

DOI: [10.32702/2307-2105-2022.1.93](https://doi.org/10.32702/2307-2105-2022.1.93)

УДК 519.86

*М. Б. Чижевська,*

*к. е. н., доцент, завідувачка кафедри економічної теорії та економічної кібернетики, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», м. Полтава  
ORCID ID: 0000-0003-1637-9564*

*С. А. Щербініна,*

*к. е. н., старший викладач кафедри економічної теорії та економічної кібернетики, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», м. Полтава  
ORCID ID: 0000-0002-1034-3619*

*Я. А. Красун,*

*студентка,*

*Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», м. Полтава  
ORCID ID: 0000-0002-3478-2923*

## **ЗАСТОСУВАННЯ ВИРОБНИЧОЇ ФУНКЦІЇ ДЛЯ АНАЛІЗУ ДІЯЛЬНОСТІ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА**

*M. Chyzhevska*

*PhD in Economics, Associate Professor, Head of the Department of Department of Economic Theory and Economic Cybernetic, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Poltava, Ukraine*

*S. Shcherbinina*

*PhD in Economics, Senior Lecturer of the Department of Economic Theory and Economic Cybernetic, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Poltava, Ukraine*

*Y. Krasun*

*Student, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Poltava, Ukraine*

## **USING OF THE PRODUCTION FUNCTION FOR ANALYSIS OF INDUSTRIAL ENTERPRISE ACTIVITIES**

*У статті розглянуто теоретичні аспекти та методичні підходи використання виробничих функцій в економічних дослідженнях. Побудовано економіко-математичну модель для аналізу діяльності промислового підприємства Полтавської області із застосуванням виробничої функції Кобба-Дугласа, що дозволяє встановити залежність результативної ознаки від витрат на оплату праці та матеріальних затрат. Для визначення адекватності вибраної математичної моделі експериментальним даним визначено оцінку тісноти та значимості зв'язку змінних у регресійній моделі. Проаналізовано отримані в результаті розрахунків частинні та сумарний коефіцієнти еластичності. Для більш повного уявлення взаємозамінюваності факторів виробничої регресії досліджено її ізокванту, що дає можливість розглядати різні комбінації факторів, яким відповідає сталий чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт). Побудовану виробничу функцію Кобба-Дугласа використано для прогнозування результативної ознаки з надійністю 95%. Економіко-математичну модель реалізовано у програмному пакеті MS Excel 2016. Наведену методику дослідження можна застосовувати для аналізу діяльності підприємства незалежно від виду його економічної діяльності.*

*The article considers the theoretical aspects and methodological approaches to the use of production functions in economic researches. The economic content of production functions is to identify the impact on economic growth of each factor of production, including the result of their combined action, ie production functions reveal the mechanism of action of factors of economic growth. There are several hypotheses that distinguish the class of Cobb-Douglas functions among the twice differentiated functions from the two variables to determine the form of the regression relationship. An economic-mathematical model for the analysis of the activity of the industrial enterprise of Poltava region with the use of the Cobb-Douglas production function is constructed, which allows to establish the dependence of the performance indicator on labor costs and material costs. The indicator of net income from sales of products (goods, works) was chosen as the resultant indicator, as this indicator is monetary, used in the official reporting of the enterprise and reflects the amount of income of the enterprise from the main (production) activities of the enterprise. To determine the adequacy of the chosen mathematical model, the experimental data determined the assessment of the closeness and significance of the connection of variables in the regression model. The partial and total coefficients of elasticity obtained as a result of calculations are analyzed. For a more complete picture of the interchangeability of factors of production regression, its isoquant has been studied, which makes it possible to consider different combinations of factors, which correspond to stable net income from sales of products (goods, works). The constructed Cobb-Douglas production function was used to predict the performance trait with 95% reliability. The study showed that the production function allows you to perform analytical calculations, determine the efficiency of resource use, the feasibility of their additional involvement, to forecast production volumes. Economic and mathematical model is implemented in the software package MS Excel 2016. The above research methodology can be used to analyze the activities of the enterprise, regardless of its economic activity.*

**Ключові слова:** виробнича функція Кобба-Дугласа; виробничі фактори; адекватність; коефіцієнти еластичності; ізокванта.

**Key words:** Cobb-Douglas production function; production factors; adequacy; coefficients of elasticity; isoquant.

#### **Постановка проблеми та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.**

Характерною відзнакою економічного аналізу в останні десятиліття є активне застосування математичного моделювання. Особливий клас економіко-математичних моделей становлять виробничі функції, широке використання яких на рівні мікроекономіки пов'язане саме із можливостями аналізу та планування роботи підприємства чи фірми. Сучасні економічні умови висувають жорсткі вимоги до процесу управління підприємством, яке традиційно орієнтоване на досягнення високих кінцевих результатів при мінімальних витратах і раціональному використанні ресурсів. Практична необхідність застосування виробничої функції для аналізу діяльності конкретного підприємства зумовлена важливістю цього інструменту для оцінки ефективності використання ресурсів та обґрунтування рішень, пов'язаних з управлінням виробничими потужностями, що зумовлює актуальність даної статті.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанню застосування виробничих функцій в економічному аналізі присвячено значну кількість праць вітчизняних науковців. Методичні підходи до застосування різних видів виробничих функцій досліджував Вітлінський В.В. [1]. Грабовецький Б.Є. теоретично обґрунтував основні принципи, межі й особливості використання виробничих функцій в економічних дослідженнях і пов'язав дослідження теоретичних питань безпосередньо з практичними задачами управління виробництвом [2, 3, 4]. Питання моделювання виробничої функції промислового підприємства та її аналітичного виду з урахуванням недоліків традиційних моделей виробничих функцій вивчав Кравцов О.О. [5]. Можливості математико-статистичного моделювання наявних об'єктивних зв'язків між основними виробничими факторами і випуском продукції на базі ВФ Кобба-Дугласа і CES-функції опрацював Янковий В.О. [6]. Дослідження розвитку підприємств малого бізнесу із застосуванням економіко-математичної моделі трифакторної мультиплікативної виробничої функції проводили Шерстенников Ю.В., Рудянова Т.М. [7]. В роботі Черкашиної Т.С. проаналізовано вплив факторів накопичення на динаміку економічного зростання України за допомогою виробничої функції Кобба-Дугласа [8]. Теоретичні та практичні аспекти використання інтелектуального капіталу як фактора виробничої функції підприємства розглядали Ковальов А.І., Літвінов О.С. [9]. Методику проведення економічного аналізу на основі виробничої функції запропонував Благодир Л.М. [10]. Отже,

питання застосування виробничих функцій для аналізу діяльності підприємств є актуальним і потребує подальшого дослідження.

**Формулювання цілей статті.** Метою дослідження є побудова економіко-математичної моделі для аналізу діяльності промислового підприємства Полтавської області із застосуванням виробничої функції Кобба-Дугласа, що дозволяє встановити залежність чистого доходу від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) від витрат на оплату праці та матеріальних затрат.

**Вклад основного матеріалу дослідження.** Основним елементом процесу виробництва є праця, як свідомо цілеспрямована діяльність людини, а також предмети й засоби праці. Кількість та якість виробленої продукції визначаються обсягом та структурою цих чинників, а також способом організації їх взаємодії. В складі предметів праці виокремлюють сировину, матеріали, напівфабрикати, комплектувальні складові – усі ті елементи, які ввійдуть у готову продукцію. Засоби праці, у свою чергу, поділяються на знаряддя праці (обладнання, машини, двигуни, інструменти, оснащення тощо), будівлі та споруди, засоби комунікації й транспорту. Неоднорідною за своїм складом є й сама праця: розрізняють окремі професійно-кваліфікаційні групи персоналу тощо.

Для опису взаємозв'язку між затратами факторів виробництва і обсягом продукції, що випускається, в економіці використовують поняття виробничої функції. У теорії виробничих функцій виробничий процес аналізується з погляду перетворення ресурсів у продукт (продукцію). Мету побудови виробничої функції можна охарактеризувати як аналіз чинників щодо суттєвого впливу їх на обсяги випуску продукції.

Економічний зміст виробничих функцій полягає у виявленні впливу на економічне зростання кожного виробничого фактору зокрема й результату їх сукупної дії, тобто виробничі функції розкривають механізм дії чинників економічного зростання. У сфері виробництва при аналізі кількісного співвідношення показника і факторів у ролі показника можуть виступати: обсяг випущеної продукції, чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг), прибуток, товарообіг, рентабельність, собівартість одиниці продукції, фондвіддача й інше. Факторами для цих показників можуть бути: робоча сила, основні засоби або капітал, земля та її надра, матеріальні затрати, продуктивність суспільної праці, рівень розвитку науки, техніки, освіти та інше.

У загальному вигляді виробничу функцію може бути представлено рівнянням:

$$F(x, y, A) = 0, \quad (1)$$

де  $y$  – вектор випусків продукції,  $x$  – вектор витрат ресурсів,  $A$  – матриця параметрів. В економічних дослідженнях виробничу функцію використовують, як правило, у вигляді одного рівняння, де компоненти випуску об'єднані в одну скалярну величину ( $y$ ), а кількість різних виробничих ресурсів (фактори  $x_i$ ) зведені до мінімуму, що дозволяє розрахувати параметри функції:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2)$$

Залежно від характеру виробничого процесу, цілей та засобів моделювання виробничої функції можуть використовуватись невід'ємні функції різного виду, приміром двофакторна виробничу функція Кобба-Дугласа:

$$Y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \quad (3)$$

Для з'ясування форми регресійного зв'язку використовується кілька гіпотез, що виокремлюють клас функцій Кобба-Дугласа серед двічі диференційованих функцій від двох змінних.

**Гіпотеза 1.** Якщо збільшується один із факторів  $x_1$  або  $x_2$  при незмінному значенні іншого, то випуск продукції збільшується.

Зміна обсягу виробленої продукції за рахунок зміни одного з факторів  $x_1, x_2$  математично виражається як частинна похідна по цьому фактору

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} > 0; \frac{\partial F}{\partial x_2} > 0. \quad (4)$$

**Гіпотеза 2.** Приріст виробленого продукту збільшується повільніше, ніж приріст витрат кожного із факторів. Тобто, приріст одного із факторів на одиницю викликає збільшення випуску продукції менше, ніж на одиницю.

**Гіпотеза 3.** Виробничу функцію  $F(x_1, x_2)$  є однорідною функцією відносно факторів  $x_1, x_2$  з показником однорідності  $a$ . Це означає, що при одночасному збільшенні значень факторів у  $\lambda$  разів (будь яке стале число) обсяг виробленої продукції збільшиться у  $\lambda^a$  разів.

$$F(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^a F(x_1, x_2). \quad (5)$$

При виконанні гіпотези 3 згідно з теоремою Ейлера для виробничої регресії є справедлива тотожність

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} x_2 = aY. \quad (6)$$

**Гіпотеза 4.** На лінії постійного випуску еластичність факторів є сталою додатною величиною.

Отже, на підставі фінансової звітності промислового підприємства Полтавської області за 2013-2020 рр. (табл. 1), побудовано модель, яка встановлює залежність чистого доходу підприємства від працезатрат та матеріальних затрат. При цьому, виходимо з припущення, що зв'язок між обсягами чистого доходу й

факторами впливу є для даної виробничої системи закономірним і відносно стійким. Оцінено статистичну значущість моделі та визначено основні економічні характеристики взаємозв'язку параметрів.

За результативну ознаку обрано показник «чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт), оскільки цей показник є грошовим, використовується в офіційній звітності підприємства та відображає обсяг доходу підприємства від основної (виробничої) діяльності підприємства.

**Таблиця 1**  
**Статистичні дані для побудови виробничої функції**

Роки	Чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг), млн. грн.	Витрати на оплату праці, млн. грн.	Матеріальні затрати, млн. грн.
2013	375	59,8	137,4
2014	392	65,2	154,2
2015	441	69,1	186,2
2016	421	68,4	167,9
2017	870	103,2	391,5
2018	1 262	145,2	401,1
2019	1 301	177,3	380,9
2020	1 020	203,3	276,7

*Джерело: сформовано автором на основі фінансової звітності підприємства*

Загальний вигляд виробничої функції Кобба-Дугласа для аналізу діяльності промислового підприємства:

$$Y_t = a_0 K_t^{a_1} L_t^{a_2}, \quad (7)$$

де  $Y_t$  – чистий дохід від реалізації продукції, млн. грн.;

$K_t$  – матеріальні затрати, млн. грн.;

$L_t$  – працезатрати, млн. грн.

Функція Кобба-Дугласа (7) приводиться до лінійного виду шляхом логарифмування:

$$\ln Y_t = \ln a_0 + a_1 \ln K_t + a_2 \ln L_t. \quad (8)$$

Система нормальних рівнянь для цієї регресії має вигляд:

$$8 \ln a_0 + a_1 \sum_{t=1}^8 \ln K_t + a_2 \sum_{t=1}^8 \ln L_t = \sum_{t=1}^8 \ln Y_t; \quad (9)$$

$$\ln a_0 \sum_{t=1}^8 \ln K_t + a_1 \sum_{t=1}^8 (\ln K_t)^2 + a_2 \sum_{t=1}^8 \ln K_t \ln L_t = \sum_{t=1}^8 \ln Y_t \ln K_t; \quad (10)$$

$$\ln a_0 \sum_{t=1}^8 \ln L_t + a_1 \sum_{t=1}^8 \ln L_t \ln K_t + a_2 \sum_{t=1}^8 (\ln L_t)^2 = \sum_{t=1}^8 \ln Y_t \ln L_t. \quad (11)$$

Результати розрахунків представлено на рис. 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>Y</b>	<b>Z<sub>1</sub></b>	<b>Z<sub>2</sub></b>	<b>Y<sub>1</sub></b>	<b>Y<sub>1r</sub></b>	<b>Y<sub>r</sub></b>	<b>(Y-Y<sub>r</sub>)<sup>2</sup></b>	<b>(Y-Y<sub>1</sub>)<sup>2</sup></b>	<b>(Y<sub>1</sub>-Y<sub>1r</sub>)<sup>2</sup></b>
2	137,4	59,8	375	4,92	4,09	5,93	5,85	349	720,70	148169,66	0,0055041
3	154,2	65,2	392	5,04	4,18	5,97	5,98	395	7,04	135791,61	4,556E-05
4	186,2	69,1	441	5,23	4,24	6,09	6,13	461	427,89	102262,53	0,0021051
5	167,9	68,4	421	5,12	4,23	6,04	6,06	429	51,34	114906,85	0,0002843
6	391,5	103,2	870	5,97	4,64	6,77	6,85	940	4811,72	12051,62	0,0058828
7	401,1	145,2	1 262	5,99	4,98	7,14	7,05	1 153	12064,41	252068,13	0,0082855
8	380,9	177,3	1 301	5,94	5,18	7,17	7,13	1 244	3195,69	292022,30	0,0019742
9	276,7	203,3	1 020	5,62	5,31	6,93	6,99	1 087	4468,06	67577,58	0,0040265
10	<b>280</b>	<b>203</b>	<b>1</b>	<b>5,635</b>	<b>5,313</b>		<b>6,999</b>	<b>1 095</b>			
11	2096,0	891,4	6082,993	43,84	36,84	52,039	52,0388	6056,49	25746,87	1124850,27	0,028108
12											
13	<b>Z</b>				<b>T</b>		<b>n=</b>	<b>8</b>		<b>Критерій Фішера</b>	
14	8	43,841	36,836		52,039		<b>Ys=</b>	<b>760,374</b>		<b>F<sub>роз</sub>=</b>	<b>14,284</b>
15	43,841	241,6921458	203,146649		286,8323773					<b>F<sub>маб</sub>=</b>	<b>5,786</b>
16	36,836	203,1466492	171,313743		241,3958759						
17											
18	<b>Z<sup>1</sup></b>				<b>A</b>					<b>R=</b>	<b>0,98849</b>
19	21,1763	-4,248906101	0,48502543		0,350001509	<b>a<sub>0</sub></b>				<b>S<sup>2</sup>=</b>	<b>2,811E-02</b>
20	-4,2489	2,106414955	-1,58420896		0,658519261	<b>a<sub>1</sub></b>				<b>T<sub>кр</sub>=</b>	<b>2,44691</b>
21	0,48503	-1,584208962	1,78012663		0,552945141	<b>a<sub>2</sub></b>					

**Рис. 1. Результати розрахунків**

*Джерело: розраховано автором*

Параметри  $a_1 = 0,659$  і  $a_2 = 0,553$  є частинними коефіцієнтами еластичності, тобто зміна фактора  $K_t$  (матеріальні затрати) на 1% при незмінному факторі  $L_t$  (працеватрати) викликає зміну доходу від реалізації продукції на 0,659 %, аналогічно зміна фактора  $L_t$  на 1% при незмінному факторі  $K_t$  викликає зміну доходу від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) на 0,553 %.

Загальний (сумарний) коефіцієнт еластичності  $a$  дорівнює сумі частинних коефіцієнтів еластичності  $a_1 + a_2$ . Якщо  $a=1$ , то при збільшенні факторів виробництва в  $\lambda$  (стале число більше одиниці) разів, обсяг виробництва збільшиться в стільки ж разів. Якщо  $a > 1$ , то збільшення факторів виробництва в  $\lambda$  разів викличе збільшення обсягу виробництва в число разів більше за  $\lambda$ , тобто в  $(\lambda^{a_1+a_2})$ , де  $a_1 + a_2 > 1$ . В даному випадку маємо економію ресурсів на масштабах виробництва. Якщо  $a < 1$ , то збільшення факторів виробництва в  $\lambda$  разів викличе зменшення обсягу виробництва в число разів менше за  $\lambda$ , тобто  $(\lambda^{a_1+a_2})$ , де  $a_1 + a_2 < 1$ . Тобто в цьому випадку при зростанні обсягу виробництва зростають витрати на одиницю продукції.

За результатами розрахунків функція Кобба-Дугласа має вигляд:

$$\hat{Y}_t = 0,35 \cdot K_t^{0,659} \cdot L_t^{0,553} \quad (12)$$

Для визначення адекватності вибраної математичної моделі експериментальним даним визначено оцінку тісноти та значимості зв'язку змінних у регресійній моделі. Під терміном "значимість зв'язку" (істотність, або значущість) розуміють оцінку відхилення вибірових змінних від своїх значень у генеральній сукупності спостережень за допомогою статистичних критеріїв. У поняття «тіснота зв'язку» (щільність) вкладається оцінка впливу незалежної змінної на залежну змінну. Для характеристики значимості зв'язку розраховано коефіцієнт кореляції за формулою:

$$R = \sqrt{\left(1 - \frac{\sum (Y - \bar{Y})^2}{\sum (Y - Y_s)^2}\right)} \quad (13)$$

Чим ближче коефіцієнт кореляції до одиниці, тим істотніше зв'язок між незалежною та залежними змінними. Обчислений на основі (13) коефіцієнт кореляції дорівнює 0,988, що свідчить про суттєвий зв'язок між економічними показниками.

Для оцінки тісноти зв'язку між змінними моделі розраховано коефіцієнт детермінації за формулою:

$$R^2 = \frac{\sum (\ln y_t - \ln \bar{y}_t)^2 - \sum (\ln y_t - \ln \hat{y})^2}{\sum (\ln y_t - \ln \bar{y}_t)^2} \quad (14)$$

Обчислений на основі (14) коефіцієнт детермінації дорівнює 0,977, що свідчить про достатньо тісний зв'язок між економічними показниками даної функції.

Статистичну значимість коефіцієнта детермінації можна перевірити за допомогою F-критерія Фішера:

$$F_R = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m}{m - 1}, \quad (15)$$

де  $R^2$  – коефіцієнт детермінації,  $n$  – число періодів, що спостерігаються,  $m$  – число параметрів рівняння регресії. Для заданої надійності  $P$  і ступенів вільності  $k_1=m$ ,  $k_2=n-m-1$  знаходимо в таблиці  $F$ -статистики критичне значення  $F_{табл.}$

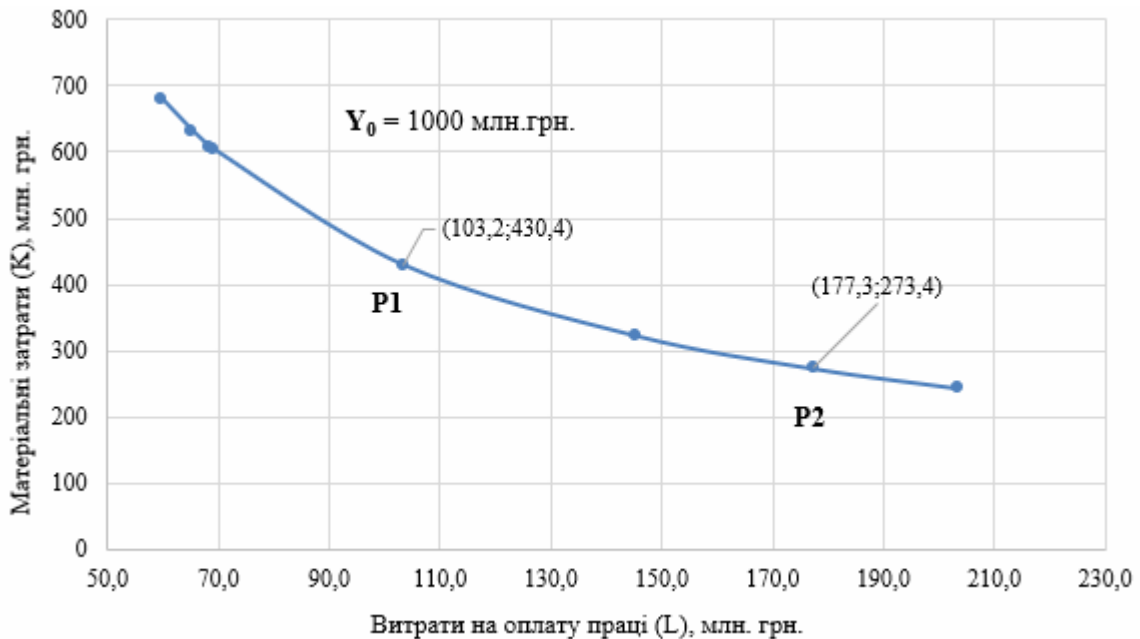
Обчислене на основі (15) фактичне значення критерія Фішера  $F_R = 14,28$ . При ступенях вільності  $k_1 = 2$  і  $k_2 = 8-3=5$ , при прийнятому рівні значимості  $\alpha=0,05$  та рівню довіри  $(1-\alpha) = (1-0,05)=0,95$  для побудованої моделі  $F_{табл.} = 5,79$ . Оскільки  $F_R > F_{табл.}$ , то з надійністю  $P=0,95$  можна вважати, що прийнята математична модель адекватна експериментальним даним та її можна застосовувати для аналізу діяльності промислового підприємства Полтавської області.

Для більш повного уявлення взаємозамінюваності факторів виробничої регресії розглянуто її ізокванту. Для регресії, що розглядається, геометричне місце точок факторів  $K$ ,  $L$  (різні комбінації факторів), для яких показник чистого доходу від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг)  $Y_0$  залишається сталим, називається ізоквантою. Щоб побудувати ізокванту, необхідно виразити один із факторів виробничої регресії через інший фактор і сталі значення показника регресії:

$$K = \frac{Y_0^{1/a_1}}{a_0^{1/a_1} L^{a_2/a_1}}. \quad (16)$$

Якщо сталу  $\left(\frac{Y_0}{a_0}\right)^{1/a_1}$  позначити через  $b$ , то отримаємо таку залежність  $K = \left(\frac{b}{L^{a_2/a_1}}\right)$ .

Ізокванту у декартовій системі координат  $KOL$  представлено на рис. 2.



**Рис. 2. Ізокванта**

*Джерело: побудовано автором*

Згідно з рис. 2 при різних значеннях факторів у точках  $P_1$  (103,2; 430,4) та  $P_2$  (177,3; 273,4) буде отримано однаковий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг), тобто:

$$Y = a_0 \cdot 430,4^{a_1} \cdot 103,2^{a_2} = a_0 \cdot 273,4^{a_1} \cdot 177,3^{a_2} = 1000 \text{ (млн. грн.)}$$

Таким же чином можна розглянути різні комбінації факторів, яким відповідає сталий чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг).

**Висновки.** Отже, модель виробничої функції Кобба-Дугласа для промислового підприємства Полтавської області:  $\hat{Y}_t = 0,35 \cdot K^{0,659} \cdot L^{0,553}$  відображає залежність зміни чистого доходу від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) від ефективності використання матеріальних затрат та витрат на оплату праці при кореляційному відношенні  $R = 0,988$ .

Оскільки сумарний коефіцієнт  $a = 1,21$ , то при збільшенні матеріальних затрат та витрат на оплату праці у  $\lambda$  раз, чистий дохід підприємства збільшиться у  $\lambda^{1,21}$  разів. Коефіцієнт  $a_0 = 0,35$  характеризує невисоку ефективність процесу виробництва.

Для факторів  $K_{пр} = 280$  млн. грн.;  $L_{пр} = 203$  млн. грн. розраховано прогнозне значення  $Y_{пр} = 1095$  млн. грн. з надійністю 95% буде належати інтервалу (860,7; 1393,1) млн. грн.

Проведене дослідження показало, що виробнича функція дозволяє проводити аналітичні розрахунки, визначати ефективність використання ресурсів, доцільність їх додаткового залучення, прогнозувати обсяги виробництва.

#### Література.

1. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник. К.: КНЕУ, 2003. 408 с.
2. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції: теорія, побудова, використання в управлінні виробництвом. Монографія. Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2006. 137 с.
3. Грабовецький Б.Є. Використання виробничих функцій як засобу вдосконалення управління бурякоцукровими підприємствами. *Науковий вісник Ужгородського національного університету*. 2016. №8. С. 49-54.
4. Грабовецький Б.Є., Тарасюк Н.М., Безсмертна О.В. Використання виробничих функцій в дослідженнях підприємств молокопереробної промисловості. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2013. №5. С. 32-36.
5. Кравцов О.О. Моделювання виробничої функції промислового підприємства. *Проблеми системного підходу в економіці*. 2019. №4. С. 208-213.
6. Янковий В.О. Економіко-математичні властивості виробничої функції Кобба-Дугласа і CES-функцій. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління*. 2017. №2(07). С. 330-336.
7. Шерстенников Ю.В., Рудянова Т.М. Аналіз динаміки розвитку малих підприємств із застосуванням трифакторної виробничої функції. *Вісник Дніпропетровської державної фінансової академії*. 2009. №1. С. 151-158.
8. Черкашина Т.С. Виробнича функція Кобба-Дугласа як інструмент політики економічного зростання України в умовах ринкових реформ. *Економіка та суспільство*. 2020. №21. С. 28-37.
9. Ковальов А.І., Літвінов О.С. Інтелектуальний капітал як фактор виробничої функції підприємства. *Науковий вісник Ужгородського національного університету*. 2019. №24. С. 58-63.
10. Благодир Л.М. Методичні засади оцінювання ефективності функціонування підприємства із використанням виробничих функцій. *Економіка і суспільство*. 2016. №4. С. 378-384.

#### References.

1. Vitlinskyi, V.V. (2003), *Modeliuvannia ekonomiky [Modeling the economy]*, KNEU, Kyiv, Ukraine.
2. Hrabovetskyi, B.Ye. (2006), *Vyrobnychi funktsii: teoriia, pobudova, vykorystannia v upravlinni vyrobnytstvom [Production functions: theory, construction, use in production management]*, UNIVERSUM, Vinnytsia, Ukraine.
3. Hrabovetskyi, B.Ye. (2016), "Use of production functions as a means of improving the management of sugar beet enterprises", *Naukovyi visnyk Uzhhorodskoho natsionalnoho universytetu*, vol. 8, pp. 49-54.
4. Hrabovetskyi, B.Ye. Tarasiuk, N.M. and Bezsmertna, O.V. (2013), "The use of production functions in research of the dairy industry", *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*, vol. 5, pp. 32-36.
5. Kravtsov, O.O. (2019), "Modeling of the production function of an industrial enterprise", *Problemy systemnoho pidkhodu v ekonomitsi*, vol. 4, pp. 208-213.
6. Yankovyi, V.O. (2017), "Economic and mathematical properties of the Cobb-Douglas production function and CES functions", *Shhidna Yevropa: ekonomika, biznes ta upravlinnia*, vol. 2(07), pp. 330-336.
7. Sherstennykov, Yu.V. and Rudianova, T.M. (2009), "Analysis of the dynamics of small enterprise development using a three-factor production function", *Visnyk Dnipropetrovskoi derzhavnoi finansovoi akademii*, vol. 1, pp. 151-158.
8. Cherkashyna, T.S. (2020), "Cobb-Douglas production function as an instrument of Ukraine's economic growth policy in the context of market reforms", *Ekonomika ta suspilstvo*, vol. 21, pp. 28-37.
9. Kovalov, A.I. and Litvinov, O.S. (2019), "Intellectual capital as a factor in the production function of the enterprise", *Naukovyi visnyk Uzhhorodskoho natsionalnoho universytetu*, vol. 24, pp. 58-63.
10. Blahodyr, L.M. (2016), "Methodical bases of estimation of efficiency of functioning of the enterprise with use of production functions", *Ekonomiko i suspilstvo*, vol. 4, pp. 378-384.

Стаття надійшла до редакції 20.01.2022 р.