

ДИСКРЕТНА ГІПЕРБОЛІЧНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ СУПЕРПОЗИЦІЯМИ КООРДИНАТ ТРЬОХ ДОВІЛЬНО ЗАДАНИХ ТОЧОК

Застосування геометричного апарату суперпозицій у поєднанні з класичним методом скінченних різниць, дозволяє істотно підвищити ефективність та розширити можливості процесу дискретного моделювання геометричних образів. Зокрема дослідити можливість використання у якості інтерполянтів не тільки параболічних, а й будь-яких інших функціональних залежностей.

Залучення геометричного апарату суперпозицій для розв'язання задач інтерполяції значно розширює можливості дискретного моделювання.

Метою даної роботи є дослідження закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції трьох довільно заданих, як суміжних, так і не суміжних вузлових точок у процесі дискретної інтерполяції гіперболічними функціями, що дозволить розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції трансцендентними функціями без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем трансцендентних рівнянь.

Згідно доведеної у роботі [1] властивості, координати будь-якої точки одновимірної множини точок є суперпозицією координат трьох довільних точок цієї множини і виведено формули для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції із системи рівнянь (1):

$$\begin{cases} x_0 - x_3 = k_1(x_1 - x_3) + k_2(x_2 - x_3) \\ y_0 - y_3 = k_1(y_1 - y_3) + k_2(y_2 - y_3) \end{cases}, \quad (1)$$

у вигляді (2):

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{(x_0 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_0 - y_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)}; \\ k_2 &= \frac{(x_1 - x_3)(y_0 - y_3) - (x_0 - x_3)(y_1 - y_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3$ – відомі числові параметри, k_1, k_2 – невідомі.

У задачах дискретної інтерполяції та екстраполяції невідомою величиною є ордината y_0 , тому розв'язано дану систему рівнянь, у якій відомими числовими параметрами будуть $x_0, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, k_1$, а y_0 , та, наприклад, k_2 – невідомі, або y_0 , та k_1 – невідомі.

Результатом такого розв'язку будуть формули (3) і (4):

$$y_0 = k_1(y_1 - y_3) + y_3 - \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} [k_1(x_1 - x_3) + (x_3 - x_0)],$$

або:

$$\begin{aligned} y_0 &= k_1 y_1 + ((k_1(x_2 - x_1) + (x_0 - x_2))y_3 + (k_1(x_1 - x_3) + \\ &+ (x_3 - x_0))y_2) / (x_3 - x_2); \\ y_0 &= k_2 y_2 + ((k_2(x_1 - x_2) + (x_0 - x_1))y_3 + (k_2(x_2 - x_3) + \\ &+ (x_3 - x_0))y_1) / (x_3 - x_1); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} k_1 &= (k_2(x_2 - x_3) + (x_3 - x_0)) / (x_3 - x_1); \\ k_2 &= (k_1(x_1 - x_3) + (x_3 - x_0)) / (x_3 - x_2); \end{aligned} \quad (4)$$

Дослідивши закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції, як для суміжних, так і для не суміжних заданих трьох вузлових точок трансцендентних функцій, зможемо розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції трансцендентними

функціями без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем трансцендентних рівнянь.

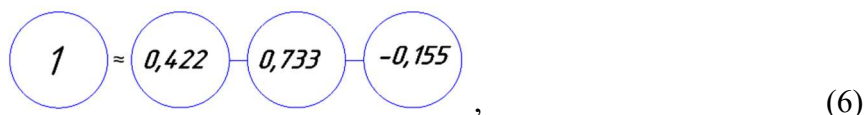
Зокрема, для симетричних вихідних умов: $i_1 = -10$, $i_2 = 0$, $i_3 = 10$;

$y_{i_1} = 11013,2329201$; $y_{i_2} = 1$, $y_{i_3} = 11013,2329201$,

величини коефіцієнтів суперпозиції являють собою числові послідовності, що, як і значення ординат числової послідовності $y_i = chi$, описуються рекурентною формулою (5):

$$y_{i-1} = 0,422 \cdot y_{i-2} + 0,733 \cdot y_i - 0,155 \cdot y_{i+1} , \quad (5)$$

на підставі шаблону (6):



одержаного в результаті досліджень у роботі [3],

Висновки. У даній роботі досліджено закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції трьох довільно заданих, як суміжних, так і не суміжних вузлових точок у процесі дискретної інтерполяції гіперболічними функціями. Дані дослідження визначають загальний підхід до одержання подібних закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції трьох довільно заданих, як суміжних, так і не суміжних вузлових точок для визначення координат n точок модельованих будь-яких одновимірних функціональних залежностей та довільних одновимірних множин точок.

Звичайні способи інтерполяції не дозволяють застосовувати трансцендентні функції як інтерполянти тому, що при підстановці в них значень вихідних умов отримаємо систему трансцендентних рівнянь, яку не вдається розв'язати у загальному випадку.

Розроблений спосіб дозволяє проводити трансцендентні криві через задані точки, що у більшості випадків є неможливим при застосуванні звичайних методів інтерполяції.

Дослідивши закономірності зміни величини k_1 , або k_2 , як для суміжних, так і для не суміжних заданих трьох вузлових точок різних елементарних функцій, зможемо розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких одновимірних функціональних залежностей (визначати ординати шуканих точок дискретних кривих) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних або трансцендентних рівнянь.

1. Воронцов О.В., Тулупова Л.О. Дискретное моделирование кривых поверхностей суперпозициями двумерных точечных множеств: сборник статей по материалам XL международной научно-практической конференции «Технические науки – от теории к практике». Новосибирск. №11 (36). 2014. С. 7 – 16.

http://sibac.info/sites/default/files/archive/2014/2014.11.19_teh._nauki_pravka.pdf

2. Воронцов О.В., Воронцова І.В. Спосіб одновимірної дискретної інтерполяції за координатами трьох точок числових послідовностей на прикладі показникових функцій. Прикладні питання математичного моделювання. Херсон: ХНТУ, Т.3, №2.2. 2020. С. 35 – 43.

<https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3>

3. Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Discrete modeling of building structures geometric images. International Journal of Engineering & Technology. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731.

DOI: [10.14419/ijet.v7i3.2.15467](https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.15467)

4. Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. Lecture Notes in Civil Engineering. Volume 73. 2019. Pages 501-513.

<https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3>