h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{\eta_m}{X}(h_{eff} \cos \theta)^5 \right]. \quad (A.53)
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів A.52 та A.53

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} &= S_{c,Nx1} + S_{c,Nx2} = \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \right. \\
& + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X}(X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 5(h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(h_{eff} \cos \theta)^5 - \\
& \left. - 5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - b_{eff} \sin \theta)^5 + 5(h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{\eta_m}{X}(h_{eff} \cos \theta)^5 \right] = \\
& = \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 20X(X - h_{eff} \cos \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \right. \\
& \left. - \frac{4\eta_m}{X}(X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - b_{eff} \sin \theta)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \\
& \times \left[(5 - \eta_m) - 20 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + 5(3 + \eta_m) \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 - 4\eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - \right. \\
& \left. - 5 \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^4 + \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 20(1 - \gamma_2)^3 + \right. \\
& \left. + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m(1 - \gamma_1)^5 \right] =
\end{aligned}$$

$$= \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \varphi_{x5}, \quad (\text{A.54})$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$\varphi_{x5} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5 - 20 \cdot (1 - \gamma_2)^3 - 4\eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5 + 5(3 + \eta_m)x \cdot (1 - \gamma_2)^4] / 30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 2.2, 3.2) при косому згинанні (табл. А.1);

$$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X;$$

$$\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X.$$

Статичний момент S_{c,y_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} S_{c,Ny} = & \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 + \\ & + \int_{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}}^{b_{eff}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0. \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

Інтеграл А.55 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$S_{c,Ny1} = \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\eta_m}{X}(X-x_0 \sin \theta-y_0 \cos \theta)^2 \Big] dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \times \\
& \times \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} \left[-(X-x_0 \sin \theta-y_0 \cos \theta)^2 + \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0 \sin \theta-y_0 \cos \theta)^3 \right] \Big]_0^{h_{eff}} x_0 dx_0 = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} \left[-(X-x_0 \sin \theta-h_{eff} \cos \theta)^2 + \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0 \sin \theta-h_{eff} \cos \theta)^3 + \right. \\
& \left. + (X-x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0 \sin \theta)^3 \right] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \times \\
& \times \left[-15(X-x_0 \sin \theta-h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X-h_{eff} \cos \theta)(X-x_0 \sin \theta-h_{eff} \cos \theta)^3 + \right. \\
& \left. + \frac{4\eta_m}{X}(X-x_0 \sin \theta-h_{eff} \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff} \cos \theta)(X-x_0 \sin \theta-h_{eff} \cos \theta)^4 + \right. \\
& \left. + 15(X-x_0 \sin \theta)^4 - 20X(X-x_0 \sin \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X-x_0 \sin \theta)^5 + \right. \\
& \left. + 5\eta_m(X-x_0 \sin \theta)^4 \right] \Big]_0^{\frac{X-h_{eff} \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \cdot \left[15(h_{eff} \cos \theta)^4 - \right. \\
& \left. - 20X(h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(h_{eff} \cos \theta)^5 + 5\eta_m(h_{eff} \cos \theta)^4 + 15(X-h_{eff} \cos \theta)^4 - \right. \\
& \left. - 20(X-h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X}(X-h_{eff} \cos \theta)^5 + \frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff} \cos \theta)^5 - 15(X)^4 + \right. \\
& \left. + 20(X)^4 + 4\eta_m(X)^4 - 5\eta_m(X)^4 \right] = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \cdot \left[15(h_{eff} \cos \theta)^4 - \right. \\
& \left. - 20X(h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(h_{eff} \cos \theta)^5 + 5\eta_m(h_{eff} \cos \theta)^4 - 5(X-h_{eff} \cos \theta)^4 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{X}(X-h_{eff} \cos \theta)^5 + (5-\eta_m)X^4 \right]. \tag{A.56}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned}
S_{c,Ny2} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{\frac{X-h_{eff}\cos\theta}{\sin\theta}}^{b_{eff}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0\sin\theta}{\cos\theta}} \left[2(X-x_0\sin\theta-y_0\cos\theta) - \right. \\
&- \left. \frac{\eta_m}{X}(X-x_0\sin\theta-y_0\cos\theta)^2 \right] dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X\cos\theta} \int_{\frac{X-h_{eff}\cos\theta}{\sin\theta}}^{b_{eff}} \left[-(X-x_0\sin\theta-y_0\cos\theta)^2 + \right. \\
&+ \left. \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0\sin\theta-y_0\cos\theta)^3 \right] \Bigg|_0^{\frac{X-x_0\sin\theta}{\cos\theta}} x_0 dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X\cos\theta} \times \\
&\frac{\int_{\frac{X-h_{eff}\cos\theta}{\sin\theta}}^{b_{eff}} \left[(X-x_0\sin\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0\sin\theta)^3 \right] x_0 dx_0}{\sin\theta} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X\cos\theta\sin^2\theta} \times \\
&\times \left[15(X-x_0\sin\theta)^4 - 20X(X-x_0\sin\theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X-x_0\sin\theta)^5 + \right. \\
&+ \left. 5\eta_m(X-x_0\sin\theta)^4 \right] \Bigg|_{\frac{X-h_{eff}\cos\theta}{\sin\theta}}^{b_{eff}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X\cos\theta\sin^2\theta} \cdot \left[15(X-b_{eff}\sin\theta)^4 - \right. \\
&- 20X(X-b_{eff}\sin\theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff}\sin\theta)^5 + 5\eta_m(X-b_{eff}\sin\theta)^4 - 15(h_{eff}\cos\theta)^4 + \\
&+ \left. 20X(h_{eff}\cos\theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X}(h_{eff}\cos\theta)^5 - 5\eta_m(h_{eff}\cos\theta)^4 \right]. \tag{A.57}
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.56 та А.57

$$\begin{aligned}
S_{c,Ny} &= S_{c,Ny1} + S_{c,Ny2} = \frac{f_{cd}}{X\sin 2\theta\sin\theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5-\eta_m)X^4 + 15(h_{eff}\cos\theta)^4 - \right. \\
&- 20X(h_{eff}\cos\theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(h_{eff}\cos\theta)^5 + 5\eta_m(h_{eff}\cos\theta)^4 - 5(X-h_{eff}\cos\theta)^4 + \\
&+ \frac{\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)^5 + 15(X-b_{eff}\sin\theta)^4 - 20X(X-b_{eff}\sin\theta)^3 - \\
&- \left. \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff}\sin\theta)^5 + 5\eta_m(X-b_{eff}\sin\theta)^4 - 15(h_{eff}\cos\theta)^4 + 20X(h_{eff}\cos\theta)^3 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4\eta_m}{X} (h_{eff} \cos \theta)^5 - 5\eta_m (h_{eff} \cos \theta)^4 \Big] = \frac{f_{cd}}{X \sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - \right. \\
& - 5(X - h_{eff} \cos \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 20X (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \\
& \left. + 5(3 + \eta_m) (X - b_{eff} \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff} \sin \theta)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \\
& \times \left[(5 - \eta_m) - 5 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + \eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - 20 \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^3 + \right. \\
& \left. + 5(3 + \eta_m) \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^4 - 4\eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \times \\
& \times \left[(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m (1 - \gamma_2)^5 - 20(1 - \gamma_1)^3 + 5(3 + \eta_m) (1 - \gamma_1)^4 - \right. \\
& \left. - 4\eta_m (1 - \gamma_1)^5 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \sin \theta} \cdot \varphi_{y5}, \tag{A.58}
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$\varphi_{y5} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m (1 - \gamma_2)^5 - 20(1 - \gamma_1)^3 - 4\eta_m (1 - \gamma_1)^5 + 5(3 + \eta_m) (1 - \gamma_1)^4] / 30$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (випадок 2.2, 3.2) при косому згинанні (табл. А.1);

$$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X;$$

$$\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X.$$

А.7 Шестикутна форма стиснутої зони

Розглянемо шестикутну форму стиснутої зони (рис. А.6) та запишемо для неї необхідні аналітичні залежності.

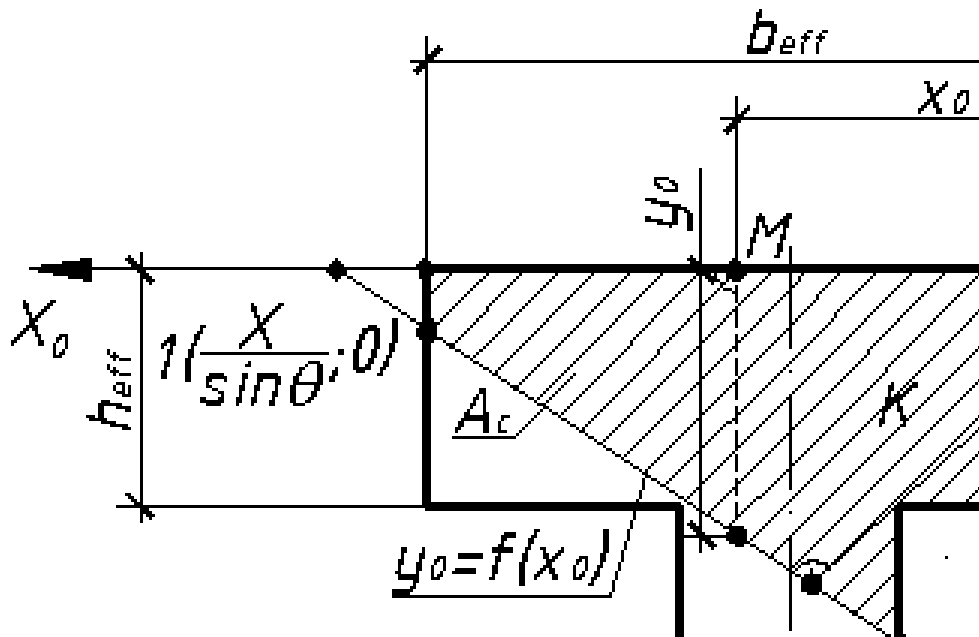


Рисунок А.6 – До розрахунку залізобетонного елемента таврового профілю у випадку шестикутної форми стиснутої зони

Запишемо вираз для визначення рівнодійної напружень N_c у бетоні стиснутої зони:

$$\begin{aligned}
 N_c = & \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
 & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 + \\
 & + \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
 & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0. \tag{A.59}
 \end{aligned}$$

Інтеграл А.59 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$N_{c1} = \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2}{-2\cos\theta} - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3}{-3\cos\theta} \right] \Bigg|_0^{h_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \int_0^{b_{eff,1}} dx_0 \left[-(X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^2 + \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3 + \right. \\
&\quad \left. + (X - x_0 \sin\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin\theta)^3 \right] = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \left[-\frac{(X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3}{-3\sin\theta} + \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4}{-4\sin\theta} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(X - x_0 \sin\theta)^3}{-3\sin\theta} - \frac{\eta_m}{3X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta)^3}{-4\sin\theta} \right] \Bigg|_0^{b_{eff,1}} = \\
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta} \cdot \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^3 - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta - h_{eff} \cos\theta)^4}{X} - \right. \\
&\quad \left. - 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin\theta)^3 + \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin\theta)^4}{X} - \right. \\
&\quad \left. - 4 \cdot (X - h_{eff} \cos\theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos\theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) \right). \tag{A.60}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned}
N_{c2} &= \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2 \right] dy_0 = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} dx_0 \left[2 \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2}{-2\cos\theta} - \frac{\eta_m}{X} \cdot \frac{(X - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^3}{-3\cos\theta} \right] \Bigg|_0^{\frac{X - x_0 \sin\theta}{\cos\theta}} = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos\theta} \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} dx_0 \left[(X - x_0 \sin\theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} \cdot (X - x_0 \sin\theta)^3 \right] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{X \cos \theta} \left[\frac{(X - x_0 \sin \theta)^3}{-3 \sin \theta} - \frac{\eta_m \cdot (X - x_0 \sin \theta)^4}{3X \cdot -4 \cos \theta} \right]_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} = \\
&= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \left(-4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} + \right. \\
&\quad \left. + 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4}{X} \right) \tag{A.61}
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.60 та А.61

$$\begin{aligned}
N_c = N_{c1} + N_{c2} &= \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{12 \cdot X \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \times \\
&\times \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} - \right. \\
&- 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4}{X} - \\
&- 4 \cdot (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) - \\
&- 4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} + \\
&\left. + 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4}{X} \right) = \\
&= \frac{f_{cd}\eta_m}{6X \sin 2\theta} \cdot \left(4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 - \frac{\eta_m (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} - \right. \\
&- 4 \cdot (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{\eta_m (X - h_{eff} \cos \theta)^4}{X} + X^3 \cdot (4 - \eta_m) - \\
&\left. - 4 \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^3 + \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff} \sin \theta)^4}{X} + \right. \\
&\left. + 4 \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m \cdot (X - b_{eff,1} \sin \theta)^4}{X} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4 \cdot \left(X - b_{eff} \sin \theta \right)^3 + \frac{\eta_m \cdot \left(X - b_{eff} \sin \theta \right)^4}{X} \Bigg) = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m X^2}{6 \sin 2\theta} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + \eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 - \right. \\
& - 4 \cdot \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^3 + \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^4 + \\
& \left. + 4 \cdot \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 - \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 \right). \quad (A.62)
\end{aligned}$$

Для спрощення запису (A.62) введемо додаткові позначення. Нехай $h_{eff} \cos \theta / X = \gamma_2$, $b_{eff} \sin \theta / X = \gamma_1$, $b_{eff,1} \sin \theta / X = \gamma_3$, тоді, виконавши заміну в A.62, матимемо

$$\begin{aligned}
N_c & = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^4 - \right. \\
& - 4 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^4 + 4 \cdot (1 - \gamma_3 - \gamma_1)^3 - \eta_m \cdot (1 - \gamma_3 - \gamma_1)^4 \Big) = \\
& = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot \left((4 - \eta_m) - (1 - \gamma_1)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_1) - \right. \\
& - (1 - \gamma_2)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot \gamma_2) + (1 - \gamma_3 - \gamma_1)^3 \cdot (4 - \eta_m + \eta_m \cdot (\gamma_3 + \gamma_1)) \Big) = \\
& = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{6} \cdot (4 - \eta_m) \cdot \left(1 - (1 - \gamma_1)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_1}{4 - \eta_m} \right) - \right. \\
& - (1 - \gamma_2)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot \gamma_2}{4 - \eta_m} \right) + (1 - \gamma_3 - \gamma_1)^3 \cdot \left(1 + \frac{\eta_m \cdot (\gamma_3 + \gamma_1)}{4 - \eta_m} \right) \Big). \quad (A.63)
\end{aligned}$$

$$N_c = \frac{f_{cd} X^2}{2 \sin \theta \cos \theta} \cdot \omega_1 \cdot (\omega_2' + \omega_3' + \omega_4' - 1), \quad (A.64)$$

Статичний момент S_{c, X_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони шестикутної форми (рисунок А.6) відносно осі X_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} = & \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \int_0^{b_{eff,1}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 + \\
& + \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] y_0 dy_0. \tag{A.65}
\end{aligned}$$

Інтеграл А.65 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx1} = & \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \int_0^{b_{eff,1}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dx_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} y_0 dy_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Big|_0^{b_{eff,1}} = \frac{f_{cd}\eta_m}{X \sin \theta} \int_0^{h_{eff}} \left[-(X - b_{eff,1} \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 + (X - y_0 \cos \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} (X - y_0 \cos \theta)^3 \right] y_0 dy_0 = \\
& = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta) \times \right. \\
& \times (X - b_{eff,1} \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - y_0 \cos \theta)^5 - \\
& \left. - \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + 15(X - y_0 \cos \theta)^4 - \right. \\
& \left. - 20X(X - y_0 \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - y_0 \cos \theta)^5 + 5\eta_m (X - y_0 \cos \theta)^4 \right] \Big|_0^{h_{eff}} = \\
& = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^5 - \\
& - \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta) (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^4 + 15 (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^4 - \\
& - 20X (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^5 + 5\eta_m (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^4 + \\
& + 15 (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta)^4 - 20 (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta)^5 + \\
& + \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta)^5 - 15 (X)^4 + 20 (X)^4 + 4\eta_m (X)^4 - 5\eta_m (X)^4 \Big] = \\
& = \frac{f_{cd}\eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[-15 (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^4 + 20 (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta) \times \right. \\
& \times (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^5 - \\
& - \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta) (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta - h_{\text{eff}} \cos \theta)^4 + 5(3 + \eta_m) (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^4 - \\
& - 20X (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{\text{eff}} \cos \theta)^5 - 5 (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta)^4 + \\
& \left. + \frac{\eta_m}{X} (X - b_{\text{eff},1} \sin \theta)^5 + (5 + \eta_m) X^4 \right]. \tag{A.66}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx2} &= \frac{f_{cd}\eta_m}{X} \int_{b_{\text{eff},1}}^{b_{\text{eff}}} dx_0 \int_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\
& - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \Big] y_0 dy_0 = \frac{f_{cd}\eta_m}{12X \cos^2 \theta} \int_{b_{\text{eff},1}}^{b_{\text{eff}}} dx_0 \times \\
& \times \left[8(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 - 12(X - x_0 \sin \theta)(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 - \right. \\
& - \frac{3\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^4 + \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \Big|_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{12 X \cos^2 \theta} \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} \left[-8(X - x_0 \sin \theta)^3 + \right. \\
& + 12(X - x_0 \sin \theta)^3 + \frac{3\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 \left. \right] dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{12 X \cos^2 \theta} \times \\
& \times \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} \left[4(X - x_0 \sin \theta)^3 - \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^4 \right] dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{60 X \cos^2 \theta \sin \theta} \times \\
& \times \left[-5(X - x_0 \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - x_0 \sin \theta)^5 \right] \Big|_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{60 X \cos^2 \theta \sin \theta} \times \\
& \times \left[-5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X}(X - b_{eff} \sin \theta)^5 + 5(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - \right. \\
& \left. - \frac{\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 \right]. \tag{A.67}
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.66 та А.67

$$\begin{aligned}
S_{c,Nx} &= S_{c,Nx1} + S_{c,Nx2} = \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60 X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 20 X (X - h_{eff} \cos \theta)^3 - \right. \\
& - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 - 5(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 - \\
& - 15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \\
& + \frac{4\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \\
& - \frac{5\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 - 5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \\
& \left. + \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff} \sin \theta)^5 + 5(X - b_{eff,1} \sin \theta)^4 - \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff,1} \sin \theta)^5 \right] = \\
& = \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60 X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot \left[(5 - \eta_m) X^4 - 5(X - b_{eff} \sin \theta)^4 + \frac{\eta_m}{X} (X - b_{eff} \sin \theta)^5 - \right. \\
& - 20 X (X - h_{eff} \cos \theta)^3 + 5(3 + \eta_m)(X - h_{eff} \cos \theta)^4 - \frac{4\eta_m}{X} (X - h_{eff} \cos \theta)^5 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -15(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - b_{eff,1} \sin \theta)(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \\
& + \frac{4\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \frac{5\eta_m}{X}(X - b_{eff,1} \sin \theta) \times \\
& \times (X - b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 \Big] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - 5 \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^4 + \right. \\
& + \eta_m \left(1 - \frac{b_{eff} \sin \theta}{X} \right)^5 - 20 \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + 5(3 + \eta_m) \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 - \\
& - 4\eta_m \left(1 - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - 15 \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 + 20 \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} \right) \times \\
& \times \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^3 + 4\eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^5 - \\
& \left. - 5\eta_m \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} \right) \left(1 - \frac{b_{eff,1} \sin \theta}{X} - \frac{h_{eff} \cos \theta}{X} \right)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \frac{\eta_m}{30} \cdot \left[(5 - \eta_m) - \right. \\
& - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m(1 - \gamma_1)^5 - 20(1 - \gamma_2)^3 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 - \\
& - 15(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 + 20(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^3 + 4\eta_m(1 - \gamma_3 - \gamma_2)^5 - 5\eta_m(1 - \gamma_3) \times \\
& \left. \times (1 - \gamma_3 - \gamma_2)^4 \right] = \frac{f_{cd} X^3}{\sin 2\theta \cos \theta} \cdot \varphi_{x6}, \tag{A.68}
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

$\varphi_{x6} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m(1 - \gamma_1)^5 - 20(1 - \gamma_2)^3 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 - 15(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 4\eta_m(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 + 20(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$ – відносне значення абсциси відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони шестикутної форми (випадок 3.3) при косому згинанні (табл. А.1);

$$\gamma_3 = b_{eff,1} \sin \theta / X;$$

$$\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X;$$

$$\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X.$$

Статичний момент S_{c,y_0} об'ємної фігури розподілу напружень в бетоні стиснутої зони п'ятикутної форми (рисунок А.6) відносно осі Y_0 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} S_{c,Ny} = & \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} f_{cd} \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 + \\ & + \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} x_0 dx_0 \int_0^{\frac{X - x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} f_{cd} \cdot \left[\frac{2\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m^2}{X^2} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0. \end{aligned} \quad (A.69)$$

Інтеграл А.6.69 складається з двох доданків. Тому спочатку розглянемо першу частину інтегралу

$$\begin{aligned} S_{c,Ny1} = & \frac{f_{cd} \eta_m}{X} \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \int_0^{h_{eff}} \left[2(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) - \right. \\ & \left. - \frac{\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 \right] dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{b_{eff,1}} x_0 dx_0 \left[-(X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta)^3 \right] \Big|_0^{h_{eff}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_0^{b_{eff,1}} \left[-(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + (X - x_0 \sin \theta)^2 - \frac{\eta_m}{3X} (X - x_0 \sin \theta)^3 \right] x_0 dx_0 = \\ & = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \sin^2 \theta \cos \theta} \cdot \left[-15(X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X - h_{eff} \cos \theta) \times \right. \\ & \left. \times (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X} (X - x_0 \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)(X-x_0\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^4+15(X-x_0\sin\theta)^4- \\
& -20X(X-x_0\sin\theta)^3-\frac{4\eta_m}{X}(X-x_0\sin\theta)^5+5\eta_m(X-x_0\sin\theta)^4\Big]_0^{b_{eff,1}}= \\
& =\frac{f_{cd}\eta_m}{60X\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\left[-15(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^4+20(X-h_{eff}\cos\theta)\times\right. \\
& \times(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^3+\frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^5- \\
& -\frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^4+15(X-b_{eff,1}\sin\theta)^4- \\
& -20X(X-b_{eff,1}\sin\theta)^3-\frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1}\sin\theta)^5+5\eta_m(X-b_{eff,1}\sin\theta)^4+ \\
& +15(X-h_{eff}\cos\theta)^4-20(X-h_{eff}\cos\theta)^4-\frac{4\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)^5+ \\
& \left.+\frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)^5-15(X)^4+20(X)^4+4\eta_m(X)^4-5\eta_m(X)^4\right]= \\
& =\frac{f_{cd}\eta_m}{60X\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\left[-15(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^4+20(X-h_{eff}\cos\theta)\times\right. \\
& \times(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^3+\frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^5- \\
& -\frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^4+5(3+\eta_m)(X-b_{eff,1}\sin\theta)^4- \\
& -20X(X-b_{eff,1}\sin\theta)^3-\frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1}\sin\theta)^5-5(X-h_{eff}\cos\theta)^4+ \\
& \left.+\frac{\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)^5+(5+\eta_m)X^4\right]. \tag{A.70}
\end{aligned}$$

Розглянемо другу частину інтеграла

$$S_{c,Ny2}=\frac{f_{cd}\eta_m}{X}\int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}}x_0dx_0\int_0^{\frac{X-x_0\sin\theta}{\cos\theta}}\left[2(X-x_0\sin\theta-y_0\cos\theta)-\right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\eta_m}{X}(X-x_0 \sin \theta-y_0 \cos \theta)^2 \Big] dy_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} x_0 dx_0 [-(X-x_0 \sin \theta-y_0 \cos \theta)^2 + \\
& + \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0 \sin \theta-y_0 \cos \theta)^3 \Big] \Big|_0^{\frac{X-x_0 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{f_{cd} \eta_m}{X \cos \theta} \int_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} [(X-x_0 \sin \theta)^2 - \\
& - \frac{\eta_m}{3X}(X-x_0 \sin \theta)^3] x_0 dx_0 = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} [15(X-x_0 \sin \theta)^4 - \\
& - 20X(X-x_0 \sin \theta)^3 - \frac{4\eta_m}{X}(X-x_0 \sin \theta)^5 + 5\eta_m(X-x_0 \sin \theta)^4] \Big|_{b_{eff,1}}^{b_{eff}} = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \cdot [15(X-b_{eff} \sin \theta)^4 - 20X(X-b_{eff} \sin \theta)^3 - \\
& - \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff} \sin \theta)^5 + 5\eta_m(X-b_{eff} \sin \theta)^4 - 15(X-b_{eff,1} \sin \theta)^4 + \\
& + 20X(X-b_{eff,1} \sin \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1} \sin \theta)^5 - 5\eta_m(X-b_{eff,1} \sin \theta)^4] = \\
& = \frac{f_{cd} \eta_m}{60X \cos \theta \sin^2 \theta} \cdot [5(3+\eta_m)(X-b_{eff} \sin \theta)^4 - 20X(X-b_{eff} \sin \theta)^3 - \\
& - \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff} \sin \theta)^5 - 5(3+\eta_m)(X-b_{eff,1} \sin \theta)^4 + 20X(X-b_{eff,1} \sin \theta)^3 + \\
& + \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1} \sin \theta)^5]. \tag{A.71}
\end{aligned}$$

Запишемо суму двох інтегралів А.70 та А.71

$$\begin{aligned}
S_{c,Ny} &= S_{c,Ny1} + S_{c,Ny2} = \frac{f_{cd} \cdot \eta_m}{60X \sin \theta \cos^2 \theta} \cdot [(5-\eta_m)X^4 - 5(X-h_{eff} \cos \theta)^4 + \\
& + \frac{\eta_m}{X}(X-h_{eff} \cos \theta)^5 - 20X(X-b_{eff,1} \sin \theta)^3 + 5(3+\eta_m)(X-b_{eff,1} \sin \theta)^4 - \\
& - \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1} \sin \theta)^5 - 15(X-b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^4 + 20(X-h_{eff} \cos \theta) \times \\
& \times (X-b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^3 + \frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1} \sin \theta - h_{eff} \cos \theta)^5 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{5\eta_m}{X}(X-h_{eff}\cos\theta)(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta)^4-20X(X-b_{eff}\sin\theta)^3+ \\
& +5(3+\eta_m)(X-b_{eff}\sin\theta)^4-\frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff}\sin\theta)^5+20X(X-b_{eff,1}\sin\theta)^3- \\
& -5(3+\eta_m)(X-b_{eff,1}\sin\theta)^4+\frac{4\eta_m}{X}(X-b_{eff,1}\sin\theta)^5\Big]=\frac{f_{cd}\cdot\eta_m}{60X\sin\theta\cos^2\theta}\times \\
& \times\left[\left(5-\eta_m\right)X^4-5\left(X-h_{eff}\cos\theta\right)^4+\frac{\eta_m}{X}\left(X-h_{eff}\cos\theta\right)^5- \right. \\
& -15\left(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta\right)^4+20\left(X-h_{eff}\cos\theta\right)\left(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta\right)^3+ \\
& +\frac{4\eta_m}{X}\left(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta\right)^5-\frac{5\eta_m}{X}\left(X-h_{eff}\cos\theta\right)\left(X-b_{eff,1}\sin\theta-h_{eff}\cos\theta\right)^4- \\
& \left.-20X\left(X-b_{eff}\sin\theta\right)^3+5\left(3+\eta_m\right)\left(X-b_{eff}\sin\theta\right)^4-\frac{4\eta_m}{X}\left(X-b_{eff}\sin\theta\right)^5\right]= \\
& =\frac{f_{cd}X^3}{\sin\theta\cos^2\theta}\cdot\frac{\eta_m}{30}\cdot\left[\left(5-\eta_m\right)-5\left(1-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)^4+\eta_m\left(1-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)^5- \right. \\
& -20\left(1-\frac{b_{eff}\sin\theta}{X}\right)^3+5\left(3+\eta_m\right)\left(1-\frac{b_{eff}\sin\theta}{X}\right)^4-4\eta_m\left(1-\frac{b_{eff}\sin\theta}{X}\right)^5- \\
& -15\left(1-\frac{b_{eff,1}\sin\theta}{X}-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)^4+20\left(1-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)\left(1-\frac{b_{eff,1}\sin\theta}{X}-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)^3+ \\
& \left.+4\eta_m\left(1-\frac{b_{eff,1}\sin\theta}{X}-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)^5-5\eta_m\left(1-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)\left(1-\frac{b_{eff,1}\sin\theta}{X}-\frac{h_{eff}\cos\theta}{X}\right)^4\right]= \\
& =\frac{f_{cd}X^3}{\sin\theta\cos^2\theta}\cdot\frac{\eta_m}{30}\cdot\left[\left(5-\eta_m\right)-5\left(1-\gamma_2\right)^4+\eta_m\left(1-\gamma_2\right)^5-20\left(1-\gamma_1\right)^3+ \right. \\
& +5\left(3+\eta_m\right)\left(1-\gamma_1\right)^4-4\eta_m\left(1-\gamma_1\right)^5-15\left(1-\gamma_3-\gamma_2\right)^4+20\left(1-\gamma_2\right)\left(1-\gamma_3-\gamma_2\right)^3+ \\
& \left.+4\eta_m\left(1-\gamma_3-\gamma_2\right)^5-5\eta_m\left(1-\gamma_2\right)\left(1-\gamma_3-\gamma_2\right)^4\right]=\frac{f_{cd}X^3}{\sin\theta\cos^2\theta}\cdot\varphi_{y6}, \tag{A.72}
\end{aligned}$$

де f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

X – висота стиснутої зони бетону;

η_m – значення рівня відносних деформацій стиску бетону в найбільш стиснутій фібрі;

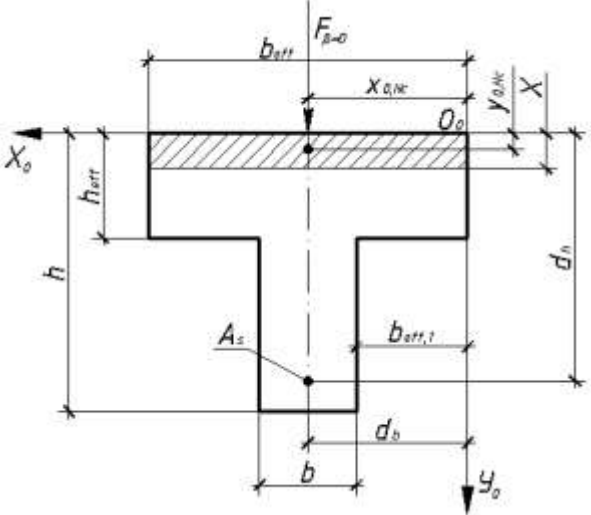
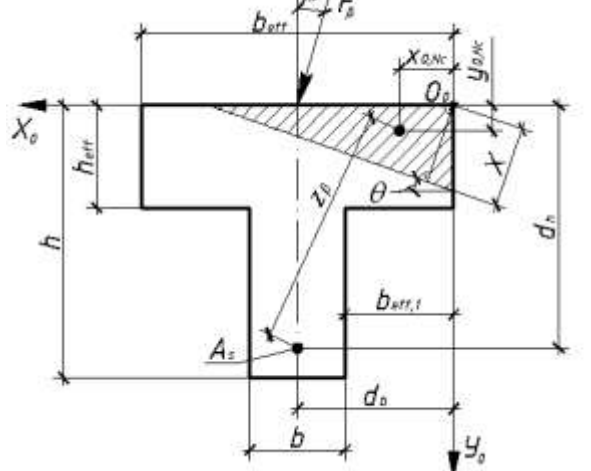
$\varphi_{y6} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m(1 - \gamma_2)^5 - 20(1 - \gamma_1)^3 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_1)^4 - 4\eta_m(1 - \gamma_1)^5 - 15(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 4\eta_m(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 + 20(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4]/30$ – відносне значення ординати відносно прямокутних епюр напружень у бетоні стиснутої зони шестикутної форми (випадок 3.3) при косому згинанні (табл. А.1);

$$\gamma_3 = b_{eff,1} \cdot \sin\theta / X;$$

$$\gamma_2 = h_{eff} \cos\theta / X;$$

$$\gamma_1 = b_{eff} \sin\theta / X.$$

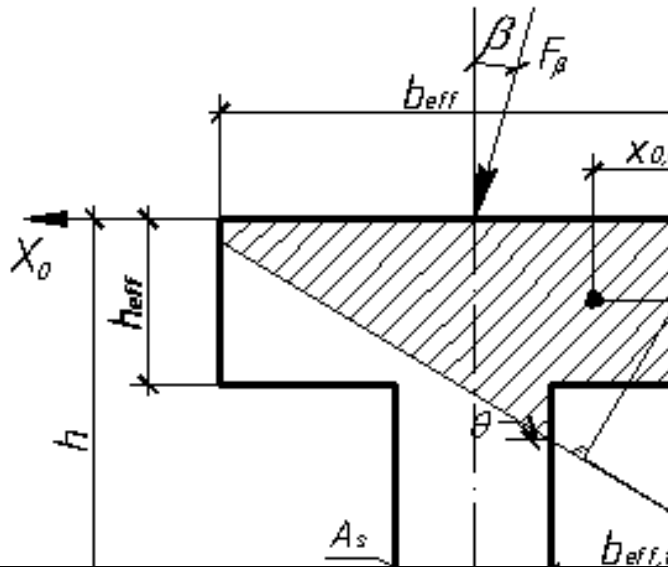
Таблиця А1 – Коефіцієнти повноти епюри напружень стиснутого бетону та відносне значення абсцис та ординат відносно прямокутних епюр напружень при косому згинанні для різних форм стиснутої зони

Випадок розрахунку	Геометрична форма стиснутої зони	Формули
		<p>Прямокутник:</p> $\omega_0 = \eta_m (3 - \eta_m) / 3$ $\varphi_{y0} = \eta_m \cdot (3 - \eta_m) / 6$ $\varphi_{x0} = \eta_m \cdot (4 - \eta_m) / 12$
1.2		<p>Трикутник:</p> $\omega_1 = \eta_m \cdot (4 - \eta_m) / 6$ $\varphi_{y1} = \varphi_{x1} = \eta_m \cdot (5 - \eta_m) / 30$

<p>1.1 2.1 3.1</p>		<p>Трапеція (випадок 1):</p> $\omega_2 = \eta_m \cdot [(4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^4] / 6$ $\varphi_{y2} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 20 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + 5 \cdot (3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_1)^4 - 4 \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5] / 30$ $\varphi_{x2} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_1)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5] / 30$ $\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X$
<p>1.3 2.3</p>		<p>Трапеція (випадок 2):</p> $\omega_3 = \eta_m \cdot [(4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^4] / 6$ $\varphi_{y3} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_2)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5] / 30$ $\varphi_{x3} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 20 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + 5 \cdot (3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_2)^4 - 4 \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5] / 30$ $\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X$

<p>1.4 2.4 3.4</p>		<p>П'ятикутник (випадок 1):</p> $\omega_4 = \eta_m [(4 - \eta_m) - 4(1 - \gamma_2)^3 + \eta_m(1 - \gamma_2)^4 + 4(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - \eta_m(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 6$ $\varphi_{y4} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m(1 - \gamma_2)^5 + 4\eta_m(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 - 15(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 20(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$ $\varphi_{x4} = \eta_m [(5 - \eta_m) + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4 - 20(1 - \gamma_2)^3 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 + 4\eta_m(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 - 15(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 20(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5\eta_m(1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$ $\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X$ $\gamma_3 = b_{eff,2} \sin \theta / X$
<p>2.2 3.2</p>		<p>П'ятикутник (випадок 2):</p> $\omega_5 = \eta_m [(4 - \eta_m) - 4(1 - \gamma_1)^3 + \eta_m(1 - \gamma_1)^4 - 4(1 - \gamma_2)^3 + \eta_m(1 - \gamma_2)^4] / 6$ $\varphi_{y5} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_2)^4 + \eta_m(1 - \gamma_2)^5 - 20(1 - \gamma_1)^3 - 4\eta_m(1 - \gamma_1)^5 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_1)^4] / 30$ $\varphi_{x5} = \eta_m [(5 - \eta_m) - 5(1 - \gamma_1)^4 + \eta_m(1 - \gamma_1)^5 - 20(1 - \gamma_2)^3 - 4\eta_m(1 - \gamma_2)^5 + 5(3 + \eta_m)(1 - \gamma_2)^4] / 30$ $\gamma_1 = b_{eff} \sin \theta / X$ $\gamma_2 = h_{eff} \cos \theta / X$

3.3



Шестикутник:

$$\omega_6 = \eta_m \cdot [(4 - \eta_m) - 4 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^4 - 4 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^4 + 4 \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - \eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 6$$

$$\varphi_{y6} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_2)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5 - 20 \cdot (1 - \gamma_1)^3 + 5(3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_1)^4 - 4 \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5 - 15 \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 4 \cdot \eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 + 20 \cdot (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5 \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$$

$$\varphi_{x6} = \eta_m \cdot [(5 - \eta_m) - 5 \cdot (1 - \gamma_1)^4 + \eta_m \cdot (1 - \gamma_1)^5 - 20 \cdot (1 - \gamma_2)^3 + 5(3 + \eta_m) \cdot (1 - \gamma_2)^4 - 4 \eta_m \cdot (1 - \gamma_2)^5 - 15 \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4 + 4 \cdot \eta_m \cdot (1 - \gamma_2 - \gamma_3)^5 + 20 \cdot (1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^3 - 5 \eta_m \cdot (1 - \gamma_3)(1 - \gamma_2 - \gamma_3)^4] / 30$$

$$\gamma_1 = b_{eff} \cdot \sin \theta / X$$

$$\gamma_2 = h_{eff} \cdot \cos \theta / X$$

$$\gamma_3 = b_{eff,2} \cdot \sin \theta / X$$

Додаток Б



Транс Строй Комплекс

р/с 26005564598900 в ПАО «УКРСИББАНК» в г.Харькове, МФО 351005, ИНН 369884220302, код ЄПРКДУ 36988421
61052, г.Харьков, пер. Сивферопольский, 6
Тел.: (057) 728-01-60, 067-69-22-070
e-mail: tsk.kh@bk.ru

ДОВІДКА

ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

на тему **«Напружено-деформований стан залізобетонних косозігнутих балок таврового профілю (на основі повної діаграми деформування бетону)»**

здобувача вищої освіти доктора філософії

по спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія»

Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Усенко Юлії Олександрівни

Результати наукових досліджень, отриманих під час роботи над дисертаційною роботою на тему **«Напружено-деформований стан залізобетонних косозігнутих балок таврового профілю (на основі повної діаграми деформування бетону)»** здобувачем вищої освіти доктора філософії по спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» **Усенко Юлією Олександрівною**, зокрема уточнення напружено-деформованого стану існуючих несиметрично завантажених косозігнутих залізобетонних ригелів перекриття серії ИИ 23-1/70 із врахуванням нелінійної діаграми стану бетону, були використані під час виконання перевірочних розрахунків та оформлення технічного звіту з визначення поточного технічного стану несучих конструкцій каркасу та плит перекриття промислової будівлі за адресою: вул. Примакова, 46, м. Харків (шифр документу 260121-ТЗ) у січні-лютому 2021 року.

Представлення напружено-деформованого стану несиметрично завантажених косозігнутих залізобетонних ригелів перекриття серії ИИ 23-1/70 на основі нелінійної діаграми стану бетону дозволило з високою точністю визначити несучу здатність косозігнутих залізобетонних елементів. Теоретичне моделювання дало змогу візуалізувати напружено-деформований стан ригелів та отримати значення всіх його параметрів залежно від форми, якої набуває стиснута зона бетону, при будь-якому рівні навантаження.

Директор
ТОВ «ТРАНС СТРОЙ КОМПЛЕКС»

А.А. Бутенко

Додаток В

Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. Павліков А. М. Розрахунок міцності на косе згинання залізобетонних елементів таврового профілю за спрощеною деформаційною моделлю / А. М. Павліков, О. В. Гарькава, Б. А. Бариляк, Ю. О. Приходько // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. пр. – Рівне: НУВГП, 2018. – Вип. 36. – С. 151 – 157.
<https://doi.org/10.31713/budres.v0i36.261>.
2. Pavlikov A. M. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A. M. Pavlikov, O. V. Harkava, Yu. O. Prykhodko, B. A. Baryliak // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 145 – 151.
<https://dx.doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27230>.
3. Pavlikov A. Highly constructed precast flat slab frame structural system of buildings and research of its slabs / A. Pavlikov, O. Harkava, Yu. Prykhodko B. Baryliak // Proceedings of the International fib Symposium on Conceptual Design of Structures, Madrid. – 2019. – Pp. 493 – 500.
https://www.dropbox.com/s/h8w923upln0wutl/CDS19_proceedings.pdf.
4. Prykhodko Yu. The change of stress-strain state in biaxial bended reinforced concrete T-section beams depending on the load / Yu. Prykhodko, A. Pavlikov // Proceedings of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, France. – 2020. – Pp. 230 – 236.
https://phdsymp2020.sciencesconf.org/data/pages/Proceedings_phdsymp_2021.pdf.
5. Pavlikov A. Determination of the crack formation moment in expanded clay concrete members during their complex deformation / A. Pavlikov, O. Harkava, N. Pinchuk, Yu. Usenko, B. Baryliak // Proceedings of the fib Symposium 2021 «Concrete Structures: New Trends for Eco-Efficiency and Performance». – Lisbon, Portugal. – 2021. – Pp. 2125 – 2134.
<https://www.fib-international.org/publications/fib-proceedings/i-fib-i-symposium-in-lisbon,-portugal-2021-proceedings-em-pdf-em-detail.html>.

6. Usenko Yu. Determination of the compressed zone shape of concrete in reinforced concrete T-section beams under biaxial bending / Yu. Usenko, A. Pavlikov // Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering. – 2021. – 2(57). – Pp. 20 – 25.
7. Pavlikov A. M. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A. M. Pavlikov, O. V. Harkava, Yu. O. Prykhodko, B. A. Baryliak // Proceedings of I International Scientific and Practical Conference «Technology, engineering and Science». – 2018. – London: PoltNTU, 2018. – Pp. 13 – 15. <https://dx.doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27230>.
8. Павліков А. М. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів таврового профілю, що працюють в умовах косого згинання / А. М. Павліков, О. В. Гарькава, Б. А. Барияк, Ю. О. Приходько // Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація: зб. тез. – Полтава: ПолтНТУ, 2018. – Вип. 13. – С. 20 – 21.
9. Павліков А. М. Модель напружено-деформованого стану в стадіях 1 та 1a / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // 71-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 23 квітня 2019. – С. 266 – 267.
<https://nupp.edu.ua/event/71-nk-profesoriv-vikladachiv-naukovikh-pratsivnikiv-aspirantiv-ta-studentiv-universitetu.html>.
10. Павліков А. М. Зміна напружено-деформованого стану в залізобетонних косозігнутих балках таврового профілю при зміні навантаження / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті: зб. тез. – Харків, Український державний університет залізничного транспорту, 2019. – С. 94 – 95.
11. Павліков А. М. Модель напружено-деформованого стану в стадіях I та Ia / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // II Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 р. – м. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія

Кондратюка». – Рр. 163 – 165.

https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2019/230519/zbirnik_baku.pdf.

12. Павліков А. М. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю залежно від зміни навантаження / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // 72-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2020. – С. 374 – 375 .

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2020/72-conf/tezi-1.pdf>.

13. Павліков А. М. Моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних косо зігнутих таврових балок / А. М. Павліков, Ю. О. Приходько // III Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2020», 25 – 26 травня 2020 р. – м. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Рр. 164 – 166. <https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2020/build-inov-2020/materials.pdf>.

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2020/build-inov-2020/materials.pdf>.

14. Усенко Ю. О. Напружено-деформований стан залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю залежно від зміни навантаження / Ю. О. Усенко, А. М. Павліков // 73-я наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2021. – С. 128 – 129.

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2021/73-conf/zbirnik-voll.pdf>.

15. Павліков А.М. Визначення форми стиснутої зони бетону залізобетонних косо зігнутих балок таврового профілю / А.М. Павліков, Ю.О. Усенко // 74-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету: зб. тез. – Полтава; Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2022. – С. 103.

<https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2022/74-conf/voll.pdf>.

Додаток Г

Апробація основних результатів досліджень

1. 24 – 25 жовтня, 2018 р. – XIII Міжнародна науково-технічна конференція «Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація».
2. 24 – 25 жовтня 2018 р. – I Міжнародна науково-практична конференція «Technology, engineering and Science – 2018».
3. 22 квітня – 17 травня 2019 р. – 71-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.
4. 23 – 24 травня 2019 р. – II Міжнародна українсько-азербайджанська конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2019».
5. 20 – 22 листопада 2019 р. – VIII Міжнародна науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті».
6. 30 квітня 2020 р. – 72-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів НУПП.
7. 25 – 26 травня 2020 р. – III Міжнародній українсько-азербайджанській конференції «BUILDING INNOVATIONS – 2020».
8. 26 – 29 серпня 2020 р. – 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering.
9. 22 квітня 2021 р. – 73-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів НУПП.
10. 27 квітня 2021 р. – 74-а наукова конференція професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів НУПП.